



Universidade Federal da Bahia



Universidade Estadual de Feira de Santana

**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO, FILOSOFIA
E HISTÓRIA DAS CIÊNCIAS**

MARIA RACHEL PINHEIRO PESSOA PINTO DE QUEIROZ

**A MATEMÁTICA FINANCEIRA SITUADA EM CONTEXTOS
BANCÁRIOS E EM LIVROS DIDÁTICOS**

Salvador

2014

MARIA RACHEL PINHEIRO PESSOA PINTO DE QUEIROZ

**A MATEMÁTICA FINANCEIRA SITUADA EM CONTEXTOS
BANCÁRIOS E EM LIVROS DIDÁTICOS**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino, Filosofia e História das Ciências da Universidade Federal da Bahia e da Universidade Estadual de Feira de Santana, para a obtenção do grau de Doutora, na área de concentração Educação Científica e Formação de Professores.

Orientador: Prof. Dr. Jonei Cerqueira Barbosa

Salvador

2014

Ficha Catalográfica
Sistema de Bibliotecas da UNEB

Queiroz, Maria Rachel Pinheiro Pessoa Pinto de

A Matemática Financeira Situada em Contextos Bancários e em Livros Didáticos / Maria Rachel Pinheiro Pessoa Pinto de Queiroz. – Salvador: UFBA;UEFS, 2014.

135f.

Orientador: Prof. Dr. Jonei Cerqueira Barbosa

Tese (doutorado) – Universidade Federal da Bahia, Instituto de Física e Universidade Estadual de Feira de Santana. Programa de Pós-Graduação em Ensino, Filosofia e História das Ciências, 2014.

1. Matemática Financeira. 2. Bancários. 3. Livros Didáticos. 4. Lacuna. I. Barbosa, Jonei Cerqueira. II. Universidade Federal da Bahia. Universidade Estadual de Feira de Santana. Programa de Pós-Graduação em Ensino, Filosofia e História das Ciências. III. Título.

CDD: 513.93

A MATEMÁTICA FINANCEIRA SITUADA EM CONTEXTOS BANCÁRIOS E EM LIVROS DIDÁTICOS

Tese apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Doutora em Ensino, Filosofia e História das Ciências, na área de concentração Educação Científica e Formação de Professores, Universidade Federal da Bahia, Universidade Estadual de Feira de Santana, pela seguinte banca examinadora:

Prof. Dr. Jonei Cerqueira Barbosa (orientador)
Universidade Federal da Bahia

Prof^a. Dr^a. Andreia Maria Pereira de Oliveira
Universidade Estadual de Feira de Santana

Prof. Dr. Enaldo Silva Vergasta
Universidade Federal da Bahia

Prof^a. Dr^a. Jussara de Loiola Araújo
Universidade Federal de Minas Gerais

Prof^a. Dr^a. Lílian Nasser
Universidade Federal do Rio de Janeiro

Aos meus pais, Conceição e Astor Pessoa, ao meu esposo, Fernando Queiroz, aos meus filhos, Fernando Henrique e Carlos Henrique, à minha irmã Maria Carolina, aos meus sobrinhos Maria e Antônio, expressões do amor de Deus na minha vida.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus pela minha vida, pelo amor que Ele derrama na minha família, entre meus amigos, em toda nossa trajetória e por me permitir desenvolver esse estudo com serenidade.

A Jonei, um orientador exemplar, em quem busquei inspiração para me desenvolver como pesquisadora, pela atenção e por acreditar em mim sempre. Cada vez que ouço a sua voz em congressos, palestras, bancas e nas nossas reuniões semanais, admiro-o ainda mais, sinto-me entusiasmada e orgulhosa por ser sua orientanda. Suas contribuições para este estudo foram sempre decisivas.

A meus pais, Conceição e Astor, maiores responsáveis por minha *educação*, em todos os sentidos em que esta palavra é suscitada na minha vida, do Infantil ao Doutorado, nas relações com as pessoas que fazem parte da minha vida e na profissão que escolhi. Eles foram os grandes incentivadores e a fonte de inspiração em cada momento. Tenho orgulho de seguir seus passos na docência, com responsabilidade, compromisso e entusiasmo, exemplos vivos nos quais me inspirei e que continuo procurando honrar.

A meu esposo Fernando, sempre comprensivo nos momentos em que precisei me dedicar menos à nossa casa, à nossa convivência diária para privilegiar os estudos. E especialmente por ter sido um grande incentivador da minha ida a Londres para a realização do doutorado sanduíche, quando, durante quatro meses, ele foi pai, mãe, administrador da nossa casa e se esforçou para me encontrar por duas vezes, com nossos filhos, mães, parentes e amigos. Ele sabia o quanto isso era importante para mim.

A meus filhos, Nandinho e Caíque, razões do meu viver, expressões do infinito amor de Deus na minha vida, por meio dos quais Ele me ensinou como amar verdadeiramente, sem limites, sem esperar retorno, sem julgar, simplesmente, amar! Pelos momentos que não lhes pude dar a atenção que merecem e, principalmente, pelo tempo que estivemos distantes fisicamente (nunca distantes espiritualmente), e como foi difícil! Mas também comprehendo que essa experiência nos serviu como aprendizagem.

A minha irmã Carol, sempre dedicada aos estudos e à família, exemplo de persistência e dedicação à profissão que me impulsionou a perceber que a incansável luta para ser uma boa mãe e profissional ao mesmo tempo vale a pena. E que nos deu a honra de batizar nossos sobrinhos, Maria e Antônio, os quais representam uma linda extensão do grande amor que tenho por ela. Embora morando distante fisicamente, nossa sintonia é tão forte que pessoas

que convivem com ela, por vezes a chamam de Rachel, sem mesmo me conhecer e pessoas que convivem comigo me chamam de Carol, sem conhecê-la.

A Margarida, minha sogra, sempre disponível para dar apoio aos netos, nas minhas idas a Salvador e durante o tempo no qual estive em Londres, além das tardes em que se dedica, até hoje, a levá-los para os diversos cursos.

A meus cunhados Leda e Adriano, que também nos apoiaram com os meninos enquanto estive em Londres, juntando-os ainda mais a Marina e nosso afilhado Rafael, que carinhosamente são primos-irmãos dos meus filhos. Também, pela ajuda com a formatação e as imagens inseridas nessa tese.

A meu cunhado Alexandre, exemplo de dedicação à vida acadêmica que sempre me inspira.

A minha ex-aluna Cátia Borges, sempre solícita na digitalização e adequação das imagens retiradas dos livros didáticos.

A minha prima e comprometida colega de trabalho, Gerusa Pinheiro, por ter sido uma grande incentivadora deste Doutorado, por seu apoio e sua alegria com as minhas conquistas.

A minha prima Christina de Castro Rossi, por me presentear, dedicando parte do seu tempo e de sua brilhante experiência em Língua Portuguesa na revisão deste trabalho.

A meus colegas do grupo ENCIMA, Ana Virgínia, Elizabeth, Flávia, Graça, Jamille, Jaqueline, Maiana, Roberta, Thaíne e Thiago, que, juntamente com Jonei, apreciaram os esboços preliminares dessa tese e, com seus comentários, me permitiram aprimorá-la.

Aos colegas do Núcleo de Pesquisas em Modelagem Matemática, Jonei, coordenador deste núcleo na época, Andreia, atual coordenadora, Elizabeth, Ana Vigínia, Jamille, Thaíne, Maiana, Flávia, Lílian, Airam, Marcelo e Wedeson, com os quais convivi durante seis meses, permitindo-me participar das discussões desse grupo, as quais foram decisivas para o desenvolvimento do meu projeto de pesquisa para o Doutorado.

Ao professor Richard Noss, por ter me orientado durante o doutorado sanduíche com entusiasmo, dedicação, paciência e por ter me acolhido tão carinhosamente no London Knowledge Lab (LKL)/Institute of Education (IOE)/University of London, juntamente com Celia Hoyles, tornando minha experiência de estudo muito mais agradável.

Aos membros do Special Interest Group (SIG) for Mathematics Education, do IOE/University of London, especialmente, Candia Morgan, David Pratt e Cathy Smith por terem me acolhido em suas reuniões semanais e agendado uma delas para discutir o meu estudo.

A Isabella Rega, minha colega italiana sempre soridente, amável, animada, que organizava os momentos agradáveis que tivemos juntas com outros colegas do London Knowledge Lab, fora de lá. A Birgitta e Gyta Nicola, sempre adoráveis, por terem me acolhido carinhosamente desde os meus primeiros dias no LKL.

À CAPES, pelo financiamento do doutorado sanduíche.

A Daniel Varga, meu primo que me recebeu em Londres, apoiando-me nos primeiros passos, dando as dicas práticas da cidade, mostrando os primeiros caminhos, fazendo-me sentir mais segura por saber que teria a quem recorrer numa possível adversidade. Também, por poder desfrutar da sua agradável companhia, quando era possível, mas, principalmente, no dia do meu aniversário.

A Gica, Egli, João, Edna, tia Jane, minha afilhada Gaby, Gil, Kika, Nando, Thay, Pitty, Paulo, Leda, Adriano, Aloisinho, Cristina, Nanda, Luís Maurício e Manuela que reservaram um pouco do seu tempo para me visitarem em Londres, tornando mais doce minha experiência de viver sozinha numa cidade distante da minha casa.

À Universidade do Estado da Bahia – UNEB – por ter consentido minha licença para o Doutorado, pela concessão da bolsa PAC e aos colegas que me apoiaram nesse processo, especialmente, professor Felipe Bonfim e professora Kátia Mendes.

Aos funcionários do Programa de Pós-graduação em Ensino, Filosofia e História das Ciências e da UNEB, pelo compromisso no atendimento às minhas solicitações.

Aos professores de matemática que, de alguma forma, me inspiraram e incentivaram a estudar e ensinar esta disciplina com amor, especialmente, D. Zélia, Feitosa, Adelmo, Graça Almeida e Elinalva.

A todos os tios, primos e amigos que vibraram quando fui aprovada, carinhosamente se preocuparam comigo durante esse período de dedicação ao estudo, que compreenderam a minha ausência em alguns momentos do nosso convívio e que alegram constantemente a minha vida.

Maria Rachel Pinheiro Pessoa Pinto de Queiroz

RESUMO

Nesta pesquisa, busquei compreender como se caracteriza a lacuna entre a matemática financeira expressa em livros didáticos e a que é praticada por bancários. Primeiramente, estudei algumas características da matemática financeira praticada por bancários e em seguida, estabeleci algumas características da que é expressa em livros didáticos, no intuito de obter subsídios para caracterizar a lacuna entre as duas. No contexto bancário, observei funcionários de dois bancos distintos na cidade de Santo Antônio de Jesus, no interior da Bahia, em suas tarefas diárias de trabalho, durante três dias consecutivos em cada um, anotando as observações num caderno de campo. Para estabelecer características da matemática financeira expressa em livros didáticos, analisei três livros referenciados em planos de curso, usados e/ou indicados por professores de uma universidade federal e de universidades estaduais baianas. Como resultado, obtive uma compreensão sobre como as diferenças entre esses contextos são visíveis nos problemas que se configuram em cada um, os quais estão relacionados com as rotinas e seus passos críticos, a tecnologia utilizada, bem como, com os objetivos e princípios que os governam. Para os bancários, os problemas se constituem a partir das solicitações dos seus clientes, os quais precisam ser solucionados por meio dos sistemas de informação disponíveis nos bancos. Mediadas por esses sistemas, suas ações críticas se concentram na seleção de dados de entrada nos mesmos e nas possíveis soluções que apresentam para seus clientes, a partir das saídas desses sistemas, sempre relacionadas com a segurança e agilidade exigidas por essa prática social. Por outro lado, a matemática financeira expressa em livros didáticos mostra que o que se constitui como problema nesse contexto é resolver exercícios semirreais apropriadamente. Os passos críticos são a seleção de modelos matemáticos e de procedimentos de cálculo para a resolução desses exercícios, nos quais as indicações de usos de artefatos tecnológicos, a exemplo de calculadoras, são marginais. A variedade de situações semirreais, nem sempre próximas daquelas às quais procuram imitar, e de procedimentos matemáticos, bem como a simplificação dessas situações e soluções sempre únicas podem sugerir formas de participação esperadas nas práticas de ensino e aprendizagem dessa disciplina, bastante diferentes daquelas vivenciadas por bancários.

Palavras-chave: Matemática Financeira; bancários; livros didáticos; lacuna.

ABSTRACT

In this research, I aimed at understanding how to characterize the gap between financial mathematics expressed in textbooks and that one practiced by bank employees. First of all, I studied some characteristics of financial mathematics practiced by bank employees and then I established some characteristics of that which is expressed in textbooks, in order to obtain subsidies to characterize the gap between both. In the banking context, I observed bank employees in two separate banks in Santo Antonio de Jesus, a city of Bahia state, in their daily work tasks, for three consecutive days in each, taking notes in a field notebook. To establish the financial mathematics characteristics expressed in textbooks I analysed three books referenced in descriptions, used and/or recommended by professors of a federal university and state universities in Bahia. As a result, I could understand how the differences between these contexts are realised on the problems that are configured in each one, which are related to the routines and their critical steps, the technology used, as well as with the objectives and principles that govern them. On the one hand, for the bank employees, the problems arise from its customers' requests, which need to be solved by means of information systems available in the banks. Mediated by these systems, their critical actions focus on data selection to input them and presenting possible solutions for its customers, from its outputs, always related to the security and agility required by this social practice. On the other hand, the financial mathematics expressed in textbooks pointed out that a problem in this context is to solve *pseudo-realistic* exercises properly. The critical steps are the selection of mathematical models and calculation procedures for solving these exercises, in which the suggestions of technological artefacts usages, like calculators, are marginal. The wide range of *pseudo-realistic* situations, not always so close to those which they pretend to be, the variety of mathematical procedures, the simplification of these situations as well as the always unique solutions may possibly suggest expected ways of participation in this subject teaching and learning practices, quite different from those experienced by bank employees.

Keywords: Financial Mathematics; bank employees; textbooks; gap.

LISTA DE FIGURAS

| | | |
|------------|--|-----|
| Figura 1: | Artigo 2 – comentário do autor sobre procedimentos didáticos do livro | 78 |
| Figura 2: | Artigo 2 – apresentação de dados em exercício | 79 |
| Figura 3: | Artigo 2 – formas alternativas de cálculo em exercício | 81 |
| Figura 4: | Artigo 2 – exercício apresentando situação distante de possíveis situações do cotidiano | 82 |
| Figura 5: | Artigo 2 – exercício apresentando situação próxima de possíveis situações do cotidiano | 83 |
| Figura 6: | Artigo 2 – exercício apresentando processo decisório meramente financeiro | 85 |
| Figura 7: | Artigo 2 – exercício desafiador | 86 |
| Figura 8: | Artigo 2 – comentário do autor sobre regras do mercado financeiro | 88 |
| Figura 9: | Artigo 2 – situações cotidianas utilizadas pelos autores para ilustrar operações de desconto | 89 |
| Figura 10: | Artigo 2 – explicação do autor sobre <i>factoring</i> - operação do mercado financeiro | 89 |
| Figura 11: | Artigo 2 – concepção do autor sobre uso de máquinas de calcular e softwares | 90 |
| Figura 12: | Artigo 2 – comentário do autor sobre usos da máquina de calcular | 91 |
| Figura 13: | Artigo 2 – exercício apresentando orientações para uso da HP 12C | 92 |
| Figura 1: | Artigo 3 – exercício apresentando situação distante de possíveis situações do cotidiano | 115 |
| Figura 2: | Artigo 3 – apresentação de dados em exercício | 116 |
| Figura 3: | Artigo 3 – formas alternativas de cálculo em exercício | 117 |
| Figura 4: | Artigo 3 – exercício apresentando processo decisório | 121 |
| Figura 5: | Artigo 3 – exercício apresentando orientações para uso da HP 12C | 124 |
| Figura 6: | Artigo 3 – comentário do autor sobre usos da máquina de calcular | 125 |
| Figura 7: | Artigo 3 – relações entre problemas, objetivos, princípios, rotinas e tecnologias num contexto | 129 |

SUMÁRIO

| | |
|---|-----------|
| 1 INTRODUÇÃO | 15 |
| 1.1 Minha trajetória e o delineamento desta pesquisa | 15 |
| 1.2 Algumas abordagens sobre as diferenças entre aprender num ambiente de trabalho e num ambiente educacional. | 18 |
| 1.3 Os usos da tecnologia digital e a demarcação das fronteiras da matemática financeira de ambientes de trabalho e a de ambientes educacionais | 24 |
| 1.4 Os livros didáticos no ensino e aprendizagem de Matemática Financeira | 29 |
| 1.5 O objetivo | 30 |
| 1.6 Justificativa | 31 |
| 1.7 Considerações preliminares sobre os contextos e procedimentos metodológicos | 32 |
| 1.8 Organização da tese | 34 |
| Referências | 35 |
| | |
| 2 CARACTERÍSTICAS DA MATEMÁTICA FINANCEIRA NA PRÁTICA DE BANCÁRIOS (ARTIGO 1) | 40 |
| 2.1 Introdução | 40 |
| 2.2 A natureza situada da matemática financeira bancária e a tecnologia de informação e comunicação | 41 |
| 2.3 Contexto e procedimentos metodológicos | 47 |
| 2.4 Apresentação e análise dos dados | 49 |
| 2.4.1 Os bancários alimentam o sistema | 50 |
| 2.4.2 Os bancários interpretam a matemática financeira nas suas relações com o sistema | 52 |
| 2.4.3 Análises financeiras feitas pelos bancários para, juntamente com o sistema, realizar o atendimento ao cliente | 55 |
| 2.4.4 Os bancários utilizam outras ferramentas tecnológicas de forma acessória | 56 |

| | |
|--|------------|
| 2.4.5 Informações financeiras não disponibilizadas aos bancários pelo sistema | 58 |
| 2.5 Discussão | 59 |
| 2.6 Conclusões | 63 |
| Referências | 64 |
| | |
| 3. CARACTERÍSTICAS DA MATEMÁTICA FINANCEIRA EXPRESSA EM LIVROS DIDÁTICOS (ARTIGO 2) | 67 |
| 3.1 Introdução | 67 |
| 3.2 Discussões e resultados recentes sobre os livros didáticos de Matemática Financeira no Brasil | 68 |
| 3.3 O livro didático como indicador da prática em ambientes educacionais | 71 |
| 3.4 Contexto e procedimentos metodológicos | 74 |
| 3.5 Apresentação e análise de dados | 77 |
| 3.5.1 Rotinas na resolução de exercícios | 78 |
| 3.5.2 Variações na apresentação e resolução de exercícios | 82 |
| 3.5.3 Utilização de linguagem e situações do mercado financeiro | 87 |
| 3.5.4 Indicações de uso de recursos tecnológicos | 90 |
| 3.6 Discussão | 93 |
| 3.7 Conclusões | 95 |
| Referências | 98 |
| | |
| 4. THE GAP BETWEEN FINANCIAL MATHEMATICS EXPRESSED IN TEXTBOOKS AND PRACTICED IN BANKS (ARTIGO 3) | 101 |
| 4.1 Introduction | 101 |
| 4.2 Discussions about the knowledge gap between educational- and workplace-situated Financial Mathematics | 103 |

| | |
|---|-----|
| 4.3 The role of technology in these environments | 107 |
| 4.4 Context and methodological procedures | 109 |
| 4.5 Data Analysis | 112 |
| 4.5.1 Characteristics of the routines expressed in textbooks and the bankers' routines in practice | 113 |
| 4.5.2 What is the problem to be solved in each context and the different approaches to problem-solving? | 119 |
| 4.5.3 Different roles of technology in these environments | 122 |
| 4.6 Discussion | 126 |
| 4.7 Conclusion | 130 |
| References | 132 |

1 INTRODUÇÃO

Apresentarei, neste capítulo, minha trajetória e sua relação com o objeto de pesquisa aqui explorado; o objetivo deste estudo; a justificativa para desenvolvê-lo; uma breve revisão de literatura e dos fundamentos teóricos que guiaram esta pesquisa, bem como o método utilizado.

1.1 Minha trajetória e o delineamento desta pesquisa

Este estudo se consolidou como resultado de minhas reflexões sobre o ensino e aprendizagem de Matemática Financeira ao longo de dez anos de experiência como professora da disciplina no curso de Administração da Universidade do Estado da Bahia (UNEBA) em Santo Antônio de Jesus (SAJ), cidade do interior da Bahia.

Compreendo a Matemática Financeira como um conjunto de conhecimentos e ações desenvolvidos em contextos distintos que se dedicam ao estudo, cálculo ou procedimentos que relacionam capitais com o tempo, como variáveis (DRAKE; FABOZZI, 2009; GALLAGHER, ANDREW, 2007; KUHNEM; BAUER, 1996). Dessa forma, são objetos da Matemática Financeira os juros, os descontos, as equivalências de capitais, as anuidades, as amortizações e análises de investimento, dentre outros.

Durante minha experiência profissional, observei na prática a dificuldade de alguns alunos em compreender alguns modelos matemáticos¹ oriundos do cotidiano e de ambientes de trabalho que eram discutidos em sala de aula. Mesmo alguns alunos que trabalhavam no comércio e particularmente, em bancos, nem sempre demonstravam facilidade em associar o que aprenderam no ambiente de trabalho com os modelos matemáticos estudados na disciplina de Matemática Financeira.

Particularmente, uma atividade me chamou a atenção: um trabalho de campo com visitas dos alunos a bancos de Santo Antônio de Jesus e cidades vizinhas, para pesquisar as planilhas de amortização utilizadas para empréstimos e financiamentos nesses bancos. De acordo com Mathias e Gomes (2004, p. 310), uma planilha “é um quadro, padronizado ou não, onde são colocados os valores referentes ao empréstimo, ou seja, cronograma dos valores de recebimento e de pagamentos”. Essas planilhas são construídas de acordo com os sistemas

¹ Seguindo Barbosa (2007), compondo *modelo matemático* como uma representação matemática qualquer da situação em estudo.

de amortização adotados, para empréstimos de longo prazo, os quais representam modalidades de restituição do capital emprestado, mais juros.

Essa tarefa suscitava muitas dúvidas entre os alunos, e comecei a perceber que, quase sempre, eles necessitavam de uma orientação no sentido de compreender os elementos das planilhas apresentadas pelos bancos, muitas vezes, bastante diferentes daquelas que eles haviam estudado em sala de aula para o mesmo sistema de amortização.

Como professora da disciplina, também encontrei dificuldades ao tentar interpretar algumas dessas planilhas que apresentavam elementos que não correspondiam às regras impostas por determinados sistemas de amortização e que somente poderiam ser compreendidos de acordo com as especificidades e regras bancárias.

Por exemplo, numa planilha coletada num banco segundo o Sistema de Amortização Constante (SAC), o qual prevê prestações decrescentes, compostas de amortização (constante) mais juros (calculados sobre o saldo devedor anterior, e portanto, decrescentes), observamos que, da primeira para a segunda linha, a prestação, ao invés de diminuir, aumentava. Somente após a explicação de um aluno – gerente desse mesmo banco – de que os juros bancários, apesar de apresentados com taxa mensal, são calculados diariamente, pudemos compreender. Nesse caso, a quantidade de dias do primeiro mês (fevereiro) era inferior ao do segundo (março), e, portanto, a prestação que era esperada menor, acabou sendo maior que a do período anterior. Em planilhas referentes ao mesmo sistema de amortização que encontramos em livros didáticos, os juros são geralmente calculados mensalmente, seguindo o ano comercial (12 meses de 30 dias), não diariamente, como nesse caso.

Durante meus estudos na disciplina Tendências em Educação Matemática², ministrada pelo Professor Doutor Jonei Cerqueira Barbosa, comecei a perceber que possíveis compreensões teóricas para a lacuna entre a matemática financeira ensinada e aprendida em instituições de Ensino Superior e de ambientes de trabalho poderiam ser investigadas.

Utilizo a palavra lacuna nesse estudo não somente como as diferenças entre essas matemáticas financeiras, mas também como forma de demarcar que essas diferenças são qualitativamente fortes. Além disso, a palavra lacuna é uma tradução para a palavra *gap*, oriunda da língua inglesa e já utilizada na literatura (HOYLES et al., 2010; WILLIAMS; WAKE, 2007), referindo-se, no caso, a essas diferenças entre a matemática praticada em ambientes de trabalho e a matemática praticada em escolas e instituições de Ensino Superior.

² Cursei essa disciplina em 2009, como aluna especial pelo Programa de Pós-graduação em Ensino, Filosofia e História das Ciências da UFBA/UEFS.

Prosseguindo nesses estudos, tive acesso a alguns artigos que tratavam sobre a lacuna entre a matemática em instituições educacionais e de outros contextos (EVANS; 1999; WILLIAMS; WAKE, 2007) e mais especificamente, acerca da Matemática Financeira (NOSS; HOYLES, 1996). Além disso, reconheci que os construtos teóricos nos estudos de Lave e Wenger (1991) e de Wenger (1998) poderiam contribuir para buscar uma compreensão sobre essa lacuna, seguindo sua abordagem de aprendizagem participacionista e situada, como discutirei adiante.

Após o término dessa disciplina, ingressei no Núcleo de Pesquisa em Modelagem Matemática³ (NUPEMM) da UEFS, no qual tive a oportunidade de dialogar com pesquisadores que tinham foco no estudo da Modelagem na Educação Matemática. Paralelamente, accesei outros estudos que focavam na lacuna entre a matemática praticada em ambientes de trabalho e em instituições educacionais (BILLETT, 2002; HODKINSON, 2005; MURPHY, 2008), além de dedicar-me aos estudos de Lave e Wenger (1991) e Wenger (1998). Esse período foi decisivo para a formulação do presente projeto de pesquisa.

Constatada na literatura (citada nos parágrafos anteriores) a existência dessa lacuna, tanto na Matemática, mais geralmente, quanto na Matemática Financeira, mais especificamente, decidi desenvolver esse projeto de pesquisa na busca de compreender e delinear diferentes características da matemática financeira praticada por bancários e daquela que está expressa em livros didáticos. Diferentemente de Noss e Hoyles (1996), cuja motivação era uma análise do ambiente de trabalho, meu intuito é compreender essa lacuna para extrair implicações posteriores para o ensino e a aprendizagem dessa disciplina em cursos da área de negócios, a exemplo de Administração, Economia e Ciências Contábeis.

Esse projeto de pesquisa foi submetido ao Programa de Pós-graduação em Ensino, Filosofia e História das Ciências da UFBA/UEFS, e, tendo sido aprovado, foi desenvolvido e gerou a presente tese, cujo objetivo será apresentado mais adiante. Logo após o ingresso como aluna regular nesse Programa de Pós-graduação, desliguei-me do NUPEMM e passei a integrar o Grupo de Estudos em Ensino de Ciências e Matemática (ENCIMA) da UFBA, o que ocorreu devido à mudança do meu orientador para esta instituição. Como parte das atividades desse grupo, realizamos reuniões semanais, sob supervisão do Professor Doutor Jonei Cerqueira Barbosa (meu orientador), com interesse em estudos numa perspectiva sócio-cultural.

³ Grupo de Pesquisa certificado pela UEFS no CNPq desde março de 2005, e vinculado à Área de Educação Matemática do Departamento de Ciências Exatas da UEFS e ao Programa de Pós-Graduação em Ensino, Filosofia e História das Ciências, coordenado no período pelo Prof. Dr. Jonei Cerqueira Barbosa. Home page: <http://www.ufes.br/nupemm>.

Pouco antes de completar três anos de pesquisa, realizei um estágio-sanduíche⁴ no *London Knowledge Lab*, pertencente ao Instituto de Educação da Universidade de Londres, sob supervisão do Professor Doutor Richard Noss e colaboração da professora Celia Hoyles. Durante esse estágio, tive acesso a outras referências bibliográficas, reuniões semanais com meu supervisor para discutir os assuntos específicos dessa pesquisa e participei de alguns encontros do Special Interest Group (SIG) for Mathematics Education. Num dos encontros do SIG, apresentei um seminário no qual descrevi minha pesquisa, sendo esta apresentação seguida de uma discussão, quando me foram dirigidas algumas perguntas e colocadas algumas sugestões pelos membros presentes. Tais atividades e o cotidiano nessa cidade me permitiram também aprimorar a proficiência na língua inglesa. Como resultado de todas essas experiências e também a assistência do meu orientador brasileiro, escrevi a primeira versão do quarto capítulo dessa tese.

Alguns meses após meu retorno desse estágio, submeti-me ao exame de qualificação. As discussões propiciadas nesse exame me permitiram rever aspectos conceituais e metodológicos, que resultaram em mais alguns meses de pesquisa, durante os quais consultei outras referências bibliográficas, aprimorei a análise, revisei alguns capítulos e reescrevi outros.

Este relatório de pesquisa é o resultado de toda a trajetória descrita nesta seção.

A seguir, discutirei algumas das concepções teóricas e estudos que permeiam ideias relacionadas com a lacuna entre a matemática mobilizada em ambientes educacionais e em ambientes de trabalho e, mais especificamente, sobre a matemática financeira. A partir dessa discussão, poderei apresentar os objetivos deste estudo, a serem enunciados na sequência.

1.2 Algumas abordagens sobre as diferenças entre aprender num ambiente de trabalho e num ambiente educacional

A compreensão da aprendizagem como um fenômeno situado e, mais particularmente, das diferenças entre o conhecimento baseado no ambiente de trabalho e em ambientes educacionais tem sido objeto de estudo de alguns pesquisadores (BILLETT, 2002; ERAUT, 2010; FRADE; FALCÃO, 2010; HODKINSON, 2005; MURPHY, 2008; SCHMIDT; GIBBS, 2009; SANTOS; MATOS, 2010; WEDEGE, 2010), pelo menos, desde a década de 90, a partir dos estudos de Lave e Wenger (1991) e de Wenger (1998). Entendo, como um consenso nesses estudos, a aceitação de que há diferentes formas de aprender, em diferentes

⁴ Esse estágio sanduíche de doutorado foi financiado pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES).

áreas do conhecimento, que não podem ser desconectadas do contexto no qual essa aprendizagem se desenvolve.

Além da compreensão da aprendizagem como um fenômeno situado, há, particularmente, dentre esses autores citados, aqueles que também a compreendem como um fenômeno participativo (BILLETT, 2002; FRADE; FALCÃO, 2010; HODKINSON, 2005; SCHMIDT; GIBBS, 2009; SANTOS; MATOS, 2010; WEDEGE, 2010). Portanto, seguindo Lave e Wenger (1991), estes autores compreendem a aprendizagem como mudança nos padrões de participação de sujeitos que interagem uns com os outros em comunidades sociais.

A natureza participativa e dinâmica da aprendizagem impele o próprio Wenger (1998) e alguns de seus leitores (FRADE; FALCÃO, 2010) a preferir falar de *knowing*, ao invés de *knowledge*, ao se referir ao conceito de conhecimento, no intuito de capturar ideias de processo, ao invés de produto. De acordo com Wenger (1998, p. 4, tradução livre), “conhecimento (*knowledge*) é uma questão de competência no que se refere a empreendimentos que se valoriza, assim como: cantar em sintonia, descobrir fatos científicos, consertar máquinas, escrever um poema, ...”, enquanto *knowing* é “uma questão de participação na busca desses empreendimentos...” (Ibid., p. 4).

Frade e Falcão (2010) explicam que não é propósito do estudo deles fornecer um conceito apropriado de conhecimento, nessa perspectiva, mas dizem estar certos de que isto é possível. Dessa forma, proponho-me aqui a oferecer uma possibilidade para conceituar conhecimento, nessa perspectiva, pelo fato de usar inevitavelmente essa palavra algumas vezes ao longo do texto. Porém, ressalto que, também no meu estudo, capturar o caráter mais dinâmico do processo de *conhecer*, ao invés do caráter mais estático que a palavra conhecimento comunica, é algo que está mais afinado com meus propósitos.

Seguindo algumas ideias na teoria de Wenger (1998), proponho que o conceito de conhecimento seja explicitado em termos coletivos, como constituído por grupos sociais, e também, individualmente, não esquecendo de considerar cada indivíduo como um ser social, que repercute, nos seus discursos e ações, os discursos e ações de outros seres sociais com os quais interage.

Assim, comprehendo o *conhecimento coletivo* como o conjunto das reificações resultantes da participação de todos os indivíduos envolvidos numa prática social. O próprio conceito de reificação, definido por Wenger (1998) como o resultado de experiências, histórica e socialmente estabelecidas, *congeladas* em materialidades, já comunica uma ideia mais estática. Porém, comprehendo que esse sentido estático é momentâneo, visto que, à medida que os sujeitos interagem, utilizando reificações cultural e historicamente

estabelecidas, também as transformam e estabelecem novas reificações que serão também utilizadas por outros indivíduos na mesma prática ou em práticas distintas. De acordo com Wenger (1998), uma prática se refere a “uma maneira de falar sobre recursos históricos e sociais compartilhados, *frameworks* e perspectivas que possam sustentar engajamento mútuo na ação” (WENGER, 1998, p. 5, tradução livre) e cujo conceito denota um fazer “num contexto histórico e social que dá estrutura e significado ao que fazemos” (Ibid., p. 47, tradução livre). Isto é, um fazer compartilhado por pessoas em grupos sociais, agindo e interagindo conforme os costumes e valores desse grupo.

Sendo culturalmente construídos *pela* e *para* a ação humana, nos quais certas compreensões ganham forma (WENGER, 1998), são exemplos de reificações produtos como: ferramentas, símbolos, termos, leis, modelos matemáticos, planilhas, softwares, listas de procedimentos etc.; e processos como: codificar, nomear, interpretar, descrever, reformular, etc. Consequentemente, de acordo com a definição proposta anteriormente, são exemplos de conhecimento coletivo os manuais constituídos numa prática, livros, acordos coletivos sobre como desenvolver determinada ação, leis, procedimentos, formas de solucionar determinados problemas, estratégias de tomada de decisão, jargões, etc.

Por outro lado, comprehendo o conhecimento individual como o conjunto de todas as reificações resultantes da participação de um indivíduo nas diversas práticas às quais pertence ou pertenceu. Dessa forma, capturamos todos os produtos e processos utilizados pelo indivíduo na interação com outros sujeitos das práticas das quais participa ou participou durante toda sua trajetória de aprendizagem e que podem ser observados no seu fazer, ou no seu falar. Evidencio aqui que, mesmo definindo o conhecimento *individual*, não considero esse conhecimento como um resultado individual, pois comprehendo que, nas suas ações ou nas suas falas, cada indivíduo agenda o fazer e os discursos dos outros sujeitos com os quais interagi nessa diversa práticas.

Como corolário da compreensão da aprendizagem e do conhecimento como situados, entendo que práticas distintas envolvem fazeres e formas de falar distintos. Portanto, a lacuna entre as formas de aprender em ambientes de trabalho e ambientes educacionais, já bem documentada na literatura (MURPHY, 2008), pode ser coerentemente explicada nessa perspective teórica (WENGER, 1998).

Alguns autores (citados anteriormente) demarcam bem as diferenças entre aprender em ambientes educacionais e em ambientes profissionais, enquanto outros, a exemplo de Hodgkinson (2005), relativizam essa fronteira. Segundo este autor, as diferenças entre as formas de aprendizagem entre ambientes educacionais e ambientes de trabalho não são mais

visíveis que as diferenças entre dois ambientes educacionais distintos, ou dois ambientes de trabalho distintos. Ou seja, ele admite que a aprendizagem é situada, mas não atribui esse aspecto somente ao distinguir um ambiente educacional de um profissional, mas, de maneira mais abrangente, entre dois ambientes quaisquer.

Dessa forma, Hodkinson (2005) sugere que para distinguir dois ambientes quaisquer, precisamos estudar suas relações específicas. Portanto, pesquiso especificamente a lacuna entre a matemática financeira praticada por bancários e a que é expressa em livros didáticos, por entender que esses estudos podem trazer consequências tanto para ambientes educacionais, quanto para os ambientes de trabalho.

Dentre estudos que focalizam a Matemática Financeira no Brasil, especificamente, alguns (FANTINELLI, 2010; PELICOLI, 2011; ROSETTI JÚNIOR, SCHIMIGUEL, 2009; DUARTE et al., 2012) discutem a lacuna entre o que se ensina na escola (Ensino Básico) e as necessidades cotidianas dos estudantes, evidenciando a importância de se promover um ensino para a cidadania e a inclusão no mundo financeiro.

Outros, com foco no Ensino Técnico (ROSETTI JÚNIOR, 2013; ROSETTI JÚNIOR, SCHIMIGUEL, 2012; ROSETTI JÚNIOR, SCHIMIGUEL, 2009; THEODORO, COLENCI JÚNIOR, 2011), defendem também que o ensino deve contemplar as exigências do mundo do trabalho.

Lucci e outros (2013) aplicaram um questionário a alunos dos cursos de Administração e Ciências Contábeis, envolvendo questões de múltipla escolha, em semestres variados desses cursos de uma Instituição de Ensino Superior (IES). Eles avaliaram estatisticamente as respostas relacionadas a conhecimentos básicos sobre educação financeira e decisões financeiras desses alunos frente a possíveis situações propostas. Concluíram que conhecimentos sobre finanças aprendidos na faculdade auxiliavam os alunos em suas tomadas de decisões financeiras em situações triviais do cotidiano e que essa performance tinha uma relação direta com a quantidade de disciplinas cursadas, envolvendo finanças. Esses autores apresentaram como limitação do estudo, o fato de não poder mensurar as contribuições externas relativas aos conhecimentos sobre finanças desses alunos para a escolha de suas respostas. Compreendendo a aprendizagem como um fenômeno que envolve mudança nos padrões de participação num grupo social, entendo como uma outra limitação desse estudo, o fato de compararem as performances de grupos diferentes em semestres diferentes, ao invés do mesmo grupo nos diferentes semestres.

Já Barroso e Kistemann Jr. (2013) analisaram a produção dos alunos do curso de Administração numa instituição de ensino superior de Minas Gerais (Brasil) ao lidar com

situações-problema envolvendo objetos financeiros, a exemplo de *spread bancário*⁵, estratégias de marketing e o Código de Defesa do Consumidor. Eles propõem a utilização desse tipo de situações de consumo para a disciplina Matemática Financeira nos cursos da área de negócios para que os alunos aprendam a se posicionar criticamente diante das questões de consumo. Concordo com esses autores, mas acrescento que o uso dessas situações-problema, além de facilitar decisões cotidianas de consumo, devem também apresentar situações de ambientes de trabalho para que os alunos analisem possíveis situações com as quais podem se envolver em práticas futuras.

Diferentemente dos estudos apresentados anteriormente, situados em ambientes educacionais, Noss e Hoyles (1996) e Hoyles et. al. (2010) discutem a lacuna entre matemática financeira mobilizada em ambientes educacionais e no ambiente de trabalho, porém situados em ambientes de trabalho.

O estudo de Noss e Hoyles (1996) aborda a separação entre ambientes educacionais e ambientes de trabalho e utiliza a modelagem matemática como forma de aproximar a matemática financeira praticada por bancários à de ambientes educacionais, na medida em que utilizam o próprio sistema bancário para discutir conceitos da Matemática Financeira disciplinar.

Já o estudo de Hoyles et. al. (2010), além de abordar a separação entre esses dois contextos, discute a influência da tecnologia na delimitação das fronteiras entre os dois e sugere a utilização de objetos de fronteira como forma de facilitar o que denominam de *visibilidade de significados* no ambiente de trabalho. Objetos de fronteira são reificações em torno das quais se pode organizar interconexões entre práticas distintas (WENGER, 1998), a exemplo de artefatos, documentos, conceitos, modelos, gráficos, softwares, dentre outros. Dessa forma, Hoyles et al. (2010) utilizam softwares, que denominam de *technology-enhanced boundary objects* (TEBO's), no intuito de promover conexões entre a matemática praticada em companhias de fundos de pensão e de hipoteca e a Matemática Financeira disciplinar. Além disso, pretendem facilitar a comunicação entre diferentes grupos de trabalho por meio desses objetos.

Ambos os estudos consideram que há significados “escondidos” no ambiente de trabalho, que podem ser “abertos” através do estudo de modelos matemáticos próprios de ambientes educacionais, com o auxílio da tecnologia que permeia o próprio ambiente de

⁵ De acordo com esses autores (BARROSO; KISTEMANN JR., 2013), *spread bancário* é a diferença entre as taxas de juros cobradas pelos bancos quando emprestam dinheiro e as taxas que remuneram os depósitos dos clientes. Segundo eles, o Brasil tem um dos *spreads* mais altos do mundo, com cerca de 1/3 do total de lucro.

trabalho. Porém, seguindo Wenger (1998), considero que os significados não são pré-existentes, ou seja, eles se constituem na prática, à medida que são negociados intersubjetivamente entre os sujeitos. A *negociação* de significados não é considerada aqui, simplesmente, como o alcance de uma concordância, ou um consenso, mas como um processo no qual os sujeitos, em suas formas de participação com os objetos reificativos de uma prática, interagem, produzindo os significados que são próprios dessa prática. Essas interações podem ser tranquilas, como no caso de uma concordância, mas também podem ser problemáticas, quando os sujeitos arguem sobre diferentes pontos de vista ou quando há conflitos.

Com isso, não quero dizer que não existem significados já estabelecidos historicamente numa determinada prática ou em outras práticas. Compreendo que, capturando a natureza participativa dos sujeitos numa prática situada, aqueles significados construídos culturalmente são renegociados de acordo com as formas de participação entre os sujeitos no novo contexto, transformando-os e, portanto, adquirindo um status de um novo significado.

Por exemplo, os próprios Hoyles, Noss e Pozzi (2001), num estudo sobre a aprendizagem de enfermeiras, num hospital, sobre concentração de drogas farmacêuticas, descrevem como elas aprenderam uma *regra da enfermagem*⁶ num curso de treinamento e, depois, como a utilizaram no ambiente de trabalho. Como resultado, eles mostraram que, apesar de as enfermeiras repetirem essa regra no plantão, ao usá-la, elas estavam agendando outros aspectos, como a estrutura do empacotamento dessas drogas, as rotinas referentes às formas de administrá-las e seus efeitos clínicos nos pacientes. Ou seja, mostraram que a regra, pré-existente, ao ser utilizada no trabalho, era renegociada, sendo transformada no seu uso. Portanto, nesse exemplo, observo que essa regra, construída culturalmente, adquiriu um novo significado no seu uso.

Voltando ao estudo de Hoyles et. al. (2010), ao demarcar a lacuna entre a matemática financeira do trabalho e de ambientes educacionais, esses autores evidenciam as próprias diferenças entre as tecnologias utilizadas nesses ambientes como objetos que promovem a demarcação das fronteiras entre os dois. Concordo com esses autores porque comprehendo a tecnologia usada numa prática como objeto de reificação que condiciona as formas de participação dos sujeitos (WERTSCH, 1991) e que, ao mesmo tempo, é transformada na prática, como discutirei na próxima seção.

⁶ A regra de enfermagem foi descrita como $\frac{o\ que\ você\ quer}{o\ que\ você\ tem} X\ a\ quantidade\ que\ vem$ (tradução livre) e foi considerada como um “mantra”.

1.3 Os usos da tecnologia digital e a demarcação das fronteiras da matemática financeira de ambientes de trabalho e a de ambientes educacionais

Os diferentes artefatos tecnológicos digitais⁷ utilizados em práticas da matemática financeira do ambiente de trabalho e de ambientes educacionais demarcam suas fronteiras. Os bancos, por exemplo, são ambientes ricos em tecnologia (HOYLES et. al., 2010), onde se utilizam sistemas de informação altamente especializados, sendo, portanto, qualitativamente diferentes das calculadoras financeiras e softwares de planilhas eletrônicas de uso mais generalizado, tanto em outros tipos de ambiente de trabalho, como nos ambientes educacionais.

No Brasil, estudos (CARAMORI, 2009; FANTINELLI, 2010; FEIJÓ, 2007; MARCHI, 2013) relacionados com a matemática financeira praticada em ambientes educacionais mostram como o uso de artefatos como calculadoras financeiras e planilhas eletrônicas é incipiente no ensino dessa disciplina. Assim, além de disporem de artefatos qualitativamente diferentes daqueles usados em instituições financeiras, o uso, ainda tímido, dos recursos tecnológicos disponíveis em ambientes educacionais é mais uma característica que diferencia essa prática.

Para ilustrar, cito o estudo de Caramori (2009) sobre as opiniões de professores do Ensino Básico no Rio Grande do Sul a respeito do uso da calculadora HP-12C⁸ e da planilha *Excel*⁹ para o ensino de Matemática Financeira, no qual mostrou as dificuldades desses professores no uso de tais instrumentos. Por exemplo, essa autora apresentou relatos de alguns professores que afirmavam não conhecer noções básicas sobre calculadoras financeiras, e de outros que sequer tinham tido contato anterior com esses instrumentos, apresentando dificuldade para manuseá-los. Esses professores consideravam que sua linguagem, muito diferente daquela a que estavam acostumados, constituía-se como um entrave e que, por não terem familiaridade com esses artefatos, apresentavam resistência em utilizá-los em sala de aula. No caso da planilha *Excel*, a maioria dos professores entrevistados já tinha familiaridade no uso de tabelas, gráficos e para controle das notas dos alunos, mas não conhecia nenhuma função financeira desse software. Após participar de oficinas num grupo de formação continuada, os professores reconheceram as potencialidades desses instrumentos para o

⁷ Utilizarei, no decorrer deste texto, a palavra tecnologia, simplesmente, me referindo à tecnologia digital.

⁸ A HP-12C é a calculadora financeira mais conhecida e popular na sua categoria, sendo citada na maioria dos livros e sites de matemática financeira. Além de ser portátil e programável, possuindo mais de 120 funções específicas para usos na área de negócios, pode ser também disponibilizada em computadores e dispositivos móveis (FEIJÓ, 2007).

⁹ O Excel é uma planilha eletrônica que faz parte do Microsoft Office, um software disponível em grande parte dos computadores (FEIJÓ, 2007).

ensino de matemática financeira e se sentiram dispostos e mais bem preparados a utilizá-los em sala de aula.

Feijó (2007), após realizar um estudo com alunos do terceiro período de um curso de Ciências Contábeis em Porto Alegre (RS), concluiu que vários alunos não tinham familiaridade com calculadoras financeiras e alguns sequer a usavam. Dentre os que usavam, faziam-no para cálculos mais simples, apresentando dificuldades para a operacionalização de funções de cálculos mais complexos, como da taxa interna de retorno (TIR)¹⁰ e Valor Presente Líquido (VPL)¹¹. No caso da planilha eletrônica, as entrevistas com esses alunos mostraram que, embora muitos (60,7%) conhecessem esse software, a maioria não conhecia qualquer categoria de funções, alguns utilizavam somente funções simples como *soma*, *porcentagem* e *somar produto*, enquanto uma minoria (14,3%) conhecia funções financeiras. Ainda, dentre as funções financeiras mais conhecidas, estavam aquelas que calculavam capital e montante, enquanto as funções mais complexas, usadas para calcular séries de pagamentos, taxas e correção monetária eram praticamente desconhecidas. Desse modo, o autor concluiu que os alunos têm pouco conhecimento sobre esses instrumentos tecnológicos e quando o têm, desconhecem suas potencialidades.

Esse autor destaca ainda que, apesar das vantagens relacionadas ao uso de planilhas eletrônicas, como o fato de ser de fácil acesso, ter uma interface¹² amigável e eficiência, seu uso ainda não está disseminado como recurso pedagógico no ensino de Matemática Financeira e que os livros didáticos ainda não mencionam a possibilidade de sua utilização como técnica de aprendizagem.

De fato, sabemos que o uso da tecnologia em ambientes educacionais segue objetivos relacionados ao ensino e aprendizagem (BUSSI; MARIOTTI, 2008; LEME, 2007; RIVERA; BECKER, 2004), diferentes dos objetivos referentes a ambientes de trabalho, nos quais os trabalhadores lidam com suas entradas e saídas (HOYLES et al., 2010) para solucionar problemas. Por exemplo, as planilhas bancárias são produzidas pelos sistemas de informação para conferência da evolução dos pagamentos e saldo devedor; os indivíduos participantes dessa prática não as manipulam, mas lidam com suas entradas (dados necessários para alimentar o sistema que irá produzi-las) e saídas (planilhas impressas ou visualizadas na tela)

¹⁰ TIR é a taxa de retorno de um projeto de investimento, calculada para se obter uma taxa intrínseca de rendimento, ou, por exemplo, o custo efetivo de um empréstimo (SAMANEZ, 2010).

¹¹ VPL é um método através do qual podemos calcular o impacto de eventos futuros associados a uma alternativa de investimentos, em termos de valor presente (SAMANEZ, 2010).

¹² De acordo com, Caramori (2009), citando Lévy (1993), *interface homem/máquina* designa o conjunto de programas e aparelhos materiais que permitem a comunicação entre um sistema informático e seus usuários humanos.

para solucionar as demandas dos seus clientes. Em ambientes educacionais, o uso das planilhas *Excel* possibilita a experimentação e a manipulação, através da alteração de dados, como, por exemplo, taxas, prazos, ou outras variáveis, para observação do comportamento da operação financeira (FEIJÓ, 2007). Assim, comprehendo que esses artefatos podem assumir diferentes papéis, de acordo com diferentes práticas.

Neste estudo, entendo os artefatos como reificações (WENGER, 1998) de práticas e comprehendo que os mesmos se configuram como meios de mediação da ação humana (WERTSCH, 1991). Segundo Wertsch (1991), comprehendo que objetos reificativos, construídos pela ação humana, passam também a transformar essa ação humana, que, por sua vez, transforma novamente esses objetos. Esses objetos, usados pelos indivíduos como meios de mediação para suas ações, formam uma unidade de *indivíduos-agindo-com-meios-de-mediação* (WERTSCH, 1991) numa determinada prática, de forma que as ações e os meios de mediação são mutuamente determinantes.

De acordo com Wertsch (1991), podemos dizer que a ação mediada é um objeto de análise irredutível, enquanto os *indivíduos-agindo-com-meios-de-mediação*, são irredutíveis agentes participantes da prática. Assim, os *indivíduos-agindo-com-meios-de-mediação* acabam também demarcando as fronteiras de cada prática porque os significados negociados através dessas ações mediadas, com determinados artefatos, para cumprir também objetivos próprios, não podem ser os mesmos, ainda que os mesmos artefatos sejam usados em práticas distintas.

Consideremos, por exemplo, o caso do estudo sobre a aprendizagem das enfermeiras acerca da concentração de drogas farmacêuticas (HOYLES; NOSS; POZZI, 2001). Embora elas sigam uma *regra da enfermagem* (descrita na seção anterior) estudada num curso de preparação para o trabalho, em suas estratégias de diluição dessas drogas para aplicar aos pacientes, ao invés de considerar, simplesmente, a relação entre massa e volume, elas também agendam as especificidades de cada droga, a forma como são empacotadas e o efeito clínico delas em pacientes. Nesse caso, os artefatos, como os medicamentos e o conhecimento coletivo sobre os efeitos clínicos das drogas, reificações dessa prática, formatam as ações mediadas das enfermeiras nesse contexto (um hospital infantil) de forma essencial. Esse é um exemplo de como os meios de medição podem demarcar as fronteiras entre a aprendizagem no ambiente de trabalho e em ambientes educacionais.

Por outro lado, a regra da enfermagem, estudada no curso preparatório, pode ser considerada como um objeto de fronteira, já que ela relaciona a relação entre massa e volume para diluição, com uma linguagem utilizada por enfermeiras em seu ambiente de trabalho.

Desse modo, objetos de fronteira utilizados em ambientes educacionais, como, nesse exemplo, a regra da enfermagem no curso preparatório, podem promover continuidades (WENGER, 1998) entre essas e práticas profissionais. Isto é, por meio de objetos de fronteira podem se organizar interconexões entre práticas podendo se proporcionar experiências de participação que, embora distintas daquelas que são vivenciadas nos ambientes de trabalho, podem promover uma passagem mais fluida desses participantes de um ambiente educacional para o profissional.

Constantemente nos deparamos com reificações que nos conectam a práticas das quais nós não participamos (WENGER, 1998) e que se podem constituir como objetos que possam formar pontes entre práticas distintas. Porém, esses objetos, por si somente, podem não garantir essas conexões. Por exemplo, a utilização, numa sala de aula, de uma planilha de amortização emitida por um sistema bancário, pode estabelecer uma ligação entre esta e a prática bancária. Porém, para que essa planilha se constitua como um objeto de fronteira eficiente, é preciso considerar-se a participação dos sujeitos envolvidos na interpretação da mesma.

Admitindo que uma negociação de significados envolve uma complementariedade entre participação e reificação (WENGER, 1998), o uso de um artefato como objeto de fronteira requer um processo de participação para que se estabeleça uma coordenação entre os possíveis significados negociados em cada prática. Em alguns casos, a participação de um intermediador é essencial para que se estabeleça esse processo de coordenação. Intermediadores, denominados por Wenger (1998) de *brokers*, são pessoas que podem facilitar conexões entre práticas distintas, ao utilizar reificações de uma prática em outra, podendo estabelecer novas conexões entre as comunidades e novas possibilidades de negociação de significados.

Voltando ao exemplo da utilização de uma planilha bancária em sala de aula, o professor ou um estudante que também participe da prática bancária podem ser exemplos de *brokers*.

Nos estudos de Noss e Hoyles (1996) e de Hoyles et al. (2010), observamos iniciativas para se promover conexões entre duas matemáticas financeiras profissionais distintas, mas com o apoio desses pesquisadores, participantes de ambientes educacionais e de pesquisa. O primeiro, desenvolvido com bancários no Reino Unido, e o segundo, com trabalhadores em companhias de fundos de pensão e hipotecas. Essas duas matemáticas financeiras distintas às quais me refiro são: a que é praticada pelos trabalhadores usuários dos sistemas financeiros nessas companhias e a que é praticada pelos engenheiros desses sistemas. Os pesquisadores,

participando nesses estudos de ambientes de trabalho típicos da área financeira, atuam como intermediadores, construindo objetos de fronteira que facilitam a negociação de significados, segundo eles, escondidos na tecnologia.

Diferentemente desses pesquisadores, como mencionei anteriormente, não considero que há significados escondidos, já que eles se constituem na prática, através das interações entre seus membros. Assim, interpreto o que eles consideraram como significados escondidos pela tecnologia, aqueles que não foram negociados pelo grupo social estudado, mas por outros grupos, a exemplo dos programadores dos sistemas bancários e das companhias de fundos de pensão e hipotecas.

Entendo que os significados que são ditos “escondidos”, nesses casos, são o resultado de reificações no ambiente de trabalho que não envolveram a participação do grupo social em foco na sua produção, ficando assim comprometida a negociação desses significados. Segundo Wenger (1998), comprehendo que a negociação de significados se dá na complementariedade entre reificação e participação. Assim, o grupo de trabalhadores, ao usar reificações como as planilhas das companhias de fundos de pensão e hipotecas e o sistema bancário, negocia outros significados, distintos daqueles que foram negociados pelos “construtores” dos softwares.

Esses exemplos podem ser utilizados para, mais uma vez, mostrar como os *indivíduos-agindo-com-meios-de-mediação* e suas ações mediadas são mutuamente determinantes (WERTSCH, 1991), demarcando as fronteiras entre o grupo de usuários dos softwares e seus construtores. Entretanto, o uso de objetos de fronteira com a atuação de intermediadores (nesses casos, os pesquisadores) permitiu que novos significados pudessem ser negociados a partir do uso desses objetos.

No estudo de Noss e Hoyles (1996), o objeto de fronteira utilizado foi o software *LOGO*, permitindo que os bancários, ao lidar com esse programa e utilizando transversalmente conhecimentos da Matemática Financeira disciplinar, pudessem negociar significados relativos a juros compostos, presentes nos sistemas bancários. Já no estudo de Hoyles et al. (2010), os objetos de fronteira (*TEBO's*) construídos, a exemplo de planilhas eletrônicas e gráficos, facilitaram a negociação de significados relativos à interpretação das saídas produzidas pelo sistema. Os pesquisadores evidenciaram uma mudança nas formas de participação dos agentes envolvidos no atendimento aos seus clientes.

Na seção seguinte, vamos discutir o papel dos livros didáticos como artefatos para o ensino e a aprendizagem e como potenciais objetos de fronteira entre a matemática financeira educacional e a do cotidiano e de ambientes de trabalho.

1.4 Os livros didáticos no ensino e aprendizagem de Matemática Financeira

Alguns estudos (BARROSO; KISTEMANN JR., 2013; EWING, 2004; FANTINELLI, 2010; KAUFFMAN, 2002; LI; ZHANG, MA, 2009; NOVOTNÁ, 2005; OLIVEIRA, 2008; REZAT, 2006; WU; LEE; LAI, 2004; YAN; LIANGHUO, 2006) sobre o uso de livros didáticos de matemática, de forma geral, e de matemática financeira, mais especificamente, apontam para o papel que esses desempenham em ambientes educacionais como artefatos para o ensino e aprendizagem.

Alguns deles evidenciam o uso do livro didático por professores como ferramenta essencial para preparação e sequenciamento de suas aulas (BARROSO; KISTEMANN JR., 2013; EWING, 2004; FANTINELLI, 2010; KAUFFMAN, 2002; OLIVEIRA, 2008; REZAT, 2006; WU; LEE; LAI, 2004). Embora alguns desses autores (KAUFFMAN, 2002; NOVOTNÁ, 2005; OLIVEIRA, 2008) mostrem que os professores não seguem estritamente os livros, transformando-os e suplementando-os no seu uso, comumente reconhecem a centralidade desses artefatos para planejamento, seleção de conteúdos e de exercícios.

Decorre desses estudos que, embora não representem retratos da realidade (OLIVEIRA, 2008), os livros didáticos podem nos fornecer indícios sobre o que acontece na sala de aula. Assim, considero que sua análise possibilita a caracterização de significados reificados, demonstrando conhecimentos coletivos que são divulgados e, em parte, circulam entre os fazeres de professores e alunos em suas formas de participação no âmbito da matemática financeira educacional.

Hermínio (2008), após análise de nove livros didáticos, segundo ele, comumente utilizados nas redes públicas e particulares de Ensino Médio no Brasil, afirma que os mesmos não conseguem agendar as propostas dos documentos oficiais para a Matemática Financeira. Além disso, este autor, juntamente com Fantinelli (2010), Rosetti Júnior e Schimiguel (2011), destacam a separação entre os conteúdos estudados na escola e o conhecimento relacionado ao cotidiano e ao mundo do trabalho.

Rosetti Júnior e Schimiguel (2011) destacam que os livros didáticos disponíveis no mercado nacional abordam a matemática financeira de forma tradicional, com modelos e exercícios, segundo eles, pouco criativos, com aplicação direta de fórmulas. Após análise de nove livros didáticos do Ensino Médio, eles concluem que o foco destes está na resolução de exercícios semirreais com aplicação direta das fórmulas apresentadas, sem discussão dos significados financeiros a eles relacionados. Exercícios semirreais são aqueles que são

elaborados, por exemplo, por autores de livros didáticos, imitando situações do cotidiano ou de ambientes profissionais (SKOVSMOSE, 2000).

Também, Barroso e Kistemann Jr. (2013), constataram (segundo eles, através de leitura crítica) que os livros didáticos de Matemática Financeira para o Ensino Superior seguem a linha tradicional de apresentação de uma síntese teórica, seguida de exemplos resolvidos e exercícios propostos para os alunos, priorizando técnicas de resolver problemas cujo objetivo é encontrar “a resposta certa”.

Esses autores também destacam que o uso de calculadoras financeiras e planilhas eletrônicas é estimulado, nesses livros, apenas como ferramenta para agilizar procedimentos operacionais, sem estímulos para a reflexão dos fenômenos financeiros. Na seção anterior, já discutimos que, para potencializar o uso dessas ferramentas no ensino, pode-se explorar seus recursos, como, por exemplo, alterar dados para ver como se comportam os resultados. Além disso, Feijó (2007) e Marchi (2013) discutem a falta de referências a planilhas eletrônicas nos livros didáticos.

Dessa forma, no intuito de extrair implicações dessas reflexões para a Matemática Financeira nos cursos da área de negócios, busco estabelecer características da matemática financeira reificada em livros didáticos e compreender como essas características diferenciam o conhecimento coletivo expresso nesses livros da matemática financeira que é praticada por bancários.

1.5 O objetivo

Utilizarei a observação realizada sobre a prática de bancários e a análise de livros didáticos usados em cursos da área de negócios em universidades públicas no Estado da Bahia, Brasil, no intuito de responder ao seguinte objetivo:

Compreender como se caracteriza a lacuna entre a matemática financeira reificada em livros didáticos e a que é praticada por bancários.

Porém, para perseguir esse objetivo, que será desenvolvido mais especificamente no capítulo 4 desta tese, utilizarei outros dois objetivos, abordados nos capítulos 2 e 3, respectivamente, como forma de trilhar os caminhos para responder-lhe.

No capítulo 2, busco *estabelecer características da matemática financeira na prática de bancários* e no capítulo 3, meu objetivo é *estabelecer características da matemática financeira reificada em livros didáticos*. Partindo destes, elaborarei uma compreensão ao objetivo geral enunciado acima, no capítulo 4.

1.6 Justificativa

A motivação para a realização dessa pesquisa surgiu da minha experiência profissional como professora da disciplina Matemática Financeira e da minha participação como aluna especial de doutorado do Programa de Pós-graduação em Ensino, Filosofia e História das Ciências da Universidade Federal da Bahia e Universidade Estadual de Feira de Santana na disciplina Tendências em Educação Matemática ministrada pelo professor Doutor Jonei Cerqueira Barbosa.

Como professora, procurei desenvolver um trabalho que pudesse incluir os alunos que não faziam parte do universo de trabalhadores e a mim mesma, nas discussões sobre o mundo financeiro, em busca da promoção de uma educação financeira, essencial para futuros administradores, mas também para a formação do cidadão capaz de entender criticamente e de decidir sobre operações do mercado financeiro. Tentava identificar os alunos que trabalhavam com a matemática financeira e requisitar destes uma participação efetiva, no sentido de trazer para a sala de aula exemplos do ambiente de trabalho que pudessem ajudar na compreensão dos assuntos estudados, lembrando que minha formação como professora de matemática não me possibilitou vivenciar as práticas do mercado financeiro. Pensava que esse estímulo era uma forma eficaz de evidenciar as aplicações da matemática financeira, aprendendo com elas, valorizando as contribuições dos alunos trabalhadores e socializando o conhecimento destes com os outros. Porém, comecei a perceber que esses alunos trabalhadores quase sempre se mantinham em silêncio em relação a esse tipo de contribuição. Às vezes, apenas respondiam a algumas perguntas feitas diretamente a eles, quando não tinham um comportamento evasivo.

Por outro lado, como aluna na disciplina Tendências em Educação Matemática, comecei a perceber que poderia buscar uma compreensão teórica para a lacuna entre a matemática financeira educacional e a matemática financeira de ambientes de trabalho.

Após a leitura de estudos associados ao tema que pesquisei, constatei que há um consenso, de uma maneira mais geral, sobre a existência da lacuna entre matemáticas educacionais e de ambientes de trabalho, e, particularmente, também no caso da matemática financeira, como discutido anteriormente.

Além disso, Pelicioli (2011), Rosetti Júnior e Schimiguel (2011) constataram que há poucas publicações e pesquisas relacionadas à Matemática Financeira na Educação Matemática, o que também pude verificar nas minhas buscas por referências bibliográficas sobre o assunto.

Vários autores (BARROSO; KISTEMANN JR., 2013; DUARTE et al., 2012; FANTINELLI, 2010; PELICIOLI, 2011; ROSETTI JÚNIOR; SCHIMIGUEL, 2011;

THEODORO; COLENCI JÚNIOR, 2011) discutiram também a falta de prioridade para uma educação financeira que pudesse preparar os estudantes para se tornarem consumidores críticos, em condições de tomar decisões financeiras adequadas no cotidiano e no trabalho.

Também, como mostrado anteriormente, há críticas aos livros didáticos, justamente com relação ao distanciamento entre suas abordagens e os problemas do cotidiano e de ambientes de trabalho, além de pouca exploração de recursos tecnológicos que poderiam facilitar o ensino e a aprendizagem.

Assim, justifico esse estudo pela necessidade de buscar, a partir das diferentes características associadas a cada um desses contextos, compreender como elas produzem um distanciamento entre práticas de ambientes educacionais e de trabalho. Como implicação, poderei traçar considerações sobre como, a partir da compreensão dessa lacuna, podemos pensar em novas formas de ensinar e aprender matemática financeira, podendo talvez, potencializar a preparação dos estudantes para participar do ambiente de trabalho.

1.7 Considerações preliminares sobre os contextos e procedimentos metodológicos

Essa pesquisa segue uma abordagem qualitativa (DENZIN; LINCOLN, 2005) pelo fato de buscar uma compreensão acerca dos diferentes significados, relacionados à matemática financeira, negociados na praticada de bancários e reificados em livros didáticos.

Esses dois contextos foram estudados de formas distintas. Para caracterizar a matemática financeira na prática de bancários, coletei dados em dois bancos oficiais localizados na cidade de Santo Antônio de Jesus, na Bahia.

Nesses bancos, os dados foram coletados por meio de observação (ANGROSINO, 2005), o que permitiu um contato direto com essa prática. Durante cerca de seis horas por dia e três dias em cada banco, perfazendo um total de 36 horas em campo, entre dezembro de 2010 e janeiro de 2011, pude acompanhar o fazer de alguns bancários em diversos setores do banco. Observei gerentes, assistentes de gerentes e caixas (pelo lado externo, já que não é permitida a permanência de pessoas que não sejam funcionárias do banco neste local) em setores, por exemplo, de pessoa física, pessoa jurídica, habitação e salas de crédito. Também, realizei entrevistas com alguns desses bancários no próprio contexto da observação.

Por causa do sigilo bancário, somente foi possível registrar os dados num caderno de campo, no qual as informações anotadas foram selecionadas de forma que não incluísse dados pessoais de clientes, o que aconteceria no caso de gravação em áudio e vídeo. Os nomes dos bancos e dos bancários também foram mantidos em sigilo, através do uso de pseudônimos, aos quais me referirei, mais detalhadamente, no capítulo 2.

Para caracterizar a matemática financeira reificada em livros didáticos, analisei alguns desses livros utilizados em cursos da área de negócios, considerando-os como artefatos que podem fornecer indícios sobre essa prática (LI; ZHANG; MA, 2009; NOVOTNÁ et. al., 2005; OLIVEIRA, 2008; PEPIN; HAGGARTY, 2001; REZAT, 2006; WU; LEE; LAI , 2004; YAN; LIANGHNO, 2006).

Primeiramente, analisei o livro *Matemática Financeira*, dos autores Washington Franco Mathias e José Maria Gomes (2011). Este livro foi o único na interseção nas bibliografias constantes nos programas de curso recolhidos numa universidade federal e nas universidades estaduais baianas para cursos da área de negócios, bem como na consulta a professores que ministram Matemática Financeira nesses cursos. Essa consulta foi feita via *e-mail*, a fim de obter destes informações sobre quais livros eles de fato usam para preparar suas aulas e/ou indicam para seus alunos.

Identifiquei uma variedade muito grande nos demais títulos listados. Dessa forma, decidi selecionar outros livros para análise, definindo como regra escolher aqueles que constassem em, pelo menos, duas das listas fornecidas pelos professores respondentes. Como resultado desse processo, os outros livros selecionados para análise foram: *Matemática Financeira*, de Carlos Patrício Samanez (2010) e *Matemática Financeira*, de José Dutra Vieira Sobrinho (2013).

Em relação ao processo de análise de livros em si, Oliveira (2008), após levantamento de estudos que usavam análise de livros didáticos em grupos de pesquisa em Educação Matemática no Brasil, observou que não foram encontradas teorias que fundamentassem essas análises. Esse mesmo autor propõe a utilização da Hermenêutica da Profundidade, de Paul Ricouer, apropriada por John B. Thompson (1995, apud Oliveira, 2008).

Seguindo essa teoria, Oliveira propõe a análise de livros didáticos a partir de seus aspectos contextuais (análise sócio-histórica); dos aspectos internos (análise discursiva) e da interpretação e reinterpretação dos textos a partir dos dois primeiros aspectos. Dessa forma, evidencia que, além dos aspectos internos, deve-se analisar as condições sociais, políticas, econômicas e educacionais no momento em que a obra analisada foi produzida e apropriada. Entretanto, o foco desse estudo é mais voltado para análises relacionadas a estudos históricos.

Assim, num outro estudo, o próprio Oliveira (2010) estabelece duas funções da análise do livro didático: a pragmática e a histórica. Segundo ele, uma análise pragmática visa mais diretamente a utilização do material analisado, objetivando fundamentar, por exemplo, professores, estudantes, leitores, ou pesquisadores quanto ao uso desse material para suas experiências cotidianas, sugerindo possibilidades de utilização e/ou complementações.

Seguindo essa linha de estudo na qual busco compreender os significados reificados nos livros que podem dar indícios sobre o que acontece na sala de aula, focarei a análise dos livros nos seus aspectos internos. Embora concorde com este autor no sentido de entender que a compreensão dos elementos sócio-culturais atrelados à produção e apropriação destes livros seriam elementos importantes para sua análise, como meu objetivo é buscar indícios sobre o ambiente mais “micro”, da sala de aula, a partir dos conhecimentos coletivos divulgados neles, optei por analisar somente os aspectos internos. De acordo com Oliveira (2008), a análise de textos didáticos inclui descrição do conteúdo da obra, síntese e compreensão do todo, relato da sua estrutura, metodologia, recursos, elementos utilizados, análise da forma do texto nas questões didáticas e pedagógicas, identificação de possíveis mensagens (carga ideológica presente no livro). Todos esses quesitos foram analisados nos livros selecionados.

Como Oliveira (2008) não descreve procedimentos para uma análise “passo-a-passo”, de criação de códigos, categorias, etc., própria para textos didáticos e não tendo encontrado, assim como este autor, outros estudos que sinalizem como foram desenvolvidos esses procedimentos, desenvolverei meus próprios procedimentos metodológicos. Detalharei, mais especificamente no capítulo 3, como foram realizados esses procedimentos de forma que possa contribuir também para a divulgação de uma alternativa procedural para análise de textos didáticos que possa complementar a proposta de Oliveira (2008). Assim, foram criados códigos, através da análise desses dados, linha a linha, os quais foram posteriormente organizados em categorias (CHARMAZ, 2005).

Organizei um quadro para cada contexto, contendo os resultados relativos a cada categoria. Foram ainda construídas categorias transversais em cada contexto e, finalmente, categorias que eram transversais aos dois contextos simultaneamente, a fim de responder à caracterização da lacuna entre os dois.

Os procedimentos metodológicos serão detalhados em cada capítulo subsequente.

1.8 Organização da tese

Esta tese foi organizada em forma de capítulos, dentre os quais, os centrais são artigos escritos para publicação em periódicos nacionais e internacionais. Este formato, denominado de *multipaper*, permite que os capítulos organizados em forma de artigos, estejam prontos para divulgação, tornando-os mais acessíveis ao público ao qual se destinam (DUKE; BECK, 1999).

Além disso, de acordo com Duke e Beck (1999), a escrita de um relatório de pesquisa em forma de artigos é uma das principais práticas inerentes ao trabalho de um pesquisador e,

para isso, o mesmo deve estar preparado. Assim, alguns relatórios de pesquisa, tanto ao nível de mestrado quanto de doutorado, no âmbito do Programa de Ensino, Filosofia e História das Ciências UFBA/UEFS, já têm sido organizados nesse formato (a exemplo das teses de Ana Virgínia de Almeida Luna, Andreia Maria Pereira de Oliveira e Elizabeth Gomes Souza), com o objetivo de formar pesquisadores preparados para divulgar seus resultados na Comunidade Científica da qual fazem parte.

Neste primeiro capítulo, apresentei uma introdução na qual constam a minha trajetória como motivação para desenvolver essa pesquisa, algumas considerações sobre a teoria e parte da revisão de literatura adotadas nesse estudo, o objetivo, a justificativa e linhas gerais sobre os procedimentos metodológicos dessa pesquisa.

O segundo capítulo corresponde ao primeiro artigo, no qual apresento características da matemática financeira praticada por bancários. O terceiro capítulo traz o segundo artigo, cujo objeto é o estabelecimento de características da matemática financeira expressa em livros didáticos. No terceiro artigo, apresentado no quarto capítulo, estudo a lacuna entre a matemática financeira reificada em livros didáticos e a praticada por bancários, no ambiente de trabalho, a partir de características de cada uma delas, expondo como resultado quais dessas características as tornam distintas.

Esse terceiro artigo está escrito em língua inglesa porque ele foi produzido durante meu estágio-sanduíche no exterior, quando, além do apoio do meu orientador, doutor Jonei Cerqueira Barbosa, passei a contar também com a supervisão do doutor Richard Noss.

Ao final de cada artigo, apresento implicações para o ensino e a aprendizagem de Matemática Financeira, suas limitações e caminhos para pesquisas futuras.

Referências

ANGROSINO, M. Recontextualizing observation: ethnography, pedagogy, and the prospects for a progressive political agenda. In: DENZIN, N. K.; LINCOLN, Y. S. *The Sage Handbook of Qualitative Research*. Third Edition. London: Sage Publications, 2005. p. 729-745.

BARBOSA, J. C. A prática dos alunos no ambiente de modelagem matemática: o esboço de um framework. In: BARBOSA, J. C.; CALDEIRA, A. D.; ARAÚJO, J. L. (Org.) *Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira: pesquisas e práticas educacionais*. Recife: SBEM, 2007. p. 161-174.

BARROSO, D. F.; KISTEMANN JR, M. A. Uma proposta de curso de serviço para a disciplina Matemática Financeira. *Educação Matemática Pesquisa*, v. 15, n. 2, p. 465-485, 2013.

BILLETT, S. Critiquing workplace learning discourses: participation and continuity at work.

Studies in the Education of Adults; v. 34, n. 1, p. 56-65, 2002.

BUSSI, M. G. B.; MARIOTTI, M. A. *Semiotic mediation in the mathematics classroom: artifacts and signs after a Vygotskian perspective*. In: ENGLISH, L. *Handbook of international research in mathematics education*. New York: Routledge, 2008. p. 746-783

CARAMORI, M. F. O estudo de tópicos de matemática financeira com tecnologias informáticas: opiniões de professores participantes de um grupo de formação continuada. 2009. 110f. Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e de Matemática) – Centro Universitário Franciscano de Santa Maria, UNIFRA, Santa Maria.

CHARMAZ, K. Grounded Theory in the 21st century: applications for advancing social justice studies. In: DENZIN, N. K.; LINCOLN, Y. S. *The Sage Handbook of Qualitative Research*. Third Edition. London: Sage Publications, 2005. p. 507-535.

DENZIN, N. K.; LINCOLN, Y. S. Introduction: the discipline and the practice of qualitative research. In: DENZIN, N. K.; LINCOLN, Y. S. *The Sage Handbook of Qualitative Research*. Third Edition. London: Sage Publications, 2005. p. 1-32.

DUARTE, P. C. X et al. Matemática Financeira: um alicerce para o exercício da cidadania. *Nucleus*, v. 9, n. 1, p. 195- 208, 2012.

DUKE, N. K.; BECK S.W. Education should consider alternative formats for the dissertation. *Educational Researcher*, v. 28, n. 3, p. 31-36, 1999.

ERAUT, M. *Transfer of knowledge between education and the workplace*. Disponível em: <<http://www.ou.nl/Docs/Expertise/OTEC/Publicaties/els%20boschuijzen/deel3.pdf>>. Acesso em 01 dez. 2010.

EVANS, J. Building bridges: reflections on the problem of transfer of learning in mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, v. 39, n. 1-3, p. 23-44, 1999.

EWING, B. “*Open your textbooks to page blah, blah, blah*”: “So I just blocked off!”. Queensland: 2004. Disponível em: <http://eprints.qut.edu.au/658/1/ewing_open.PDF>. Acesso em 30 ago 2013.

FANTINELLI, A. L. *Engenharia didática*: articulando um referencial metodológico para o ensino de Matemática Financeira. 2010. 68f. Monografia (Especialização em Matemática) – Departamento de Matemática Pura e Aplicada, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

FEIJÓ, A. B. O ensino de Matemática Financeira na graduação com a utilização da planilha e da calculadora: uma investigação comparativa. 2007. 189f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Faculdade de Física, Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

FRADE, C.; FALCÃO, J. T. R. Exploring connections between tacit knowing and situated learning perspectives in the context of mathematics education. In: *New Directions for Situated Cognition in Mathematics Education*. New York: Springer, 2010. p. 205-231.

HERMÍNIO, P. H. *Matemática Financeira*: um enfoque da resolução de problemas como metodologia de ensino e aprendizagem. 2008. 244f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.

HODKINSON, P. Reconceptualizing the relations between college-based and working learning. *Journal of Workplace Learning*, v. 17, n. 8, p. 521-532, 2005.

HOYLES, C. et al. *Improving mathematics at work*: the need for techno-mathematical literacies. New York: Routledge, 2010. 208p.

HOYLES, C.; NOSS, R.; POZZI, S. Proportional reasoning in nursing practice. *Journal for Research in Mathematics Education*, v. 32, n. 1, p. 4-27, 2001.

KAUFFMAN, D. A Search for Support: Beginning elementary teachers' use of mathematics curriculum materials. Paper presented at the Annual Meeting of the American Educational Research Association, 2002.

LAVE, J.; WENGER, E. *Situated learning*: legitimate peripheral participation. New York: Cambridge University Press, 1991. 138p.

LI, Y.; ZHANG, J.; MA, T. Approaches and practices in developing school mathematics textbooks in China. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*, v. 41, p. 733-748, 2009.

LUCCI, C. et. al. *A influência da educação financeira nas decisões de consumo e investimento dos indivíduos*. Disponível em: <http://www.eadfea.usp.br/semead/9semead/resultado_semead/trabalhosPDF/266.pdf>. Acesso em 07 nov. 2013.

MARCHI, V. *O uso de planilhas eletrônicas e modelagem matemática para o ensino de Matemática Financeira*. Disponível em: <http://www.pucrs.br/famat/viali/tic_literatura/artigos/planilhas/d5726f626f231ce5d74d74bd5ab40a3e.pdf>. Acesso em 17 out. 2013.

MATHIAS, W. F.; GOMES, J. M. *Matemática Financeira*. São Paulo: Atlas, 2011. 416p.

MURPHY, A. The interface between academic knowledge and working knowledge: implications for curriculum design and pedagogic practices. Level 3, Issue 6, May 2008.

NOSS, R.; HOYLES, C. The visibility of meanings: modeling the mathematics of banking. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, v. 1, p. 3-31, 1996.

NOVOTNÁ, J. et. al. Cultural and linguistic problems in the use of authentic textbooks when teaching mathematics in a foreign language. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*, v. 37, n. 2, p. 109-115, 2005.

OLIVEIRA, F. D. Análise de textos didáticos de matemática: um mapeamento e uma proposta metodológica fundada numa perspectiva hermenêutica. *Bolema*, v. 23, n. 35B, p. 477-496, 2010.

_____. Análise de textos didáticos: três estudos. 2008. 215f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.

PELICIOLI, A. A relevância da educação financeira na formação de jovens. 2011. 131f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Faculdade de Física, Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

PEPIN, B.; HAGGARTY, L. Mathematics textbooks and their use in English, French and German classrooms: a way to understand teaching and learning cultures. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*, v. 33, n. 5, p. 158-175, 2001.

REZAT, S. The structures of German mathematics textbooks. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*, v. 38, n. 6, p. 482-487, 2006.

RIVERA, F.; BECKER, J. R. A sociocultural account of students' collective mathematical understanding of polynomial inequalities in instrumented activity. In: 28th CONFERENCE OF THE INTERNATIONAL GROUP FOR THE PSYCHOLOGY OF MATHEMATICS EDUCATION, 4., 2004, Bergen. Proceedings... Bergen: IGPME, 2004, p. 81-88.

ROSETTI JR., H.; SCHIMIGUEL, J. Estudo de modelos de Matemática Financeira em bibliografia básica. In: CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 13, 2011, Recife.

SAMANEZ, C. P. *Matemática Financeira*. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010. 289p.

SANTOS, M. P.; MATOS, J. F. The role of artefacts in mathematical thinking: a situated learning perspective. In: *New Directions for Situated Cognition in Mathematics Education*. New York: Springer, 2010. p. 179-204.

SCHMIDT, R.; GIBBS, P. The challenges of work-based learning in the changing context of the European Higher Education area. *European Journal of Education*, v. 44, n. 3, p.399-410, 2009.

SKOVSMOSE, O. Cenários para investigação. *Bolema*, v. 14, p. 66-91, 2000.

THEODORO, F.; COLENCI JR., A. A educação econômico-financeira na formação profissional: uma análise diagnóstico-propositiva. In: VI WORKSHOP DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DO CENTRO PAULA SOUZA. 2011, São Paulo. Anais... São Paulo: CEETEPS, 2011.

VIEIRA SOBRINHO, J. D. *Matemática Financeira*. São Paulo: Atlas, 2013. 411p.

WEDEGE, T. Researching workers' mathematics at work. In: EDUCATIONAL INTERFACES BETWEEN MATHEMATICS AND INDUSTRY CONFERENCE, 2010, Lisboa. *Proceedings...* Lisboa: Centro Internacional de Matemática, 2010. p. 565-574.

WENGER, E. *Communities of practice: learning, meaning, and identity*. New York: Cambridge University Press, 1998. 318p.

- WERTSCH, J. V. *Mind as action*. New York: Oxford University Press, 1998. 203p.
- _____. *Voices of the mind: a sociocultural approach to mediated action*. Cambridge: Harvard University Press, 1991. 169p.
- WILLIAMS, J.; WAKE, G. Black boxes in workplace mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, v. 64, p. 317-343, 2007.
- WU, C.; LEE, G. C.; LAI, H. Using concept maps to aid analysis of concept presentation in High School computer textbooks. *Education and Information Technologies*, v. 9, n. 2, p. 185-197, 2004.
- YAN, Z.; LIANGHUO, F. Focus on the representation of problem types in the intended curriculum: a comparison of selected mathematics textbooks from Mainland China and the United States. *International Journal of Science and Mathematics Education*, v. 4, p. 609-626, 2006.

2 CARACTERÍSTICAS DA MATEMÁTICA FINANCEIRA NA PRÁTICA DE BANCÁRIOS

Resumo

Este estudo tem como objetivo apresentar características da matemática financeira na prática de bancários. Para isso, observamos bancários em dois bancos oficiais numa cidade do interior do Brasil. Após análise dos dados, verificamos uma prática estruturada pelos sistemas de informação bancários de forma que os fazeres atrelados a ela são caracterizados pelas formas com as quais esses sujeitos lidam com as oportunidades e limitações dessas ferramentas culturais, constituindo uma unidade de análise e definindo fazeres específicos desse contexto. Nossa análise mostra uma matemática financeira estruturada por sistemas bancários, mas, ao mesmo tempo, ilustra casos nos quais os bancários demonstram fazeres para além desses sistemas. Isto é, nas suas ações mediadas por esses sistemas, alguns bancários completam o atendimento a clientes, considerando suas situações e perfis específicos para orientá-los em suas decisões, demonstrando algo que o sistema, sozinho, não pode fazer.

Palavras-chave: Matemática Financeira; prática; bancários; sistemas bancários.

2.1 Introdução

Neste estudo, apresentamos uma análise sobre a Matemática Financeira na prática de bancários. Entendemos como Matemática Financeira qualquer prática¹³ que envolva o estudo, cálculo ou procedimentos com “valores datados” (DRAKE; FABOZZI, 2009; GALLAGHER, ANDREW, 2007). A expressão “valores datados” significa que o dinheiro e o tempo são variáveis para o cálculo de valores monetários (BUDI, 2008; BUENO, 2006; DRAKE; FABOZZI, 2009; GALLAGHER, ANDREW, 2007; KUHNEM; BAUER, 1996). Em outras palavras, o valor de um capital depende do tempo no qual esse valor é considerado. Sendo assim, os juros, os descontos, as equivalências de capitais, as anuidades e as amortizações, dentre outros, são objetos da Matemática Financeira que relacionam a variação de valores monetários em função do tempo.

Nossa motivação em investigar a matemática financeira utilizada por funcionários de instituições bancárias está baseada no interesse de desenvolver *insights* posteriores para o ensino de matemática financeira para cursos da área de negócios. Inicialmente, iremos apresentar uma discussão de literatura e perspectiva teórica que nos permitirá *re-apresentar* adiante o objetivo de pesquisa em termos mais delimitados.

¹³ Assumimos aqui, provisoriamente, o conceito de prática como um fazer compartilhado por pessoas em grupos sociais, agindo e interagindo conforme os costumes desse grupo. A seguir apresentaremos essa definição de acordo com Wenger (1998).

Vamos analisar aqui a prática da matemática financeira específica de bancários, em seu ambiente de trabalho. Segundo Lave e Wenger (1991), podemos compreender as práticas em termos do contexto histórico e social no qual elas são desenvolvidas, admitindo que as interações que emergem entre os sujeitos nessas relações sociais são condicionadas por valores compartilhados em seu contexto. Como decorrência, podemos identificar diferentes práticas de matemática financeira, conforme os contextos em que são desenvolvidas e os significados atrelados a eles. É possível falarmos da matemática financeira, por exemplo, praticada nas disciplinas acadêmicas de Matemática Financeira, nas companhias de seguro, nas instituições bancárias e assim por diante. Em particular, vamos definir aqui a Matemática Financeira Bancária como aquela praticada nos bancos por seus funcionários, objeto de discussão na próxima seção.

2.2 A natureza situada da matemática financeira bancária e a tecnologia de informação e comunicação

De uma forma mais geral, estudos (BILLETT, 2002; ERAUT, 2010; HOYLES et al., 2010; MURPHY, 2008; NOSS; HOYLES, 1996; SCHMIDT; GIBBS, 2009; WILLIAMS; WAKE, 2007) sobre a matemática praticada em ambientes de trabalho apontam para suas especificidades, quando se estabelece uma comparação com a matemática praticada em ambientes educacionais. Segundo Wedege (2010), há duas características consensuais apontadas na literatura sobre matemática **no** trabalho e **para o** trabalho: a matemática está integrada em práticas do ambiente de trabalho e frequentemente escondida em tecnologias da informação; a chamada transferência¹⁴ da matemática escolar para o ambiente de trabalho não é um caso simples. A autora argumenta que uma das consequências dessas diferenças entre a matemática no trabalho e na escola é que os trabalhadores não reconhecem a matemática em sua prática diária, atribuindo esse fato não somente à sua invisibilidade na tecnologia, mas também, ao fato de os trabalhadores não conseguirem conectar a matemática em sua prática diária no trabalho com a matemática como disciplina escolar.

Utilizamos a palavra “prática” nesse estudo seguindo a elaboração teórica proposta por Wenger (1998), a qual se refere a “uma maneira de falar sobre recursos históricos e sociais compartilhados, *frameworks* e perspectivas que possam sustentar engajamento mútuo na

¹⁴ Há um debate na literatura sobre as diferentes concepções de transferência, objeto do estudo de Lobato (2006). Embora essa discussão não faça parte do objetivo desse estudo, explicitamos aqui nosso entendimento sobre transferência como as experiências de conexões entre práticas, promovidas por sujeitos que participam de práticas distintas, ao cruzar suas fronteiras.

ação” (WENGER, 1998, p. 5, tradução nossa) e cujo conceito denota um fazer “num contexto histórico e social que dá estrutura e significado ao que fazemos” (*Ibid.*, p. 47, tradução nossa).

Os dois aspectos citados por Wedege (2010) como características consensuais sobre matemática **no** e **para o** trabalho nos interessam diretamente. Em relação à questão de a matemática estar escondida na tecnologia, vamos propor um enfoque distinto, evidenciando também o que é visível e condicionado pelo uso da tecnologia, utilizando o contexto bancário como ambiente de pesquisa. Sobre a questão da transferência entre a matemática escolar e do ambiente de trabalho, utilizaremos esse estudo como uma semente para reflexão sobre o assunto, já que, em estudos paralelos, analisamos alternativas para o ensino de matemática financeira nos cursos da área de negócios.

A Matemática Financeira Bancária tem, como elemento central, os sistemas de informação com os quais os bancários lidam em seu ambiente profissional (HOYLES *et al.*, 2010). Esses sistemas são programas de computadores instalados em todos os terminais com os quais os bancários trabalham, específicos de cada banco, mas também, interligados com os demais. De acordo com Hoyles *et al.* (2010), a introdução da tecnologia de informação (TI) em ambientes de trabalho é uma das mais importantes tendências das últimas décadas. Desse modo, podemos pensar em diferentes formas de participação dos bancários a partir da introdução dessas novas tecnologias, na medida em que, sendo ambientes ricos em TI, os bancos buscam melhorias em eficiência e comunicação com o cliente (HOYLES *et al.*, 2010).

Ao participar de uma determinada prática, as pessoas atuam nela de modo sincronizado com o fazer desenvolvido pelos demais e, portanto, pelas compreensões compartilhadas sobre este fazer. Tomemos o caso de alguém que participa da prática desenvolvida na disciplina Matemática Financeira no curso universitário, e também em uma instituição bancária. Seu fazer não é isolado, mas reflete a forma como ele/ela participa de uma prática compartilhada em cada contexto.

Em síntese, nas palavras de Wenger (1998), “participação é um processo de mútuo reconhecimento” (p. 56). Com isto, o teórico captura a sincronização entre os fazeres, ao mesmo tempo em que atribui ao conceito uma natureza ativa. Participar de uma prática não implica um determinismo, mas tomar parte ativamente nela. Como implicação, estabeleceremos características da prática da matemática financeira bancária por meio das formas de participação dos sujeitos, nesse caso, bancários, no ambiente de trabalho, entendendo que essas formas de participação estão atreladas ao uso da tecnologia nesse ambiente.

Nosso entendimento dos estudos de Lave e Wenger (1991) e Wenger (1998) nos permite dizer que, considerando que o conhecimento é situado, sua natureza é distinta em práticas diferentes. Porém, pode se transformar como o resultado das formas de participação dos sujeitos, os quais trazem suas experiências nas diversas práticas sociais das quais participam. Ou seja, as pessoas trazem consigo trajetórias de aprendizagem (LAVE; WENGER, 1991; WENGER, 1998) formadas em diversas práticas que também influenciarão na formação de novas práticas das quais essas pessoas participam. Portanto, ao mesmo tempo em que uma nova tecnologia pode transformar uma prática, seu uso também pode ser transformado quando os sujeitos cruzam as fronteiras entre práticas distintas.

De acordo com Borba e Villareal (2006), os avanços da tecnologia de informação e comunicação estão mudando as formas de agir e conhecer das pessoas, produzindo instrumentos que podem ser utilizados como mediadores e transformando práticas. Essa constatação sobre a mudança na forma de participação de trabalhadores com o advento da tecnologia no trabalho também está presente no estudo de Zevenbergen (2011), segundo a qual, cálculos feitos à mão ou em caixas registradoras mecânicas há cerca de vinte anos estão muito distantes do cenário de sistemas de automação presentes no setor de varejo hoje em dia. Esta autora constata que a participação de pessoas mais jovens, com as disposições para o uso da tecnologia inerentes ao mundo do qual fazem parte, condicionando suas formas de pensar e agir, tem transformado também o ambiente de trabalho. Por exemplo, o enfoque que antes era dado à prática que exigia vários procedimentos de cálculos, atualmente é dado ao uso de estimativas, à solução de problemas, maior disposição para trabalhar em grupo e atender bem aos clientes. Analogamente, podemos pensar, por exemplo, que a consolidação dos Sistemas de Informação Bancários (SIB's), como instrumentos mediadores, transformou a prática dos bancários.

Já o estudo de Noss e Hoyles (1996), desenvolvido a partir de um curso realizado com bancários no final do século XX, com foco em modelos da matemática financeira relativos à prática bancária com o uso da tecnologia no trabalho, evidenciou a dificuldade dos bancários com esses modelos. De acordo com os autores, eles aprendiam a lidar com o sistema, mas não compreendiam bem os modelos matemáticos ali presentes, limitando algumas de suas possíveis ações. Assim, esses trabalhadores estavam acostumados a utilizar a tecnologia para realizar seu trabalho, sem compreender bem o que poderia, ou não, ser feito em determinadas situações. Por exemplo, verificaram nessa época que alguns negócios ficavam parados, esperando que dois computadores pudessem finalizá-los à noite, o que causava perda de

tempo e consequentemente de dinheiro, em se tratando de valores datados em um ambiente bancário.

Como esse estudo foi realizado em 1996, compreendemos que as novas transformações tecnológicas implementadas no ambiente bancário desde então vêm mudando constantemente esse cenário. Os SIB's estão cada vez mais complexos, exigindo mais que os bancários aprendam a lidar com eles e comprehendê-los e, cada vez menos, que precisem realizar cálculos. Isso se deve ao fato de que, atualmente, o setor financeiro tem práticas altamente regulamentadas, limitando fortemente a possibilidade de intervenções dos bancários sobre os modelos financeiros utilizados (HOYLES *et al.*, 2010).

Uma característica comum aos estudos de Noss e Hoyles (1996) e de Hoyles *et al.* (2010) é, em seus termos, a evidência da invisibilidade de significados atrelados aos modelos matemáticos presentes nos SIB's. Porém, no nosso estudo, entendemos que os significados não são pré-existentes, como se residissem nesses modelos matemáticos presentes nos SIB's, sem que fossem negociados por um grupo social. Os significados são negociados emergindo das interações sociais.

De acordo com Wenger (1998), significados não são pré-existentes, nem também simplesmente construídos; são negociados de forma histórica e dinâmica num contexto. Porém, esse conceito de negociação não está restrito ao do senso comum, como o alcance de uma concordância e, sim, como ideia de interação contínua, baseada em relações sociais. Focando nos significados matemáticos, Voigt (1994) os considera como produtos de interações sociais, emergindo entre indivíduos, mas não como constituídos internamente ou existentes independentes de indivíduos. Voigt (1994) acrescenta que significados matemáticos são negociados mesmo quando os participantes não têm pontos de vista diferentes, mas, no caso de serem diferentes, admitem que, em casos de conflitos, a negociação se torna mais problemática. Embora esse estudo seja anterior ao de Wenger (1998), a ideia é análoga. Assim, podemos concluir que *significados* são compreensões intersubjetivas sobre objetos, alcançadas a partir de interações contínuas entre sujeitos, constituídas social e historicamente, através de negociação e renegociação nos contextos de onde emergem.

Assim, compreendemos que o que não está visível aos bancários, de acordo com esses estudos, é o que de fato não envolveu uma negociação por parte deste grupo social, mas por outros, por exemplo, no caso do banco, pelos construtores dos sistemas.

De acordo com Wenger (1998), essa negociação envolve participação e reificação. O conceito de reificação é utilizado por Wenger (1998, p. 58, tradução nossa) para se referir ao “processo de dar forma à nossa experiência, produzindo objetos que congelam essa

experiência em materialidades”. Assim, as reificações são o resultado de práticas histórica e socialmente estabelecidas, como por exemplo, os modelos matemáticos, as formas de cálculo, planilhas e os próprios sistemas de informação.

Um desequilíbrio entre participação e reificação é uma ameaça à negociação de significados (WENGER, 1998). Assim, no caso dos bancários, por exemplo, eles utilizam os sistemas bancários construídos por outro grupo social, os programadores desses sistemas. Os bancários não participam da construção dos sistemas, apenas os utilizam. Portanto, como os sistemas são reificações, produtos da negociação de significados de um grupo social distinto dos bancários, os significados invisíveis são o resultado do uso dessa reificação, sem que o grupo social dos bancários tenha sido envolvido na participação. Nas palavras de Wenger (1998, p. 64, tradução nossa), “a habilidade comunicacional de um artefato depende de como o trabalho de negociação de significados é distribuído entre reificação e participação”. Dessa forma, o desequilíbrio entre os dois blocos (reificação e participação) que envolvem a negociação impede que essa última aconteça no grupo social dos bancários.

Assim, utilizando mais uma vez os construtos teóricos de Wenger (1998), deduzimos que para tornar visível o que não está visível, seria necessária uma conexão entre esses grupos sociais, por exemplo, com a presença de *brokers* e ou utilização de *objetos de fronteira* que pudessem aproximar as fronteiras entre essas duas comunidades. *Brokers* são pessoas que podem estabelecer novas conexões entre práticas sociais e objetos de fronteira são reificações como artefatos, documentos, conceitos, etc., em torno dos quais se podem organizar interconexões entre práticas (WENGER, 1998).

Noss e Hoyles (1996) mostraram, a partir de um curso sobre Matemática Financeira ministrado em um banco do Reino Unido, que a mesma tecnologia que esconde significados, também pode ser utilizada para tornar esses significados visíveis. Nesse caso, podemos tomar como exemplo que os pesquisadores que promoveram o curso agiram como *brokers* e os artefatos tecnológicos utilizados, como objetos de fronteira.

Hoyles *et al.* (2010) argumentam que compreender os sistemas de TI e aprender a lidar com suas entradas e saídas está se tornando parte do papel que um número crescente de trabalhadores tem que desempenhar e propõem o conceito de Literacia Tecno-matemática (TmL). Esse conceito se refere ao uso e compreensão da matemática como uma linguagem que está impregnando cada vez mais o ambiente de trabalho através de sistemas baseados em tecnologia da informação. Assim, “essa literacia envolve uma linguagem que não é matemática, mas *tecno-matemática*, na qual a matemática é expressa através de artefatos tecnológicos” (Hoyles *et al.*, 2010, p. 14, tradução nossa, grifo dos autores). Como

consequência, evidenciam a importância de preparar os trabalhadores para essa nova realidade, pois, segundo esses autores, tal preparação não tem acompanhado as rápidas transformações ocorridas em ambientes de trabalho que são fortemente influenciados pela TI, como no caso de instituições financeiras. Assim, sugerem que isso seja feito por meio de Objetos de Fronteira de Tecnologia Avançada (TEBO's), que são softwares adaptados para facilitar a aprendizagem de trabalhadores e melhorar a comunicação no ambiente de trabalho. Essa ideia é análoga ao conceito de objetos de fronteira proposto por Wenger (1998).

A depender do ambiente em questão, o uso da tecnologia pode se tornar um ingrediente indispensável da prática. Um exemplo disso é justamente o ambiente bancário. Já não daria para conceber, nos dias atuais, que um funcionário, em atendimento a um cliente que deseja contrair um empréstimo em 48 meses, por exemplo, tivesse que calcular, manualmente, as 48 linhas da planilha de amortização. Além da necessidade de se otimizar o tempo de atendimento nesse ambiente, um cálculo equivocado poderia trazer prejuízos ao banco, ou ao cliente. Uma ideia semelhante também aparece no estudo de Zevenbergen (2011), como mencionado anteriormente, quando as mudanças no setor de varejo influenciaram também uma transformação nas formas de participação dos trabalhadores, passando a priorizar o uso de estimativas, solução de problemas e um foco primordial nas relações sociais entre colegas de trabalho e com os clientes.

De acordo com Wertsch (1991), a ação humana utiliza meios de mediação, como linguagens e ferramentas que moldam essa ação de forma tão essencial que, ao nos referirmos aos agentes dessa ação, seria mais apropriado falar em indivíduo(s)-agindo-com-meios-de-mediação do que simplesmente indivíduo(s). Assim, fazendo uma analogia, a participação de bancários-com-matemática-com-tecnologias permite-nos falar numa forma específica de fazer a matemática financeira bancária. Se mantivermos a comparação com as práticas anteriores à chegada dos sistemas, certamente, iremos dizer que se erodiram certos conhecimentos. Entretanto, a introdução de novas tecnologias de informação e comunicação no banco fez emergirem novos conhecimentos que não eram possíveis antes destas. Assim, talvez seja mais adequado falarmos dessas novas interações como outro tipo de prática social para capturarmos as mudanças no fazer, atreladas às tecnologias informáticas. Este pode ser um processo contínuo, já que a introdução de novos instrumentos tecnológicos é própria da rotina nos ambientes de trabalho, como as instituições bancárias. Para o caso deste estudo, questionamos *que matemática financeira é esta negociada por bancários neste contexto bancários-com-sistemas*. Para dar conta desta questão, acompanhamos o trabalho de

funcionários em duas agências bancárias no interior do Brasil, conforme passamos a descrever no que segue.

2.3 Contexto e procedimentos metodológicos

Utilizamos, neste trabalho, uma abordagem qualitativa (DENZIN; LINCOLN, 2005) por se tratar de um estudo que busca compreender a matemática financeira praticada por bancários em termos do fazer e dos significados negociados por eles, condicionados pelo uso da tecnologia.

A observação (ANGROSINO, 2005) foi definida como procedimento de coleta de dados, o que possibilitou um contato direto com a prática bancária. A observação em bancos foi realizada pela primeira autora deste artigo. Os dados que serão utilizados nesse trabalho foram coletados em dois bancos, numa cidade do interior do Brasil. Em cada um deles, as observações sobre a prática bancária aconteceram durante 3 dias, por aproximadamente 6 horas em cada dia, entre dezembro de 2010 e janeiro de 2011. As anotações feitas pela pesquisadora foram registradas num caderno de campo, ao qual nos referiremos, sempre que necessário, nos trechos que serão indicados na apresentação dos dados. Nesse caderno, foram anotadas todas as observações da pesquisadora, a princípio, pertinentes ou não ao objeto de estudo, para análise posterior e seleção dos trechos que sustentaram a argumentação para perseguição do objetivo.

As solicitações para coleta de dados foram entregues em três bancos da cidade. Os dois observados foram aqueles cujos gerentes foram encontrados primeiro e autorizaram prontamente a coleta de dados, deixando já agendadas as datas da observação. No primeiro banco (que doravante denominaremos de banco A), o gerente geral escolheu os dias para a coleta, antes de sua saída de férias, no mês seguinte. No segundo banco (banco B), o gerente havia escolhido os mesmos dias e coincidentemente, pelos mesmos motivos. Como não era possível agendar a coleta para os mesmos dias do Banco A, a pesquisadora negociou outras datas, no mês subsequente, quando o gerente geral estaria sendo substituído.

Os gerentes que autorizaram a coleta de dados demonstraram preocupação com o sigilo bancário, mas a pesquisadora os tranquilizou, explicando que, de acordo com o objetivo do trabalho, não teria interesse em anotar informações específicas de clientes. Também, colocou as notas de campo à disposição dos mesmos, mantendo o anonimato do banco, dos funcionários do banco e dos clientes. Como os funcionários do banco são sujeitos da pesquisa, na apresentação dos dados, utilizaremos pseudônimos para manter esse anonimato.

Justamente por causa das questões relativas ao sigilo bancário, não foi possível utilizar gravações em áudio, nem vídeo, para registrar os dados coletados. Assim, só foi possível registrar os dados no caderno de campo, o que permitiu selecionar as informações pertinentes à pesquisa, evitando assim, a exposição dos dados que envolviam informações específicas dos clientes.

As observações foram feitas tanto em horários de atendimento ao público, quanto em horários de expediente interno. Dessa forma, foi possível observar alguns bancários (participantes da pesquisa) no momento em que faziam atendimento aos seus clientes, e também, durante o horário de expediente interno, quando estavam menos apressados.

Foram realizadas, também, entrevistas (FONTANA; FREY, 2005) não-estruturadas com alguns deles sobre sua prática, no contexto da observação, como forma de entendê-los melhor e permitindo que abordassem livremente o assunto em questão. Esses entrevistados não foram escolhidos previamente, foram escolhidos no contexto da observação, de acordo com as necessidades verificadas pela pesquisadora e as disponibilidades dos sujeitos. Os bancários escolhidos para as entrevistas foram selecionados de acordo os seguintes critérios: bancários que eram gerentes (dos setores de Pessoa Física, Pessoa Jurídica e bateria de caixas) e que, por isso, tinham mais acesso a determinadas informações que seus assistentes; bancários que tinham maior disponibilidade de tempo e que haviam se mostrado mais solícitos na coleta (como foi o caso de um estagiário).

Nos dois bancos, foi observada a prática de funcionários em setores variados como: atendimento a pessoa física; atendimento a pessoa jurídica; sala de crédito; setor de habitação e caixas. Os caixas foram observados pelo lado externo, visto que a presença no local é vedada a pessoas que não sejam funcionárias do banco.

No Banco A, dentre os funcionários que observamos, destacamos (sujeitos que mais aparecem nos incidentes selecionados) Fernando, gerente do setor de Pessoa Física; Gustavo, funcionário da sala de crédito; Marcos, gerente do setor de Pessoa Jurídica e Evandro, gerente da bateria de caixas. No banco B, Júnior e Jane, assistentes da gerência do setor de Pessoa Física; Laura, gerente do setor de Pessoa Física; Roberto, gerente do setor de Pessoa Jurídica e Pedro, estagiário atendendo no setor de habitação.

Os funcionários, nos dois bancos, se mostraram receptivos à presença da pesquisadora e se interessaram em mostrar e explicar procedimentos da sua prática. Isso se deveu, talvez, ao fato de que alguns bancários já conheciam a pesquisadora, do próprio convívio numa cidade pequena, local de residência da primeira autora deste artigo, ou porque a mesma havia sido professora de alguns deles na Universidade.

A análise foi iniciada com a codificação dos dados, após examinar trechos do caderno de campo, linha a linha (CHARMAZ, 2005). Os trechos foram selecionados a partir de incidentes observados nas ações dos bancários que seriam úteis na perseguição do nosso objetivo. De acordo com Charmaz (2005), esses códigos mostram como selecionamos, separamos e organizamos os dados para começar a análise.

A partir dos códigos iniciais, rotulamos alguns deles de acordo com suas semelhanças. Assim, categorizamos esses segmentos de dados de acordo com as ações dos participantes e, depois, os códigos foram reunidos formando categorias, que foram refinadas de acordo com o objetivo e teoria adotados para enfim serem nomeadas de acordo com o fenômeno observado. Em cada categoria, nomeamos as ações dos bancários cujas propriedades as formavam. Essas categorias orientaram a apresentação e análise sobre esses dados na próxima seção.

Numa etapa seguinte, selecionamos as ações dos bancários que eram transversais a algumas categorias a partir de suas similaridades, em concordância com o quadro teórico. Dessa forma, elaboramos algumas estruturas analíticas correspondentes às ações dos bancários que serão abordadas na discussão.

2.4 Apresentação e análise dos dados

A partir dos dados coletados nas observações feitas nos dois bancos, pudemos constatar a centralidade dos sistemas de informações bancários utilizados. Ou seja, todas as operações bancárias observadas foram feitas com um sistema de informação. Os próprios bancários anunciam, em seus primeiros contatos com a pesquisadora, que tudo era feito no sistema, como podemos confirmar em trechos do caderno de campo.

Gustavo [...] me informou logo que praticamente tudo é feito através do sistema bancário. (CADERNO DE CAMPO, p. 3, linha 6-8)

O GG [Gerente Geral] do banco A, [...] fez questão de dizer logo que tudo era feito no sistema (CADERNO DE CAMPO, p. 101, linha 5-7).

Consequentemente, as categorias constituídas também demonstram as relações dos sujeitos da prática com o sistema. Essas categorias foram formadas a partir dos códigos que demonstravam como a Matemática Financeira se caracteriza nas participações dos bancários nessa prática, as quais assim denominamos:

- os bancários alimentam o sistema;
- os bancários interpretam a matemática financeira nas suas relações com o sistema;

- análises financeiras feitas pelos bancários para, juntamente com o sistema, realizar o atendimento ao cliente;
- os bancários utilizam outras ferramentas tecnológicas de forma acessória;
- informações financeiras não disponibilizadas aos bancários pelo sistema.

Passamos a apresentá-las nas subseções a seguir.

2.4.1 Os bancários alimentam o sistema

Nas suas relações com o sistema para atendimento aos clientes, os bancários utilizam a matemática financeira através da entrada de dados para alimentar o sistema.

Além de informações a exemplo de valor do capital em empréstimos e financiamentos, valores de cheque, em caso de descontos e prazos para essas operações lançadas no sistema, os bancários também têm que lançar informações específicas do cliente como endereços e CPF¹⁵. O CPF lançado permite que o sistema realize buscas de informações sobre clientes com relação a seu histórico, tanto no relacionamento com o próprio banco, quanto no seu comportamento financeiro com outras instituições financeiras, já que o sistema é interligado.

Dessa forma, o sistema gera uma classificação para o cliente segundo os códigos AA, A, B, C, D ou E que representam, nessa ordem, uma escala do menor para o maior risco que o perfil desse cliente representa para a operação. O cliente que obtém classificação E fica impedido de realizar a operação desejada. Numa classificação D a operação pode, ou não, ser efetivada, ficando a critério dos bancários. A partir desses códigos, o sistema também gera a taxa de juros para a operação, pois o risco da operação é um dos fatores que contribui para a formação dessas taxas.

No banco A, as taxas eram sempre geradas pelo sistema de acordo com essa classificação. Porém, no caso de desconto de cheque, Marcos, gerente do setor de Pessoa Jurídica, informou que há no sistema uma janela, cujo valor poderá variar de 0 a 200 e que é lançado pelo bancário de acordo com sua avaliação sobre o relacionamento do cliente com o banco. Essa janela traz o valor 200 como *default*, podendo o funcionário alterá-lo. Uma alteração feita pelo bancário, nesse caso, muda automaticamente a taxa de juros para o desconto, ficando essa taxa tanto menor, quanto menor for o valor lançado pelo bancário, como podemos constatar no seguinte trecho do caderno de campo.

¹⁵ O Cadastro de Pessoa Física (CPF) é um documento oficial, expedido pelo Governo Brasileiro, cujo número é utilizado para identificar o indivíduo, por exemplo, em operações financeiras e tributárias.

Além disso [para o código de risco e taxa], [o sistema] dá uma faixa (que vai de 2 a 200) que é interna do banco e representa uma margem de negociação entre o funcionário e o cliente, de acordo com seu relacionamento com o banco e com produtos do banco que ele possa adquirir. Uma mudança no valor da faixa muda automaticamente a taxa de desconto do cheque. Quanto menor o valor colocado pelo funcionário na faixa, menor ficará a taxa (CADERNO DE CAMPO, p. 25-26, linha 26, 1-9).

Nesse caso, o sistema permite uma margem de negociação dessa taxa pelo bancário, de acordo com a avaliação que ele faz do cliente, através da entrada desse valor. Como o próprio funcionário ressaltou, essa avaliação depende também dos produtos que o cliente possa adquirir. Assim, por exemplo, o cliente pode fazer uma aplicação de determinado valor para melhorar sua avaliação.

Nos empréstimos consignados, o banco, em convênio com a instituição na qual o cliente trabalha, ou INSS¹⁶, no caso de aposentados, concede o empréstimo, seguindo uma margem, denominada de margem consignável. Essa margem representa o valor máximo de prestação que o convênio permite para aquela operação e que é descontada em folha de pagamento do cliente. Assim, o cliente contrai o empréstimo ou financiamento com o banco, e as prestações são descontadas do seu salário no próprio contracheque. Como o risco da operação fica menor nesse caso, já que o valor das prestações já vem descontado em folha, as taxas de juros dos contratos podem ser menores. Nesse tipo de empréstimo, a margem consignável limita o valor da prestação e, consequentemente, o valor do empréstimo que poderá ser contraído pelo cliente, num determinado prazo. Esse aspecto também tem influência sobre a entrada de dados realizada pelos bancários no sistema, como podemos perceber no trecho a seguir.

Jane ficou realizando mudanças na simulação de uma cliente, alterando o valor do empréstimo a ser tomado, até aparecer na tela o valor da prestação permitido pela margem consignável do contracheque da cliente (CADERNO DE CAMPO, p. 58, linha 3-8).

Para lançar valores de capital em empréstimos consignados, os bancários utilizaram a estratégia de *tentativa e erro*, até que o valor da prestação fosse o máximo permitido pelo sistema, de acordo com o convênio. Nesse caso, Jane, assistente de atendimento a Pessoa Física, utilizou esse procedimento para obter o valor do capital que poderia ser emprestado, isto é, o procedimento de entrada de dados é condicionado pelo sistema.

Encontramos outra diferença entre os bancos A e B, com relação à entrada de dados. No banco A, os bancários observados relataram que a classificação do cliente segundo os códigos

¹⁶ Sistema de seguridade social no Brasil.

AA, A, B, C, D ou E era realizada pelo sistema, interligado com outras instituições financeiras, para gerar seu perfil financeiro. Uma pequena interferência do bancário ocorreu, por exemplo, quando Marcos pôde lançar sua avaliação sobre o cliente através de uma tabela que vai de 0 a 200, faixa permitida pelo sistema, como relatado anteriormente. Já no banco B, o gerente de Pessoa Jurídica relatou que esses códigos eram gerados a partir dos dados dos clientes que ele lançava no sistema. Nesse caso, a classificação do cliente (AA, A, B, C, D ou E) que gerará o risco da operação é disponibilizada pelo sistema, a partir das informações alimentadas nesse, pelo bancário.

Podemos observar que a forma como os bancários alimentam o sistema no banco A, parece mais controlada pelos limites que esse sistema impõe. No banco B, há funcionários com uma responsabilidade maior na alimentação do sistema.

Ao alimentar o sistema, os funcionários precisaram lançar dados pessoais de clientes, lidar com as classificações de taxa impostas pelo sistema de acordo com o perfil do cliente e simular valores de entrada de dados usando “tentativa-e-erro”.

Ao lidar com as classificações de taxa, em alguns casos, os bancários encontravam apenas uma alternativa de taxa para determinado cliente ou tinham a prerrogativa de avaliar o cliente de modo a fazer essa taxa variar dentro de um intervalo.

Em todos os casos, as ações dos bancários nas entradas foram condicionadas pelo sistema, sendo suas formas de participação, mais, ou menos, limitadas por este.

2.4.2 Os bancários interpretam a matemática financeira nas suas relações com o sistema

Em atendimento aos clientes, os bancários, às vezes, precisam tirar suas dúvidas em relação a empréstimos e financiamentos e o fazem interpretando as saídas fornecidas pelo sistema nesses casos. Por exemplo, em relação a variações nas parcelas ou nas taxas de juros, como podemos observar no trecho a seguir.

Um cliente perguntou a Jane se a taxa não era fixa e ela respondeu que não, que tinha uma “variaçãozinha” por causa da TR [taxa referencial] (CADerno DE CAMPO, p. 58, linha 13-16).

No banco B, algumas operações de empréstimos e financiamentos para Pessoa Física seguem a Tabela Price de amortizações e outras, o sistema SAC (Sistema de Amortizações Constantes). O sistema SAC tem como característica básica o fato de as amortizações (parcelas de devolução do capital emprestado) serem constantes, com prestações decrescentes,

já que os juros incidem sobre o saldo devedor do período imediatamente anterior e é utilizado para operações de crédito imobiliário e empréstimos para construção e reforma de imóveis. Já a Tabela Price, caso particular do Sistema Francês (SF), tem como característica básica o fato de as prestações serem fixas e é utilizado em operações de empréstimo consignado e consórcio, como nos casos registrados acima, respectivamente.

Nesse caso, como o cliente esperava prestações fixas, estranhou pequenas variações nessas prestações e, por isso, questionou Jane, assistente de atendimento a Pessoa Física do banco B, sobre tais variações. Assim, interpretando as saídas disponíveis no sistema, como nesses casos, os valores das prestações, taxas e encargos, Jane explicou ao cliente o que estava provocando tais variações.

O gerente de Pessoa Jurídica explicou como são feitas operações de desconto de cheques. Em sua estratégia, Roberto utilizou valores fictícios para explicar como as operações são realizadas pelo sistema, como podemos observar no seguinte trecho.

[Roberto] começou a me mostrar como faz a operação de desconto. Disse que tem dois tipos: 1. Custódia de CH: $D = 0$ (quer dizer que o dinheiro entra no mesmo dia). Ex.: R\$ 10.000,00 (valor dos cheques) – JR (juros) = valor líquido. 2. GIM – giro instantâneo múltiplo. R\$ 10.000,00 (fica como um limite). Se o cliente precisar usar R\$ 1.000,00 desses 10 [10.000,00], seu limite cai para 9.000,00. Disse que a vantagem disso para o cliente é que se ele não necessitar do dinheiro logo, também não pagará juros sobre o que não utilizou e vai pagando, somente à medida que for utilizando (CADERNO DE CAMPO, p. 91, linha 8-25).

Roberto explicou que há duas modalidades para desconto de cheque. No primeiro caso, que ele chamou de “Custódia de CH”, os juros são abatidos do valor do cheque a ser descontado, e o valor líquido, calculado pelo sistema, é disponibilizado ao cliente no mesmo dia. Na modalidade que ele chamou de “GIM (Giro Instantâneo Múltiplo)”, disse que o valor total do(s) cheque(s) entra(m) como um limite que o cliente poderá usar quando precisar. Roberto explicou, através de exemplos, como o sistema realiza tais operações, interpretando que no caso do GIM, o fato de o cliente não ter que pagar juros sobre o valor não utilizado representa uma vantagem financeira, mostrando, assim, a matemática financeira envolvida.

Os bancários também interpretaram o sistema inferindo suas hipóteses de trabalho.

Por exemplo, no banco B, há uma linha especial de crédito para o setor de habitação. Pedro, aluno do Ensino Médio e estagiário no banco, atende clientes para fazer simulações sobre possíveis empréstimos e eventualmente concretizá-los. Ele mostrou à pesquisadora várias simulações de empréstimos e suas respectivas taxas de juros.

Como estava mostrando diferentes planilhas nas quais as taxas de juros variavam, Pedro inferiu quais hipóteses alimentam o sistema na geração dessas taxas. Quando informou que o governo oferece subsídios para uma parte do valor, em alguns casos, Pedro quis mostrar como isso acontece, o que podemos ver no seguinte trecho.

Pedro me chamou para mostrar que, para um financiamento de R\$ 70.000,00, quando ele aumentou a renda, as condições pioraram. Ele me explicou que para financiamentos de valores superiores a R\$ 80.000,00, quanto maior a renda, melhor, mas o mesmo não acontece para os casos de financiamentos de R\$ 70.000,00 ou menos. No exemplo anterior, quando a renda da simulação passou de R\$ 1.800,00 para R\$ 3.000,00, o valor exigido para a entrada ficou maior e a taxa subiu de 5% a.a. + TR para 8,16% a.a. + TR. Havia perguntado a Pedro se isso ocorria por causa dos subsídios do governo, e ele informou que sim (CADerno de Campo, p. 70-71, linha 18-26, 1-2).

Dessa forma, Pedro explicou que quando entra o subsídio do governo, as hipóteses de trabalho sobre os modelos do sistema mudam. Ou seja, em geral, quanto maior for a renda de um cliente, melhores são as condições que o banco oferece para pagamento do empréstimo, como, por exemplo, taxa de juros e entrada menores, já que uma renda maior representa um risco menor para a operação do ponto de vista do banco. Porém, quando entram subsídios do governo, as regras mudam porque a lógica de atendimento ao cliente também muda. Isto é, o governo oferece subsídios maiores, quanto menor for a renda do cliente, seguindo a linha de atender a quem precisa mais para obter uma casa própria. O exemplo mostrado por Pedro nesse último trecho segue as regras do Programa Federal intitulado “Minha Casa Minha Vida”. Pedro mostrou que nos casos em que são procurados imóveis de valores iguais ou inferiores a R\$ 70.000,00, as hipóteses do modelo no sistema mudam, pois esses valores identificam pessoas com mais restrições financeiras. Assim, nesses casos, quanto maior a renda declarada, uma entrada maior é exigida, e maiores também são as taxas de juros, já que as regras de subsídios do governo priorizam quem tem menor renda.

Assim, embora os funcionários não tenham acesso aos modelos matemáticos utilizados pelo sistema, eles interpretam suas saídas, inferindo quais hipóteses as geraram.

Quando propomos modelos matemáticos, consideramos hipóteses específicas para determinados modelos. Essas hipóteses são pré-requisitos para que o modelo matemático seja eficaz para resolução do problema em questão. Ou seja, a consideração das hipóteses é anterior à construção de um modelo matemático.

Porém, os sistemas bancários já são programados com os modelos matemáticos necessários para a prática bancária. Assim, os bancários utilizam esses modelos já construídos e, a partir deles, inferem quais hipóteses foram utilizadas para sua construção. Realizam a

operação inversa daqueles que programaram o sistema, ou seja, a partir do modelo, inferem suas hipóteses.

Nos casos analisados nessa seção, a matemática financeira na prática dos bancários é envolvida interpretando as saídas do sistema para esclarecimentos aos clientes, identificando diferentes formas de trabalho do sistema a partir de suas saídas, inferindo hipóteses sobre os modelos utilizados pelo sistema e identificando diferentes formas de trabalho do sistema a partir de suas entradas. Essas formas de trabalho do sistema são os procedimentos efetivados pelo sistema, identificados pelos bancários, à medida que interagem com o mesmo. Embora eles não tenham acesso aos modelos programados nesses sistemas para atendimento ao cliente, interpretam a matemática financeira em suas relações com os mesmos.

2.4.3 Análises financeiras feitas pelos bancários para, juntamente com o sistema, realizar o atendimento ao cliente

Algumas vezes, os bancários orientam seus clientes em relação à melhor alternativa, por exemplo, para empréstimos ou investimentos. Essa orientação requer um trabalho coordenado com o sistema. Ou seja, através do sistema, são listadas as possibilidades para uma dessas operações, mas cabe ao bancário orientar o cliente na sua decisão do ponto vista financeiro, considerando as especificidades desse cliente.

[Marcos diz que] É muito importante [ter noção do que está sendo feito pelo sistema] para análise, para poder orientar o cliente. Por exemplo: o banco oferece 2 modalidades de sistemas de amortização: SAC e PRICE. Ele precisa conhecer seus princípios de funcionamento para saber o que é melhor para o cliente. Ele [Marcos] deu um exemplo: um cliente pode pedir um empréstimo, mas informa que deseja liquidar em 3 meses. Nesse caso, pela evolução do SD (saldo devedor), do tipo de planilha e da taxa cobrada, ele pode orientar o cliente sobre qual tipo é melhor para ele, naquelas condições (CADerno de Campo, p. 27-28, linha 22-26, 1-9).

Marcos precisou conhecer os princípios de construção de cada tipo de planilha de amortização para poder orientar o cliente naquela situação específica de empréstimo, já que o banco permitia que a operação fosse realizada de duas formas diferentes. Uma diferença entre o Sistema de Amortizações Contantes (SAC) e o Sistema Francês (no qual se baseia a tabela Price) é que, no primeiro, as amortizações (restituição do principal, capital emprestado) são constantes, e as prestações são decrescentes, enquanto, no segundo, as amortizações são crescentes e as prestações são constantes. Logo, no segundo caso, nas primeiras prestações, o cliente terá amortizado uma parcela menor da sua dívida, o que não é interessante, para quem

deseja liquidar rapidamente o empréstimo. Assim, conhecendo esses princípios, Marcos pode orientar melhor seus clientes. Isso o sistema não faz.

Em relação às opções de investimentos de capital, a orientação de Laura, gerente do setor de Pessoa Física do banco B, aos seus clientes é essencial, como podemos observar nos seguintes trechos.

Ela [Laura] me mostrou como faz aplicações [investimentos] para os clientes. De acordo com o perfil do cliente (conservador, moderado, arrojado, etc.) e com o valor do capital que a pessoa tem para investir, ela, observando [no sistema] as taxas que cada aplicação deu no último período e nos últimos 12 meses, aconselha o cliente em relação à melhor alternativa que se ajusta ao perfil daquele cliente. Tudo é visto no sistema. Para cada tipo de aplicação aparece a taxa de administração correspondente. Quanto maior o valor que o cliente dispõe para investir, menor é a taxa de administração (CADERNO DE CAMPO, p. 87-88, linha 23-26, 1-9).

Observamos que Laura não precisava fazer cálculos, mas precisava orientar o cliente de acordo com o seu perfil. Embora os clientes procurem logo saber qual a taxa para o investimento, Laura explica que há outras variáveis associadas à decisão. Por exemplo, é possível que um investimento em Fundos de Ação apresente taxa maior, porém, o risco do investimento também é maior. Assim, se ela sabe que seu cliente tem um perfil mais conservador, ou seja, não gosta de correr riscos, ela oferece outra opção que se ajuste melhor ao seu perfil.

Nesses casos, mesmo os bancários tendo necessitado do sistema para concretizar as operações e não tendo a necessidade de fazer cálculos, suas orientações em relação às alternativas de empréstimos, financiamentos ou investimentos foram decisivas para a concretização do atendimento ao cliente. Essas orientações envolveram aspectos como perfil dos clientes, no caso dos investimentos, decisões relativas a condições mais adequadas para clientes em determinadas situações, tanto em investimentos, quanto em empréstimos ou financiamentos, etc., avaliações que o sistema não pode fazer.

Observamos que esses bancários, ambos gerentes, utilizam conhecimentos prévios sobre princípios e procedimentos da matemática financeira para orientar melhor seus clientes, estudam o perfil de seus clientes para orientá-los e analisam as condições específicas da situação em questão para orientar a tomada de decisão. Assim, consideramos que a atuação dos bancários, nesses casos, envolve análises financeiras que extrapolam o uso restrito do sistema.

2.4.4 Os bancários utilizam outras ferramentas tecnológicas de forma acessória

Além das relações com o sistema, os bancários também mobilizam a matemática financeira com outros instrumentos tecnológicos, a exemplo das máquinas de calcular, quase sempre utilizadas na própria tela do computador e contadores de dinheiro.

No banco A, todos os terminais têm uma calculadora financeira HP 12C¹⁷ disponível na tela. Os bancários costumam utilizá-la tanto para cálculos mais simples, a exemplo de contas de somar e subtrair, quanto para cálculos que realmente exigiriam o uso de uma calculadora financeira, como o cálculo da taxa embutida numa série de pagamentos, a se verificar no trecho seguinte.

Gustavo informou que, às vezes, um cliente chega perguntando a taxa para um empréstimo e fica curioso como a taxa daqui pode ser maior, se nas mesmas condições a prestação aqui é menor que a que ele verificou em outro banco, aparentemente, com taxa menor. Gustavo disse que informa ao cliente que possivelmente aquela taxa não é de custo efetivo, e se coloca à disposição para mostrar-lhe o cálculo. Utiliza a HP 12C da tela e lhe informa o CET da outra proposta (CADerno DE CAMPO, p. 12, linha 5-15).

Gustavo relatou que utiliza a HP 12C para calcular o custo efetivo total (CET) de outras propostas de empréstimos que os clientes trazem de outros bancos, para que possam comparar com o CET do banco A, já que alguns bancos, ao invés de informarem logo esse custo efetivo, informam uma taxa de remuneração do capital que não engloba todos os custos da operação.

Além da taxa básica de remuneração do capital, outros fatores influem no custo operacional total de um empréstimo, como por exemplo, o IOF (Imposto sobre Operações Financeiras); custos de acerto, como no caso da quantidade de dias que ultrapasse os 30 dias para vencimento da primeira prestação e outros custos bancários. Assim, o cliente precisa saber qual o custo efetivo total da operação, já que esse é o valor que efetivamente está pagando pela operação que realiza. Por isso, Gustavo faz esse cálculo para que os clientes esclareçam melhor suas dúvidas.

Os bancários também utilizam a HP 12C em atividades bancárias, porém, fora do próprio banco. Nesses casos, como não têm a tela do computador em mãos, precisam da própria calculadora (objeto físico). Por exemplo, Roberto, gerente do setor de Pessoa Jurídica no banco B, utiliza a HP 12C fora do banco, como podemos ver no seguinte trecho.

¹⁷ HP 12C é a marca e modelo de uma máquina de calcular financeira muito utilizada em operações comerciais no Brasil.

Quando visita clientes, [Roberto] leva a HP – financeira e realiza cálculos aproximados sobre prestações referentes a possíveis empréstimos, etc. Porém, diz que esses cálculos são aproximados porque quando ele lançar esses dados do empréstimo no sistema, vão surgir outras taxas que só aparecem no sistema. Ou seja, ele deixa claro para o cliente que os valores definitivos somente aparecerão quando a operação for realizada no banco, sobre o sistema (CADerno DE CAMPO, p. 97, linha 12-23).

Assim, Roberto utiliza a máquina de calcular financeira para cálculos de prestação de empréstimos, mas precisa retornar ao banco para, no sistema, concretizar a operação.

Além do sistema, outros artefatos são utilizados em operações financeiras pelos bancários. Eles utilizam: máquinas de calcular (na verdade, programas que imitam essas máquinas) financeiras, ou máquinas mais simples, disponíveis na própria tela, para fazer cálculos simples como contas de somar ou subtrair; máquina de calcular financeira na tela para cálculos que demandam esse tipo de instrumento; máquinas de calcular (objeto físico) fora do banco, para atendimento a clientes, mas só podem efetivar as operações no próprio sistema, quando retornam ao banco.

Dizemos que esses instrumentos são utilizados como acessórios porque praticamente todas as operações precisam ser concretizadas com o sistema.

2.4.5 Informações financeiras não disponibilizadas aos bancários pelo sistema

Em alguns casos, o sistema não disponibilizava informações para os bancários. Desse modo, as informações das quais dispunham para realizar o atendimento aos seus clientes eram limitadas.

Por exemplo, no banco B, quando a pesquisadora requisitou a informação das taxas que incidiam sobre os cheques descontados, o gerente de pessoa jurídica avisou que não era possível informar a taxa cobrada, pois esse dado não era disponibilizado pelo sistema, como podemos verificar no seguinte trecho.

Perguntei a ele [Roberto] sobre o desconto bancário dos cheques relacionados. Se o cliente teve um valor total de borderô de R\$ 22.228,33 (como no documento), o valor da taxa não incide diretamente sobre o total, pois os cheques têm datas de compensação diferentes. Assim, a taxa calculada tem que ser diária. Porém, como o documento não mostrava o valor líquido de cada cheque que seria depositado na conta do cliente, perguntei a ele se poderia ter acesso para que eu fizesse as contas. Ele respondeu que não e que isso é motivo de reclamação dos clientes. O sistema efetua o desconto de cada cheque e permite o depósito do valor final total da soma dos cheques, o que inviabiliza o cálculo da taxa de desconto de cada cheque pelo cliente. Essa informação não é disponibilizada, nem internamente, para funcionários, nem externamente, para clientes. Disse que estão lutando para que o sistema seja aperfeiçoado de forma que essas informações fiquem claras para o cliente (CADerno DE CAMPO, p. 93-94, linha 25-26, 1-25).

Roberto informou que não há uma taxa única incidindo sobre o total dos cheques, pois, como eles têm datas de compensação diferentes, a taxa tem que ser diária. Porém, nem a taxa, nem o valor líquido por cheque aparecem no documento que relaciona os cheques descontados, denominado borderô de cheque pré-datado. Assim, nem o bancário, nem o cliente têm como saber quanto foi descontado de cada cheque, nem a taxa de juros aplicada, o que, segundo Roberto, é motivo de insatisfação dos clientes.

Dessa forma, a atuação dos bancários em atendimento aos seus clientes é limitada pelo sistema, pois este mantém escondidas informações importantes a que os clientes poderiam desejar ter acesso para decidir se aquela operação vale a pena para ele, do ponto de vista financeiro. Assim, os bancários não conseguem informar aos clientes dados relativos à operação financeira que seriam importantes para a tomada de decisão porque o sistema não oferece esses dados.

2.5 Discussão

A partir dos dados apresentados e analisados na seção anterior, podemos inferir algumas características da matemática financeira na prática dos bancários observados. Primeiramente, reconhecemos, nessa prática, uma característica essencial que se refere à ação mediada (WERTSCH, 1991) pelas tecnologias da informação disponíveis, em particular, os *sistemas* de informação bancários. Depois, vamos estabelecer algumas características da matemática financeira nessa prática dos bancários-com-sistemas, a partir das ações que esses sistemas proporcionam ou limitam.

Os dados analisados na seção anterior nos permitiram constatar a centralidade dos sistemas de informação nas ações dos bancários perpassando todas as categorias discutidas. Mais que isso, podemos dizer que esses SIB's *estruturaram* essas ações, na medida em que definiram elementos dessa prática evidenciados nas categorias apresentadas. O próprio fato de se utilizarem outras ferramentas tecnológicas que não o sistema, como máquinas de calcular, de forma acessória, é exemplo disso (seção 2.4.4). O sistema é tão essencial nas suas ações que, mesmo quando os bancários usam calculadoras financeiras, o fazem como apoio, por exemplo, quando estão fora do banco, mas só podem concretizar essas ações com o sistema.

Porém, pudemos constatar que, embora esses sistemas tenham sido decisivos em propiciar algumas ações, por outro lado, também foram responsáveis pela restrição de outras. De acordo com Wertsch (1998), a maior parte das discussões sobre mediação enfatiza as

ações que as ferramentas culturais utilizadas permitem, negligenciando outra característica dos meios de mediação que é restringir ou limitar ações que empreendemos. Assim, seguindo Wertsch (1998), podemos dizer que, à medida que os SIB's estruturam as ações de bancários, proporcionam algumas oportunidades (*affordances*), e também impõem limitações à unidade bancários-com-sistemas, já que restringem outras ações (*constraints*).

Pudemos obter dos dados alguns *fazeres* de bancários com esses sistemas, os quais classificamos de acordo essa análise em *fazeres oportunizados pelos sistemas* e *fazeres que lidam com limitações dos sistemas*.

Os *fazeres oportunizados pelos sistemas* foram identificados em ações tais como: simulação de valores de entrada de dados usando “tentativa-e-erro” (seção 2.4.1); inferência de hipóteses dos modelos utilizados pelo sistema, identificação das diferentes formas de trabalho dos sistemas a partir de suas entradas e a partir de suas saídas e interpretação das saídas dos sistemas para esclarecimento aos clientes (seção 2.4.2).

Os *fazeres que lidam com limitações dos sistemas* foram desmembrados em dois tipos: *ações que são restringidas pelos sistemas* e *ações para além dos sistemas*.

As *ações restringidas pelos sistemas* foram aquelas nas quais os bancários observados eram impedidos de concretizar determinadas operações desejadas no atendimento aos seus clientes por imposição dos sistemas. Por exemplo: quando tinham que lidar com as classificações de taxa impostas pelo sistema de acordo com o perfil dos clientes (seção 2.4.1); quando utilizavam máquinas de calcular financeiras fora do banco, para atendimento a clientes, mas só podiam efetivar as operações no próprio sistema, quando retornavam ao banco (seção 2.4.4); quando a taxa embutida na operação de desconto bancário de cheques não era disponibilizada pelo sistema, ficando o bancário impedido de esclarecer seus clientes sobre o custo financeiro da operação (seção 2.4.5).

As *ações para além dos sistemas* foram evidenciadas quando os bancários necessitavam de conhecimentos prévios sobre princípios e procedimentos da matemática financeira para orientar melhor seus clientes, estudavam o perfil de seus clientes para melhor orientá-los e analisavam condições específicas da situação para orientar a tomada de decisão (seção 2.4.3). Em todas essas ações os bancários realizaram o atendimento aos seus clientes, não só utilizando o sistema, mas também realizando ações que os sistemas não podem fazer, que são específicas de cada cliente ou da situação.

Podemos dizer que a participação dos bancários com a matemática financeira envolvida nessas ações se dá através de ação mediada com os objetos que reificam essa prática. De acordo com Wenger (1998, p. 206), “um programa de computador é um exemplo extremo de

uma reificação”. Nesse caso, usuários de programas participam de uma prática com objetos reificados que são originários da prática dos programadores. Assim, ao mesmo tempo em que essas reificações dão forma às experiências dos usuários, modificando sua natureza, também podem limitar suas ações, uma vez que seus significados não foram negociados por esse grupo.

Considerando nosso objeto de estudo, podemos dizer que uma característica da matemática financeira observada na prática desses bancários é lidar com as rotinas reificadas nos sistemas. Esse fazer está associado às oportunidades oferecidas por tais sistemas e às suas limitações.

Utilizando construtos teóricos de Wertsch (1991), podemos dizer que os bancários-com-sistemas-com-matemática formam uma unidade na prática bancária que se caracteriza pelo uso de modelos matemáticos com os quais os sistemas são programados, realizando operações que facilitam, agilizam e evitam erros nessa prática, e também, pelas interpretações e análises financeiras feitas pelos bancários.

Dessa forma, encontramos na prática desses bancários uma forma de lidar com a matemática financeira que envolve suas participações com os objetos tecnológicos que reificam essa prática. Essas formas de participação não envolvem muitos cálculos, nem construções de modelos, mas envolvem interpretação e tomada de decisões a partir das saídas produzidas pelos objetos reificativos, aliadas aos seus conhecimentos sobre Matemática Financeira, produzindo resultados que completam o atendimento ao cliente.

Encontramos uma forma de lidar com a matemática que envolve uma literacia tecno-matemática (HOYLES et. al., 2010), ancorada em compreensões sobre diferentes representações dos modelos matemáticos representados nos sistemas (como em 2.4.3), e em apreciações sobre os limiares e restrições de um modelo (como em 2.4.5). Ou seja, quando a tecnologia pode realizar melhor cálculos e operações que seriam exaustivos, envolveria uma grande demanda de tempo e poderiam envolver riscos de erro, deixando para os sujeitos a parte reflexiva, interpretativa e analítica para a tomada de decisões.

Os resultados encontrados nos *fazeres oportunizados pelos sistemas* e nas *ações para além dos sistemas* são exemplos nos quais a matemática materializada nos instrumentos tecnológicos, em forma de *caixas pretas*¹⁸, não reduz a importância das habilidades e

¹⁸ A expressão *caixa preta* é utilizada como uma metáfora, referindo-se a uma máquina ou a um conjunto de comandos a respeito de que torna-se necessário apenas lidar com suas entradas e saídas (LATOUR, 2000, p. 14).

conhecimentos matemáticos na vida social e profissional das pessoas (JABLONKA; GELLERT, 2007) e, sim, os transforma.

Porém, em alguns casos, o sistema bancário pode impedir tomadas de decisão conscientes, como pudemos observar nas *ações restrinvidas pelos sistemas*. Nesses casos, o sistema funciona como uma *caixa preta*, limitando a autonomia dos bancários, à medida que modelos matemáticos, baseados em interesse específico, escondem a matemática envolvida. Assim, os bancários ficam impedidos de completar seu atendimento aos clientes, quando, por exemplo, não podem informá-los de quanto estão pagando pela utilização do dinheiro.

De acordo com Wenger (1998), o processo de reificação pode representar poder, mas, por outro lado, esse poder também pode ser perigoso, o que aconteceu nesse caso observado, nas relações dos bancários com os clientes. O sistema de informação representa poder, podendo ser esse poder benéfico, ou não, como analisado anteriormente nos fazeres dos bancários. Ele é benéfico, no momento em que os modelos matemáticos utilizados no sistema bancário puderam tornar o atendimento mais eficiente e também mais eficaz. Por outro lado, foi perigoso, quando “escondeu” informações que os bancários poderiam utilizar para completar seu atendimento aos clientes, por exemplo, esclarecendo as taxas de juros cobradas nos descontos de cheques.

As experiências de participação dos sujeitos e as reificações devem se complementar numa prática bem sucedida (WENGER, 1998), como acontece nos *fazeres oportunizados pelos sistemas* e nas *ações para além dos sistemas*. Porém, quando as reificações prevalecem, com poucas oportunidades de participação numa experiência compartilhada ou negociação interativa (WENGER, 1998), como nas *ações restrinvidas pelos sistemas*, esse desequilíbrio pode se tornar uma ameaça à autonomia do bancário. Nesses casos, o sistema de informação representa um instrumento de poder que impede os participantes dessa prática de realizar análises financeiras almejadas.

De acordo com Wertsch (1998), a razão para usar uma ferramenta cultural não está simplesmente atrelada a níveis superiores de performance, mas também com outros fatores relacionados com poder cultural ou institucional e autoridade. Isso está ilustrado nas *ações restrinvidas pelos sistemas* apresentadas, ou seja, o fato de o sistema não disponibilizar aos bancários informações que os permitiriam completar o atendimento aos clientes para uma tomada de decisão revela não um nível superior de performance, mas um exercício do poder institucional do banco que restringe a participação do bancário.

Embora não fosse objetivo desse estudo, mostramos, através de dados empíricos, algumas limitações dos SIB's. Segundo Wertsch (1998), “as limitações impostas por ferramentas culturais são tipicamente reconhecidas somente em retrospecto, através de um processo de comparação com a perspectiva do presente” (WERTSCH, 1998, p. 40, tradução nossa). Assim, além de *estabelecer características da matemática financeira na prática de bancários*, através dos seus *fazeres* aqui relacionados, objetivo do nosso estudo, uma outra contribuição foi a evidência de limitações nessa ferramenta cultural utilizada no presente, o que pode ser tema de estudos futuros.

2.6 Conclusões

Os resultados encontrados nesse estudo sugerem aspectos sobre como a matemática financeira é negociada por bancários-com-sistemas. Seus *fazeres* estão associados aos sistemas de informação bancários, sendo estruturados por este. Assim, pudemos constatar que esses *fazeres* estão associados às formas de participação dos bancários quando lidam com as oportunidades e as limitações desses SIB's. Podemos dizer, de maneira mais geral, que esses *fazeres* estão associados às formas de lidar com os aspectos reificativos dessa prática.

Na rotina desses bancários, encontramos padrões de participação associados às formas como eles negociam a matemática financeira com os sistemas bancários, como nos *fazeres oportunizados pelos sistemas* e nas *ações para além dos sistemas*. No primeiro caso, constatamos *fazeres* nos quais as experiências de participação dos bancários foram qualitativamente marcadas pela negociação da matemática financeira oportunizada pelo uso dos SIB's. No segundo caso, ao lidar com uma limitação dos SIB's, os bancários negociaram a matemática financeira, aliando suas experiências prévias com conceitos desta aos produtos reificativos dos sistemas para completar o atendimento ao cliente. Ou seja, seus *fazeres*, embora associados à unidade bancários-com-sistemas, produziram resultados baseados na análise do perfil do cliente e nas situações específicas nas quais as operações foram realizadas, demonstrando algo que o sistema, sozinho, não pode fazer. Em ambos os casos, a literacia tecno-matemática (HOYLES et. al., 2010) foi evidenciada nos *fazeres* desses bancários-com-sistemas, num equilíbrio entre participação e reificação, produzindo uma negociação de significados da matemática financeira específica dessa prática.

Porém, constatamos nas *ações restrinvidas pelos sistemas* que ao lidar com as limitações dos SIB's, os bancários se depararam com objetos reificativos originários de uma prática externa à deles. Ou seja, utilizaram objetos que foram negociados por outros grupos,

nesse caso, dos programadores dos sistemas, numa prática à qual os bancários não pertencem. Ao validar esses sistemas, as instituições bancárias garantem segurança e agilidade nas formas de participação dos bancários, e também, intencionalmente ou não, deixam os bancários à margem na negociação desses significados.

As formas de participação de bancários estruturadas pelos SIB's, cujas experiências envolvem, especialmente, observação, interpretação e análise dos modelos matemáticos utilizados nos bancos para realizar as operações financeiras com clientes são características da matemática financeira nos ambientes bancários observados. Esses bancários, liberados dos cálculos que podem ser feitos com o uso da tecnologia, podem focar sua atenção em processos decisórios na resolução de problemas que apresentam especificidades relativas ao perfil dos clientes e à situação específica da operação que se quer realizar, o que os sistemas não fazem.

Entendemos que a observação da matemática financeira praticada por bancários em dois bancos não é suficiente para traçar *fazeres* generalizados por bancários de um modo geral. Portanto, estudos em outros ambientes bancários, de outras cidades, estados e principalmente, países distintos do Brasil podem mostrar outros fazeres não relacionados aqui. Entretanto, os fazeres organizados nas categorias de análise que construímos puderam ser constatados nos dois bancos observados, sendo suas similaridades bastante relacionadas com as oportunidades e restrições impostas pelos sistemas bancários, que, embora distintos, são programados baseados em regras gerais do mercado financeiro, o que os fazem similares, até certo ponto. Podemos dizer que a observação de outros bancos poderia trazer fazeres distintos, porém, os fazeres aqui estudados já ilustram algumas características da matemática financeira na prática de bancários, embora não sejam, em princípio, generalizáveis.

Concluímos essa discussão evidenciando que os *fazeres oportunizados pelos sistemas* e as *ações para além dos sistemas* caracterizados aqui podem inspirar práticas educativas, especialmente em cursos da área de negócios e que *ações restrinvidas pelos sistemas* precisam ser desafiadas, e este pode ser um papel da Educação.

Referências

ANGROSINO, M. Recontextualizing observation: ethnography, pedagogy, and the prospects for a progressive political agenda. In: DENZIN, N. K.; LINCOLN, Y. S. *The Sage Handbook of Qualitative Research*. Third Edition. London: Sage Publications, 2005. p. 729-745.

BILLETT, S. Critiquing workplace learning discourses: participation and continuity at work. *Studies in the Education of Adults*; v. 34, n. 1, p. 56-65, 2002.

- BORBA, M.; Villarreal, M. *Humans-with-media and the reorganization of mathematical thinking*. Dordrecht: Kluwer Publisher, 2006.
- BUDI, F. *Financial Mathematics*. Jakarta: Salemba Empat, 2008. 262p.
- BUENO, M. C. *Fundaments and practice of Financial Mathematics*. Madrid: Dykinson, 2006. 294p.
- CHARMAZ, K. Grounded Theory in the 21st century: applications for advancing social justice studies. In: DENZIN, N. K.; LINCOLN, Y. S. *The Sage Handbook of Qualitative Research*. Third Edition. London: Sage Publications, 2005. p. 507-535.
- DENZIN, N. K.; LINCOLN, Y. S. Introduction: the discipline and the practice of qualitative research. In: DENZIN, N. K.; LINCOLN, Y. S. *The Sage Handbook of Qualitative Research*. Third Edition. London: Sage Publications, 2005. p. 1-32.
- DRAKE, P. P.; FABOZZI, F. J. Foundations and applications of the time value of money. New Jersey: John Wiley & Sons, 2009. 300p.
- ERAUT, M. *Transfer of knowledge between education and the workplace*. Disponível em <<http://www.ou.nl/Docs/Expertise/OTEC/Publicaties/els%20boschuijzen/deel3.pdf>>. Acesso em 01 dez. 2010.
- FONTANA, A.; FREY, J. The interview: from neutral stance to political involvement. In: DENZIN, N. K.; LINCOLN, Y. S. *The Sage Handbook of Qualitative Research*. Third Edition. London: Sage Publications, 2005. p. 695-727.
- GAINSBURG, J. Book review: Hoyles, C., Noss, R., Kent, P., & Bakker, A. (2010). Improving Mathematics at Work: the need for techno-mathematical literacies. *Educational Studies in Mathematics*, v. 76, p. 117-122, 2011.
- GALLAGHER, T. J.; ANDREW, J. D. *Financial management: principles and practice*. USA: Freeload Press, 2007. 617p.
- HODKINSON, P. Reconceptualizing the relations between college-based and working learning. *Journal of Workplace Learning*, v. 17, n. 8, p. 521-532, 2005.
- HOYLES, C. et al. *Improving mathematics at work: the need for techno-mathematical literacies*. New York: Routledge, 2010. 208p.
- JABLONKA, E; GELLERT, U. Mathematisation – Demathematisation. In: GELLERT, U; JABLONKA, E. (ed.) *Mathematisation and demathematisation: social, philosophical and educational ramifications*. Rotterdam: Sense, 2007. p. 1-18.
- KUHNEN, O. L.; BAUER, U. R. *Matemática Financeira aplicada e análise de investimentos*. São Paulo: Atlas, 1996. 517p.
- LATOUR, B. *Ciência em ação: como seguir cientistas e engenheiros sociedade afora*. São Paulo: UNESP, 2000. 438p.

- LAVE, J.; WENGER, E. *Situated learning: legitimate peripheral participation*. New York: Cambridge University Press, 1991. 138p.
- LOBATO, J. Alternative perspectives on the transfer of learning: history, issues, and challenges for future research. *The Journal of the Learning Sciences*, v. 15, n. 4, p. 431-449, 2006.
- MURPHY, A. The interface between academic knowledge and working knowledge: implications for curriculum design and pedagogic practices. Level 3, Issue 6, May 2008.
- NOSS, R.; HOYLES, C. The visibility of meanings: modeling the mathematics of banking. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, v. 1, p. 3-31, 1996.
- SCHMIDT, R.; GIBBS, P. The challenges of work-based learning in the changing context of the European Higher Education area. *European Journal of Education*, v. 44, n. 3, p.399-410, 2009.
- VOIGT, J. Negotiation of mathematical meaning and learning mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, v. 26, p. 275-298, 1994.
- WEDEGE, T. Researching workers' mathematics at work. In: EDUCATIONAL INTERFACES BETWEEN MATHEMATICS AND INDUSTRY CONFERENCE, 2010, Lisboa. *Proceedings...* Lisboa: Centro Internacional de Matemática, 2010. p. 565-574.
- WENGER, E. *Communities of practice: learning, meaning, and identity*. New York: Cambridge University Press, 1998. 318p.
- WERTSCH, J. V. *Mind as action*. New York: Oxford University Press, 1998. 203p.
- _____. *Voices of the mind: a sociocultural approach to mediated action*. Cambridge: Harvard University Press, 1991. 169p.
- WILLIAMS, J.; WAKE, G. Black boxes in workplace mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, v. 64, p. 317-343, 2007.
- ZEVENBERGEN, R. J. Young workers and their dispositions towards mathematics: tensions of a mathematical habitus in the retail industry. *Educational Studies in Mathematics*, v. 76, p. 87-100, 2011.

3. CARACTERÍSTICAS DA MATEMÁTICA FINANCEIRA EXPRESSA EM LIVROS DIDÁTICOS

Resumo

Nosso objetivo nesse estudo foi estabelecer algumas características da Matemática Financeira expressa em livros didáticos e, como implicação, compreender como esses livros podem conectar a matemática financeira da sala de aula com outras práticas que compõem a Matemática Financeira disciplinar. Para isso, analisamos três livros didáticos selecionados a partir de informações obtidas de uma universidade federal e de universidades estaduais no Estado da Bahia. Como resultado, identificamos a centralidade da *resolução de exercícios associados a situações semirreais* como forma de se ensinar e aprender matemática financeira, com *simplificação* dessas situações, assim como uma espécie de *treinamento* para a resolução dos mesmos. Também identificamos uma *tentativa de aproximação das práticas do cotidiano e de ambientes profissionais através do uso da linguagem e procedimentos próprios desses ambientes e o uso acessório da tecnologia disponível*.

Palavras-chave: Matemática Financeira; livros didáticos; exercícios.

3.1 Introdução

Neste artigo, buscamos estabelecer algumas características da matemática financeira expressa em livros didáticos. A escolha desses livros foi feita a partir das referências bibliográficas presentes nos planos de curso e das indicações feitas por professores dessa disciplina de uma universidade federal e de universidades estaduais baianas. Os livros selecionados¹⁹ foram: *Matemática Financeira* de Washington Franco Mathias e José Maria Gomes (2011); *Matemática Financeira* de Carlos Patrício Samanez (2010) e *Matemática Financeira* de José Dutra Vieira Sobrinho (2013).

Entendemos como Matemática Financeira qualquer prática²⁰ que envolva o estudo, cálculo ou procedimentos com “valores datados” (DRAKE; FABOZZI, 2009; GALLAGHER, ANDREW, 2007; KUHNEM; BAUER, 1996). A expressão “valores datados” significa que o dinheiro e o tempo são variáveis para o cálculo de valores monetários (ASSAF NETO, 2008; BRUNI; FAMÁ, 2002; BUDI, 2008; BUENO, 2006; CARVALHO; CAMPOS, 2007; DRAKE; FABOZZI, 2009; GALLAGHER, ANDREW, 2007; KUHNEM; BAUER, 1996), ou seja, o valor de um capital varia temporalmente. São objetos da Matemática Financeira os juros, os descontos, as equivalências de capitais, as anuidades e as amortizações, dentre outros, visto que relacionam a variação de valores monetários em função do tempo.

¹⁹ Os critérios de seleção adotados serão detalhados na seção de procedimentos metodológicos.

²⁰ Assumimos aqui, provisoriamente, o conceito de prática como um fazer compartilhado por pessoas em grupos sociais, agindo e interagindo conforme os costumes desse grupo. A seguir apresentaremos essa definição de acordo com WENGER (1998).

Nossa motivação em investigar e estabelecer características da matemática financeira expressa em livros didáticos está relacionada com nossa constatação de que esses artefatos desempenham um papel importante nas práticas de ensino e de aprendizagem desenvolvidas em ambientes educacionais, conforme aponta a literatura (BARROSO; KISTEMANN JR., 2013; FANTINELLI, 2010; KAUFFMAN, 2002; LI; ZHANG; MA, 2009; NOVOTNÁ et. al., 2005; OLIVEIRA, 2008; REZAT, 2006; SKOVSMOSE, 2000; WU; LEE; LAI , 2004; YAN; LIANGHNO, 2006). Sendo esses livros parte da prática de se ensinar e aprender Matemática Financeira, entendemos que os mesmos podem indicar possíveis costumes em sala de aula, bem como podem inspirar alunos e professores. Isto é, ao mesmo tempo em que são organizados de acordo com o que já é historicamente legitimado em sala de aula, podem também inspirar novas práticas que perpetuem ou que potencializem transformações nesses *fazeres*.

Compreendemos a matemática financeira praticada em ambientes educacionais como distinta da matemática financeira praticada em ambientes de trabalho (LAVE; WENGER, 1991). Segundo Lave e Wenger (1991), compreendemos que as práticas estão relacionadas ao contexto histórico e social no qual elas são desenvolvidas. Nelas, os sujeitos agem e interagem de acordo com os costumes sociais já estabelecidos e, ao interagir, acabam também modificando a própria prática e seu contexto. Assim, podemos dizer que há diferentes matemáticas financeiras, conforme os contextos em que são desenvolvidas e os significados compartilhados pelos sujeitos nesses contextos. Podemos falar da matemática financeira, por exemplo, nas disciplinas acadêmicas, no comércio e nos serviços, como de instituições bancárias, empresas de seguro, etc. Particularmente, vamos definir aqui a matemática financeira de ambientes educacionais como aquela praticada por sujeitos envolvidos em relações formais de ensino e aprendizagem relacionados a essa disciplina, a exemplo de estudantes e professores.

Procederemos, a seguir, à revisão de literatura e fundamentação teórica deste estudo, concluindo com a delimitação do objetivo. Em seguida, vamos expor o contexto e os procedimentos metodológicos adotados, apresentaremos a análise dos dados e para finalizar, discutiremos os resultados e apresentaremos nossas conclusões.

3.2 Discussões e resultados recentes sobre os livros didáticos de Matemática Financeira no Brasil

Dentre os problemas que permeiam as discussões sobre os livros didáticos de matemática financeira no Brasil, destacamos a preocupação com a literacia financeira

(DUARTE et al., 2012; HERMÍNIO, 2008); o distanciamento entre os conteúdos estudados na escola e o conhecimento relacionado ao cotidiano e ao mundo do trabalho (DUARTE et al., 2012; FANTINELLI, 2010; HERMÍNIO, 2008; ROSETTI JÚNIOR; SCHIMIGUEL, 2011); a forma tradicional de abordagem dos conteúdos (BARROSO; KISTEMANN JR., 2013; DUARTE et al., 2012; ROSETTI JÚNIOR; SCHIMIGUEL, 2011); as referências a recursos tecnológicos e a forma como são estimulados os usos desses recursos, quando o são (BARROSO; KISTEMANN JR., 2013; CARAMORI, 2009; FEIJÓ, 2007).

Rosetti Júnior e Schimiguel (2011) relatam ter analisado nove livros didáticos do Ensino Médio, mas não apresentam quais os procedimentos que utilizaram para a análise. Como resultado, concluem que o foco dos livros está na “resolução de problemas” semirreais com aplicação direta das fórmulas apresentadas, sem discussão dos significados financeiros a eles relacionados. Situações semirreais são aquelas que são inventadas com base nas situações reais (SKOVSMOSE, 2000).

Entretanto, a partir desses resultados, entendemos que, possivelmente, esses “problemas” aos quais se referem Rosetti Júnior e Schimiguel (2011) se enquadram no paradigma do exercício (SKOVSMOSE, 2000), pois, se necessitam apenas de aplicação direta de fórmulas e não apresentam discussões financeiras não se constituem de fato “problemas” para os alunos. O paradigma do exercício (SKOVSMOSE, 2000) se refere a um padrão tradicional da educação matemática, no qual, duas etapas são nítidas: primeiramente, a apresentação ou exposição de ideias e técnicas matemáticas e, em seguida, a resolução de exercícios selecionados, para os quais existe somente uma resposta correta. Pelo que os autores apresentaram, inferimos ser o caso.

Hermínio (2008) propõe um enfoque à resolução de problemas como “metodologia de ensino e aprendizagem” de matemática financeira, mas antes de apresentar sua proposta, apresenta os resultados de sua análise²¹ sobre nove livros didáticos do Ensino Médio. Segundo ele, esses livros, além de não conseguirem agendar as propostas dos documentos oficiais para a Matemática Financeira, também distanciam os conteúdos estudados na escola do conhecimento relacionado ao cotidiano e ao mundo do trabalho. Esse autor também afirma que alguns livros atuais já conseguem dar um enfoque mais social em questões contextualizadas sobre rendimento de poupança, problemas de custo-benefício, etc., ainda que de forma muito tímida. Porém, quando se refere aos livros analisados, conclui que eles praticamente não abordam questões sobre a matemática financeira na sociedade. Fantinelli

²¹ Este autor também não explicitou os procedimentos nem pressupostos para a análise.

(2010) relata ter analisado quatro livros, tendo obtido resultados semelhantes aos de Hermínio (2008).

Barroso e Kistemann Jr. (2013) apontaram como resultado do que denominaram de leitura crítica sobre livros do Ensino Superior que “a metodologia abordada pelos seus autores ainda prioriza, substancialmente, uma síntese teórica seguida de exemplos resolvidos e exercícios propostos para o aluno” (p. 468). Afirmaram também que “o foco do ensino está em propiciar técnicas e procedimentos para o aluno resolver problemas”, o que, segundo eles, significa “encontrar a resposta certa” e, além disso, observaram que recursos tecnológicos como calculadoras financeiras e planilhas eletrônicas são usados apenas para agilizar procedimentos operacionais, sem estímulo a reflexão sobre os objetos financeiros.

Esses resultados nos interessam diretamente porque sinalizam algumas características da matemática financeira expressa em livros didáticos, como as que perseguimos nesse estudo. Porém, não ficou claro se estes autores (BARROSO; KISTEMANN JR., 2013) realizaram uma análise sistemática de livros como a que fazemos neste estudo, ou se essas observações são resultado direto da leitura crítica à qual eles se referiram.

Outra observação que nos interessa neste estudo (BARROSO; KISTEMANN JR., 2013) é sobre a artificialidade de exercícios semirreais, nos quais se prioriza a exploração dos conteúdos previamente apresentados, em detrimento de situações mais parecidas com aquelas do cotidiano e do mercado financeiro. Compreendemos que os exercícios semirreais, como definidos anteriormente, representam situações inventadas que se parecem com situações do cotidiano e de ambientes profissionais, porém observamos também que essas “realidades inventadas” podem se afastar ou se aproximar mais daquelas às quais se pretende imitar.

Sobre a indicação de usos de recursos tecnológicos nos livros, Caramori (2009) apresenta alguns títulos que mencionam a utilização de calculadoras financeiras, com destaque para a HP 12C, segundo essa autora, a mais popular no Brasil. Dentre esses livros mencionados por ela, consta uma edição anterior do livro de Vieira Sobrinho (2013) que analisaremos nesse estudo. No que se refere às planilhas eletrônicas, Feijó (2007, p. 40) afirma que “os livros didáticos ainda não mencionam a possibilidade de sua utilização como técnica de ensino e aprendizagem”.

Exploraremos, também na nossa análise, esse aspecto, sobre a indicação de uso de recursos tecnológicos nos livros didáticos, porque entendemos que eles podem se constituir como meios de mediação (WERTSCH, 1991) que podem transformar o ensino e a aprendizagem em ambientes educacionais. De acordo com Wertsch (1991), as mídias condicionam as ações humanas de uma forma tão essencial que, ao invés de analisarmos

separadamente as ações de indivíduos e as mídias, devemos analisar o conjunto *indivíduos-agindo-com-meios-de-mediação*. Embora nosso alvo aqui não seja analisar ações mediadas (já que vamos analisar objetos reificados nos livros, não ações propriamente), compreendemos que possíveis indicações de uso de recursos tecnológicos em livros didáticos podem facilitar transformações nos *fazeres* de professores e estudantes, pois entendemos que esses livros se constituem como parte desses *fazeres*, como discutiremos na próxima seção.

3.3 O livro didático como indicador da prática em ambientes educacionais

A escolha de livros didáticos para estabelecer características da matemática financeira neles veiculada está relacionada a algumas ideias bem documentadas na literatura (PEPIN; HAGGARTY, 2001) sobre esse tipo de material curricular. Essas ideias vinculam os livros didáticos a objetivos de currículos nacionais, reconhecem-nos como legitimadores de tradições culturais, como representações para o estudante de uma versão autorizada do ensino e aprendizagem de um campo de conhecimento e como fonte potencial de suporte para professores na preparação e organização de suas aulas (BARROSO; KISTEMANN JR., 2013; FANTINELLI, 2010; HERMÍNIO, 2008; PEPIN; HAGGARTY, 2001; KAUFFMAN, 2002; NOVOTNÁ et al., 2005; OLIVEIRA, 2008; SKOVSMOSE, 2000; WU; LEE; LAI , 2004).

Portanto, entendemos que as características da matemática financeira expressa em livros didáticos podem nos fornecer pistas sobre como funciona o ensino e a aprendizagem dessa disciplina em *práticas* educacionais, particularmente, como é do nosso interesse, nos cursos da área de negócios (são exemplos de cursos da área de negócios, Administração, Economia e Ciências Contábeis). Utilizamos aqui o conceito de *prática* de acordo com Wenger (1998), referindo-nos a *fazeres* compartilhados por indivíduos pertencentes a grupos sociais, admitindo que os recursos históricos e sociais compartilhados, *frameworks* e perspectivas podem sustentar o engajamento mútuo nas ações desses indivíduos, à medida que interagem. Desse modo, dizemos que os livros didáticos são *indicadores* da prática, nesse sentido, de que podem nos fornecer indícios sobre a mesma. Contudo, compreendemos também que estudantes e professores os interpretam e usam de formas diferentes.

Utilizando construtos teóricos de Wenger (1998), consideramos os livros didáticos como artefatos que representam reificações de práticas já estabelecidas. Segundo este autor, reificações são o resultado de experiências, histórica e socialmente estabelecidas, *congeladas* em materialidades, a exemplo de ferramentas, modelos matemáticos, leis, símbolos, procedimentos, códigos, softwares, etc. Wenger (1998) não utiliza o termo *congeladas* num sentido de algo imutável, mas num sentido temporariamente estático, de algo que

momentaneamente pode estar socialmente estabelecido, porém, também pode ser transformado, à medida que os indivíduos interagem na prática.

Consequentemente, entendemos que os livros didáticos de Matemática Financeira expressam um conhecimento coletivo, culturalmente estabelecido por grupos sociais que lidam com a mesma em práticas educacionais e/ou em ambientes de trabalho. Porém, ao utilizar esses artefatos, estudantes e professores negociam novos significados, muitas vezes diferentes daqueles negociados pelos grupos responsáveis pela produção desses livros. Segundo Wenger (1998), compreendemos a negociação de significados como um processo constante no qual os sujeitos de uma prática, utilizando seus objetos reificativos como meios de mediação (WERTSCH, 1991), interagem, produzindo significados próprios dessa prática. Assim, não poderíamos esperar que os significados negociados, por exemplo, pelos autores dos livros por meio dos quais se expressam pudessem ser os mesmos daqueles que os utilizam, a exemplo de professores e alunos.

Por exemplo, tanto professores quanto estudantes podem recorrer a mais de um livro didático, outros tipos de materiais curriculares, Internet, máquinas de calcular, renegociando significados e transformando-os nos seus usos. Também, ao transformá-los, podem estabelecer novas reificações pertinentes à prática da qual participam. Porém, mesmo considerando essas possíveis transformações, compreendemos que os significados histórica e socialmente estabelecidos e expressos nos livros didáticos se constituem como vozes que circulam (WERTSCH, 1991) nos espaços das práticas nos quais são utilizados.

Nesse sentido, seguindo Wenger (1998), entendemos que os livros didáticos funcionam como objetos de fronteira que ligam práticas locais de ensino e aprendizagem sobre determinado campo de conhecimento a aspectos mais globais relacionados ao mesmo. Objetos de fronteira são reificações em torno das quais se podem organizar interconexões entre práticas distintas (WENGER, 1998), a exemplo de artefatos, documentos, conceitos, modelos, gráficos, softwares, dentre outros. Dessa forma, os livros didáticos podem se constituir em pontes que relacionam processos locais de negociação de significados e desenvolvimento de práticas sociais de ensino e aprendizagem com aspectos mais globais. Essa ideia de ligação entre o local e o global está representada no conceito de constelações de práticas (WENGER, 1998), no sentido de abranger configurações mais amplas, diversas ou muito difusas, que fogem ao foco local do engajamento de participantes numa prática, por meio de interações complexas entre essas instâncias.

Essas constelações de prática podem ser representadas, por exemplo, pela economia global, pessoas que falam uma mesma língua, um movimento social, e também, uma fábrica,

um escritório ou uma escola. Esse conceito nos permite capturar as relações entre práticas distintas, dependendo de suas similaridades, por exemplo, as raízes históricas que unem pessoas em torno de um movimento social; a união entre pessoas de nacionalidades distintas a serviço de uma causa; empreendimentos comuns, a exemplo daqueles que integram pessoas de locais geográficos diferentes numa ação judicial conjunta, como ocorre em casos de acidentes aéreos; artefatos compartilhados, como no caso do nosso estudo, conjunto de pessoas, pertencentes a práticas distintas, mas que se relacionam em torno de um artefato que representa um mesmo campo de conhecimento, etc. (WENGER, 1998).

Assim, por exemplo, podemos associar os currículos, a cultura e o conhecimento do campo da Matemática Financeira a uma constelação cujas práticas educacionais particulares (locais) estão relacionadas em torno de estilos, discursos e artefatos próprios desse campo (globais), a exemplo dos livros didáticos comumente utilizados nessas práticas. Então, podemos dizer que os livros didáticos, explicitados na voz (WERTSCH, 1991) de seus autores, fornecem-nos indicações, globalmente, sobre o currículo, a cultura e o conhecimento nesse campo de conhecimento, sendo utilizados como guias para práticas locais de ensino e aprendizagem. Mas admitimos também que ao serem utilizados para a negociação de significados numa comunidade, as ideias neles presentes, representadas na voz dos autores, são transformadas na medida em que seus participantes, nesse caso, professores e alunos, interagem com as mesmas. Daí a complexidade citada por Wenger (1998) nas interações entre os aspectos local e global.

Ratificamos, portanto, o argumento posto por Rezat (2006), segundo o qual, os livros didáticos podem ser considerados como artefatos numa perspectiva sócio-cultural, sendo eles historicamente desenvolvidos, culturalmente formados, produzidos para determinadas finalidades e usados com intenções particulares. Como resultado, esse estudo mostra que é comum professores utilizarem livros didáticos de matemática para preparar suas aulas e que esses, denominados de “livros do estudante”, são, de fato, “livros do professor” (*Ibid.*, p. 486, grifo do autor), já que são os professores que transformam sua sequência espacial, numa sequência temporal.

Assim, Rezat (2006) captura um aspecto local da prática de sala de aula, associando os livros didáticos à prática de ensino de professores, os quais utilizam os mesmos para preparar suas aulas. O reconhecimento do livro didático como fonte potencial de suporte de ensino para professores está presente também em outros estudos (HERMÍNIO, 2008; KAUFFMAN, 2002; NOVOTNÁ et al., 2005; SKOVSMOSE, 2000; WU; LEE; LAI , 2004). O estudo de Kauffman (2002), por exemplo, com foco em professores nos seus primeiros anos de

experiência, mostra que o livro didático é central na prática dos mesmos. Esses resultados nos interessam diretamente porque eles mostram que podemos considerar os livros didáticos, tanto mais globalmente, quanto localmente, como indicativos de um campo de conhecimento.

Assim, consideramos que os livros didáticos são artefatos que funcionam como meios de mediação para professores e alunos em sua prática em sala de aula, constituindo-se como reificações dessa prática, com os quais professores e alunos negociam significados sobre um campo de conhecimento, estabelecendo relações entre práticas locais e globais.

Enfim, nosso estudo será organizado em torno da análise de livros didáticos, como abordaremos a seguir (procedimentos metodológicos). Baseamo-nos na compreensão de que estes são parte da prática da matemática financeira educacional, como discutido anteriormente, e representam artefatos comuns a práticas relacionadas numa constelação, caracterizada por comunidades sociais distintas que têm em comum o uso da matemática financeira. Portanto, ao analisá-los, temos subsídios para inferir possíveis características da própria prática da matemática financeira educacional. Assim, nosso objetivo no presente artigo, reelaborado em termos mais delimitados, é *estabelecer características da matemática financeira reificada em livros didáticos*, o qual perseguiremos a seguir.

3.4 Contexto e procedimentos metodológicos

Esse estudo se baseia na análise dos seguintes livros: *Matemática Financeira* de Washington Franco Mathias e José Maria Gomes (2011); *Matemática Financeira* de Carlos Patrício Samanez (2010) e *Matemática Financeira* de José Dutra Vieira Sobrinho (2013). A pesquisa utiliza uma abordagem qualitativa (DENZIN; LINCOLN, 2005) por se tratar de uma investigação sobre os significados que interpretamos nos textos em questão. Compreendemos que esses significados não residem *a priori* nos textos analisados (ROCHA; DEUSDARÁ, 2005), como se pudéssemos explicitar significados estáveis, produzidos pelos autores, mas decorrem da nossa interpretação sobre os textos analisados, enviesada pelos pressupostos teóricos que permeiam nosso estudo.

A escolha desses livros foi iniciada por meio de uma coleta de planos de curso dessa disciplina em cursos da área de negócios numa universidade federal na Bahia e em três das quatro universidades estaduais baianas (em uma delas, não obtivemos resposta). O livro *Matemática Financeira* de Washington Franco Mathias e José Maria Gomes (2011) foi o único na interseção entre todas as referências bibliográficas constantes nesses planos e portanto, escolhido preliminarmente para análise. Depois, visando obter dados diretamente de professores que ministram essa disciplina nos referidos cursos, requisitamos, por *e-mail*,

uma lista compreendendo de três a cinco títulos, como respostas à seguinte pergunta: *quais os livros que você usa para preparar suas aulas e/ou indica para seus alunos?* Esse segundo passo foi realizado com o intuito de responder a possíveis defasagens entre o que estava posto nos planos de curso e o que os professores realmente utilizavam.

Mais uma vez, o livro *Matemática Financeira* de Washington Franco Mathias e José Maria Gomes (2011) foi o único na interseção entre todas as respostas, o que nos motivou a estabelecer um novo critério de seleção: analisar os livros que figurassesem em pelo menos duas, das respostas obtidas. O resultado dessa seleção estendeu a lista para análise a outros dois livros: *Matemática Financeira* de Carlos Patrício Samanez (2010) e *Matemática Financeira* de José Dutra Vieira Sobrinho (2013). Assim, pudemos obter novos dados que ajudassem a explicar e, em alguns casos, refinar algumas características preliminares obtidas a partir do primeiro livro.

Foram priorizados os aspectos internos (OLIVEIRA, 2008) das obras, buscando compreender significados reificados nos livros que podem dar indícios sobre o que possivelmente acontece em sala de aula. Conforme observou Oliveira (2010), os estudos que têm por objetivo a sala de aula, têm uma função mais pragmática, diferentemente dos estudos históricos. Dessa forma, optamos por analisar somente os aspectos internos porque compreendemos que eles são suficientes para responder ao nosso objetivo.

Ainda de acordo com Oliveira (2008), a análise de textos didáticos inclui: descrição do conteúdo da obra; síntese e compreensão do todo; relato da sua estrutura, metodologia, recursos, elementos utilizados; análise da forma do texto nas questões didáticas e pedagógicas; identificação de possíveis mensagens (carga ideológica presente no livro). Todos esses aspectos foram analisados nos livros selecionados. Os códigos mais atrelados aos textos foram anotados nos próprios livros, a exemplo de sinalização dos recursos tecnológicos indicados; uso de diagramas; uso de linguagem do mercado financeiro; uso das flexões de *pessoa* e *número* nas formas verbais; uso de frases com sujeito indeterminado; apresentação e uso das fórmulas; passagens de cálculos linha a linha, dentre outros. Já os relatos e descrições mais abrangentes, como, por exemplo, síntese e compreensão de cada capítulo como um todo, impressões da pesquisadora²² sobre a abordagem pedagógica, a forma dos textos e identificação de possíveis mensagens ideológicas, foram anotados num caderno de notas.

Detalhamos aqui como essa análise foi feita, no sentido de dar clareza aos procedimentos realizados, algo que, de acordo com Oliveira (2008), não é feito em outros

²² A análise inicial dos livros foi feita pela primeira autora deste artigo.

estudos. Embora não tenhamos feito um levantamento estruturado, também não encontramos descrição de procedimentos de análise nos textos pesquisados sobre livros didáticos. Além disso, o próprio Oliveira (2008) busca uma fundamentação teórica para análise de livros, define e sinaliza, como mostrado acima, o que é o *fazer* sobre essa análise, mas não propõe procedimentos “passo-a-passo”, a exemplo de criação de códigos, categorias, etc., própria para textos didáticos.

Começamos analisando o livro *Matemática Financeira* de Washington Franco Mathias e José Maria Gomes (2011). Fizemos a codificação dos dados, linha a linha, página a página do livro texto, anotando no próprio livro: como eram introduzidos os conteúdos; a forma como os conceitos eram apresentados; os procedimentos e formas de cálculo; os modelos de demonstrações; as relações com o cotidiano e uso da linguagem do mercado financeiro; o uso de formas visuais não verbais, a exemplo de gráficos e diagramas de fluxo de caixa; apresentação e uso das fórmulas; apresentação das nomenclaturas utilizadas; as explicações dos autores e seus modos de se dirigir aos leitores; algumas classificações dos tipos de exemplos e exercícios (por exemplo, se eram resolvidos com aplicação direta de fórmula, em um ou mais de um passo, referências à realidade ou semirrealidade, etc.) e de suas soluções (se eram únicas, se envolviam texto verbal, ou eram finalizadas com a apresentação do valor da incógnita, etc.); as interpretações dos autores; modos de resolução alternativos; detalhamento dos cálculos; indicações de usos ou possíveis usos (quando não estava explícito) de máquinas de calcular, dentre outros.

Enfim, procuramos anotar todo tipo de interpretação sobre o texto, criando códigos que poderiam ser úteis para a formação de possíveis categorias. De acordo com Charmaz (2005), codificar significa atribuir rótulos que simultaneamente categorizam, sintetizam e explicam cada segmento de dados, constituindo-se como o primeiro passo para além das proposições estabelecidas nas interpretações analíticas.

Em seguida, começamos a escrever no caderno de notas, para cada capítulo, sua estrutura, sequenciamento dos conteúdos, as proposições de interpretação e os códigos mais recorrentes, colando adesivos coloridos naqueles que versavam sobre o mesmo tema como forma de organizar os dados para formar possíveis categorias. Para cada cor, foi criada uma possível categoria para explicar ideias, eventos ou processos nos dados por meio de palavras (CHARMAZ, 2005).

Além disso, escrevemos *memos*, que, segundo Charmaz (2005), são anotações que capturam as ideias do pesquisador, suas comparações, conexões e notas explicativas, constituindo-se como espaços para novas ideias que surgem no momento em que o

pesquisador conversa consigo próprio. Os *memos* podem ser usados para facilitar a criação de categorias e se constituem em elementos intermediários entre a coleta de dados e o esboço de artigos (CHARMAZ, 2005). Assim, anotamos *memos* paralelamente à relação das proposições e dos códigos no caderno de campo, como também, ao final, foram feitas observações, buscando interpretar cada capítulo transversalmente.

Após os quatro primeiros capítulos do livro (cerca de 50% do total de páginas), percebemos que os dados que nos interessavam começavam a se repetir, no sentido de não trazer novos insights ou representar novas propriedades (CHARMAZ, 2005), dada a semelhança na estrutura dos capítulos e na forma como os conteúdos eram abordados. Assim, começamos a estruturar possíveis categorias.

Fizemos o que Charmaz (2005) denomina de amostragem teórica, iniciando com os dados, construindo ideias preliminares (as possíveis categorias) com os dados obtidos do primeiro livro (MATHIAS; GOMES, 2011) e passando a examinar essas ideias por meio de novas investigações com os outros dois livros (SAMANEZ, 2010; VIEIRA SOBRINHO, 2013) e outros capítulos do mesmo. Segundo Charmaz (2005), compreendemos que a amostragem teórica tem o propósito de obter dados que ajudam a explicar as categorias para desenvolvimento teórico e conceitual, ajustando-as com esses dados, porém, sem objetivar generalidade.

Assim, as categorias que apresentaremos na próxima seção foram o resultado desse processo de refinamento das categorias preliminares, representando características da matemática financeira expressa nos livros que não supomos generalizáveis, mas que podem indicar ideias emergentes a serem perseguidas em pesquisas futuras (CHARMAZ, 2005).

3.5 Apresentação e análise de dados

Os dados analisados nos livros didáticos selecionados nos permitiram concluir que a matemática financeira neles reificada segue o padrão do paradigma do exercício (SKOVSMOSE, 2000). Isto é, são organizados a partir da apresentação ou exposição de ideias e procedimentos matemáticos para em seguida, abordá-los por meio da resolução de exercícios selecionados, para os quais existe somente uma resposta correta.

Obviamente, seguindo esse padrão, os livros apresentam aspectos comuns e também aspectos variáveis na forma como são apresentados os conteúdos, os exercícios, os recursos e a linguagem neles reificados. Isso acontece tanto quando comparamos os três livros, quanto *entre* os capítulos e *nos* capítulos de uma mesmo livro.

Os conceitos, definições e modelos aparecem sempre como uma preparação, ou seja, demarcam o início da abordagem do conteúdo com a finalidade de orientar a resolução de exercícios. Isso pode ser observado nos livros analisados e foi explicitado na voz de um dos autores, como podemos ver no trecho exibido na figura 1, a seguir.

Figura 1 – comentário do autor sobre procedimentos didáticos do livro

Nesse capítulo, aprenderemos a distinguir as diferentes formas com que a taxa de juros se apresenta no mercado e a maneira de tratá-las no cálculo financeiro. A didática a ser utilizada será a mesma dos capítulos anteriores, ou seja, serão abordados alguns conceitos básicos seguidos de vários exemplos de aplicação.

Fonte: Samanez (2010) – destaque nosso

A centralidade dos exercícios é observada em todos os livros, tanto na quantidade e variedade, quanto nos pressupostos anunciados, a exemplo do trecho anterior. Observamos também que estes exercícios são todos semirreais (SKOVSMOSE, 2000). Eles foram utilizados como exemplos, logo após cada definição, conceito ou modelo, em algumas demonstrações, em blocos de “exercícios resolvidos” e de “exercícios propostos”, presentes em todos os capítulos. Na análise, codificamos os exercícios de acordo com: referência à realidade ou semirrealidade (SKOVSMOSE, 2000); resolvidos num único passo ou em mais de um passo; resolvidos com aplicação direta de fórmulas ou desafiadores; utilização de representações visuais, como gráficos e diagramas de fluxo de caixa; utilização de recursos tecnológicos e apresentação das soluções.

Sinalizamos também todas as referências a expressões, regras e procedimentos do mercado financeiro e todas as referências a máquinas de calcular e planilhas eletrônicas.

Os dados obtidos foram organizados em códigos, a partir dos quais delineamos categorias. Essas categorias, apresentadas nas subseções a seguir, foram assim denominadas:

- Rotinas na resolução de exercícios
- Variações na apresentação e resolução de exercícios
- Utilização de linguagem do mercado financeiro
- Indicações de uso de recursos tecnológicos

3.5.1 Rotinas na resolução de exercícios

Nas seções de exercícios resolvidos, os autores exploram tipos diferentes de exercícios, numa sequência dos conteúdos apresentados no início de cada capítulo, abordando formas de interpretar e resolver situações semirreais (SKOVSMOSE, 2000). Vamos mostrar a seguir

passos que são comumente realizados nas resoluções, apontando algumas etapas que compreendemos como priorizadas nas mesmas.

Os dados dos exercícios apresentados nos livros didáticos analisados são todos fictícios, elaborados para esses exercícios semirreais (SKOVSMOSE, 2000). Esses dados são apresentados inicialmente, ou seja, são organizados os valores das variáveis disponíveis no enunciado do exercício, como uma forma de interpretação inicial do mesmo, além de apresentada a incógnita, como no exemplo do livro do Vieira Sobrinho (2013, p. 26), apresentado na figura 2, a seguir.

Figura 2 – apresentação de dados em exercício

2. Um empréstimo de \$ 40.000,00 deverá ser quitado por \$ 80.000,00 no final de 12 meses. Determinar as taxas mensal e anual cobradas nessa operação.

Dados: $S = 80.000,00$
 $P = 40.000,00$
 $n = 12$ meses
 $i = ?$

Solução: $S = P (1 + i \times n)$

Fonte: Vieira Sobrinho (2013)

Nesse passo, a linguagem verbal escrita no exercício é transformada para uma linguagem matemática de atribuição de variáveis. As letras do alfabeto utilizadas para denominar tais variáveis, algumas maiúsculas e outras minúsculas, seguem padrões adotados pelos livros e já expostos ao leitor na apresentação dos conteúdos, exemplos ou capítulos anteriores.

Em todos os exercícios analisados, observamos que os dados fornecidos em seus enunciados são perfeitamente ajustados para a resolução, ou seja, não faltam dados, nem são apresentados dados excedentes, que não sejam necessários para a mesma. Assim, consideramos que os exercícios representam simplificações de situações do cotidiano e de ambientes profissionais, na medida em que, diferentemente do que acontece geralmente nessas situações, não sobram nem faltam dados para a resolução.

Após a apresentação dos dados, geralmente é apresentada a fórmula que será utilizada para a resolução do exercício, como também podemos observar na figura 2 mostrada anteriormente. Percebemos que as fórmulas selecionadas são aquelas que envolvem as variáveis conhecidas, apresentadas nos dados e a variável procurada. Ou seja, esse passo envolve a seleção da fórmula que será útil para a resolução.

Após a apresentação da fórmula, seguem-se os passos de resolução propriamente ditos, ou seja, substituição dos dados na fórmula, transformações algébricas e cálculos necessários para obtenção do valor final da variável procurada. Uma etapa comumente observada nos primeiros passos para resolução de exercícios envolve uma transformação inicial taxa/tempo, para que ambas se refiram à mesma unidade de tempo. Esse passo é repetido diversas vezes nos exercícios, no intuito de preparar os estudantes para estarem atentos a essa uniformidade e distinguir quando essa transformação é feita de forma proporcional, ou quando deve seguir o princípio de equivalência de taxas.

A forma detalhada de resolução, abrangendo etapas relacionadas à seleção de modelos para resolução e os procedimentos de cálculos propriamente ditos, constitui-se como uma característica presente em exercícios resolvidos. Observamos esse padrão, em parte, dada a diversidade de formas alternativas de resolução, como também de cálculos, alguns deles explicitando passos de procedimentos mais elaborados, do ponto de vista das operações matemáticas envolvidas, como, por exemplo, cálculos por iterações e usos de interpolação. Compreendemos a robustez dessas etapas como a intenção dos autores de apresentar ferramentas da matemática, em geral, e matemática financeira, em particular, como forma de *ensinar a resolver exercícios*.

Por exemplo, no exercício a seguir, retirado do livro de Mathias e Gomes (2011, p. 97, 98), o cálculo do fator $(1 + 0,2)^5$ é sugerido de três maneiras distintas: pela verificação de uma tabela no apêndice do livro, efetuando potenciação e via logaritmos, como podemos observar na figura 3.

Figura 3 – formas alternativas de cálculo em exercício

1. Calcular o montante de uma aplicação de \$ 10.000,00 sob as hipóteses a seguir:

| Taxa | Prazo |
|--------------|---------------|
| a) 20% a.a. | 5 anos |
| b) 5% a.s. | 3 anos e meio |
| c) 2,5% a.m. | 1 ano |

Para a resolução deste problema devemos aplicar a fórmula:

$$C_s = C_0(1 + i)^n$$

Resolução: a) $C_0 = 10.000$
i = 20% a.a.
n = 5

Temos, portanto:

$$C_s = 10.000 (1 + 0,2)^5$$

O fator $(1 + 0,2)^5$ encontra-se na tabela de $(1 + i)^n$, onde buscaremos *i* = 20% e *n* = 5 (ver Apêndice de Tabelas).

$$(1 + 0,2)^5 = 2,488320$$

$$\therefore C_s = 10.000 (2,488320) = \$ 24.883,20$$

Se não existir tabela para a taxa (*i*) dada, pode-se calcular o valor do fator $(1 + i)^n$ de dois modos:

1 – o primeiro e mais óbvio é calcular-se o valor do fator, efetuando-se a potenciação:

$$(1 + 0,2)^5 = \underbrace{1,2 \times 1,2 \times 1,2 \times 1,2 \times 1,2}_{n=5} = 2,48832$$

2 – o segundo é calcular-se o fator, via logaritmos:

$$(1 + 0,2)^5 = x, \text{ onde } x = \text{fator}$$

$$5 \log (1,2) = \log x$$

$$5 (0,079181) = \log x$$

$$0,395906 = \log x$$

Extraindo o antilogaritmo:

$$x = 2,48832$$

Fonte: Mathias; Gomes (2011)

Após os procedimentos de cálculo, são explicitadas as soluções dos exercícios. Todos os exercícios analisados apresentaram uma única solução. Além disso, na maioria dos exercícios resolvidos, a determinação do valor numérico da variável procurada finaliza a resolução e é tida como suficiente para a resposta final.

As rotinas nas resoluções de exercícios seguem um padrão que pode ser verificado, de forma geral, transversalmente, nos exercícios resolvidos nos três livros analisados. Isto é, parte-se da organização e interpretação dos dados que podem ser extraídos dos enunciados das questões a serem resolvidas, todas apresentando situações semirreais (SKOVSMOSE, 2000); procede-se à seleção dos modelos que serão utilizados para os procedimentos de resolução; são executados os procedimentos de cálculo para determinação das incógnitas; são exibidas as soluções. Esses resultados representam rotinas comuns, observadas de forma geral nas resoluções de exercícios.

Outra característica comum é o fato de as situações postas nos exercícios não dependerem de contextos e situações pessoais para que sejam solucionadas. Isto é, elas representam situações gerais que podem ser solucionadas do ponto de vista da matemática financeira pura, não se referindo a pessoas ou situações específicas, nem dependendo destas. Grande parte dos exercícios demandam cálculos para determinar capitais, montantes, taxas

embutidas em operações, prazos, equivalências, etc., havendo poucos que envolvem processo decisório, sobre os quais discutiremos na seção seguinte.

3.5.2 Variações na apresentação e resolução de exercícios

Como dito anteriormente, todos os exercícios analisados foram elaborados a partir de situações semirreais (SKOVSMOSE, 2000), porém há variações neles quando analisamos a proximidade dessas situações inventadas com aquelas às quais se procura imitar. Alguns apresentam situações que parecem mais distantes de possíveis situações análogas relacionadas ao cotidiano. Por exemplo, no exercício retirado do livro do Samanez (2010, p. 44) e apresentado na figura 4 a seguir, a situação inventada apresenta apenas possíveis valores para as variáveis conhecidas, sem se referir a pessoas ou contextos. Além disso, utiliza um valor para a taxa anual que se distancia bastante do cenário de taxas de aplicação praticadas nos bancos brasileiros na atualidade, incluindo o ano de publicação do livro, produzindo um montante que representa mais que o dobro do valor aplicado em 9 meses apenas.

Figura 4 – exercício apresentando situação distante de possíveis situações do cotidiano

► Exemplo 3.13

Em quantos meses um capital de \$5.000, aplicado a juros nominais de 120% a.a., capitalizados mensalmente, produz um montante de \$11.789,75?

Dados: $P = \$5.000$, $S = \$11.789,75$, $j = 120\%$ a.a., $k = 12$, $m = ?$

$$S = P \left(1 + \frac{j}{k} \right)^{k \times m}$$

$$\$11.789,75 = \$5.000 \times \left(1 + \frac{1,20}{12} \right)^{12 \times m} \Rightarrow (1,10)^{12m} = 2,35795$$

$$\text{Aplicando logaritmos: } m = \frac{\log 2,35795}{12 \times \log 1,10} = 0,75 \text{ ano}$$

O prazo m encontrado está na mesma unidade de tempo da taxa nominal (ano). Entretanto, podemos transformá-lo em meses: $0,75 \text{ ano} \times 12 \text{ meses / ano} = 9 \text{ meses}$.

Fonte: Samanez (2010)

Já em outros exercícios, as situações inventadas parecem se aproximar mais daquelas nos contextos aos quais se associam. Por exemplo, no próprio livro do Samanez (2010), o exercício 3.52 do capítulo sobre taxas de juros (p. 65) traz uma situação fictícia, porém elaborada com base em dados reais correspondentes ao ano de 2010, para um determinado tipo de aplicação financeira, inclusive com o registro da fonte desses dados, como podemos ver na figura 5 a seguir.

Figura 5 – exercício apresentando situação próxima de possíveis situações do cotidiano

► Exemplo 3.52

Um capital de \$10.000 foi aplicado em 31/03/2010 para ser resgatado em 06/04/2010. Se a aplicação obtiver 100% da taxa DI Pré-over, determinar o valor de resgate.

Diariamente, a Central de Custódia e Liquidação de Títulos Privados (CETIP) divulga a taxa DI Over, que é uma média calculada com base nas operações do mercado interbancário prefixadas e pactuadas por um dia útil. O quadro a seguir mostra a tabela com as taxas DI Pré-over para os dias úteis durante o prazo da operação:

| Taxas DI Pré-over | | |
|-------------------|-------|--------------|
| Data (dia útil) | Média | Fator diário |
| 31/03/2010 | 8,61% | 1,00032780 |
| 01/04/2010 | 8,58% | 1,00032671 |
| 05/04/2010 | 8,61% | 1,00032780 |
| 06/04/2010 | 8,62% | 1,00032817 |

(*) $(1+8,61\% / 100)^{1/352}$

Fonte: <http://www.cetip.com.br>

- Valor de resgate em 06/04/2010:

$$\$10.000 \times (1,00032780 \times 1,00032671 \times 1,00032780 \times 1,00032817) = \$10.013,11$$

Fonte: Samanez (2010)

No livro *Matemática Financeira* de José Dutra Vieira Sobrinho (2013), há situações semelhantes no capítulo nove, intitulado *Operações Financeiras Realizadas no Mercado*, porém, utilizando dados reais do período 1993/1994, sendo de 2013 esta edição analisada. O autor explica no prefácio (p. 16) que “a maior parte da matéria constante desse capítulo está sempre sujeita a atualização em face das frequentes modificações que o governo introduz nas regras do mercado financeiro e de capitais”.

Não encontramos exercícios desse tipo no livro de Mathias e Gomes (2011) e eles foram raros nos livros do Samanez (2010) e no do Vieira Sobrinho (2013), com a diferença que, no primeiro, eles constam em capítulos distintos e, no segundo, aparecem concentrados no capítulo nove. Esses exercícios, mesmo que inventados, ao trazer situações mais próximas daquelas que ocorrem ou já ocorreram nas situações financeiras tomadas como modelo, podem propiciar aos leitores oportunidades para que os mesmos possam se familiarizar com práticas comuns do mercado financeiro. Entre exercícios que parecem se distanciar mais, até aqueles que mais se aproximam das situações do cotidiano e do mercado financeiro, há um intervalo com uma variedade de situações, mais, ou menos, próximas daquelas que procuram imitar.

Alguns exercícios são solucionados em um único passo, enquanto outros, em mais de um passo. Optamos por considerar exercícios resolvidos em mais de um passo como aqueles que exigiam a aplicação de mais de uma fórmula até alcançar a solução, ou que apresentavam qualquer tipo de cálculo precedente ou após o uso de uma fórmula ou outro procedimento de cálculo, com exceção do procedimento de transformação taxa/tempo citado na seção anterior. Caso contrário, praticamente todos os exercícios seriam rotulados como resolvidos em mais

de um passo, já que um passo comum, presente em grande parte dos exercícios resolvidos, é essa transformação. Dessa forma, não obteríamos o panorama relativo àqueles que demandavam etapas distintas que tornassem sua solução mais elaborada.

Observamos também outras variações: alguns apresentam mais de uma alternativa relacionada ao processo de resolução (por exemplo, a depender dos modelos selecionados, um mesmo exercício pode ser resolvido diretamente, em um único passo, ou em mais de um passo) e há outros que apresentam mais de uma alternativa de forma de cálculo, como mostrado na figura 3 da seção anterior; alguns sugerem o uso da máquina de calcular, outros utilizam recursos mais elaborados da matemática pura para oferecer uma alternativa ao uso desse instrumento; alguns explicitam propriedades da matemática básica; alguns utilizam diagramas de fluxo de caixa na interpretação da situação posta.

Os diagramas de fluxo de caixa são representações gráficas das entradas e saídas de capital no tempo e são utilizados com mais frequência em situações de equivalência de capitais ou análise de opções de investimento ou pagamentos com múltiplas entradas e/ou saídas de capital.

Dentre os exercícios resolvidos e propostos analisados, alguns (poucos) envolvem processo decisório. De forma geral, essas decisões dependem apenas dos cálculos e resultados meramente matemáticos. Observamos esse padrão, tanto em exercícios resolvidos, quanto nos resultados esperados para exercícios propostos, como pudemos perceber conferindo as respostas a esses exercícios. Assim, podemos dizer que esses exercícios apresentam situações que envolvem processo decisório simples, sem recorrer a análises que dependem do contexto, de situações pessoais ou análises críticas, mesmo em situações que podiam suscitá-las, como pudemos analisar nos exercícios que demandavam decisão sobre compras à vista ou prazo. Nesses casos, as decisões meramente financeiras apresentadas nos livros, muitas vezes se distanciam do que ocorre no cotidiano das pessoas. Por exemplo, vejamos o exercício da página 23 do livro do Samanez (2010) na figura 6 a seguir.

Figura 6 – exercício apresentando processo decisório meramente financeiro

► Exemplo 2.13

Em vendas à vista, uma loja oferece 5% de desconto; pagando-se com cheque pré-datado para um mês, não há cobrança de juros; em cheques pré-datados para dois meses, há um acréscimo de 3%. Qual é a melhor forma de pagamento, se o rendimento do dinheiro for de 3,5% a.m.?

Dados: $d = 5\%$, valor à vista = $0,95P$, valor a um mês = P , valor a dois meses = $1,03P$

- Cálculo da taxa de juros embutida

Pagamento a um mês: por equivalência de capitais, o valor presente do pagamento a um mês deve ser igual ao valor do pagamento à vista:

$$\frac{P}{1+i} = 0,95P \Rightarrow i = \frac{1}{0,95} - 1 = 0,052632 = 5,2632\% \text{ a.m.}$$

Pagamento a dois meses: por equivalência de capitais, o valor presente do pagamento a dois meses deve ser igual ao valor do pagamento à vista:

$$\frac{1,03P}{(1+i)^2} = 0,95P \Rightarrow i = \left(\frac{1,03}{0,95}\right)^{1/2} - 1 = 0,041254 = 4,1254\% \text{ a.m.}$$

A melhor forma de pagamento é à vista, já que o rendimento do dinheiro é menor que a taxa cobrada pela loja nas outras duas formas de pagamento possíveis.

Fonte: Samanez (2010)

No enunciado desse exercício, o autor afirma que não há cobrança de juros pagando-se com cheque pré-datado para um mês. Porém, segue mostrando que ao comparar essa opção com o valor à vista, o qual toma apropriadamente como referência para comparar as alternativas, obtém-se uma taxa de juros embutida de mais de 5%, taxa do desconto. Isto é, há de fato uma cobrança de juros pelo pagamento para um mês. Além disso, a opção para dois meses apresenta uma taxa embutida menor que esta, distanciando-se menos do rendimento de 3,5% do dinheiro, algo que pode ser atrativo para um consumidor que deseje desfrutar antecipadamente de bens que a loja oferece e que não disponha do valor para pagamento à vista, como sugerido pelo mesmo. Do senso comum, em muitos casos, pessoas de baixa renda sentem a necessidade de comprar a prazo, mesmo quando a decisão não é a melhor do ponto de vista meramente financeiro. Também, como exemplo, algumas empresas optam por pagamentos a prazo a fim de evitar “empatar” seu capital de giro. É certo que consumidores e profissionais nas empresas precisem conhecer as melhores opções do ponto de vista meramente financeiro para sua tomada de decisão, mas também precisarão analisar suas situações específicas.

Alguns (poucos) exercícios, nos três livros analisados, foram rotulados como desafiadores. Consideramos como exercícios desafiadores aqueles que demandavam uma informação, ou um *insight* para a resolução ainda não abordados nos textos ou em exercícios anteriores. A quantidade de passos ou a diversidade de formas de resolução não foram critérios que definiram essa seleção, mas aqueles nos quais os leitores não tinham, *a priori*, as pistas para solucioná-los; enfim, aqueles que podíamos dizer que se constituíam como

problemas a serem solucionados. Podemos ver um exemplo desse tipo no exercício sobre desconto comercial simples na figura 7 a seguir, retirada do livro do Samanez (2010, p. 75, 76).

Figura 7 – exercício desafiador

► Exemplo 4.3

Um banco realiza suas operações de desconto aplicando uma taxa de desconto de 2% a.m., porém exige um saldo médio de 30% do valor da operação a título de reciprocidade bancária. Uma empresa descontou, nesse banco, uma nota promissória de \$100.000 três meses antes do vencimento. Calcular o valor liberado à empresa e a taxa de desconto efetiva linear, supondo a exigência e a não exigência de saldo médio. Para simplificar, suponha que não haja remuneração sobre o saldo médio nem tarifas de serviços bancários.

Dados: $N = \$100.000$, $d = 2\%$ a.m., $n = 90$ dias, $V = ?$, $i = ?$

a) Sem necessidade de saldo médio:

- Valor liberado: $V = N(1 - d \times n) = \$100.000 \times (1 - 0,02 \times 3) = \94.000
- Taxa de desconto efetiva linear:

$$i = \left(\frac{D}{V}\right) \times \left(\frac{30}{n}\right) = \left(\frac{\$100.000 - \$94.000}{\$94.000}\right) \times \left(\frac{30}{90}\right) = 2,1288 \text{ a.m.}$$

$$\text{ou: } i = \frac{d}{1 - d \times n} = \frac{0,02}{1 - 0,02 \times (90/30)} = 0,021288 = 2,1288\% \text{ a.m.}$$

b) Com necessidade de saldo médio:

- Valor liberado: $V = \$94.000 - \$30.000 = \$64.000$

O saldo médio exigido é de \$30.000 ($0,3 \times \100.000). Na prática, tudo se passa como se o banco, por ocasião da liberação dos recursos, fizesse uma retenção de \$30.000. Esses \$30.000 ficarão parados na instituição bancária por três meses. Na liquidação da operação (final do terceiro mês), a empresa precisará desembolsar apenas \$70.000 (\$100.000 - \$30.000), pois o banco já dispõe dos \$30.000 retidos como saldo médio.

• Taxa de desconto efetiva linear:

$$i = \left(\frac{D}{V}\right) \times \left(\frac{30}{n}\right) = \left(\frac{\$100.000 - \$94.000}{\$64.000}\right) \times \left(\frac{30}{90}\right) = 3,125\% \text{ a.m.}$$

Nota-se que a exigência de saldo médio encarece a operação, que passa de um custo efetivo de 2,1288% a.m. para 3,125% a.m.

Fonte: Samanez (2010) – destaque nosso

Essa situação é fictícia e não sabemos se há algum banco que, nas suas operações de desconto, exija um saldo médio como o ilustrado nesse exercício resolvido, porém compreendemos que a situação posta gera um desafio para o leitor, principalmente, se tentar resolver o exercício antes de acompanhar a resolução proposta pelo autor. O cálculo da taxa linear efetiva i (no item b) envolve valores distintos para a variável V , que representa o valor liberado na operação de desconto. Nessa resolução, o autor calcula $D = N - V = 100.000 - 94.000$ (portanto, $V = 94.000$), enquanto que o valor liberado V no denominador da mesma fórmula, assume o valor $V = 64.000$ (valor liberado com a retenção de 30.000, correspondente ao saldo médio exigido).

Em relação às soluções, como dito anteriormente, na maioria dos exercícios resolvidos, a determinação do valor numérico da variável procurada finaliza a resolução e é tida como suficiente para a resposta final, porém, em alguns problemas, há uma finalização verbal e em outros há uma interpretação da solução finalizando o problema. Vamos distinguir a

finalização verbal da interpretação da solução, utilizando os exemplos a seguir. No exercício 1 da página 55 do livro do Mathias e Gomes (2011), lê-se “\$ 990, 83 é, portanto, o desconto racional obtido pelo resgate antecipado da dívida”, referente à determinação do desconto racional. Nesse caso, dizemos somente que há uma finalização verbal porque esta expressão representa apenas uma transição entre a determinação matemática da variável para a linguagem verbal, sem a presença de um elemento a mais que concretize a interpretação do problema. De fato, nem todo exercício requer uma interpretação mais elaborada da solução final. O tipo de solução depende do tipo de exercício proposto.

Diferentemente, no exercício 17 da página 40 do mesmo livro, após a determinação da variável procurada, valor atual $V = \$ 11.558,58$, há a seguinte conclusão: “O título será transferido por \$ 11.558,58, valor este que garantirá ao comprador uma rentabilidade de 32% a.a”. Observemos que, nesse caso, há uma interpretação financeira que garante que a solução do exercício seja compreendida. Ou seja, não é um caso simples de tradução verbal da linguagem matemática da solução. Mais que isso, a interpretação dessa solução garante sua compreensão.

Assim, dentre as variações observadas transversalmente nos três livros analisados, destacamos: a variedade de exercícios semirreais, desde os mais distantes das situações às quais procuram imitar, até os mais próximos de situações do cotidiano e de ambientes de trabalho; variações quanto à quantidade de passos para resolução, alternativas para resolução, alternativas de forma de cálculo, sinalização de uso de recurso tecnológico, detalhamento de operações da matemática básica e uso de diagramas; a presença de alguns exercícios que envolvem processo decisório, embora simples; a presença de alguns exercícios desafiadores; diferentes formas de apresentação das soluções, variando do simples *display* da incógnita, até interpretações financeiras necessárias para a conclusão da solução.

3.5.3 Utilização de linguagem e situações do mercado financeiro

Nesta seção, vamos mostrar como linguagens e situações da matemática financeira que se assemelham às do mercado financeiro são utilizadas nos livros didáticos analisados, podendo proporcionar uma aproximação do ambiente educacional com situações do cotidiano e da vida profissional.

Desde a seção anterior, quando analisamos a proximidade de exercícios semirreais (SKOVSMOSE, 2000) com situações da matemática financeira cotidiana e de ambientes de trabalho, já mostramos formas de se agendarem tais situações. Nos livros analisados,

aparecem palavras, situações e operações típicas do mercado financeiro, sendo mais evidentes e mais uniformemente distribuídas no livro do Samanez (2010).

Expressões como *nota promissória*, *letra de câmbio*, *títulos*, *duplicatas*, *risco*, *aplicações e compromissos*, dentre outras, são frequentes nesses livros. Além da utilização dessas expressões, os autores também explicam conceitos, como os de juros, taxas de juros, dentre outros, a partir das regras do mercado financeiro.

Por exemplo, Mathias e Gomes (2011) definem taxa de juros, como aquela que “mede o custo da unidade de capital no período a que se refere a taxa” (MATHIAS; GOMES, 2011, p. 3), mas seguem mostrando que a taxa é a soma da taxa pura de juros, mais o custo pelo risco e o custo de impostos e serviços de intermediação. Segundo os autores, a taxa de juros pura é obtida pela situação de equilíbrio entre a oferta e a procura de fundos; a parcela associada ao risco representa “um *seguro* que o ofertante de fundos cobra para assumi-lo” (MATHIAS; GOMES, 2011, p. 4, grifo dos autores) e a parcela referente ao custo de impostos e serviços de intermediação são associadas aos custos de contratos e intermediação dos agentes envolvidos, como “comissões, impostos sobre operações financeiras (IOF), avais, etc.” (MATHIAS; GOMES, 2011, p. 5). Nesse caso, os autores relacionam o conceito estudado com regras e situações do mercado financeiro.

Também, são anunciadas regras que podem ajudar o leitor a compreender como funciona esse mercado, a exemplo do trecho na figura 8, a seguir.

Figura 8 – comentário do autor sobre regras do mercado financeiro

de lucro, sua despesa de juros deverá ser menor do que a receita prevista. No caso específico dos Bancos e das Financeiras, as taxas de remuneração dos recursos captados devem ser menores que as taxas cobradas nas operações de empréstimos ou financiamentos, sendo que a diferença deve ser suficiente para cobrir as despesas e proporcionar lucro; o aspecto inflacionário, neste

Fonte: Vieira Sobrinho (2013) – destaque nosso

Essa diferença a qual este autor se refere é denominada de *spread bancário*. Assim como neste exemplo, há outros nos quais os autores anunciam regras e práticas das instituições financeiras.

Em alguns casos, os autores apresentam algumas situações cotidianas para ilustrar tipos de operações em estudo, como nos exemplos relativos a operações de desconto mostradas no trecho exibido na figura 9, a seguir.

Figura 9 – situações cotidianas utilizadas pelos autores para ilustrar operações de desconto

Quando se faz uma aplicação de capital com vencimento predeterminado, obtém-se um comprovante de aplicação que pode ser, por exemplo, uma nota promissória ou uma letra de câmbio.

Caso o aplicador precise do dinheiro antes de vencer o prazo de aplicação, deve voltar à instituição captadora, transferir a posse do título e levantar o principal e os juros já ganhos.

Uma outra situação diz respeito a uma empresa que faça uma venda a prazo, recebendo uma duplicata com vencimento determinado. Se a empresa precisar do dinheiro para suas operações, pode ir a um banco e transferir a posse da duplicata, recebendo dinheiro em troca.

As operações citadas são chamadas de “desconto” e o ato de efetuá-las é chamado de “descontar um título”.

Fonte: Mathias; Gomes (2011)

Porém, nesse caso, os autores não explicaram o que é uma duplicata, deixando apenas subentendido. A duplicata e o cheque pré-datado são títulos de crédito de natureza semelhante, que representam o direito de receber determinado valor no futuro, sendo também comumente antecipáveis. Sabemos do senso comum que a utilização de cheques pré-datados é uma prática corriqueira no comércio. Comum também é o desconto desses cheques em bancos ou empresas de *factoring* e, a despeito da sua larga utilização, não foi abordado nesse texto, mas aparece em destaque na página 82 do livro do Samanez (2010), como podemos ver no seguinte trecho, na figura 10.

Figura 10 – explicação do autor sobre *factoring* - operação do mercado financeiro

O *factoring* é voltado à prestação de serviços de pequenas e médias empresas, como a gestão de caixa e estoques, o controle de contas a pagar e a receber, negociações com fornecedores etc. As empresas de *factoring* adquirem, de forma definitiva, os direitos creditórios resultantes das atividades mercantis a prazo, assumindo todo o risco inerente ao crédito concedido pela empresa vendedora. Na prática, as operações de *factoring* são efetuadas no âmbito das pequenas e médias empresas para capital de giro, assemelhando-se ao desconto de duplicatas.

Fonte: Samanez (2010) – destaque nosso

Além de explicar essas operações de *factoring* e mostrar exemplos de aplicação, o livro do Samanez (2010) apresenta vários outros exemplos de operações do mercado financeiro com exercícios aplicados distribuídos ao longo do livro como um todo. Por exemplo, apresenta uma seção sobre sistemas de financiamento habitacional no capítulo sobre planos de amortização de empréstimos e financiamentos (p. 168-171), além de conter um capítulo inteiro sobre operações de curto prazo que ilustram situações e operações comuns nas instituições financeiras.

Concluindo, podemos dizer que o uso de linguagem e situações do mercado financeiro pode ser observado nos livros didáticos por meio de palavras, expressões, conceitos, algumas regras e operações deste mercado, tanto nas exposições teóricas, quanto em exercícios. Porém, cabe-nos evidenciar que há uma diferença de abordagem dessas linguagens e situações da matemática financeira do cotidiano e de ambientes profissionais entre os livros dos autores Mathias e Gomes (2011) e Vieira Sobrinho (2013) e o livro do Samanez (2010). Neste último, há uma gama mais ampla e mais bem distribuída tanto de linguagem, quanto de situações ao longo do livro. Embora não seja objetivo nosso fazer uma comparação entre esses livros, fizemos tal observação no sentido de destacar que o uso difundido dessas linguagens e situações não se constituem como padrão geral nos livros analisados.

3.5.4 Indicações de uso de recursos tecnológicos

A indicação de uso de máquinas de calcular e planilhas eletrônicas, recursos tecnológicos mais citados nos estudos sobre ensino de Matemática Financeira utilizados na revisão de literatura abordada neste artigo, é bastante distinta entre os livros analisados. Dessa forma, embora também aqui não seja nosso objetivo fazer um estudo comparativo desses livros, precisaremos analisar separadamente os resultados de cada um, para evitar que os dados apresentados sobre essas indicações pareçam situações gerais, observadas transversalmente nos livros. Porém, ao final desta seção, vamos indicar quais observações transversais pudemos extrair dessa análise.

No livro de Mathias e Gomes (2011), verificamos que há raras indicações sobre o uso desses recursos. Observemos o trecho da apresentação desse livro mostrado na figura 11, a seguir.

Figura 11 – concepção do autor sobre uso de máquinas de calcular e softwares

para o uso desta metodologia. Neste processo não existem atalhos. Os experimentos educacionais com máquinas de calcular e mesmo com softwares de planilhas eletrônicas vêm demonstrando que o processo de raciocínio analítico precede o uso de uma ferramenta de cálculo. Entendemos que, quanto mais o aluno dominar os conceitos,

Fonte: Mathias; Gomes (2011) – destaque nosso

Refletindo essa concepção, máquinas de calcular são elementos acessórios pouco evidenciados no texto e a referência a softwares de planilhas eletrônicas é ausente nos

capítulos analisados, inclusive no capítulo sete, intitulado Empréstimos, que apresenta diversas planilhas relativas aos sistemas de amortização.

Mesmo em operações que não demandariam uma máquina de calcular financeira, a exemplo de cálculos do tipo y^x , os autores apresentam resultados diretamente, sem se referirem a máquinas de calcular, ou escolhem mostrar uma variedade de opções de cálculo que evitam o uso desse recurso, como podemos observar no exemplo da figura 3, mostrado anteriormente. Nesse, como em outros exercícios, o uso da máquina não foi apresentado como uma alternativa, e, considerando as três alternativas utilizadas como recurso para o cálculo da potência, compreendemos que a disponibilização dessas soluções com lápis e papel é apresentada como forma de dispensar o uso desta tecnologia.

Observamos que esse é um padrão neste livro, apresentando resultados de cálculos de forma instantânea, sem se referir às máquinas de calcular, o que ocorre com mais frequência a partir do quarto capítulo, ou apresentando recursos da matemática para dispensar o uso da máquina de calcular. As formas de cálculo disponibilizadas como alternativas ao uso da máquina de calcular dependem do uso de tabelas ou são muito custosas do ponto de vista operacional e de tempo. Mesmo o uso de logaritmos acaba dependendo de uma tabela de logaritmos, caso a intenção seja dispensar máquinas de calcular científicas, que efetuam operações de potência a expoentes reais e logaritmos. Essas calculadoras que contêm as teclas y^x e $\ln x$, costumam ser de fácil acesso entre estudantes de nível universitário (VIEIRA SOBRINHO, 2013).

Já no livro do Vieira Sobrinho (2013), há diversas inserções no texto sugerindo o uso de calculadoras, como podemos observar no trecho retirado desse livro, na figura 12 a seguir.

Figura 12 – comentário do autor sobre usos da máquina de calcular

Observação: Visto que na atualidade é possível admitir que a maioria dos estudantes de nível universitário, ou mesmo do segundo grau, possua uma calculadora com a função potência y^x , todos os problemas apresentados neste livro, daqui para frente, em que a taxa seja a incógnita, serão resolvidos através dessa função. Igualmente, nos casos em que o prazo seja a incógnita, as soluções serão obtidas através de logaritmo, normalmente o neperiano, encontrado na maior parte das calculadoras ditas científicas ou financeiras.

Fonte: Vieira Sobrinho (2013)

Além disso, há um capítulo inteiro (décimo primeiro) sobre utilização de calculadoras financeiras. Segundo este autor, alguns exercícios dos capítulos anteriores são reapresentados com suas soluções por meio da calculadora HP 12C, sendo mencionadas as referidas páginas para que o leitor possa comparar estes resultados com as soluções matemáticas desses

exercícios. Porém, nos capítulos analisados, não verificamos nenhuma menção a planilhas eletrônicas.

No livro do Samanez, desde o segundo capítulo, sobre juros compostos, o autor apresenta uma seção intitulada *Uso básico da calculadora HP 12C*, na qual explica procedimentos básicos para uso desse recurso. A partir daí, apresenta alguns exercícios, neste e nos capítulos subsequentes, resolvidos com o auxílio dessa calculadora, alternados com exercícios resolvidos sem o auxílio da mesma. Nos exercícios resolvidos com a HP 12C, além de mostrar as teclas que devem ser usadas e suas respectivas funções, o autor apresenta, paulatinamente, nomenclaturas, novos princípios e procedimentos relacionados a esse instrumento, como podemos ver no exercício ilustrado na figura 13 a seguir, retirado da página 93 deste livro.

Figura 13 – exercício apresentando orientações para uso da HP 12C

► Exemplo 5.1

Um bem cujo preço à vista é \$4.000 será pago em oito prestações mensais iguais que vencem ao fim de cada mês. Considerando que o juro composto cobrado é de 5% a.m., calcular o valor das prestações.

Dados: P = \$4.000, i = 5% a.m., n = 8, R = ?

- Cálculo das prestações:

$$R = \frac{P}{a_{8|5\%}} = \frac{\$4.000}{\left[\frac{(1,05)^8 - 1}{(1,05)^8 \times 0,05} \right]} = \frac{\$4.000}{6,46321} = \$618,89$$

| Calculadora HP 12c: | |
|----------------------------|--|
| (f) (FIN) | apaga a memória financeira |
| 4000 (CHS) (PV) | principal com sinal negativo |
| 5 (i) | taxa de juros efetiva |
| 8 (n) | número de prestações |
| (PMT) → 618,89 | cálculo o valor da prestação postecipada |

O fator $a_{8|5\%}$ = 6,46321 pode ser calculado com o auxílio de uma calculadora que possua a função X^y ou observado nas tabelas financeiras do Apêndice deste livro. Na HP 12c, PV é o principal ou valor presente, que significa o valor que temos na data 0; FV é o valor futuro, que será igual ao valor que teremos no fim do período; PMT é a prestação paga ou recebida.

Fonte: Samanez (2010)

Dos livros analisados, este é o único que se refere a planilhas eletrônicas, apresentando um apêndice, iniciado na página 253, intitulado *Matemática Financeira com Excel*. Neste, são apresentados conceitos básicos, detalhes dessa ferramenta, funções financeiras e exercícios referentes aos assuntos abordados nos capítulos do livro. Os modelos matemáticos referentes às funções financeiras são apresentados numa tabela. Na primeira coluna desta tabela, consta o nome da função; na segunda coluna, são apresentados os argumentos (entradas) para realização dos cálculos pelo software e, na terceira coluna, denominada descrição, são apresentadas as saídas, ou seja, o resultado que se obtém quando as entradas são lançadas apropriadamente.

Além disso, observações relacionadas ao uso desse *software* são apresentadas paulatinamente nos exercícios resolvidos. No prefácio desse livro, o autor se refere a este apêndice como uma novidade desta edição (quinta), relacionada, segundo ele, a um “esforço pela melhoria contínua” e “visando atender às exigências do mercado” (SAMANEZ, 2010, p. XI).

No capítulo 8, intitulado *Planos de amortização de empréstimos e financiamentos*, cujo assunto abordado demanda exercícios com planilhas, esse autor não se refere às planilhas eletrônicas que são apresentadas posteriormente, no apêndice. Porém, há alguns exercícios resolvidos nos quais é sugerido o uso da HP 12C.

Enfim, o uso da máquina de calcular é indicado nos livros analisados, porém há variações quantitativas e qualitativas nas abordagens. Sobre as variações qualitativas, observamos desde indicações acessórias e alternativas de operações matemáticas que podem dispensar o seu uso, até a difusão desses instrumentos como meios para agilizar os processos de cálculo. Não observamos, em nenhum dos livros analisados, usos desses artefatos para investigação ou compreensão de modelos matemáticos.

Apenas um livro analisado apresenta indicação de *software* de planilha eletrônica num apêndice apresentado no final do mesmo. Sabemos, da experiência profissional, que embora estejam disponíveis aos leitores, apêndices não são geralmente consultados por estudantes.

Os usos de planilha *Excel* indicados nesse apêndice podem ajudar os leitores a conhecer essa ferramenta e possibilidades de recursos que ela oferece. Observamos, também neste caso, que o foco da abordagem é apresentar usos que possam agilizar formas de cálculo. Não há exemplos nos quais esta planilha seja usada para investigação.

Concluindo, podemos dizer que os usos de recursos tecnológicos, quando indicados, demonstram que estes desempenham papel acessório, sendo apresentados como alternativas a procedimentos matemáticos, como forma de agilizar cálculos.

3.6 Discussão

Nesta seção, discutiremos os resultados principais, obtidos a partir da análise de resultados transversais às categorias apresentadas anteriormente.

A centralidade do uso de resolução de exercícios nos livros analisados é observável transversalmente nas categorias apresentadas anteriormente. Esta centralidade foi observada no estudo de Rosetti Júnior e Schimiguel (2011) e também no de Barroso e Kistemann Jr. (2013). Compreendemos que, independente da forma como é abordada, a difusão desses

exercícios nos livros pode indicar que os mesmos são parte da prática de se ensinar e aprender matemática financeira nos contextos educacionais.

A apresentação das rotinas nas resoluções de exercícios demonstra que esse tipo de tarefa envolve etapas que são comuns a todos os exercícios, com algumas variações, como foram apresentadas posteriormente. Observamos que, nessas rotinas, algumas etapas parecem mais simples, como a organização dos dados e a apresentação da solução, e outras, mais complexas, como a seleção de modelos e procedimentos de cálculo.

O fato de a organização dos dados não ser uma tarefa complexa está relacionada à constatação de que os exercícios analisados, embora façam referência a situações semirreais, são *simplificações* das situações as quais procuram imitar. Dizemos que são simplificações porque apresentam todos os dados necessários e nenhum dado excedente para a resolução, o que não costuma acontecer nas situações do cotidiano e de ambientes profissionais.

Já no caso da apresentação das soluções, rotulamos essa etapa como simples, de acordo com o que é visível nos livros. Ou seja, observamos, nestes livros, que, na maioria das vezes, o simples *display* do valor encontrado para a variável desconhecida já era tido como apresentação da solução. Em alguns casos, havia uma simples tradução da solução matemática para a linguagem verbal e, em poucos casos, era necessária uma interpretação dos resultados matemáticos para a determinação da solução ou o retorno das soluções viabilizadas pelo modelo matemático para a situação semirreal. Além disso, analisando alguns exercícios, pudemos concluir que as soluções apresentadas eram simplificações das situações reais que imitavam, visto que as possibilidades de análise crítica e alternativas em processos decisórios relacionados a essas situações foram restringidas.

As etapas que foram visivelmente priorizadas nas resoluções dos exercícios foram a seleção dos modelos e dos procedimentos de cálculo, com indicação de uso, ou não, de recursos tecnológicos. Entendemos que essas etapas são priorizadas como forma de se ensinar como proceder à resolução de exercícios, como podemos observar nas variações relativas a essas resoluções, apresentadas na subseção 3.5.2. Essa variedade de seleção de modelos e procedimentos de cálculo é gradativamente apresentada de acordo com a diversidade de tipos de exercícios resolvidos, quando também são apresentados, quando o são, possíveis formas de usos da máquina de calcular.

Estes usos de recursos tecnológicos são apresentados de forma acessória, como alternativas a procedimentos matemáticos, visando agilizar os cálculos. Assim como sinalizam Feijó (2007), Barroso e Kistemann Jr. (2013), também não observamos utilização

desses instrumentos como recursos educacionais, por exemplo, para investigar e analisar os modelos financeiros.

As referências a situações do cotidiano e de ambientes profissionais estão presentes nos exercícios, variando o grau de proximidade dessas situações as quais elas procuram imitar, como discutido na subseção 3.5.2. Além de se apresentarem nos exercícios, também observamos algumas situações, regras e procedimentos do mercado financeiro anunciados nos livros analisados, com destaque para o livro do Samanez (2010). Neste, verificamos inserções mais difusas de situações do mercado financeiro, tanto quantitativamente, quanto qualitativamente, enquanto, nos outros dois, parecem ainda tímidas, nos impelindo a concordar com Barroso e Kistemann Jr. (2013) quanto à artificialidade de exercícios semirreais.

Consideramos os livros didáticos analisados como artefatos (REZAT, 2006) que representam reificações da prática educacional da matemática financeira. E já que livros didáticos são reconhecidos (KAUFFMAN, 2002; NOVOTNÁ et al., 2005; PEPIN; HAGGARTY, 2001; SKOVSMOSE, 2000; WU; LEE; LAI, 2004) como parte dessa prática de se ensinar e aprender, podemos inferir, através deles, algumas características dessa disciplina que podem indicar possíveis formas de participação e reificações comuns nessa prática.

Assim, respondendo ao objetivo desse artigo, podemos dizer que são características visíveis nos livros analisados: a centralidade da *resolução de exercícios* como forma de se ensinar e aprender matemática financeira; uma espécie de *treinamento* para a resolução de exercícios; a presença exclusiva de *situações semirreais* nos exercícios; uma *tentativa de aproximação das práticas do cotidiano e de ambientes profissionais através do uso da linguagem e procedimentos* próprios desses ambientes; o *uso acessório da tecnologia* disponível; a *simplificação* nessas situações semirreais, tanto nos dados dos enunciados das questões, quanto na apresentação de uma solução única, quando há outras possíveis soluções, que dependeriam de eventuais situações contextuais.

3.7 Conclusões

Como conclusão deste trabalho, queremos analisar aqui como as características da matemática financeira reificada nos livros didáticos e enunciadas na seção anterior funcionam como pontes entre o aspecto local, da sala de aula e o aspecto mais global da Matemática Financeira disciplinar.

Como discutimos anteriormente, o livro didático, como objeto reificativo, pode se constituir em um objeto de fronteira, inter-relacionando práticas, tanto no próprio âmbito educacional, quanto entre este ambiente e ambientes de trabalho, podendo proporcionar pontes entre constelações de práticas (WENGER, 1998) de matemática financeira. Dessa forma, vamos analisar aqui o papel dos livros didáticos na constituição dessas pontes, a partir das características enunciadas anteriormente. Partiremos de contextos distintos que compõem parte dessas constelações de práticas relacionadas à Matemática Financeira.

Começando pelos autores dos livros analisados, de acordo com as informações disponíveis sobre os mesmos nestes próprios livros, eles participam tanto de ambientes acadêmicos, quanto de ambientes profissionais. Todos têm pós-graduação em cursos da área de negócios, sendo que dois deles são doutores formados em universidades de reconhecido mérito nessas áreas, onde também atuam como professores, tendo ainda artigos publicados em revistas especializadas no Brasil e no exterior, são consultores de órgãos nacionais relacionados ao mercado financeiro e de empresas. Ou seja, participam de práticas distintas, tanto em ambientes profissionais, quanto em ambientes educacionais e de pesquisa.

Dessa forma, compreendemos que nas vozes (WERTSCH, 1991) desses autores expressas nos seus livros, ecoam outras vozes que circulam nos ambientes acadêmicos e profissionais dos quais eles fazem parte. Assim, a Matemática Financeira reificada nesses livros indica uma mistura de vozes, nas quais são articulados aspectos da matemática do mercado financeiro, da matemática financeira científica e da matemática financeira educacional, além das propostas oficiais e interesses das editoras.

Entendemos como matemática do mercado financeiro ao conjunto de regras, linguagens e procedimentos envolvidos nas práticas profissionais que se relacionam com este mercado, a exemplo das instituições financeiras e das empresas que lidam com estas; como matemática financeira científica, o campo de conhecimento no qual são desenvolvidos os modelos, as regras que regem esses modelos da matemática financeira e os softwares (sistemas) desenvolvidos para as instituições financeiras; como matemática financeira educacional, todo o conjunto de materiais didáticos, regras, procedimentos, documentos oficiais e práticas de sala de aula.

Porém esses aspectos das diversas práticas da matemática financeira reificados nos livros didáticos se nos apresentam imbricados, exibidos numa ligação mais forte, ou mais enfraquecida, com os objetos de estudo.

Assim, à medida que focam em *exercícios semirreais*, oferecendo uma espécie de *treinamento* para resolvê-los, os autores procuram simular problemas que são enfrentados

pelos participantes do ambiente profissional. Porém os livros nos parecem mais próximos ou mais distantes de alcançar esse objetivo a depender da forma como promovem essa *aproximação das práticas do cotidiano e de ambientes profissionais através do uso da linguagem e procedimentos*.

Por exemplo, quando *simplificam* dados dos enunciados das questões e soluções, sempre únicas, os livros também distanciam tais situações daquelas comuns em ambientes profissionais, nos quais os problemas a serem solucionados são mais complexos, dependem de situações específicas, de avaliações críticas e, geralmente, há múltiplas soluções, requerendo tomadas de decisão que dependem do contexto (ZEVENBERGEN, 2011). Por outro lado, quando oferecem diversas alternativas e procedimentos matemáticos para resolução desses exercícios, os livros podem promover uma aproximação com a matemática financeira científica.

Ao utilizar os *recursos tecnológicos* disponíveis (a exemplo de máquinas de calcular) *de forma acessória* procuram se aproximar de ambientes de trabalho no que tange à perspectiva de agilizar cálculos (ZEVENBERGEN, 2011), mas, ao mesmo tempo, ainda se mantêm distantes de ambientes profissionais como bancos, onde a tecnologia utilizada envolve sistemas de informação nos quais os usuários lidam com suas entradas e saídas (HOYLES et al., 2010). Por outro lado, também não aproveitam esses recursos como meios de mediação (WERTSCH, 1991) para compreender e investigar modelos financeiros, como discutido anteriormente, afastando-se de objetivos educacionais.

Observamos uma opção de abordagem de problemas diferente no livro *Mathematics for Finance* (CAPINSKI; ZASTAWNIAK, 2011) o qual apresenta, no início de seus capítulos, estudos de caso extraídos de ambientes profissionais como propulsores para o desenvolvimento de conteúdos da matemática financeira. Estes estudos de caso são atrelados à solução de problemas que se apresentam nos mesmos e instigam os leitores a analisarem tomadas de decisão apresentadas, promovendo uma aproximação mais forte com os problemas que poderão surgir no ambiente de trabalho.

Concluindo, entendemos os livros didáticos de Matemática Financeira como *reificações* que podem conectar práticas distintas dessa constelação. Dessa forma, poderão expressar um conjunto de conhecimentos culturais que articulam vozes (WERTSCH, 1991) que circulam em ambientes científicos, profissionais, educacionais e órgãos oficiais que regem essa disciplina, tanto governamentais, quanto aqueles relacionados às entidades de classe.

Os exercícios semirreais, sua simplificação e o treinamento para resolvê-los; o uso da linguagem e procedimentos do mercado financeiro e o uso acessório da tecnologia estão

interligados entre si expressando a matemática financeira reificada nos livros a qual está conectada com a matemática científica, educacional e do mercado financeiro.

Podemos dizer que seus autores renegociam significados que circulam nas diversas práticas das quais participam, transformando os *problemas*, a *tecnologia* disponível, os *procedimentos* e *linguagem do mercado financeiro* para fins educacionais. Por sua vez, estudantes e professores renegociam novamente os significados reificados nos livros didáticos, conectando as *experiências locais* de sala de aula com os *aspectos globais* que envolvem diversas práticas da constelação, tendo esses livros como objetos de fronteira (WENGER, 1998).

Referências

- ASSAF NETO, A. *Matemática Financeira e suas aplicações*. São Paulo: Atlas, 2008. 272 p.
- BARROSO, D. F.; KISTEMANN JR, M. A. Uma proposta de curso de serviço para a disciplina Matemática Financeira. *Educação Matemática Pesquisa*, v. 15, n. 2, p. 465-485, 2013.
- BRUNI, A.; FAMÁ, R. *Matemática Financeira: com HP 12C e Excel*. São Paulo: Atlas, 2002. 370 p.
- BUDI, F. *Financial Mathematics*. Jakarta: Salemba Empat, 2008. 262p.
- BUENO, M. C. *Fundaments and practice of Financial Mathematics*. Madrid: Dykinson, 2006. 294p.
- CAPINSKI, M.; ZASTAWNIAK, T. *Mathematics for Finance: an introduction to financial engineering*. London: Springer, 2011. 338p.
- CARAMORI, M. F. O estudo de tópicos de Matemática Financeira com tecnologias informáticas: opiniões de professores participantes de um grupo de formação continuada. 2009. 110f. Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e de Matemática) – Centro Universitário Franciscano de Santa Maria, UNIFRA, Santa Maria.
- CARVALHO, S.; CAMPOS, W. *Matemática Financeira simplificada para concursos: teoria e questões com gabarito comentado*. Rio de Janeiro: Elsevier, 2007. 441 p.
- CHARMAZ, K. Grounded Theory in the 21st century: applications for advancing social justice studies. In: DENZIN, N. K.; LINCOLN, Y. S. *The Sage Handbook of Qualitative Research*. Third Edition. London: Sage Publications, 2005. p. 507-535.
- DENZIN, N. K.; LINCOLN, Y. S. Introduction: the discipline and the practice of qualitative research. In: DENZIN, N. K.; LINCOLN, Y. S. *The Sage Handbook of Qualitative Research*. Third Edition. London: Sage Publications, 2005. p. 1-32.

DRAKE, P. P.; FABOZZI, F. J. Foundations and applications of the time value of money. New Jersey: John Wiley & Sons, 2009. 300p.

DUARTE, P. C. X et al. Matemática Financeira: um alicerce para o exercício da cidadania. *Nucleus*, v. 9, n. 1, p. 195- 208, 2012.

FANTINELLI, A. L. *Engenharia Didática*: articulando um referencial metodológico para o ensino de Matemática Financeira. 2010. 68f. Monografia (Especialização em Matemática) – Departamento de Matemática Pura e Aplicada, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

FEIJÓ, A. B. O ensino de Matemática Financeira na graduação com a utilização da planilha e da calculadora: uma investigação comparativa. 2007. 189f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Faculdade de Física, Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

GALLAGHER, T. J.; ANDREW, J. D. *Financial Management: principles and practice*. USA: Freeload Press, 2007. 617p.

HERMÍNIO, P. H. *Matemática Financeira*: um enfoque da resolução de problemas como metodologia de ensino e aprendizagem. 2008. 244f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.

HOYLES, C. et al. *Improving mathematics at work: the need for techno-mathematical literacies*. New York: Routledge, 2010. 208p.

KAUFFMAN, D. A Search for support: beginning elementary teachers' use of mathematics curriculum materials. Paper presented at the Annual Meeting of the American Educational Research Association, 2002.

KUHNEN, O. L.; BAUER, U. R. *Matemática Financeira aplicada e análise de investimentos*. São Paulo: Atlas, 1996. 517p.

LAVE, J.; WENGER, E. *Situated learning: legitimate peripheral participation*. New York: Cambridge University Press, 1991. 138p.

LI, Y.; ZHANG, J.; MA, T. Approaches and practices in developing school mathematics textbooks in China. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*, v. 41, p. 733-748, 2009.

MATHIAS, W. F.; GOMES, J. M. *Matemática Financeira*. São Paulo: Atlas, 2011. 416p.

NOVOTNÁ, J. et. al. Cultural and linguistic problems in the use of authentic textbooks when teaching mathematics in a foreign language. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*, v. 37, n. 2, p. 109-115, 2005.

OLIVEIRA, F. D. Análise de textos didáticos de matemática: um mapeamento e uma proposta metodológica fundada numa perspectiva hermenêutica. *Bolema*, v. 23, n. 35B, p. 477-496, 2010.

_____. Análise de textos didáticos: três estudos. 2008. 215f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.

PEPIN, B.; HAGGARTY, L. Mathematics textbooks and their use in English, French and German classrooms: a way to understand teaching and learning cultures. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*, v. 33, n. 5, p. 158-175, 2001.

REZAT, S. The structures of German mathematics textbooks. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*, v. 38, n. 6, p. 482-487, 2006.

ROCHA, D.; DEUSDARÁ, B. Análise de conteúdo e análise de discurso: aproximações e afastamentos na (re)construção de uma trajetória. *ALEA*, v. 7, n. 2, p. 305-322, 2005.

ROSETTI JR., H.; SCHIMIGUEL, J. Estudo de modelos de Matemática Financeira em bibliografia básica. In: CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 13., 2011, Recife.

SAMANEZ, C. P. *Matemática Financeira*. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010. 289p.

SKOVSMOSE, O. Cenários para investigação. *Bolema*, v. 14, p. 66-91, 2000.

VIEIRA SOBRINHO, J. D. *Matemática Financeira*. São Paulo: Atlas, 2013. 411p.

WENGER, E. *Communities of practice: learning, meaning, and identity*. New York: Cambridge University Press, 1998. 318p.

WERTSCH, J. V. *Voices of the mind: a sociocultural approach to mediated action*. Cambridge: Harvard University Press, 1991. 169p.

WU, C.; LEE, G. C.; LAI, H. Using concept maps to aid analysis of concept presentation in High School computer textbooks. *Education and Information Technologies*, v. 9, n. 2, p. 185-197, 2004.

YAN, Z.; LIANGHUO, F. Focus on the representation of problem types in the intended curriculum: a comparison of selected mathematics textbooks from Mainland China and the United States. *International Journal of Science and Mathematics Education*, v. 4, p. 609-626, 2006.

ZEVENBERGEN, R. J. Young workers and their dispositions towards mathematics: tensions of a mathematical habitus in the retail industry. *Educational Studies in Mathematics*, v. 76, p. 87-100, 2011.

4. THE GAP BETWEEN FINANCIAL MATHEMATICS EXPRESSED IN TEXTBOOKS AND THE ONE PRACTICED IN BANKS

Abstract

In this study we aim at characterizing the gap between the Financial Mathematics expressed in textbooks and the one practiced in banking institutions. Three textbooks selected from public universities in Bahia—a Brazilian State—were analysed, and bank employees working in two banks in a city of the same state were also observed. Differences between such contexts in the problems presented were reviewed, since they are related to their routines. In addition, their critical steps and the technology used were also analysed along with the goals and principles governing each of them. On the one hand, banks' employees must cope with their clients' requests by dealing with the banks' systems in routines that include data selection to input systems and the solution approach organized around its outputs as critical steps. However, this kind of participation is also related to the concern about doing it with the security and agility required by their social practice. On the other hand, knowledge about the Financial Mathematics reified in the textbooks analysed point out that the problem of solving pseudo-realistic exercises involves routines that include selecting models and calculation procedures as critical steps, using the technology available, such as calculators, at margin. Such pathways can show the goal of having multiple mathematical procedures according to the situations presented in order to properly solve these exercises and they can possibly indicate the ways of participation expected in teaching and learning practices.

Keywords: Financial Mathematics; textbooks; workplace; gap.

4.1 Introduction

The gap between knowledge²³ based on educational and workplace contexts is largely documented (MURPHY, 2008). According to a few perspectives adopted to interpret such a gap, it can be a straightforward issue. For example, if considered that knowledge is context-dependent, we can conclude that there are not two single environments where knowledge shared by people in each of them are the same. In other words, by using situated perspective lenses (LAVE; WENGER, 1991; WENGER, 1998), we can realize that even if there are two different educational contexts, or two distinct workplace contexts (HODKINSON, 2005), their shared knowledge cannot be the same.

Once this fact is acknowledged, it is straightforward stating that the Financial Mathematics practiced in educational contexts is qualitatively different from the one practiced in workplace environments such as banks. Nevertheless, we would still like to know how different they are and, especially for this study, how the Financial Mathematics expressed in textbooks is different from the Financial Mathematics usually practiced in banks.

Textbooks are recognizably part of teaching and learning processes in educational contexts, since they are artefacts used by professors to prepare their classes and by students as

²³ We understand knowledge as a set of procedures and products shared by people in social groups but we will define it later using Wenger's theory (1998).

a learning support (LI; ZHANG; MA, 2009; NOVOTNÁ et. al., 2005; PEPIN; HAGGARTY, 2001; REZAT, 2006; SKOVSMOSE, 2000; WU; LEE; LAI, 2004; YAN; LIANGHNO, 2006). We understand that they can suggest what students do in classrooms and, conversely, they can be potential resources to induce transformations in educational environments.

By following that line of thought, the objective is interpreting and characterizing the *gap* between the Financial Mathematics expressed in textbooks and Financial Mathematics in the workplace, especially the kind practiced in banks. In order to accomplish that, we undertook studies based on data collected from two Brazilian banks and three textbooks used in one federal university as well as different state universities located in the Brazilian State of Bahia. *Gap* is termed in this study as the qualitative differences between the Financial Mathematics expressed in textbooks and the one practiced in the workplace.

Financial Mathematics is understood as the study, calculation or procedure based on the “time value of money” (DRAKE; FABOZZI, 2009; GALLAGHER, ANDREW, 2007). The idea of “time value of money” is that the value of money can be expressed as a function of time, i.e., time and money are variables in financial calculations (BUENO, 2006; DRAKE; FABOZZI, 2009; FRENSIDY, 2008; GALLAGHER, ANDREW, 2007; GARDNER, 2004; JALBERT; CHAN, 2004). Therefore, for instance, interests, discounts, comparisons among different types of investment, annuities, amortization loans and mortgages, are Financial Mathematics topics relating the value of money to time.

We realise that the educational and workplace Financial Mathematics practices are mediated by the contexts in which they are immersed, their resources, the goals of practitioners, etc. In other words, we acknowledge that practices are comprised by the historical and social context where they are developed (LAVE; WENGER, 1991). Practitioners interact in shared activities, and learning is a process occurring in participation, an inseparable aspect of social practice. Reciprocally, in such interactions, practitioners modify these contexts. Meanwhile, it is important to recognize the diverse types of Financial Mathematics as, for example, those practiced in colleges, banks, security companies, etc.

According to Hoyles et al. (2010), much of the discussion about the gap and the non-transferability of school mathematics lacks the essential characteristics of the knowledge required in technology-mediated work. For example, in rich-technology environments like banks (HOYLES et al., 2010), there are specific *knowings* (processes rather than products) related to how employees have to deal with information systems, something they are likely to learn when they are embedded in this workplace.

Furthermore, studies must take into account the ways in which mediating tools define how practitioners come to act (WERTSCH, 1991). Hence, instead of considering bankers and such mediational tools separately as subject and object and by recognizing a few characteristics of such a practice, *bankers with technology in practice* will be considered as a unity of analysis (WERTSCH, 1991).

According to Wertsch (1991), we understand that the mediational means used in a social practice characterize such a practice in how their participants act with these resources. Therefore, even using the same mediational tools, participants of distinct practices cannot frame the same set of *individual(s)-acting-with-mediational-means* (WERTSCH, 1991) and there is no hope of iterating this unity with different media. For example, being the media available in educational contexts different from the ones used in banks, by using such theoretical lenses, an answer to the gap between them can be provided. However, the analysis of the *bankers with technology in practice* can contribute to looking at this unity in order to understand how it works and compare it to the kind of mediated actions that textbooks seem to afford with the mediational means available in educational contexts.

4.2 Discussions about the knowledge gap between educational- and workplace-situated Financial Mathematics

Discussion is more generally stated by presenting a few studies focusing on the differences between educational- and workplace-situated *practices*, some of which focus on the work-based learning (WBL) approach and others on the new mathematics literacy for the technology workplace (BILLETT, 2002; FULLER et al., 2005; HOYLES et al., 2010; MURPHY, 2008; NOSS; HOYLES, 1996; SCHMIDT; GIBBS, 2009; WEDEGE, 2010; WILLIAMS; WAKE, 2007; ZEVENBERGEN, 2011). This pathway was followed as a recognition that the knowledge gap between educational and workplace practices, clearly a more general concern, is related to mathematics, more especially the Financial Mathematics instances, of the same problem. That is, it can be understood how people come to know in these different practices.

Wenger's (1998, p. 5) concept of *practice* as "a way of talking about the shared historical and social resources, frameworks, and perspectives that can sustain mutual engagement in action" is adopted, since it connotes "doing in a historical and social context that gives structure and meaning to what we do" (Ibid., p. 47). In that concept, practice involves representations (like language, tools, documents, images, symbols, procedures, etc.)

and practitioners' actions related to the social configurations they are embedded in, including their conventions, relations, rules, roles, purposes, etc.

In this scenario, the concept of knowledge is always linked to practice, competences related to what is valued in their enterprises expressed in how practitioners participate. Yet, Wenger (1998) did not clear up the concept of knowledge. Hence, a definition of knowledge as linked to that theory (WENGER, 1998) is provided here, in the sense in which a few of its concepts are used. *Knowledge* is understood as a set of reifications resulting from the participation of all individuals engaged in a social practice.

As per Wenger (1998, p. 58, emphasis added by the author), the term *reification* refers to "the process of giving form to our experience by producing objects that congeal this experience into *thingness*". It covers a wide range of processes where certain understandings are given form, like representing, encoding, interpreting, creating a procedure, producing a tool and products, such as symbols, terms, laws, concepts, tools, etc. Although this concept has a more static sense, the term *congeal* does not mean an immutable form. That is, if reifications and knowledge result from people's experience, they change as these subjects interact in social practices, by using historic and socially-settled reifications, but also transforming them and creating new ones.

Murphy (2008) describes knowledge of the academy as "knowledge *of*" and "knowledge *about*" for application in a future context. On the other hand, she describes work-based knowledge as "knowledge *how to*" and "knowledge *why*", emerging from collaborative work practices, and learning as distributed among people, practices, contexts, etc. She upholds a curriculum design valuing this kind of distributed and situated learning based on WBL.

Considering that learning is situated in practice (LAVE; WENGER, 1991), this application in the future context upheld by Murphy (2008), if any, is not simple. We assume that when someone moves from one context to another (at the same or even at different time) his or her *knowing* is transformed as a result of different interactions among people and practices in such contexts.

For example, Hoyles, Noss and Pozzy (2001) conducted a study about the knowledge of drug concentrations in nurses' practice and found that nurses' knowledge was intimately related to the context rules and artefacts. They describe nurses' learning about drug

concentrations in training courses, where the formal nursing rule²⁴ was taught. Nurses repeated that rule in their wards, but not only the rule was *negotiated* by those nurses when dealing with drug concentration. They found that the calculations made by the nurses were “structured by the packaging of the drugs, the social routines of administering the drugs, and the clinical effects of the drugs” (HOYLES, NOSS, POZZI, 2001, p. 23). Such a finding depicts a strategy highly dependent on the context: in spite of being present in the ward, the nursing rule learned in advance (in training courses) was transformed through use.

The term *negotiated* was highlighted in order to clearly explain in this study that it was not the word originally used by such authors, since it is related to Wenger’s (1998) concept of negotiation, namely, a result of continuous interactions based on social relations, not about the scope of an agreement. Wenger (1998) uses the phrase *negotiation of meanings* to address the dynamic processes that entails both interpretation and action through which meanings are the product of their negotiation, with such negotiation being both historical and dynamic as well as contextual and unique. Therefore, we can conclude that *meanings* are intersubjective understandings regarding objects through continued interactions that are socially and historically constituted through negotiation and re-negotiation in the contexts from where they emerge. That justifies why we oftentimes prefer to use the word *knowing* (instead of *knowledge*) when addressing the process by which people come to know, negotiating shared meanings in their practice.

The gap between academic mathematics and the workplace mathematics is largely documented by Williams and Wake (2007), according to whom, the academic genre of mathematics values elegance, simplicity, certain conventions and is in strict alignment with professional mathematics. Furthermore, they suggest that the academic curriculum should be designed while addressing other genres of mathematics practice rather than the professional mathematics genre, for example, mathematics at the workplace and inherent in technology. They drew on case study visits conducted by college students and professor-researchers enquiring mathematics at the workplace from the point of view of College Mathematics. In addition, they argue for “crossing the boundary” of college and workplace systems with potential consequences for both.

We understand *boundary crossing* as interactions between two or among more social groups interconnected in an enterprise and organized around boundary objects and brokering (WENGER, 1998). According to Wenger (1998), boundary objects are forms of *reifications*

²⁴ The nursing rule was described by these researchers as $\frac{\text{what you want}}{\text{what you've got}} \times \text{the amount it comes in}$ and was told them to be like a “mantra”.

like artefacts, terms, documents and concepts around which interconnections are organized, brokering the connections provided by people from one practice to another. Brokers are multimembership people capable of making new connections across practices. For example, in Williams and Wake's (2007) study, spreadsheets were boundary objects while students, professor-researchers and some workers were brokers. That is, those individuals, when working together around the object were able to make connections between what they learned in college and what they were negotiating at the workplace.

Unlike the aforementioned studies, Hodkinson (2005) argues that there are no such differences between learning in academic or workplace contexts. Therefore, according to him, "if we are to understand the relationships between them, we need to look at the specific forms in which those relations take place, in particular circumstances" (*Ibid.*, p. 528). Billett (2011) provides an example. He showed that hairdressing apprentices in two different salons had to engage in different contexts because there were distinct rules for the division of labour, distinct hairdressing goals and practices. Like Hodkinson (2005), he concludes that there is a need for acknowledging and understanding localized requirements and, therefore, expertise is related to situational requirements.

Hodkinson (2005) argues that despite the dominant view that workplace and college learning is essentially different, the related argument that college-based learning is often irrelevant for workers is too simplistic. He goes on to provide examples of professionals who need high levels of theory knowledge, like Medical Theory for doctors and Applied Sciences for engineers. Still according to him, the latter is best learned in college.

By acknowledging the differences between the educational and workplace contexts, we follow Hodkinson (2005) in considering the role of academic contexts for students to learn procedures and concepts historically constructed by social groups, like the above-mentioned example of medicine doctors and engineers. Billett (2011) also argues for the importance of educational institutions in what he calls a learning curriculum. Drawing on a case study constructed by his own personal curriculum, he constructed the idea of a learning curriculum as the collection of histories of learning (Wenger, 1998) in practice settings. As a result, he exposed that his engagement in both educational and workplace settings comprised his personal curriculum.

Therefore, we consider here that all experiences of membership in different social groups shape people's knowing. When someone moves from one social group to another, the holistic person with all his or her learning trajectories is in interaction with peers in practice.

Hence, we recognize that such histories of learning, experienced in educational practices or in everyday life will shape and be re-shaped by the continuous interactions with their peers.

Notwithstanding, our focus is not between two practices at all. We will compare the Financial Mathematics knowledge expressed in textbooks, a reification of the educational practice and banks' practice. Being a part of educational practices, Financial Mathematics textbooks can spread the collective knowledge in this area. They are artefacts around which people can connect the local experience of the classroom to the global view of many different practices involving mathematics for finance, as scientific, workplace practices, etc. Therefore, they can be used to afford the alignment between the educational and professional practices by changing the experience of students learning a curriculum into a more fluid path between college and work.

4.3 The role of technology in these environments

We shall discuss here how the different artefacts and roles of technology shape the gap between educational and workplace mathematics. According to Borba and Villareal (2006), breakthroughs in information and communication technologies (ICT) have been changing the ways in which people come to act and know.

Zevenbergen (2011) addresses this issue by showing a change in the retail industry work requirements. Her focus is the ways through which young workers (herein defined as those born after 1980) participate in this field, by showing that they have developed new ways of working, often different from those of past generations.

According to her, such young workers grew up in digital worlds, and the impact of digital tools has shaped this generation in ways not experienced by previous generations, the former being referred to as "digital natives" and the latter as "digital immigrants". She shows that past generations value mental calculations and the use of numbers, since in the retail industry of the 1970s and 1980s, where digital scanning had not occurred yet, transactions involved these workers in calculating with pencil-and-paper methods or the use of mechanical cash registers. But now, arithmetic tasks are often performed by technology and there are other requirements in this field of work, like the use of estimation, problem-solving, the use of technological tools to support their work, and social forms of participation such as assisting a client and working with peers.

Zevenbergen (2011) also drew on a case in which a young worker made mistakes and did not calculate a certain amount, but was able to recognize the error as the result of entering an item twice. According to her, this young person's orientation towards that particular task

was solving the problem rather than making calculations. Further, she concludes that these young workers' forms of participation are different and more aligned with the changing nature of the retail industry rather than their predecessors, inasmuch as the digital tools are an integral part of contemporary workplaces and they shape the work in these new workplaces.

Hoyles et al. (2010, p. 14, emphasis added by the author) have coined the term *Techno-mathematical Literacies* (TmL) to address the role of information technology (IT), explaining this kind of literacy as one that "involves a language that is not mathematical, but *techno-mathematical*, where the mathematics is expressed through technological artefacts". By this notion, they acknowledge the use of mathematics as a language that increasingly pervades the workplace through IT-based systems, an idea shared by both Williams and Wake (2007) and Zevenbergen (2011) likewise. As in the results in Zevenbergen's study (2011), they point out that there has been a shift from performing pen-and-paper calculations to fluency in using and interpreting outputs of IT systems in technology-mediated work in order to "inform" workplace judgments and decision-making.

We agree on such assumptions and, by following Wertsch (1991), we acknowledge that such mediational means shape human action in such an essential way that instead of considering individuals as agents involved in these actions, we should consider the *individual(s)-acting-with-mediational-means* as the unity of analysis. For example, in the nursing study referred to above, Hoyles, Noss and Pozzi (2001) showed that the packaging of drugs, social routines of administering drugs, and their clinical effects structured the ways nurses dealt with drug concentrations. Then, by analogy, we acknowledge that bank systems shape bankers' actions so that it is better to consider *bankers-acting-with-mathematics-with-technology-in practice*.

There are also some studies (BUSSI; MARIOTTI, 2008; RIVERA; BECKER, 2004) related to educational institutions focusing on the way mediational tools shape students' knowing. For example, Bussi and Mariotti (2008) show how the *Cabri* software application can be a semiotic mediational tool in a classroom towards learning functions such as co-variation between dependent and independent variables by means of its dragging tool. Rivera and Becker (2004) report the mediating functions that handheld graphing calculators (in this case, TI-89) play in students' mathematical understanding about polynomial inequalities. According to them (*Ibid.*, p. 87), "both the TI-89 and other learners mediated in ways that made it difficult to analyse the influence of one apart from the other, which is but an effect of instrumented activity". In these studies, technology is regarded in socio-cultural contexts; in other words, technology is a human outcome and, at the same time, structures humans'

knowing. By means of continuous interactions, humans affect and are affected by such mediational tools, improving them and improving altogether the ways they come to know.

In addition to focusing on the ways such mediational tools structure humans' knowing, both in workplace and educational contexts, we acknowledge that the role of technology in educational contexts is qualitatively different from that in workplaces. On the one hand, in workplaces, technology pervades the work culture and structures how people act in these practices. Workers have to deal with inputs and outputs of systems (HOYLES et al., 2010) to perform a task understanding the embedded mathematics but this is not a straightforward process (NOSS; HOYLES, 1996; WILLIAMS; WAKE, 2007). On the other hand, the use of technology in educational institutions follows too different goals, related, in this case, to the teaching and learning practice showed in the studies presented above (BUSSI; MARIOTTI, 2008; RIVERA; BECKER, 2004). In this case, understanding is the goal.

However, as Hoyles et al. (2010) asserted, there has been a shift in the type of mathematical knowledge required by work, since the introduction of information technology into workplaces, which was a trend of the past decades. Furthermore, they highlight that this shift has not been recognized by the formal education system or by employers and managers. Their argument is that techno-mathematical literacies are a way to possibly improve work practices. Therefore, if we acknowledge that professional preparation in academic courses has its role in the learning histories of future workers, this can also be better performed in those contexts (HODKINSON, 2005). We have to look for ways of improving learning in this changing context affected by increasingly introducing information technology into workplaces.

Drawing on these studies and on Wenger's notion of negotiation of meanings, our question is, *What are the differences between the Financial Mathematics negotiated by bankers and the Financial Mathematics knowledge reified in textbooks?* In order to answer that question, we followed up the work of employees from two banks in Brazil and analysed three textbooks referenced in public universities of the Brazilian State of Bahia, as described as follows.

4.4 Context and methodological procedures

This study is based on two distinct contexts: Financial Mathematics bank practices and Financial Mathematics knowledge expressed in textbooks. Our concern in showing how the knowledge expressed in those textbooks is different from the mathematics in workplace

practices is linked to educational purposes, but with potential consequences for both. At the same time, textbooks can show the historic and social Financial Mathematics knowledge constructed by different social groups, organized and appropriated for educational purposes and part of the teaching and learning linked practice.

We used the qualitative approach (DENZIN; LINCOLN, 2005) because our major interest is understanding the negotiated meaning in these contexts so as to characterize the gap between them. In the bank context, we sought to understand the practice of Financial Mathematics bankers by their *doings* and the related negotiation of meanings conditioned by technology. In the textbooks, we investigated how the Financial Mathematics knowledge is expressed and organized some of its characteristics.

The way we selected the textbooks was based upon business courses descriptions of Financial Mathematics subject and professors' answers about the textbooks used to prepare their classes and/or suggested to their pupils in public universities in Bahia, Brazil. We collected descriptions from four different universities and answers from three of these universities professors by e-mail.

We chose Washington Franco Mathias and José Maria Gomes' (2011) *Matemática Financeira* textbook to start the analysis because this was the one at the intersection of all course descriptions collected. We analysed this book by following the procedures suggested by Charmaz (2005), by creating codes and categories for this textbook data.

We coded data from the textbooks through each line and each page, observing its form and content in some chapters. Concerning the content of such books, we analysed concepts, procedures, demonstrations, the relation to Financial Mathematics everyday practices and language, solved and proposed exercise types, their solution, interpretations, workarounds and answers, including calculation details and possible uses of calculators. In relation to form, we observed its chapter structures, language, visual representations, like graphics and diagrams, appendices and their uses.

Codes from the first textbook (MATHIAS, GOMES, 2011) were described on it and alongside in a notebook as a memo-writing (CHARMAZ, 2005). Such memo-writings were constituted as an intermediate step between data collection and the draft of this very study, a way to stop and analyse our emerging ideas about the codes (CHARMAZ, 2005). Later on, these codes were grouped according to these previously listed objects and labelled in categories.

Afterwards, we used professors' answers about the textbook they use and/or suggest to their pupils to proceed to theoretical sampling. According to Charmaz (2005), the main

purpose of theoretical sampling is elaborating and refining the categories, developing the properties of such categories until no new properties emerge. We point out that Mathias and Gomes' textbook continued to appear at the intersection. Yet, in order to obtain more data for theoretical sampling, we decided to choose other textbooks referred by at least two of the professors, comparing all of them to the descriptions. Then, we analysed *Matemática Financeira* by Carlos Patrício Samanez (2010) and *Matemática Financeira* by José Dutra Vieira Sobrinho (2013) in order to refine our categories.

In the bank context, we conducted observation (ANGROSINO, 2005) as a data collection procedure because it enabled us to be in direct contact with such a practice. The observation was performed by the first author of this study in two banks in a middle-sized city in the State of Bahia. We sent requests to three major banks from that city. Two of the banks observed had managers who were the first ones to promptly authorize the data collection, also making an appointment for the observation. In each of these banks, observations lasted three (3) days, for about six (6) hours each day, ranging from December 2010 to January 2011, thirty-six (36) hours in total and the data collected were described in a field notebook.

Managers were concerned about banking secrecy, but the researcher explained that, according to the study goals, she would not be taking notes of clients' private information and would put annotations at the managers' disposal afterwards. We assured them we would preserve banks', employees' and clients' anonymity. As bank employees are the subjects of this research, while data is presented we will use pseudonyms in order to keep such anonymity.

Exactly because of banking secrecy, it was not possible to use audio or video recordings to register the collected data. It was only possible to register the data in a field notebook that enabled selecting pertinent information to the research, thus avoiding the exposition of data involving clients' private information.

The observations were made in customer service as well as during inward work. Therefore, it was possible to observe some bankers while they were assisting their clients, but also during the internal work, when they were not in such a hurry. In both banks, we observed bankers in practice in several sectors, such as personal banking service; business banking service; credit room; housing sector and tellers' group. Tellers were observed from the outside, once their workplace is for staff only.

It was also possible to obtain some non-structured interviews (FONTANA; FREY, 2005) from some of them regarding their practices, in the context of observation, as a way to better understand them and, this way, enable them to freely approach the topic at issue. These

interviewees were not chosen in advance, but in the context of observation, according to the needs verified by the researcher and the individuals' availability. Bankers chosen for the interview were selected according to the following criteria: bankers who were managers (of Personal Banking, Business Banking and Tellers' Group) and, therefore, for that reason, had more information; bankers who had greater availability of time and who had been shown to be more solicitous during the data collection (as was the case of a banker trainee).

The field notebook (of the banks') analysis was started by coding the data upon examining line by line. These excerpts were selected through incidents observed in the bankers' actions that would be useful to achieve our goals. According to Charmaz (2005), such codes show how we select, separate and organize the data in order to start the analysis. Then, we categorized these data segments according to the participants' actions. In each category we labelled the bankers' actions whose properties comprised them.

The data collected from the textbook and from bankers' practice was organized into tables following those categories formed in order to obtain where it was transversal to both. We associated these transversal findings in new categories to be presented in the section below.

4.5 Data Analysis

The data collected in the banks showed us that the Financial Mathematics banking practice is organized according to the system information, which plays a central role in how bankers come to act. On the other hand, the textbooks analysis showed that procedures about solving *pseudo*-realistic exercises are central to how the Financial Mathematics knowledge is organized for educational purposes. These exercises are called *pseudo*-realistic because they express situations that intend to be a typical Financial Mathematics situation in workplace or everyday practice.

On the one hand, we will show in the next subheadings that bankers have to deal with information systems in their routines related to solving their clients' requests. On the other hand, we will show that the Financial Mathematics knowledge expressed in textbooks is organized around exercise-solving routines. Therefore, we organized these subheadings according to these different routines showing what characterizes each one of them and the differences among them, what is a problem to be solved in each context and the different approaches to problem-solving and the different roles of technology in these environments.

4.5.1 Characteristics of the routines expressed in textbooks and the bankers' routines in practice

The different routines we will show here come to be the first step to characterize the gap between Financial Mathematics in bankers' practice and the Financial Mathematics knowledge expressed in textbooks.

Bankers' practice is organized with the information systems playing such a central role in their ways of participation that we can state that the system pervades everything they do. The data collected about Financial Mathematics bankers' practice is related to what they do when dealing with the system. We will present each of these findings by naming the critical steps that ones that require more effort from bankers, in the sense of time, actions and negotiation of meanings.

First, bankers need to select the data available according to the client's requests to feed the system. We can label this step as critical because bankers have to coordinate customers' requests with some bank information to feed the system, and clients' discourse contains information, requests, but also wishes, complaints, life histories, etc. For example, a client, looking for funds to buy a car, asked Gustavo (a banker working in the credit sector) about the rate and informed a few other rates he collected from other banks, telling that the last ones were higher. This very client mentioned the car's price and Gustavo told him that it was higher than the value offered by the system for a car with the same characteristics (FIELD NOTEBOOK, p. 4, lines 5-8; 17-21). In another case, a client asked Júnior (an assistant of the Personal Banking sector) for a student loan, but told him that he would not like to pay taxes, and the banker had to explain that it was just impossible (FIELD NOTEBOOK, p. 61, lines 22-26).

In other words, the information that bankers need to feed into the system are mixed with all kinds of personal information provided by clients. They have to coordinate, based on the information available, what actually matters to feed the system.

After bankers input the selected data, they follow the calculation procedures step in which everything is performed by the system, being that reason why this step is not critical in terms of bankers' actions. Then, the system makes some outputs available, which are used by bankers to accomplish the task.

This final step, which involves the bankers' use of the system outputs, is considered critical too, since they have to interpret the system outputs and, in some cases, they have to

coordinate the outputs, along with customers' context and profile to accomplish the task as we will see in the following examples.

Sometimes, bankers advise their clients towards the best alternative; for example, loans or investments. This guidance requires a work coordinated with the system. The system shows possibilities for one of these operations, but it is the banker's task to advise the client in his decision, financially speaking, considering the client's specificities. For example,

[Marcos says that] it is very important [to have a notion of what is being performed by the system] for the analysis in order to advise the client. For example, the bank offers two (2) modalities of amortization systems: SAC [abbreviation in Portuguese that refers to a constant amortization system] and PRICE. He needs to know how they work in order to know what is better for the client. He [Marcos] gave an example: a client can ask for a loan, but he says he wants to settle it within 3 months. In this case, because of the evolution of the debt balance, the type of spreadsheet and the rate charged, he can advise the client on what is the best for him or her under those circumstances (FIELD NOTEBOOK, p. 27-28, lines 22-26, 1-9).

In this case, Marcos (the Business Banking manager) needed to know the principles ruling each amortization spreadsheet in order to advise the client in that specific loan situation. On the one hand, in the "Constant Amortizations System" (in Brazil named "Sistema de Amortizações Constantes" - SAC), amortizations (restitution of the main capital lent) are constant, and instalments decrease. On the other hand, using the "French System" (in Brazil named "Sistema Francês", on which the "Price" table is based), amortizations increase, and instalments are constant. Therefore, in the second case, during the first instalments, the client will have amortized a lower part of his debt, which is not interesting for those immediately wishing to settle the loan. Then, knowing these principles, Marcos can better advise his clients, something the system cannot do.

We found another case like this one, in which Laura (the Personal Banking manager) advised her clients about the best investment by taking their profile into account. In both cases, we can state that even with bankers who needed the system to accomplish the operations and not having the need for making calculations, their advice regarding the alternatives of loans, financings or investments were decisive in assisting the client's decisions since this advice refers to more adequate conditions for clients in particular situations. These evaluations cannot be conducted by the system.

These bankers (in these cases, the managers) used their previous knowledge on Financial Mathematics principles and procedures in order to better advise their clients; they study clients' profiles to better advise them and analyse the specific condition of the situation

at issue. Then, we consider that bankers' actions in these cases involve financial analyses that extrapolate the system restricted use.

In summary, we can claim that bankers' routines involve ways of dealing with the bank systems, and their participations were imperative in data selection to input the system and in drawing the solution near to their clients' requests.

Differently, the analysis showed that what it is central in the Financial Mathematics reified in textbooks is solving exercises. Therefore, dealing with ways of solving exercises is a routine in this context.

The exercise-solving routine proposed by the textbooks analysed involves some basic steps existing in all exercises to be presented here and other ones occurring only in some situations, which we called variations.

These exercises and examples are based in *pseudo-realistic* situations, that is, situations similar to problems in workplaces and everyday practices. Some of them illustrate situations by using words and operations used in financial markets, as it can be seen in the exercises from the fourth chapter of Samanez' textbook entitled “Short-term Operations” and in the ninth chapter of Vieira Sobrinhos' textbook entitled “Financial Transactions in the Market”. Nevertheless, except for such chapters, we usually found exercises with not so close situations, as it can be seen in the following example (SAMANEZ, 2010, p. 19) in Figure 1.

Figure 1 – An exercise showing a not so close situation to the everyday practice

| | |
|---|--|
| ► Exemplo 2.5 | <p>Uma pessoa deposita \$2.000 em uma poupança. Dois meses depois, deposita mais \$2.500 e, dois meses depois desse último depósito, realiza uma retirada de \$1.300. Qual será o saldo da poupança ao final do quinto mês, considerando que a taxa de juros compostos obtida é de 15% a.m.?</p> |
| <p>Example 2.5</p> <p>Someone deposits \$2,000 in a savings account. Two months later, that person deposits another \$2,500 and, two months after this last deposit, he or she withdraws \$1,300. What will be the savings account balance at the end of the fifth month, taking into account a compound interest rate of 15% per month?</p> | |

Source: Samanez (2010)

In this example, the *monthly* interest rate of 15% for a savings account operation is much higher than the real one, which is around 6% *per year* in Brazil, as recognized in another exercise of the same textbook.

The exercise-solving routine follows some standards, as pathways to be accomplished by the solver in order to make it easier. The first step is usually presenting a list of values of known variables, as the data given by the exercise enunciation followed by the unknown

variable presented with the question mark and the formula to be used. This step represents a transition from the current language to the mathematic one as it can be seen in the following exercise (VIEIRA SOBRINHO, 2013, p. 26) of Figure 2.

Figure 2 – Presentation of data in an exercise

| |
|---|
| <p>2. Um empréstimo de \$ 40.000,00 deverá ser quitado por \$ 80.000,00 no final de 12 meses. Determinar as taxas mensal e anual cobradas nessa operação.</p> <p>Dados: $S = 80.000,00$ $P = 40.000,00$ $n = 12$ meses $i = ?$</p> <p>Solução: $S = P (1 + i \times n)$</p> |
| <p>2. A \$40,000 loan is expected to be paid off for \$80,000 after 12 months. Determine the monthly and annual rates charged in that operation.</p> <p>Data: $S = 80,000.00$ $P = 40,000.00$ $n = 12$ months $i = ?$</p> <p>Solution: $S = P (1 + i \times n)$</p> |

Source: Vieira Sobrinho (2013)

Therefore, we can confirm that a first step in dealing with exercises is interpreting the data given in the current language by the exercises enunciation transforming them into algebraic data to be applied in solving the question. This step is, in some sense, close to the one bankers have to follow in order to feed the system. That is, they need to interpret the situation given in assisting their clients and translating it into values to be used to feed the system. The main difference is that the situation to be interpreted by bankers can involve many variables, useful or not, which they have to deal with and, in the exercises, the data given is usually and exactly the one needed to solve the exercises, namely, exercises are simplified situations intended to simulate, in the sense that all data is presented in the exercise enunciation and nothing more than the data required to solve it.

The following step is the calculation procedure. One step that is usually present at the first calculation procedures, is data transformation, when necessary, to be all at the same unit of time. Then, known variables in the formula are replaced with their values and followed by the algebraic transformations required to achieve the unknown variable value. Sometimes, there is not only one pathway, and alternative ways are usually presented in the solved exercises.

Such alternative ways in the calculation procedures are both to present different ways of solving the problem or different calculation types. That is, some of them present different pathways to achieve the solution that can involve one or more steps, or, in the same pathway to the solution, different ways of calculation are presented.

For example, in an exercise about calculating the amount of fractional pay periods under exponential convention (MATHIAS; GOMES, p. 93), there are two procedural possibilities. In the first one, named “step by step”, the amount is first calculated for whole periods and this becomes the capital of the subsequent period, which is non-integer. In the second alternative, named “using the formula”, resolution comes directly from the formula amount for fractional pay periods, explained in the resolution. In this case, we state there were alternative procedures to the resolution.

Another example is about an exercise (MATHIAS; GOMES, p. 104-105), when calculating the rate for a compound capitalization in which the procedure is explicitly performed with the command of the formula in this model, as it can be seen in the following image of Figure 3.

Figure 3 – An exercise showing calculation alternatives

| | |
|---|--|
| <p>b) $C_n = 1,125,51$ $C_o = 1,000,00$ $n = 4 \text{ meses}$ $1,125,51 = 1,000 (1 + i)^4$ $\frac{1,125,51}{1,000} = (1 + i)^4$ $1,12551 = (1 + i)^4 \text{ (ver Apêndice de Tabelas.)}$</p> <p>Para $i = 3\%$ e $n = 4$ (meses), $(1 + i)^n \approx 1,12551$. Portanto, a taxa é de 3% a.m. Pela radiciação:</p> $(1,12551)^{1/4} = (1 + i)$ <p>Em logaritmos:</p> $\frac{1}{4} \log 1,12551 = \log (1 + i)$ $\frac{1}{4} (0,051349) = \log (1 + i)$ $0,012837 = \log (1 + i)$ <p>Extraindo o antilogaritmo:</p> $(1 + i) = 1,03$ $\therefore i = 0,03 \text{ ou } 3\% \text{ a.m.}$ <p>Cálculo da raiz por iterações:</p> $i'_k = \frac{0,12551}{4} = 0,031378$ $1 + i'_k = 1,031378$ $(1 + i'_{k+1}) = \frac{3}{4} \left[1,031378 + \frac{1,12551}{3(1,031378)^3} \right]$ $(1 + i'_{k+1}) = 1,03000$ | <p>b) $C_n = 1,125,51$ $C_o = 1,000,00$ $n = 4 \text{ months}$ $1,125,51 = 1,000,00 (1 + i)^4$ $\frac{1,125,51}{1,000} = (1 + i)^4$ $1,125,51 = (1 + i)^4 \text{ (see table appendix)}$</p> <p>For $i = 3\%$ and $n = 4$ (months), $(1 + i)^n \cong 1,12551$. Therefore, the rate is 3% per month Using Nth rooting:</p> $(1,12551)^{1/4} = (1 + i)$ <p>In logarithms:</p> $\frac{1}{4} \log 1,12551 = \log (1 + i)$ $\frac{1}{4} (0,051349) = \log (1 + i)$ $0,012837 = \log (1 + i)$ <p>Extracting the antilogarithm:</p> $(1 + i) = 1,03$ $\therefore i = 0,03 \text{ or } 3\% \text{ per month}$ <p>Root calculation by iterations:</p> $i'_k = \frac{0,12551}{4} = 0,031378$ $1 + i'_k = 1,031378$ $(1 + i'_{k+1}) = \frac{3}{4} \left[1,031378 + \frac{1,122551}{3(1,031378)^3} \right]$ $(1 + i'_{k+1}) = 1,03000$ |
|---|--|

Source: Mathias; Gomes (2011)

After replacing the data in this formula, the gain factor is obtained, to which there are four calculation alternatives, i.e., looking for the value in the Appendix tables, available at the end of the book; by root extraction; via logarithms; and via iteration, using Newton's recursion formula. We uphold that, in that case there are alternative calculation types. Notice that in this case, three calculation alternatives were explained, but the alternative use of the calculating machine was omitted. We observed different pathways to achieve the solution in all the analysed textbooks.

We did not observe situations similar to these kinds of routine procedures to solve exercises in the bank practice, since all kinds of calculations are performed by the system. Bankers use different ways to approach some results, using the system. For example, when wishing to know the capital value for a loan with maximum fixed instalments, instead of proceeding to calculations, a banker tries (inputs) different values to the loan in the window until bringing near the required instalments that appear as an output, as displayed in this excerpt,

Jane made changes to a client's simulation by modifying the cost of the loan to be acquired, until the loan instalments authorised by the client's payroll loan are displayed on the screen (FIELD NOTEBOOK, p. 58, lines 3-8).

That is, Jane, a personal banking manager assistant, used the trial and error strategy, until the instalment cost reached the maximum limit allowed by the system, as agreed. This procedure is too different from the calculating procedures in the textbooks referred to above.

In the textbooks' exercises, the solutions result from the calculations performed, usually step by step, by means of algebraic transformations or with the help of any calculator. In many of these exercises, the final value of the unknown variable appearing in the end of the calculations is taken as the solution to the exercise. In other words, in such cases there are no verbal conclusions about the solution. The value displayed of the unknown variable seems to be sufficient. In other exercises, there are verbal conclusions to the solution or interpretations in order to achieve the solution, but solutions are always unique. The outcome of solving the exercises is reaching this unique solution.

In summary, routines in banks mainly involve selecting data to feed the system; interpreting the systems' outputs; using the systems' outputs to solve the clients' requests, along with the interpretation of the context and clients' profiles. On the other hand, textbook routines mainly involve using and interpreting the data available in the exercises; deciding the

models that fit the situations; selecting types of calculation procedures; reaching “the” solution.

While critical steps performed by bankers are data selection and sometimes the solution approach using the system outputs, in the textbook exercises, the critical steps are calculation procedures. On the one hand, in banks, there is no similar performance like the textbooks calculation procedures because everything related to this kind of steps is performed by the system. On the other hand, in the textbooks, there are no similar pathways like data selection or the decision-making process experienced by bankers because exercises are simplifications of the situations they intend to simulate. This means that the data announced in the exercises are exactly linked to the situations, and the solutions are always unique and are not context-dependent.

4.5.2 What is the problem to be solved in each context and the different approaches to problem-solving?

In banks, there are many distinct kinds of problems bankers have to face while assisting their clients. An example can be instructions provided to clients and fulfil a loan operation (FIELD NOTEBOOK, p. 58, lines 13-16), simulating proposals for housing loans (FIELD NOTEBOOK, p. 69, lines 13-25), explaining and making cashing check, advising clients to choose the best option for funding (FIELD NOTEBOOK, p. 27-28, lines 22-26, 1-9) and investments (FIELD NOTEBOOK, p. 87-88, lines 23-26, 1-9), etc.

There are common actions in all of the strategies used by bankers to perform the tasks they need in order to solve basic problems and others related to more complex ones. The most complex problems observed in managers’ actions were dealing with different possibilities for funding (system outputs) to advice clients according to their specific situation (FIELD NOTEBOOK, p. 27-28, lines 22-26, 1-9) and help them choose the best investment alternative according to their profile (FIELD NOTEBOOK, p. 87-88, lines 23-26, 1-9). In such cases, even with bankers having needed the system to accomplish the operations and not having the need for making calculations, their advice regarding alternatives of loans, financings or investments were decisive in serving the client. These advices involved aspects such as the client’s profile in case of investments, decisions that refer to more adequate conditions for clients in certain situations, such as investments and financings, etc.

Therefore, their actions involved a few evaluations that cannot be performed by the system. We observed that managers' actions in those cases involved the financial analysis that extrapolated the system restricted use to solve the problems presented by their clients.

In the case of the Financial Mathematics reified in textbooks, the apparent problem is learning how to cope with different approaches and procedures in order to solve the exercises. An example could be understanding definitions, conceptions and models in order to apply them to exercises; understanding the enunciation of exercises and translating their data into mathematical language; learning to use the technology available to help them with the calculations; choosing the pathways, formulas and calculation procedures to achieve the solution.

Seldom, such exercises are problems themselves, as discussed later on, as mentioned above. These are situations with reference to workplace problems or everyday practices, sometimes closer, but sometimes too detached from the actual ones, as illustrated in the previous section. Some of these exercises have been probably selected for didactic reasons, given their distance from the situations actually happening in workplace and everyday contexts. Despite the effort to illustrate situations in these contexts, especially in Samanez's textbook, none of the bankers' main actions discussed above were represented in the exercises analysed.

There are some exercises in which the enunciations call for a decision-making, but the solution proposed is too simplistic or even detached from actual possible solutions to the situations they intend to be. An example are exercises requiring comparisons about alternative purchases or investments (MATHIAS; GOMES, p. 122, 144, 147, 151), but the solution is always a pure Financial Mathematics result hiding different solution possibilities according to their context and sometimes far from what would probably happen in fact. That is, they show offers related to different payment possibilities, usually comparing payments in a future date to payments in the present or two distinct series of payments, with a lower or higher number of instalments with rate interests involved. We observed one example (SAMANEZ, 2010, p. 103; 104) where the author recognizes that decision depends on particular situations, but the analysis offered is also simplistic, as it can be seen in Figure 4 below.

Figure 4 – An exercise presenting a decision-making situation

► Exemplo 5.20

Uma pessoa deseja comprar um microcomputador e dispõe de quatro alternativas de pagamento:

- a) pagamento à vista de \$2.300;
- b) pagamento de oito prestações mensais de \$431,12 cada;
- c) pagamento de quatro prestações mensais de \$965,75 cada, sendo a primeira paga daqui a quatro meses;
- d) um único pagamento de \$4.930,26 daqui a oito meses.

Considerando juros efetivos de 10% a.m., qual será o melhor esquema de pagamento?

- Cálculo dos valores presentes dos planos de pagamento:

a) $P = \$2.300$

b) $P = \$431,12 \times a_{8|10\%} = \$431,12 \times \left[\frac{(1,10)^8 - 1}{(1,10)^8 \times 0,10} \right] = \$431,12 \times 5,33493 = \2.300

c) $P = [\$965,75 \times a_{4|10\%}] \times (1,10)^{-3} = \$965,75 \times \left[\frac{(1,10)^4 - 1}{(1,10)^4 \times 0,10} \right] \times \left[\frac{1}{(1,10)^3} \right]$
 $= \$965,75 \times 3,16987 \times 0,75131 = \2.300

d) $P = \$4.930,26 \times \left[\frac{1}{(1,10)^8} \right] = \$4.930,26 \times 0,46651 = \2.300

Do ponto de vista financeiro, as quatro alternativas são equivalentes, visto que, à taxa de juros de 10% a.m., os respectivos valores presentes são iguais (\$2.300). A escolha do melhor plano poderá, então, ser feita considerando-se a situação particular da pessoa. Por exemplo, se ela dispõe dos recursos necessários (\$2.300) e não vislumbra alternativas para aplicar seu dinheiro no mercado financeiro, obtendo no mínimo juros de 10% a.m., nesse caso talvez seja melhor comprar à vista.

Example 5.20

Someone would like to buy a desktop computer and is offered four payment options:

- a) cash payment of \$2,300;
- b) payment of eight monthly instalments of \$431.12 each;
- c) payment of four monthly instalments of \$965.75 each, with the first one being due four months later;
- d) a single payment of \$4,930.26 eight months later.

Taking into account an effective interest of 10% per month, which is the best payment plan?

- Calculation of current amounts of payment plans:

a) $P = \$2,300$

b) $P = \$431.12 \times a_{8|10\%} = \$431,12 \times \left[\frac{(1,10)^8 - 1}{(1,10)^8 \times 0,10} \right] = \$431.12 \times 5.33493 = \$2,300$

c) P

$$\{ \$965.75 \times a_{4|10\%} \} \times (1,10)^{-3} = \$965.75 \times \left[\frac{(1,10)^4 - 1}{(1,10)^4 \times 0,10} \right] \times \left[\frac{1}{(1,10)^3} \right] = \\ \$965.75 \times 3.16987 \times 0.75131 = \$2.300$$

d) $P = \$4,930.26 \times \left[\frac{1}{(1,10)^8} \right] = \$4,930.26 \times 0.46651 = \$2,300$

From a financial point of view, the four alternatives are equivalent, since at the interest rate of 10% per month, their current amounts are the same (\$2,300). The decision for the best plan can then be reached taking the individual's particular situation into account. For example, if the person has the necessary funds (\$2,300) and no intention to apply his or her money in the financial market, where at least 10% interest per month would be obtained, paying cash might be the best option.

Source: Samanez (2010)

In this exercise, the conclusion show that at the rate of 10% per month, all of the alternatives are equivalent but, in the end, the author concludes that it is possibly better

paying in cash if the individual has that money available and does not have the intention of investing it at a higher rate. However, there is no discussion about the rate itself; for example, if it is worth in a scenario or if there are possibilities of obtaining funding at lower rates in the market. Moreover, we observed few examples in the textbooks analysed requiring any decision-making.

Other situations such as the problems experienced by people in everyday or workplace practices requiring decision-making could be evoked in the textbooks. For example, someone whose refrigerator is out of order who needs a new one, but does not have the money immediately at hand, will probably choose to buy it in instalments, even if he or she will pay some interest; a company who needs to make an investment and would not like to spend its floating capital, sometimes chooses to ask for funding and will have to pay for that amenity.

There are other such examples, but the idea is the same, namely, in financial markets, an individual who needs the loan has to pay the lender. Therefore, deciding if obtaining the funding is worthwhile involves many kinds of context situation and, first and foremost, the analysis of the interest rate involved in the operation. That is, the need of the individual's or company situation must be analysed in each situation as well as the interest rate requested by the creditor in comparison to other offers or rates practiced in the market, not the simple comparison about values at the same date and fixed rates, as it seems to be the case in textbooks.

This is the stunning difference between the problems really experienced in workplace and everyday practices and the exercises reified in the textbooks: the latter are not immediate problems. They are structured to be simple, in the sense that they have to present only the data really needed to solve it and the solution is always unique, therefore, usually very detached from actual problems, like those in which bankers had to analyse the situation and clients' profile in order to help them during the decision-making process. Therefore, we conclude that the actual problem in the Financial Mathematics reified in textbooks is dealing with the pseudo-realistic exercises that intend to simulate problems of professional and everyday environments, but usually not so close to them.

4.5.3 Different roles of technology in these environments

In banks, technology pervades all of the bankers' practice as displayed in the sections above. The bank information systems play a central role in this practice as stated by a few bankers:

Gustavo [...] promptly told me that everything is performed through the bank system (FIELD NOTEBOOK, p. 3, lines 6-8)

The general manager in bank A, [...], immediately said that everything was performed in the system (FIELD NOTEBOOK, p. 101, lines 5-7).

Actually, all the observed bank operations were performed with an information system. Even when bankers used their previous knowledge on principles and procedures of Financial Mathematics in order to better advise their clients, as showed in the sections above, this guidance required a work coordinated with the system. Another way of dealing with technology occurs when bankers have to assist their clients in their companies (out of the bank). In this case, they said that they usually take their financial calculators to perform their work, but they need to return to the bank to complete the operation within the system. Therefore, in bankers' practice the technology is always linked to what they do.

These information systems were introduced and improved in the banks for the sake of effectiveness and security, as it can be seen in some bankers' discourse. For example, according to Evandro (a manager in one of the banks observed),

The system does everything to gain security and service agility, minimize the occurrence of error and maximize productivity (FIELD NOTEBOOK, p. 47, lines 18-21).

Therefore, it can be seen that there are some reasons for technology to be used in banks, which are linked to their kind of practice and what is valued in this context, as we see it, to ensure effectiveness and security.

Differently, much of the Financial Mathematics reified in the textbooks show that the technology available, when suggested, is at margin. That is, the suggestions provided by using calculators or electronic spreadsheets (media referenced in the textbooks analysed) were not central to routines of the Financial Mathematics reified in these books. But we observed that there are variations across the textbooks analysed.

For example, in Samanez (2010) textbook, we found many suggestions of the use of calculators, including steps to operate with the HP 12C²⁵ and its linked procedure functions alongside, as it can be seen in the next example (SAMANEZ, 2010, p. 39) in Figure 5.

²⁵ The HP 12C is a financial calculator, according to Caramori (2009), the most popular in Brazil.

Figure 5 – An exercise including steps to operate with the HP 12C

► Exemplo 3.3

Qual é o valor de resgate para um capital de \$200 aplicado pelos seguintes prazos e taxas?
 a) 27 dias a 9% a.m., capitalizados diariamente ($j = 0,09$ a.m., $k = 30$, $m = 27/30$ meses)

$$S = P \left(1 + \frac{j}{k}\right)^{k \times m} = \$200 \times \left(1 + \frac{0,09}{30}\right)^{30 \times (27/30)} = \$216,85$$

| | |
|----------------------------|--|
| Calculadora HP 12c: | |
| (f) (FIN) | apaga a memória financeira |
| 9 [ENTER] 30 (÷) (i) | taxa de juros por período de capitalização |
| 27 (n) | número de dias do prazo |
| 200 (CHS) (PV) | principal com sinal negativo |
| (FV) → 216,85 | calcula o montante |

O prazo dado foi transformado na mesma unidade de tempo da taxa nominal ($m = 27/30$ meses).

Example 3.3
 What is the surrender value for a capital of \$200 applied at the following terms and rates?
 a) 27 days at 9% per month, capitalized on a daily basis ($j = 0.09$ per month, $k = 30$, $m = 27/30$ months)

$$S = P \left(1 + \frac{j}{k}\right)^{k \times m} = \$200 \times \left(1 + \frac{0.09}{30}\right)^{30 \times (27/30)} = \$216.85$$

| | |
|---------------------------|---|
| HP 12c Calculator: | |
| (f) (FIN) | erases the financial memory |
| 9 [ENTER] 30 (÷) (i) | interest rate per capitalization period |
| 27 (n) | number of days from the deadline |
| 200 (CHS) (PV) | capital with a minus sign |
| (FV) → 216.85 | calculates the amount |

The deadline was turned into the same unit of time of the nominal rate ($m = 27/30$ months).

Source: Samanez (2010)

There are exercises with these kinds of boxes explaining the HP 12C step-by-step operations along the textbook. In many of these exercises there are also algebraic alternatives to accomplish the solution. Differently, references to spreadsheets were found in an appendix at the end of this textbook entitled “Financial Mathematics with Excel” (our free translation). In this appendix, the author presented the software details, financial functions and applications. Through these applications, the author presented, once again, many of the textbook subjects showing how to operate the spreadsheet in order to reach the solution to some exercises.

In any case, the use of technology was suggested to improve calculations by gaining agility. We did not find suggestions on the use of such artefacts in mathematical explorations.

In Vieira Sobrinho's (2013, p. 40) textbook, there are suggestions of simple scientific calculators along the book, as it can be seen in the following observation in Figure 6.

Figure 6 – A suggestion about simple scientific calculator use

| |
|--|
| <p>Observação: Visto que na atualidade é possível admitir que a maioria dos estudantes de nível universitário, ou mesmo do segundo grau, possua uma calculadora com a função potência y^x, todos os problemas apresentados neste livro, daqui para frente, em que a taxa seja a incógnita, serão resolvidos através dessa função. Igualmente, nos casos em que o prazo seja a incógnita, as soluções serão obtidas através de logaritmo, normalmente o neperiano, encontrado na maior parte das calculadoras ditas científicas ou financeiras.</p> |
| <p>Note: Since nowadays it is possible admitting that most students enrolled in college or high school have a calculator equipped with the y^x power feature, all of the following problems presented in this book, with unknown rates, will be solved using that function. In addition, in cases with unknown deadlines, solutions will be obtained using the Neperian logarithm, usually found in most so-called scientific or financial calculators.</p> |

Source: Vieira Sobrinho (2013)

In this case, the author suggests the use of simple calculators that have the y^x , $\log x$ or $\ln x$ keys to perform operations where the rate or the term is unknown, considering that most university students have these kind of calculators. While he sometimes refers to financial calculators along the book, he only includes in the last chapter instructions on how to use them. In this chapter, the author presents again some of the same exercises of previous chapters by using the HP 12C steps to accomplish the task. He explains his choice to present solutions to exercises with the HP 12C since it is recognizably the most popular financial calculator in Brazil.

Differently, in Mathis and Gomes' (2011) textbook, the exercises solved are presented in detailed steps of calculation procedures, showing pathways to develop them (NOTEBOOK, p. 9, lines 13-14). In the first chapters, there is no suggestion about the use of calculators or spreadsheets (NOTEBOOK, p. 9, lines 10-17) and alternative ways of solving exercises seem to be ways to cope with calculations and release the use of calculators.

For example, in some exercises like the one presented in the first subsection of this analysis (extracted from pages 104 and 105), there are algebraic calculation procedure alternatives. However, in these exercises, the use of a calculator was not presented as an alternative. Considering the plurality of alternatives used as resources for some calculations as the determination of unknowns, like rates or terms, it follows that the availability of these resources of pure mathematics are presented as a way to release the use of this technology. In addition, exercises resolved in more than one step could be performed in a single step, if a scientific calculator were used (NOTEBOOK, p. 39, lines 1-3).

The calculation strategies presented throughout this textbook are linked with some principles exposed in the authors' presentation, in which they express that "the educational experiments with calculators and even with software spreadsheets have demonstrated that the process of analytical reasoning precedes the use of a calculation tool" (MATHIAS; GOMES, 2011, presentation, our translation).

It can be seen in the authors' discourse and through the entire textbook that the technology available is not valued as a resource to gain calculation agility, nor to lead mathematical explorations. That is, we could realize that what is valued, recognized and legitimated in this textbook is providing options to solve exercises *without* using technology.

We assume that this strategy of presenting mathematical resources without using a calculator is intended to support readers when they do not have this artefact or as a way of developing or improving knowledge about pure mathematical practices. But these ways of calculation presented as alternatives to the use of a calculating machine depend on the use of tables or are too costly in terms of operation and time. Even the use of logarithms still depends on a table of logarithms, if the intention is not using scientific calculators that perform power operations to real exponents and logarithms. Nowadays, these scientific calculators are common and easily accessible (VIEIRA, 2013).

We realized that there are different ways of using technology suggestions through the textbooks analysed. Nevertheless, in general, we can say that the use of these technology suggestions are at margin in the sense that they are presented (when they are) as alternatives to algebraic calculations in order to gain agility to solve exercises. We did not find, in any textbook, the use of technology to enable mathematical investigations for educational purposes.

Therefore, it is clear in the textbooks that the role of technology is gaining agility, like in banks, but in a very different way, having the former a marginal role and, in the latter, technology pervades all of the bankers' actions.

4.6 Discussion

Based on the data analysis presented so far, we will discuss the differences between the Financial Mathematics reified in the textbooks and the banks' Financial Mathematics practice taking such categories into account as well as organizing how they configure each context.

We acknowledge that the situated perspective adopted in this study (LAVE; WENGER, 1991; WENGER, 1998) can be the answer to the gap between the Financial Mathematics reified in the textbooks and the one practiced by bankers. Yet, according to Hodkinson

(2005), if our goal is understanding the relationships between two different contexts, we need to look at the specific forms where those relations take place. Therefore, whichever they are, one from an educational and another one from a workplace context, two educational contexts or two workplace contexts, we can only understand such differences when comparing such particular contexts.

The textbooks analysed are reifications of a constellation of practices (WENGER, 1998) linked by the same subject: Financial Mathematics. According to Wenger (1998), the constellation is a group of practices seen as a configuration even if they are not close to one another or are not of the same kind or size. That is, the Financial Mathematics reified in the textbooks is a collective knowledge expressed in their authors' words (WERTSCH, 1991), where they address different practices of that constellation.

These practices, although being so different (given the scientific Financial Mathematics practice, the Financial Mathematics practiced in educational contexts, the workplace financial practices, like banks, the associations of credit and investments institutions, etc.), are objects of the Financial Mathematics constellation. We understand that these practices are altogether addressed in the Financial Mathematics knowledge reified in the textbooks, with banks' practice being only one instance of this.

Therefore, comparing bankers' practice to the Financial Mathematics reified in the textbooks is a way of inserting lenses in this specific relation. We have decided to study this relation because we recognize that textbooks have a role in teaching and learning practices, connecting these local experiences of classrooms to the global instance of the Financial Mathematics practice constellation (WENGER, 1998), and, especially here, to workplace practices. As a consequence, textbooks can be seen as a reification around which we can organize connections between classrooms and workplaces in order to prepare students for their professional lives. Our choice by bankers' practice is related to our recognition that financial decisions in everyday life and other workplaces such as companies are usually related to banks' financial rules.

In banks, the main problem is solving the client's requests and the tasks performed by bankers are mediated by the information systems available, being that tool central to the practice. This technology available is provided according to the goals and principles of this practice to solve the problems; for example, in order to provide security and agility. At the same time, banks' systems define how bankers act to perform their tasks, establishing a routine that is characteristic of this practice.

Summing up, we can say that bankers' routines have critical steps in data selection and in the solution approach of problems presented by their clients, being their actions shaped by the system centrality and what is valued in this context. This means solving clients' requests with security and agility. This is possible thanks to the technology made available, in this context, by banks' information systems, which are mixed with humans' actions, producing an inseparable set, referred to by Wertsch (1991) as *individual(s)-acting-with-mediational-means*. We prefer to term it as *individual(s)-acting-with-mediational-means-in-context*, in order to address how problems, goals and principles of this practice govern the use of the technology available.

This set is in tune to what is made available by the bank systems to improve bankers' work and the actions that systems cannot perform by themselves, as addressed in the sections above, but that can be provided by humans. Nevertheless, at the same time that these actions can only be performed by humans, humans can only perform them with the information provided by such systems. In other words, *individual(s)-acting-with-mediational-means-in-context* set works as a unity, which is responsible for outcomes and solutions to problems, which is possible, not only because of what the system or humans can do, BUT because of what this set can do and according to principles governing such practice.

In the case of Financial Mathematics reified in the textbooks analysed we could infer that the problem in this context is to properly solve exercises. In this case, the technology available (calculators, spreadsheets) is used at margin. This is realised in the use of a multitude of algebraic procedures (pure mathematics resources), in the core of most exercises, sometimes alongside the suggestion of the usage of calculators. The technology available is used at margin because of the presence of other reification objects more valued in this practice, according to their principles, as algebraic procedures.

Again, we ascribe the use of technology to the problems, goals and principles reified in the textbooks. Maybe this is a clue that they potentially govern the practice of teaching and learning Financial Mathematics as well. That is, the textbook analysis showed that what apparently seems to be valued in such a context is how to solve exercises, with technology having a very different role in comparison to banks' practice.

Marginal suggestions to the use of calculators, the importance given to algebraic operations and the simplification of the pseudo-realistic situations presented in the exercises establish a routine characteristic of the Financial Mathematics reified in the textbooks, which is very different from the workplace routine.

The Financial Mathematics reified in the textbooks show that procedures expected to properly solve the exercises (reifications of the culturally constructed mathematics) are the critical steps. Such steps are not seen in bankers' practice, since they are performed by the system. Conversely, the data selection steps and approaches to solutions experienced by bankers were not seen in the textbooks, since those exercises are simplifications of situations they intend to be, with a unique solution.

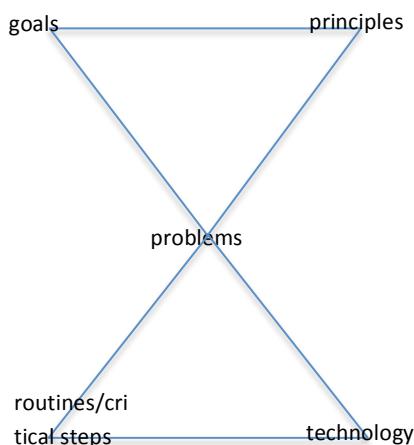
We have detailed *what* makes such Financial Mathematics practices so different. Henceforth, we will discuss *why* they are so different. For example, why is the technology available and used in banks so indispensable in this context while the use of technology suggested in the textbooks is so dispensable and marginal?

On the one hand, as showed previously, the use of the bank systems provides agility and security to this practice, and these things are very valued in this practice. On the other hand, the use of calculators and spreadsheets (the technology referred to in the textbooks) are still at margin, despite of some new studies (BOTZER; YERUSHALMY, 2008; BAKKER et. al., 2006) showing the importance of technology in education settings.

After organizing these ideas, we can say that each *context* has *problems* and *goals* interrelated with the *principles that govern the context*. And, in turn, this triad (problems, goals, principles) is interrelated with the *routines*, their *critical steps* reported previously and the *technology used*.

We propose a way of analysing the specific relations between the Financial Mathematics practiced by bankers and the one reified in the textbooks. Our desire is understanding their specificities, *what* the differences between them are and *why* they are so different. The drawing below can help us understand these instances and their relations.

Figure 7 – Relationships between problems, goals, principles, routines and technology in a context



Source: Constructed by the authors

This drawing depicts two triangles representing a context. They are linked by a core node, which we call “problems”, referring to problems settled in a particular context. On the one hand, goals, principles and problems in a context frame the first triangle represented by this triad. On the other hand, problems in the node are linked to routines, their critical steps and to the technology used in a context, framing the other triangle, which is, in its turn, linked to the first one by this very node. By relating this drawing to the contexts analysed, we can recognize interrelated systems.

Problems in the bank practice related to clients’ requests are linked to goals and principles governing this practice, namely, solving their clients’ requests with effectiveness and agility. This triad is linked to the other one represented by the problems themselves, the routines required to solve such problems (detailed in previous sections) with the data selection and the solution approach as critical steps and the banks’ systems. Each line of the triangles represents a dual relationship between the vertices. As examples, in banks, goals and principles are interrelated just like problems are related to technology, etc., with problems having a node that links the first triad to the last one.

In fact, bankers’ routines and their critical steps represented by the data selection and the solution approach are linked in a dual way to the technology used, as they are linked to problems presented in this context. By the node represented by problems, we can also link, for example, the use of banks’ systems to principles governing such practice. That is, their use provides agility and effectiveness when solving clients’ requests.

In the textbooks, it can be seen that the problem of handling exercises is linked in a dual way to the educational principles reified in the textbooks. For example, they offer a multitude of algebraic pathways to accomplish this task. As a result, the marginal use of technology is linked to these problems and principles, as well as to the critical steps identified in the exercise-solving routines.

4.7 Conclusion

Our intention has been to answer *what the differences between the Financial Mathematics negotiated by bankers and the Financial Mathematics knowledge reified in textbooks are*, but, instead of only providing an answer about *what* are these differences, we answered also *why* they are so different. As a result of the analysis, we observed that the

differences between them were closely linked to the problems, goals and principles governing each context analysed.

We observed these *whys* while analysing the bankers' practice, especially what was recognized as legitimate and valued in this context and comparing it to what was seen as legitimate in the textbooks. In the former, we observed it through bankers' actions and their discourses, as showed in the analysis. In the latter, we observed the development and structure of the textbooks, the authors' observations through these books and some of the concepts they made explicit. Although the *whys* were not our previous pursuit, they were so linked to the data and to the theory adopted that we could not disconnect them from the *what*.

Being the textbooks reifications of a constellation of Financial Mathematics practices, they can connect local experiences of classrooms to the global contexts linked to this discipline. Wenger's (1998) concept of imagination enable us to think about students disengaging from their classroom practices to explore other ways of doing things by using the knowledge reified in the textbooks to create connections across boundaries.

We recognize that overcoming the differences between the Financial Mathematics reified in the textbooks and bankers' practice is not possible, since they are in different contexts, with different purposes, etc. However we are sure that the approximation of this reified mathematics to the kind practiced in workplace contexts can enable students' imagination and help them start their professional lives by minimizing discontinuities between the educational and workplace contexts.

The discussed studies (HOYLES et al., 2010; NOSS; HOYLES, 1996; WILLIAMS; WAKE, 2007; ZEVENBERGEN, 2011) about the role of technology in academic and workplace environments showed that there are different ways of participation required for workers in technology environments and, likewise, different ways of understanding and knowing in educational settings with the presence of information technology. Nonetheless, if the use of the technology available is rejected or suggested at margin, as showed in the textbooks analysed, these different ways of participation cannot be experienced by students.

Similarly, students should be prepared to deal with data not perfectly linked to the situation and to more than one possibility of solution in the exercises, according to the context and possible different profiles related to characters illustrating people (in case of pseudo-realistic exercises) or real people (in case of realistic exercises). We observed this choice in a textbook entitled Mathematics for Finance (CAPINSKI; ZASTAWNIAK, 2011), which presents case studies arising from workplace contexts to be analysed by readers. The use of such case studies can provide *imagination* experiences, by reinterpreting these histories in

new terms and exploring other ways of doing things, and therefore, pinpointing readers' engagement in broader systems that form the constellation of the Financial Mathematics practice.

These experiences can show students the kind of *problems* faced by workers. Although it is impossible to overcome the differences in the *routines* followed by these workers and in the *technology* available, they can have a sense of what is privileged in such other practices, the *principles governing* them, their *goals* and the critical steps they have to perform to achieve the solutions.

Recognizing textbooks as part of teaching and learning practices (LI; ZHANG; MA, 2009; NOVOTNÁ et. al., 2005; PEPIN; HAGGARTY, 2001; REZAT, 2006; SKOVSMOSE, 2000; WU; LEE; LAI, 2004; YAN; LIANGHNO, 2006), we assume they are able to afford students' educational experiences that can potentiate their future participation in their professional lives, comprising their learning curriculum (BILLET, 2011).

However, despite some attempts to use repertoires and examples of operations that resemble the ones practiced in the financial market, we verified, in the textbooks analysed, a reification of the Financial Mathematics practices very different from the workplace practices. This gap is visible in the *problems* showed for each context, linked to the *routines*, their *critical steps*, and the *technology* as well as *problems*, *goals* and *principles* governing each one.

We acknowledge that the characteristics of this knowledge reified in the textbooks analysed are not sufficient to understand educational practices, neither the characteristics of the bankers' practice observed comprise the multitude of financial workplace practices. However, we understand that the findings of this study can be seeds for other studies showing that we should try to draw such contexts near in order to prepare students for their professional environment, supported by the role of professional education in business courses.

References

- ANGROSINO, M. Recontextualizing observation: ethnography, pedagogy, and the prospects for a progressive political agenda. In: DENZIN, N. K.; LINCOLN, Y. S. *The Sage Handbook of Qualitative Research*. Third Edition. London: Sage Publications, 2005. p. 729-745.
- BAKKER, A. et. al. Improving work processes by making the invisible visible. *Journal of Education and Work*, v. 19, n. 4, p. 343-361, 2006.
- _____. "It's not just magic!" Learning opportunities with spreadsheets in the Financial Sector. In: Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics, 26,

2006.

BILLET, S. Critiquing workplace learning discourses: participation and continuity at work. *Studies in the Education of Adults*, v. 34, n. 1, p. 56-65, 2002.

_____. Workplace curriculum: practice and propositions. In: DOCHY, F. et al. *Theories of Learning for the Workplace: building blocks for training and professional development programs*. Oxon: Routledge, 2011. p. 17-36.

BORBA, M.; Villarreal, M. *Humans-with-media and the reorganization of mathematical thinking*. Dordrecht: Kluwer Publisher, 2006.

BOTZER, G.; YERUSHALMY, M. Embodied semiotic activities and their role in the construction of mathematical meaning of motion graphs. *International Journal of Computers for mathematical learning*, v. 13, n. 2, p. 11-134, 2008.

BUENO, M. C. *Fundaments and practice of Financial Mathematics*. Dykinson: Madrid, 2006. 300 p.

BUSSI, M. G. B.; MARIOTTI, M. A. *Semiotic mediation in the mathematics classroom: artefacts and signs after a Vygotskian perspective*. In: ENGLISH, L. *Handbook of international research in mathematics education*. New York: Routledge, 2008. p. 746-783

CAPINSKI, M.; ZASTAWNIAK, T. *Mathematics for Finance*: an introduction to financial engineering. London: Springer, 2011. 338p.

CHARMAZ, K. Grounded Theory in the 21st century: applications for advancing social justice studies. In: DENZIN, N. K.; LINCOLN, Y. S. *The Sage Handbook of Qualitative Research*. Third Edition. London: Sage Publications, 2005. p. 507-535.

DENZIN, N. K.; LINCOLN, Y. S. Introduction: the discipline and the practice of qualitative research. In: DENZIN, N. K.; LINCOLN, Y. S. *The Sage Handbook of Qualitative Research*. Third Edition. London: Sage Publications, 2005. p. 1-32.

DRAKE, P.; FABOZZI, F. Foundations and applications of the time value of money. Wiley: New Jersey, 2009. 300p.

FONTANA, A.; FREY, J. The interview: from neutral stance to political involvement. In: DENZIN, N. K.; LINCOLN, Y. S. *The Sage Handbook of Qualitative Research*. Third Edition. London: Sage Publications, 2005. p. 695-727.

FRENSIDY, B. *Financial Mathematics*. Jakarta: Salemba Empat, 2008. 262 p.

FULLER, A. et al. Learning as peripheral participation in Communities of Practice: a reassessment of key concepts in workplace learning. *British Educational Research Journal*, v. 31, n. 1, p. 49-68, 2005.

GALLAGER, T.; ANDREW, J. *Financial management*: principles and practice. Freeload Press, 2007. 617 p.

- GARDNER, N. The time value of money: a clarifying and simplifying approach. *Journal of College Teaching & Learning*, vol. 1, n. 7, p. 25-30, 2004.
- HODKINSON, P. Reconceptualizing the relations between college-based and working learning. *Journal of Workplace Learning*, v. 17, n. 8, p. 521-532, 2005.
- HOYLES, C. et al. *Improving mathematics at work*: the need for techno-mathematical literacies. New York: Routledge, 2010. 208p.
- HOYLES, C.; NOSS, R.; POZZI, S. Proportional reasoning in nursing practice. *Journal for Research in Mathematics Education*, v. 32, n. 1, p. 4-27, 2001.
- JALBERT, T.; CHAN, C. Advances in teaching the time value of money. *Journal of College Teaching & Learning*, vol. 1, n. 8, p. 7-12, 2004.
- LAVE, J.; WENGER, E. *Situated Learning*: legitimate peripheral participation. New York: Cambridge University Press, 1991. 138p.
- LI, Y.; ZHANG, J.; MA, T. Approaches and practices in developing school mathematics textbooks in China. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*, v. 41, p. 733-748, 2009.
- MATHIAS, W. F.; GOMES, J. M. *Matemática Financeira*. São Paulo: Atlas, 2011. 416p.
- MURPHY, A. The interface between academic knowledge and working knowledge: implications for curriculum design and pedagogic practices. Level 3, Issue 6, May 2008.
- NOSS, R.; HOYLES, C. The visibility of meanings: modelling the mathematics of banking. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, v. 1, p. 3-31, 1996.
- NOVOTNÁ, J. et. al. Cultural and linguistic problems in the use of authentic textbooks when teaching mathematics in a foreign language. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*, v. 37, n. 2, p. 109-115, 2005.
- PEPIN, B.; HAGGARTY, L. Mathematics textbooks and their use in English, French and German classrooms: a way to understand teaching and learning cultures. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*, v. 33, n. 5, p. 158-175, 2001.
- REZAT, S. The structures of German mathematics textbooks. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*, v. 38, n. 6, p. 482-487, 2006.
- RIVERA, F.; BECKER, J. R. A sociocultural account of students' collective mathematical understanding of polynomial inequalities in instrumented activity. In: 28th CONFERENCE OF THE INTERNATIONAL GROUP FOR THE PSYCHOLOGY OF MATHEMATICS EDUCATION, 4., 2004, Bergen. *Proceedings*. Bergen: IGPME, 2004, p. 81-88.
- SAMANEZ, C. P. *Matemática Financeira*. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010. 289p.
- SCHMIDT, R.; GIBBS, P. The challenges of work-based learning in the changing context of the European Higher Education Area. *European Journal of Education*, v. 44, n. 3, p. 399-410, 2009.

- SKOVSMOSE, O. Cenários para investigação. *Bolema*, v. 14, p. 66-91, 2000.
- VIEIRA SOBRINHO, J. D. *Matemática Financeira*. São Paulo: Atlas, 2013. 411p.
- WEDEGE, T. Researching workers' mathematics at work. In: EDUCATIONAL INTERFACES BETWEEN MATHEMATICS AND INDUSTRY CONFERENCE, 2010, Lisboa. *Proceedings*. Lisboa: Centro Internacional de Matemática, 2010. p. 565-574.
- WENGER, E. *Communities of Practice*: learning, meaning, and identity. New York: Cambridge University Press, 1998. 318p.
- WERTSCH, J. V. *Voices of the mind*: a sociocultural approach to mediated action. Cambridge: Harvard University Press, 1991. 169p.
- WILLIAMS, J.; WAKE, G. Black boxes in workplace mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, v. 64, p. 317-343, 2007.
- WU, C.; LEE, G. C.; LAI, H. Using concept maps to aid analysis of concept presentation in High School computer textbooks. *Education and Information Technologies*, v. 9, n. 2, p. 185-197, 2004.
- YAN, Z.; LIANGHUO, F. Focus on the representation of problem types in the intended curriculum: a comparison of selected mathematics textbooks from Mainland China and the United States. *International Journal of Science and Mathematics Education*, v. 4, p. 609-626, 2006.
- ZEVENBERGEN, R. J. Young workers and their dispositions towards mathematics: tensions of a mathematical habitus in the retail industry. *Educational Studies in Mathematics*, v. 76, p. 87-100, 2011.