



**UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA
UNIVERSIDADE ESTADUAL DE FEIRA DE SANTANA**

**INSTITUTO DE FÍSICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO,
FILOSOFIA E HISTÓRIA DAS CIÊNCIAS**

RODOLFO ALVES DE CARVALHO NETO

**INTERNALIZAÇÃO DO SIGNIFICADO DA TEORIA QUÂNTICA DO
PROCESSO DE MEDIDA DE ACORDO COM A INTERPRETAÇÃO DA
COMPLEMENTARIDADE**

**Salvador - Ba
2016**

RODOLFO ALVES DE CARVALHO NETO

**INTERNALIZAÇÃO DO SIGNIFICADO DA TEORIA QUÂNTICA DO
PROCESSO DE MEDIDA DE ACORDO COM A INTERPRETAÇÃO DA
COMPLEMENTARIDADE**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino, Filosofia e História das Ciências da Universidade Federal da Bahia como requisito parcial para a obtenção do título de Doutor em Ensino, Filosofia e História das Ciências.

Orientador: Prof. Dr. Osvaldo Pessoa Júnior (USP)

Co-orientador: Prof. Dr. Roberto Rivelino de Melo Moreno (UFBA)

**Salvador - Ba
2016**

C3331i

Carvalho Neto, Rodolfo Alves de.

Internalização do significado da Teoria Quântica do Processo de Medida de acordo com a interpretação da complementaridade / Rodolfo Alves de Carvalho Neto. – Salvador, 2016.

271 p.: il.

Orientador: Prof. Dr. Osvaldo Pessoa Júnior.

Co-orientador: Prof. Dr. Roberto R. de M. Moreno

Inclui apêndices.

Tese (doutorado) – Universidade Federal da Bahia, Pós-Graduação em Ensino, Filosofia e História das Ciências / Universidade Estadual de Feira de Santana, Instituto de Física, 2016.

1. Física Quântica. 2. Teoria Quântica – Estudo e ensino. I. Pessoa Júnior, Osvaldo. II. Universidade Federal da Bahia. Programa de Pós-Graduação em Ensino, Filosofia e História das Ciências. III. Título.

CDD 539

RODOLFO ALVES DE CARVALHO NETO

**INTERNALIZAÇÃO DO SIGNIFICADO DA TEORIA QUÂNTICA DO
PROCESSO DE MEDIDA DE ACORDO COM A INTERPRETAÇÃO DA
COMPLEMENTARIDADE**

Tese submetida ao Programa de Pós-Graduação em Ensino, Filosofia e História das Ciências da Universidade Federal da Bahia como requisito para a obtenção do título de Doutor em Ensino, Filosofia e História das Ciências.

COMISSÃO EXAMINADORA

Dr. Osvaldo Pessoa Júnior (Orientador)
Universidade de São Paulo

Dr. Roberto Rivelino de Melo Moreno (Co-orientador)
Universidade Federal da Bahia

Dr. Júlio Celso Ribeiro de Vasconcelos
Universidade Estadual de Feira de Santana

Dr. José Fernando Moura Rocha
Universidade Federal da Bahia

Dr. Marco Antônio Moreira
Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Dr. Olival Freire Júnior
Universidade Federal da Bahia

Aprovada em 24/02/2016.

DEDICATÓRIA

A Minna, amada e amante, linda companheira, incansável incentivadora, com a minha admiração pela mulher, mãe e profissional que você é, com o meu agradecimento por me fazer feliz. Agradeço pela compreensão e incentivo pelos momentos de dedicação a este trabalho de elaboração da tese.

Aos meus filhos, Felipe e Gabriela, amores genuínos da minha vida, agora numa nova e deliciosa fase de poder compartilhar e discutir ideias, muitas delas engraçadíssimas, com os votos de que cultuem o amor e a solidariedade pelo próximo e que estejam sempre atentos à Educação, em sentido amplo. O papai ama vocês e agradece a paciência que tiveram quando eu estava concentrado na tese.

Aos meus pais, Didi e Lucinha, pelos meus sonhos que sempre prestigiaram, das coisas que julgo possuírem valor e pela Educação que me proporcionaram, o meu mais profundo reconhecimento.

Aos meus irmãos Duda e Carolina, com o agradecimento pelo amor revestido de total reciprocidade, são muitas as boas recordações.

A Guga, meu afilhado, e Mel, com todo meu carinho e votos de zelo pela Educação, em sentido amplo.

Aos amigos Hans Dieter Schleu (*in memoriam*), pelos valores humanos, sinceridade e honestidade, que nos proporcionaram afinidade recíproca, e a amiga Cristina Ferrari Schleu, pelo carinho e amizade, o meu agradecimento pelo incentivo ao longo da minha caminhada acadêmica.

A André Gordilho, Leonardo Kruschewsky e Murilo Miranda, queridos amigos, o meu apreço pelo caráter e uma profunda afinidade, que nos faz unidos incondicionalmente.

Ao amigo maestro e arranjador Severino Filho (*in memoriam*), um gênio adiante do seu tempo, e ao Conjunto Vocal e Instrumental *Os Cariocas*, pela sensação de plenitude musical que continuam me proporcionando, com uma harmonização essencialmente bela e que me deixa “aceso”, atento a qualquer nota ou acorde que aparece, que supera a “previsibilidade do imprevisível”. Coisas de Severino Filho! Imortalizou-se como um dos ícones da Bossa Nova.

Ao padrinho tio Alberto Alencar e a tia Aurora, terráqueos de bondades, generosidades e prestezas que se destacam da média, com a minha honra por tê-los como padrinhos. Vieram ao mundo para servir.

Ao amigo Prof. Dr. Osvaldo Pessoa Jr, talentoso e carismático orientador, com a minha gratidão e entusiasmo por ter me proporcionado um ambiente rico de discussões físicas e epistemológicas, alimentando de uma forma muito original a minha paixão pelo ensino da física, por isso lhe chamo, carinhosamente de OP, uma marca de afinidade de trabalho que jamais esquecerei.

A Deus o criador do universo, mas que não esqueceu de criar o amor que se perpetua. A minha gratidão por fazer parte deste Cosmos e poder amar.

AGRADECIMENTOS

Ao orientador Professor Osvaldo Júnior pelo talentoso trabalho de orientação, ricas discussões físicas e epistemológicas além de uma correção e revisão cuidadosa da versão final da tese.

Ao professor e co-orientador Roberto Rivelino, pelo incentivo, pelas aulas de Mecânica Quântica, seminários e, particularmente, por ter me inspirado a formular o problema de pesquisa desta tese.

Ao professor Olival Feire Júnior, amigo de longas datas, com a gratidão muito especial, por ter me incentivado a atividade de pesquisa, em 1993, quando comecei a transitar entusiasmado pelo IF.

Ao professor Jonei Barbosa, pelo curso de excelência e notável comprometimento com o trabalho denso e em clima de harmonia. Um curso que me servirá para sempre.

A professora Fernanda Ostermann, pela forma gentil e competente de interação acadêmica.

Ao professor Charbel El-Hani pela atenção de sempre.

Ao professor Newton Barros, com admiração pela sua didática e o agradecimento pelas inúmeras conversas, tanto teóricas quanto experimentais. Obrigado pelo incentivo e espírito colaborador.

A professora Lícia Regina Moreira de Souza, pelo competente trabalho de revisão e correção linguística deste texto, além de valiosas sugestões e reflexões diversas sobre as coisas da vida.

Ao professor Raimundo Muniz, pelo curso de MQ, e pela disposição para me atender fora de sala de aula, o meu muito obrigado.

Ao professor Luiz Davidovich, que teve a gentileza de me acolher no laboratório de Óptica Quântica da UFRJ, no contexto de uma visita de dois dias, onde pude ver o funcionamento de centro de pesquisa de referência internacional, onde pude apreciar sua simplicidade e o respeito que goza em cenário mundial.

Ao Gabo, da UFRJ, que conversou comigo algumas horas sobre os sistemas de dois níveis, antes de me mostrar o experimento que havia montado em 4 meses, envolvendo fótons. O meu agradecimento pela gentileza.

Aos integrantes desta banca, com a honra de tê-los presentes, e o agradecimento pela valiosa contribuição de todos vocês na minha vida acadêmica: Professores José Fernando Moura Rocha (UFBA), Marco Antônio Moreira (UFRGS), Olival Freire Júnior UFBA, Osvaldo Pessoa (USP), orientador, e Roberto Rivelino, co-orientador e Júlio Vasconcelos (UEFS).

Aos colegas do LACIC, particularmente, Climério, Thiago Hartz, Fábio Freitas e ao grande Fábio Pena, com quem me divirto muito e sei que a recíproca é verdadeira. O meu agradecimento pela convivência fraterna, além das conversas acadêmicas muito proveitosas que tivemos além de conversas ilárias dentro de um avião. Obrigado!

A psicanalista Cristina Gondim, pelo trabalho de excelência revestido de uma autêntica ética, os meus agradecimentos pelas reflexões semanais de uma natureza diferente de qualquer outra experiência.

Aos amigos Rodolfo Teixeira, Carlos Kruschewsky, Marionaldo Moradillo Mello, Luís Henrique Carvalho, José Luiz Guimarães e Bruno Zacarias, pelos ouvidos apurados não somente para música, mas para a escuta sensível da alma humana.

Ao professor João Augusto Rocha, que me ajudou em algumas traduções e que me incentiva.

A Anne, Nemie, Eduardo e Carlos, pela convivência fraterna.

A Darilda, Laura e Marinella, queridas amigas.

A professora Joésia Ilka, pelo incentivo profissional e pessoal de sempre, o agradecimento por ter tido a oportunidade de conviver com a ética, dignidade e competência, minha coordenadora pedagógica de sempre.

A professora Madalena Ferreira, com respeito e admiração pela ética, dignidade e competência e por ter torcido por mim.

Aos digitadores de excelência, Sidney Bispo da Silva e Josélia Freitas, com profunda gratidão.

A Cida, pelo zelo com a ficha catalográfica.

Ao amigo Diego, que presenciou a dedicação ao trabalho de produção da tese.

Aos tios Téó Alencar, Zé Alberto, primo da Barra Juarez Wanderley, e ao primo Berna pela atenção de sempre.

A tia Tânia e o tio Aldo, com agradecimento pela atenção de sempre.

A toda família Alencar, referência de união, com o pedido de desculpas de ter sumido um pouco das festas.

A José Marcílio Villas Boas, pelas sábias sugestões e um sentimento de otimismo com o qual me identifico.

Ao Professor Waldomiro Filho, curiosamente uma pessoa que tenho pouco convívio e um profundo sentimento de gratidão pelo incentivo, ele pode não lembrar, mas eu lembro de suas palavras carregadas de incentivo. Muito obrigado. Não esquecerei jamais.

A FAPESB pela bolsa de estudo.

E, muito especialmente, a Felipe, a querida Maria Eduarda, pela ajuda na preparação dos slides da defesa da tese, em Power Point, além do apoio moral de Gabi, esta princesinha tão carinhosa e original, amáveis e inteligentes crianças. Obrigado mais uma vez a minha Minninha, meu amor.

RESUMO

Esta tese buscou compreender como os alunos da graduação de Física da Universidade Federal da Bahia, licenciatura e bacharelado, internalizaram o significado da teoria quântica do processo de medida de acordo com a interpretação da complementaridade, no contexto de um curso ministrado, em 2014.2, cuja proposta didática apoiou-se na teoria de Vygotsky e de seus colaboradores. Visou-se uma tomada de consciência acerca dos entes abstratos do espaço de Hilbert e a possibilidade dos humanos comunicarem, sem ambiguidades, resultados e previsões de medidas em um contexto experimental bem definido, uma via de mão dupla. Os conceitos científicos e princípios físicos compartilhados foram: estado quântico, vetor de estado, princípio quântico de superposição, preparação de estado, filtragem seletiva, observáveis compatíveis e incompatíveis e o princípio da incerteza. Foi possível concluir, através da observação, entrevista e prova individual, que ocorreu o processo de internalização, ao longo do curso, dos conceitos e princípios da TQPM, na perspectiva da interpretação da complementaridade, salientando-se que alguns alunos passaram do estágio de aprendizagem potencial para aprendizagem real, compartilhando dos mesmos significados que a academia. Para outros alunos, o amadurecimento destes conceitos e princípios físicos foi parcial. Pode-se ainda concluir que é possível e viável ensinar teoria quântica do processo de medida a alunos de graduação em física, da licenciatura e bacharelado e que expor os alunos aos sistemas de dois níveis, desde o início do curso, favoreceu a internalização destes conceitos, sugerindo-se que novas investigações sejam realizadas para enriquecer o ensino de Física.

PALAVRAS-CHAVES: Internalização da Teoria Quântica do Processo de Medida, Interpretação da Complementaridade, Teoria de Vygotsky, Ensino de Física.

ABSTRACT

This thesis seeks to understand how Physics undergraduate students at the Federal University of Bahia (UFBA), in licentiate's and bachelor's degree programs, internalized the meaning of the measurement process in quantum theory according to the interpretation of complementarity in a course delivered in 2014.2, which based its approach in the theories developed by Vygotsky and his collaborators. The aim was to develop students' awareness of the abstract entities in Hilbert space and the possibility of humans to communicate, without ambiguity, the results and predictions of measurements in a well defined experimental context, a two-way street process. The scientific concepts and physics principles introduced were the following: the quantum state, the state vector, the quantum superposition principle, the quantum state preparation, selective filtering, compatible and incompatible observables, and the uncertainty principle. Using observations, interviews and individual tests, we were able to conclude that the internalization of the concepts and principles of the measurement process in quantum theory, from the perspective of the interpretation of complementarity, occurred throughout the course. It is important to highlight that some students went beyond the stage of potential learning to the stage of real learning, sharing common meanings with the academia. On the other hand, other students reached only a partial understanding of these concepts and principles in physics. We also came to the conclusion that it is possible and viable to teach the measurement process in quantum theory to undergraduate physics students, in licentiate's and bachelor's degree programs, and that the exposure to the two level systems, since the beginning of the course, facilitated the internalization of these concepts, suggesting that new investigations should be conducted to enrich the teaching of Physics.

KEY WORDS: Internalization of the Measurement Process in Quantum Theory, Interpretation of Complementarity, Vygotsky's Theory, Teaching of Physics.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

FIGURA 1 – Sistema de coordenadas cartesianas.	62
FIGURA 2 – Espaço e tempo.	62
FIGURA 3 – Régua hipotética de dimensões atômicas.	64
FIGURA 4 – O experimento de Stern-Gerlach.	65
FIGURA 5 – Experimentos de Stern-Gerlach sequenciais.	66
FIGURA 6 – O experimento de Stern-Gerlach sequenciais.	68
FIGURA 7 – Orientação dos eixos x' e y'	69
FIGURA 8 – Medição seletiva.	84
FIGURA 9 – Duas filtragens sucessivas, para observáveis A e B.	87
FIGURA 10 – Num experimento de Stern-Gerlach, átomos de spin um são divididos em três feixes.	90
FIGURA 11 – Os átomos de um dos feixes são enviados para dentro de um segundo aparato idêntico.	90
FIGURA 12 – (a) Uma modificação imaginada de um aparato de Stern-Gerlach;	91
FIGURA 13 – (b) Os caminhos dos átomos de spin um.	91
FIGURA 14 – Símbolos especiais para filtros de Stern-Gerlach.	93
FIGURA 15 – O aparato “melhorado” de Stern-Gerlach como filtro.	94
FIGURA 16 – Dois filtros tipo Stern-Gerlach em série; o segundo está inclinado de um ângulo α com relação ao primeiro.	96
FIGURA 17 – Filtros sequenciais.	98
FIGURA 18 – Relação lógica entre signos e instrumentos.	111
FIGURA 19 – Sistema de coordenadas cartesianas.	123
FIGURA 20 – Instrumentos para medir espaço e tempo.	123
FIGURA 21 – Régua hipotética de dimensões atômicas.	123
FIGURA 22 – Preparação do estado de uma partícula.	124
FIGURA 23 – Evolução do vetor posição e do vetor velocidade no tempo.	125
FIGURA 24 – Experimento de Young com partículas clássicas.	127
FIGURA 25 – Experimento de Young com ondas clássicas. Som passando em duas fendas abertas	127
FIGURA 26 – Experimento de Young com elétrons passando por duas fendas abertas.	128
FIGURA 27 – Observação da fenda pela qual um elétron passa.	128
FIGURA 28 – Efeito fotoelétrico.	130

FIGURA 29 – Variação de i com V	130
FIGURA 30 – Variação de i com a frequência da luz com V (tensão de corte).....	131
FIGURA 31 – Tubo vertical de vidro transparente.	132
FIGURA 32 – Lâmina de vidro.....	132
FIGURA 33 – Experimento com limalha de ferro num campo magnético não homogêneo.	133
FIGURA 34 – Resultado experimental das limalhas de ferro depositadas no vidro.	133
FIGURA 35 – Resultados de uma experiência de Stern-Gerlach. O feixe atômico desdobra-se em duas linhas, indicando que os momentos magnéticos dos átomos são quantizados no espaço para duas orientações. A forma da linha superior é devida à maior inhomogeneidade do campo magnético perto do polo da face superior.	134
FIGURA 36 – Uma partícula que se move num círculo tem momento angular L . Se a partícula tem uma carga positiva, o momento magnético, devido à corrente, é paralelo a L	135
FIGURA 37 – Modelo magnético de Bohr para o momento magnético. (a) Em um campo magnético externo, o momento experimenta um torque que tende a alinhá-lo com o campo. Se o magneto estiver girando, (b) o torque provoca a precessão do sistema em torno do campo externo.....	135
FIGURA 38 – Na experiência de Stern-Gerlach, átomos provenientes de um forno são colimados, passados através de um campo magnético não-homogêneo e detectados numa placa coletora.	136
FIGURA 39 – Num campo magnético não-homogêneo, um magneto experimenta uma força resultante que depende de sua orientação.	136
FIGURA 40 – Colapso de onda ou redução de estado.	139
FIGURA 41 – Corneta emissora de micro-ondas.....	145
FIGURA 42 – Arranjo experimental para verificação da polarização linear da micro-onda.	145
FIGURA 43 – Cornetas de micro-ondas (emissora e receptora), em uma das salas do Laboratório do Instituto de Física da UFBA.....	145
FIGURA 44 – Filtros de polarização linear.....	146
FIGURA 45 – Cadeia da observação, ligando o objeto quântico ao observador. As duas possibilidades (A e B) estão representadas lado a lado.	154
FIGURA 46 – Configuração das limalhas de ferro, na lâmina, depois de passarem por um campo magnético não homogêneo.....	176
FIGURA 47 – Aparato Stern-Gerlach.	178

FIGURA 48 – Num experimento de Stern-Gerlach, átomos de spin um são divididos em três feixes.	199
FIGURA 49 – Os átomos de um dos feixes são enviados para dentro de um segundo aparato idêntico.	199
FIGURA 50 – O aparato “melhorado” de Stern-Gerlach como filtro.	200
FIGURA 51 – (a) Uma modificação imaginada de um aparato de Stern-Gerlach;	201
FIGURA 52 – (b) Os caminhos dos átomos de spin um.	201
FIGURA 53 – Dois filtros tipo Stern-Gerlach em série; o segundo está inclinado de um ângulo α com relação ao primeiro.	203
FIGURA 54 – Experimentos de Stern-Gerlach sequenciais.	219
FIGURA 55 – Experimentos de Stern-Gerlach sequenciais.	232
FIGURA 56 – Dois filtros tipo Stern-Gerlach em série; o segundo está inclinado de um ângulo α com relação ao primeiro.	234

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AJP	<i>American Journal of Physics</i>
FC	Física Clássica
FQ	Física Quântica
IENCI	Investigação de Ensino em Ciências
IMZ	Interferômetro de Mach-Zehnder
KSB	Teorema de Kochen-Specker-Bell
MC	Mecânica Clássica
MHS	Movimento Harmônico Simples
MQ	Mecânica Quântica
OHS	Oscilador Harmônico Simples
PER	<i>Physics Education Research</i>
RBEF	Revista Brasileira de Ensino de Física
RBPEC	Revista Brasileira de Pesquisa em Educação de Ciências
S&E	<i>Science & Education</i>
SE	<i>Science Education</i>
SG	Experimento de <i>Stern-Gerlach</i>
TAS	Teoria da Aprendizagem Significativa
TQPM	Teoria Quântica do Processo de Medida
UFBA	Universidade Federal da Bahia
UFPR	Universidade Federal do Paraná
UFRGS	Universidade Federal do Rio Grande do Sul
USP	Universidade de São Paulo
ZDP	Zona de Desenvolvimento Proximal

SUMÁRIO

	INTRODUÇÃO	21
1	REVISÃO DE LITERATURA	31
1.1	PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	31
1.2	JUSTIFICATIVAS DOS CRITÉRIOS DE SELEÇÃO E EXCLUSÃO DOS ARTIGOS	32
1.3	CATEGORIAS.....	33
1.3.1	Categoria 1: Propostas didáticas e/ou implementações testadas em sala de aula.....	33
1.3.2	Categoria 2: Discussões conceituais e interpretativas da Mecânica Quântica ...	40
1.3.3	Categoria 3: Experimentos e Fenomenologia Quântica	47
1.4	CONSIDERAÇÕES FINAIS	50
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	53
2.1	FUNDAMENTAÇÃO EPISTEMOLÓGICA: A INTERPRETAÇÃO DA COMPLEMENTARIDADE	53
2.1.1	Primeiro tipo de complementaridade: complementaridade entre coordenação-temporal e asserção de causalidade.	56
2.1.2	Segundo tipo de complementaridade.....	58
2.1.3	Terceiro tipo de complementaridade: o princípio da incerteza	59
2.1.4	Refinamento da ideia de totalidade	60
2.2	A TEORIA QUÂNTICA DO PROCESSO DE MEDIDA	61
2.2.1	Descrição do experimento Stern-Gerlach	65
2.2.2	Experimentos de Stern-Gerlach sequenciais	66
2.2.3	Mecânica Quântica: formalismo algébrico	72
2.2.4	Espaço de Bras e Produtos Internos	76
2.2.5	Kets da base e representações matriciais	77
2.2.6	Sistemas de spin 1/2.....	80
2.2.7	Medidas, observáveis e relações de incerteza	81
2.2.8	Medida Seletiva ou Filtragem	83
2.2.9	Sistema de spins 1/2, novamente	85
2.2.10	Observáveis	87

2.2.11	Princípio da Incerteza	88
2.2.12	Spin um e sistemas de três níveis	88
2.2.13	Simbologia.....	92
2.2.14	Filtragens diversas.....	94
2.2.15	Filtros de Stern-Gerlach em série: os átomos têm memória?	97
2.2.16	Amplitudes interferentes	99
3	PROPOSTA DIDÁTICA DA TEORIA QUÂNTICA DO PROCESSO DE MEDIDA FUNDAMENTADA NA TEORIA DE VYGOTSKY	102
3.1	EXPLICAR, AO INVÉS DE DESCREVER	104
3.2	O PROBLEMA DO COMPORTAMENTO FOSSILIZADO	104
3.3	PRINCIPAIS IDEIAS DE VYGOTSKY	107
3.3.1	Interação Dialética do Homem e seu Meio Sociocultural	107
3.3.2	A mediação e os processos de funcionamento psicológico	108
3.3.3	Internalização das funções psicológicas superiores.....	111
3.4	IMPLICAÇÕES EDUCACIONAIS	113
3.4.1	Interação entre aprendizagem e desenvolvimento	113
3.4.2	Zona de desenvolvimento proximal: uma nova abordagem.....	114
3.5	CONCEITOS CIENTÍFICOS E ESPONTÂNEOS	115
3.6	CONTEÚDO PROGRAMÁTICO – BLOCOS 1 a 7	118
3.6.1	Introdução.....	118
3.7	BLOCO 1: PRESSUPOSTOS TEÓRICOS DA MECÂNICA CLÁSSICA.....	121
3.7.1	Conteúdo Programático.....	121
3.7.2	Objetivos.....	121
3.7.3	Estratégia didática.....	122
3.7.4	Desenvolvimento do conteúdo	124
3.7.5	Preparação de um estado inicial	124
3.8	BLOCO 2: A INTERPRETAÇÃO DA COMPLEMENTARIDADE	126
3.8.1	Conteúdo Programático.....	126
3.8.2	Objetivos.....	126
3.8.3	Estratégia Didática	126
3.8.4	Experimento com balas de revólver passando em duas fendas abertas	127
3.9	BLOCO 3: eXPERIMENTO COM LIMALHA DE FERRO NUM CAMPO MAGNÉTICO NÃO HOMOGÊNEO.....	131
3.9.1	Conteúdo Programático.....	131

3.9.2	Objetivos.....	131
3.9.3	Estratégia Didática	132
3.9.4	Discussão teórica.....	134
3.10	BLOCO 4: EXPERIMENTO DE STERN-GERLACH – SISTEMAS DE DOIS NÍVEIS	137
3.10.1	Conteúdo programático	137
3.10.2	Objetivos.....	138
3.10.3	Estratégia didática.....	138
3.11	BLOCO 5: SPIN UM – SISTEMAS DE TRÊS NÍVEIS.....	140
3.11.1	Conteúdo Programático	140
3.11.2	Objetivos.....	141
3.11.3	Estratégia didática.....	141
3.12	BLOCO 6: experimento de polarização de micro-ondas	143
3.12.1	Conteúdo Programático	143
3.12.2	Objetivos.....	143
3.12.3	Estratégia Didática	144
3.12.4	Discussão teórica.....	146
3.13	BLOCO 7: O PROBLEMA DA MEDIÇÃO NA INTERPRETAÇÃO DA COMPLEMENTARIDADE – UM PSEUDOPROBLEMA.....	151
3.13.1	Conteúdo Programático	151
3.13.2	Objetivos.....	151
3.13.3	Discussão teórica.....	152
3.13.4	Estratégia didática.....	152
3.13.5	Desenvolvimento do conteúdo e estratégia didática	153
4	METODOLOGIA	156
4.1	PRESSUPOSTOS FILOSÓFICOS DA PESQUISA	156
4.2	CARACTERÍSTICAS DA PESQUISA QUALITATIVA	157
4.3	ABORDAGEM DA CRISTALIZAÇÃO.....	158
4.4	O INVESTIGADOR COMO INSTRUMENTO DE PESQUISA	159
4.5	CONTEXTO E PARTICIPANTES DA PESQUISA	160
4.6	SUJEITOS DA PESQUISA	162
4.7	COLETA E O REGISTRO DE DADOS	162
4.7.1	Observação.....	163

4.7.2	Documentos	164
4.7.3	Entrevista	164
4.7.4	Análise de dados	165
5	ANÁLISE DE DADOS.....	166
5.1	ANÁLISE DOS DADOS	168
5.1.1	Observação.....	168
5.2	Entrevistas	171
5.2.1	Entrevista nº 1 – Alexandre.....	171
5.2.2	Entrevista nº 2 – Alexandre.....	175
5.2.3	Entrevista nº 3 – Antônio.....	185
5.2.3.1	Definição de sistemas de três níveis para o observável componente de spin.....	186
5.2.3.2	Estado quântico, observáveis, autovalores e medida do observável componente de spin	188
5.2.3.3	Compartilhando a teoria quântica do processo de medida: discussão dos experimentos mentais com partículas de spin um	197
5.2.3.4	Apresentação dos sistemas de três níveis	198
5.2.3.5	Filtragem e a inferência heurística de uma trajetória (fenômeno corpuscular)	198
5.2.3.6	Estado de superposição para partículas individuais	202
5.2.3.7	Amplitude de probabilidade	202
5.2.3.8	Experimento com filtros não paralelos: um estado (+S) não é um estado (+T).....	203
5.2.3.9	Compartilhando os significados físicos de α , β e γ	205
5.2.3.10	O significado físico de β	207
5.2.3.11	Dispositivo com filtro de canais abertos	209
5.2.3.12	Experimentos contendo filtros com canais abertos	210
5.2.3.13	Amplitudes interferentes	212
5.2.3.14	A abordagem quantitativa	213
5.2.3.15	Recombinação de feixes na perspectiva da complementaridade: uma dúvida capturada a partir da fala de dois alunos	214
5.2.3.16	Amplitudes interferentes	215
5.2.3.17	Compartilhando o significado de Recombinação de Feixes	217
5.2.4	Entrevista nº 4 – Rafael.....	219
5.2.5	Entrevista nº 5 – Carlos	228
5.2.6	Entrevista nº 6 – Alexandre.....	231
5.2.7	Prova individual	239
5.2.8	Considerações	255

CONCLUSÃO	258
REFERÊNCIAS	259
APÊNDICE A – Conteúdo programático da disciplina FIS116 (Tópicos de Física Moderna).....	267
APÊNDICE B – Prova	269

INTRODUÇÃO

Esta introdução pretende apresentar de forma global o processo de construção e produção desta tese, analisando as razões que contribuíram e que foram decisivas na formulação do problema de pesquisa e dos objetivos geral e específicos, apoiados na fundamentação teórica (física, epistemológica, psicológica, educacional) e metodológica escolhidas, que têm uma relação com minha experiência docente no Ensino Médio e Superior.

O problema de pesquisa que se coloca é: como os alunos da disciplina Tópicos de Física Moderna (2014.2) da Universidade Federal da Bahia (UFBA) internalizaram a teoria quântica do processo de medida de acordo com a interpretação da complementaridade?

Lecionar Física, atividade provocadora de entusiasmos, passou gradual e concomitantemente a coexistir com uma profunda inquietação, que foi tomando diferentes formas, ao presenciar e observar, inclusive nos livros didáticos, que o ensino de Física, de modo geral, não enfatiza os aspectos gerais, essenciais e mais inclusivos desta ciência. Como consequência, ocorre um ensino fragmentado que não explicita a característica preditiva das teorias físicas, particularmente no Ensino Médio, mas também na universidade, onde a situação não é tão diferente, se considerarmos muitos dos livros de Física Básica. Nesta perspectiva, a Física passa a ser vista como centenas de assuntos, e o significado físico das grandes sínteses, como a Mecânica Clássica (MC), o Eletromagnetismo, Termodinâmica, Teorias da Relatividade e Mecânica Quântica (MQ) é, em geral, reduzido à compreensão de tópicos.

Visando contextualizar o processo reflexivo que me motivou, ao longo dos anos, para realizar esta investigação, será apresentado um recorte de momentos específicos da minha *trajetória acadêmica* associados, direta ou indiretamente, ao problema de pesquisa proposto.

Pouco antes de ingressar no doutorado, manifestei aos Professores Olival Freire Jr. e Roberto Rivelino Moreno minha intenção em dar continuidade à pesquisa sobre o ensino da MQ, dando-lhe novos rumos. Depois de considerarmos algumas possibilidades, o Professor Rivelino sugeriu discutir a teoria quântica do processo de medida a partir dos sistemas de dois níveis, apoiado em uma proposta didática que levasse em conta o *tratamento de choque* (grifo nosso) preconizado por Sakurai (1994), construída a partir do espaço de estados bidimensionais complexo, pressupondo que, desta forma, os conceitos fundamentais da teoria quântica pudessem emergir com mais naturalidade e simplicidade, sem perda de generalidade, de uma

forma acessível, ao invés de enunciar os postulados e aplicá-los, como, aliás, tradicionalmente costuma se fazer nos cursos de graduação.

Após reflexões e discussões, o contexto foi definido, devendo a investigação ocorrer em um curso a ser implementado no Instituto de Física, da UFBA, para alunos da Graduação, Licenciatura e Bacharelado, modalidade presencial, na disciplina optativa Tópicos de Física Moderna, oferecida em 2014.2, que, a princípio, deveria ser ministrada por outro docente, buscando-se distanciar as funções de Professor e pesquisador. Contudo, por questões de horários, assumi a responsabilidade de ministrar a disciplina.

O ponto de partida foi a revisão de literatura sobre o tema escolhido. O primeiro resultado que me chamou a atenção foi um relato muito escasso, nos periódicos consultados, de abordagens implementadas em sala de aula sobre a teoria quântica do processo de medida, apesar de termos identificado iniciativas e resultados de pesquisa que interpretamos como favoráveis (ZHU & SINGH, 2012a, 2012b). Num primeiro momento, tais pesquisas apontaram deficiências conceituais tanto nos alunos de graduação quanto nos alunos de pós-graduação, de universidades norte-americanas, percebidas mediante aplicação de questionário e entrevistas. Convém registrar que os professores/pesquisadores relatam estar ensinando a MQ padrão (numa referência à escola de Copenhagen), mas não dizem como abordaram a interpretação padrão e não incluíram na pesquisa resultados de aprendizagem no contexto epistemológico. Tendo em vista que alguns dos conceitos implícitos na teoria quântica do processo de medida estão diretamente ligados à interpretação considerada, a exemplo do conceito de estado quântico, que expressa um procedimento experimental objetivo nas interpretações ortodoxas (PERES, 1984), consideramos fundamental ampliar a discussão teórica, considerando a medição quântica como um conteúdo que tem também uma dimensão epistemológica.

Pessoa (1992, 2001, 2003, 2006) refere-se às *interpretações da MQ* como quaisquer ideias que se tente agregar à MQ, mas que vai além do formalismo mínimo matemático, não afetando, portanto, as previsões observacionais. Uma consequência disso é que não podemos, em princípio, distinguir uma interpretação da outra pelo experimento. Considera também que se há outra teoria alternativa, mas que não produz resultado novo, pode também ser considerada uma interpretação. Assim, ele considera a teoria de David Bohm como uma nova interpretação.

Nesta perspectiva, a medição quântica tem um conteúdo conceitual, formal e também uma dimensão epistemológica, a menos que se queira operar apenas com o formalismo mínimo. Não é possível avaliar plenamente uma proposta didática sem explicitar sua fundamentação epistemológica. Uma onda real não tem o menor sentido na interpretação de Bohr (complementaridade), porém, tem sentido na interpretação realista ondulatória de Schrödinger. Por

essa razão, incluímos na fundamentação teórica uma seção específica sobre a interpretação da complementaridade, que também é conhecida como princípio da complementaridade, fundamentação epistemológica adotada neste estudo. O ponto de vista da complementaridade, que transcende ao escopo da Física, se aplicando, na visão de Bohr, à consciência e ao cérebro, ao instinto e à razão, a natureza e à cultura (KAUARK-LEITE, 2013) não será abordada neste estudo.

Outra questão percebida, ao longo da revisão de literatura, é que muitos trabalhos não explicitam claramente seus pressupostos teóricos educacionais, ou simplesmente não os adotam, comprometendo a coerência da pesquisa. Buscamos nos apropriar de um marco teórico condizente com aquilo que desejávamos investigar, não aceitando um enquadramento mecânico, que deixe de lado a intuição do pesquisador. Este marco teórico foi balizador também da implementação da proposta didática e análise de dados. Não formulei hipótese inicial, resolvi investigar o processo de como os alunos internalizaram conceitos científicos subjacentes à teoria quântica do processo de medida de acordo com a interpretação da complementaridade. O interesse no processo de *como* se deu esta internalização nos levou a adotar a teoria sócio-interacionista de Vygotsky, para investigar como ocorreu, por parte do aluno, a reconstrução de significados herdados da nossa cultura (compreendendo a MQ como cultura científica), previamente compartilhados pela academia e cientistas, ao menos aqueles que utilizam com a interpretação da complementaridade.

Merece destaque na revisão de literatura um trabalho (MELO, PIMENTEL & RAMIREZ, 2011) relacionado diretamente à teoria quântica do processo de medida, que utilizou a notação de símbolo de medida do prêmio Nobel J. Schwinger, mas sem relatos investigativos na área de ensino, apesar de demonstrarem interesse pedagógico, com o argumento que a álgebra linear seria acessível a todos. Esse foi um dos momentos da revisão de literatura em que amadureci mais ainda a ideia de discutir conceitos fundamentais da MQ, a partir da teoria quântica do processo de medida. Os autores abordam as relações entre as medidas sucessivas, medição de observáveis compatíveis, medição de observáveis não compatíveis, representação matricial de um operador e ação dos operadores sobre estados quânticos.

Acrescente-se que inúmeras discussões foram feitas, na forma de seminário, com o professor Rivelino. As referências balizadoras das discussões físicas principais foram os livros de Sakurai & Napolitano (2013), Feynman, Leighton & Sands (2008), Cohen-Tannoudji, Diu & Laloë (1977), e suas abordagens sobre o estudo dos sistemas de dois níveis (e três níveis, presentes no *Lectures*, de Feynman Leighton & Sands (1964)).

Todas estas colocações quanto à motivação individual, profissional e posicionamento teórico, associadas às reflexões e discussões, fizeram emergir os objetivos deste estudo, visando responder ao problema de pesquisa formulado.

Como objetivo geral, decidiu-se investigar e analisar como ocorreu a internalização da teoria quântica do processo de medida de acordo com a interpretação da complementaridade, no contexto de um curso ministrado para alunos da disciplina Tópicos de Física Moderna para alunos do curso de Física, licenciatura e bacharelado, no segundo semestre de 2014.

Decorrente do objetivo geral, foram delineados os objetivos específicos, que se propõem a analisar como os conceitos de estado quântico, preparação de estado (filtragem de estados), superposição de estados quânticos, espaço de estados, observáveis, autovetores e autovalores, observáveis compatíveis e operadores hermitianos, observáveis incompatíveis, espectro de observáveis, probabilidades de medida, valores médios e os princípios da superposição e da incerteza foram compartilhados pelo professor com os alunos, no contexto da pesquisa, e como foram utilizados nas atividades didáticas.

Quanto à fundamentação epistemológica, deve-se enfatizar que passado aproximadamente um século de sua criação, a Mecânica Quântica pode ser interpretada de diversas formas (PESSOA, 1992, 2001, 2003, 2006). A tese sustentada pelo físico e historiador da ciência Thomas Kuhn, de que as controvérsias científicas se limitariam a um curto intervalo de tempo não se aplica ao caso concreto da MQ, conforme ponderou Freire Jr. (1999).

Uma das questões centrais que está no bojo desta controvérsia dos quanta, é o problema da medição, que apareceu com o desenvolvimento da Mecânica Quântica. A teoria quântica gerou o *problema da medição*, expressão utilizada na literatura especializada, que surge da oposição entre uma evolução determinista regida pela equação de Schrödinger e a evolução indeterminista descrita pelo postulado da projeção. A questão colocada é como, durante uma medição, uma superposição quântica pode ser transformada em estados que se comportam classicamente, isto é, não se superpõem (PESSOA, 1992). O *problema da medição*, contudo, não se coloca no seio da interpretação da complementaridade, pois está embutido no postulado quântico de Planck, assumido por Bohr como um postulado, não requerendo, portanto, uma explicação.

Um ponto a ser destacado na controvérsia é que com os trabalhos de Bell, de 1964, foi possível deslocar um assunto inicialmente restrito a aspectos epistemológicos, ao crivo dos testes em laboratório, levando à conclusão de que o realismo clássico não mais poderia ser sustentado, contrariando ao que Einstein, Podolsky & Rosen (1935) vislumbravam, ao questionarem se a teoria quântica deveria ser considerada uma teoria completa. A lição a ser

extraída é que muitas discussões, inicialmente circunscritas à Filosofia, passaram a ter uma dimensão eminentemente física (FREIRE JR., 1999).

Compreendemos que qualquer investigação sobre ensino e aprendizagem da teoria quântica exige uma caracterização da fundamentação epistemológica adotada, para haver consistência entre o problema de pesquisa e o que se vai capturar em termos de significado da teoria quântica do processo de medida. Neste estudo, adotou-se a interpretação da complementaridade, além de outras ideias pertencentes à Escola de Copenhague (PESSOA JR., 2003, p. 97-98). Nesta interpretação, o estado quântico de um sistema pode ser, num dado instante, representado por um vetor, de um espaço vetorial complexo, que contém todas as informações do sistema quântico considerado, e deve ser interpretado de forma *epistêmica*, uma vez que este ente matemático abstrato não representaria diretamente entidades reais, tais como ondas que se propagam ou partículas (bolinhas) se movendo no R^3 , mas o conhecimento acerca de resultados experimentais. Assim, ondas e partículas seriam expressões que se referem apenas a quadros mentais necessários para comunicar resultados de uma medida em um contexto experimental bem definido, uma interpretação ao mesmo tempo objetiva (capaz de comunicar resultados experimentais sem ambiguidades) e antirrealista, pois evita falar sobre o que não é observável, que exauriria a descrição tanto da matéria quanto da radiação, quando se faz uso complementar e excludente daqueles quadros mentais. Não há, portanto, uma ontologia para a MQ na perspectiva desta interpretação, para além dos procedimentos experimentais, de modo que o estado $|\psi\rangle$ deve ser interpretado de forma meramente epistêmica, e diz respeito apenas ao conhecimento dos resultados experimentais.

Neste sentido, é importante registrar as palavras de Bohr acerca da complementaridade:

Na verdade, é apenas a exclusão mútua de dois procedimentos experimentais quaisquer, permitindo a definição inequívoca de quantidades físicas complementares, que fornece espaço para novas leis físicas, cuja coexistência poderia, à primeira vista, parecer irreconciliável com os princípios básicos da ciência. É precisamente essa situação, inteiramente nova no que diz respeito à descrição dos fenômenos físicos, que a noção de complementaridade tem por fim caracterizar. (BOHR, [1935] 1981, p.103-104)

Convém salientar que a interpretação da complementaridade nega o realismo epistemológico (se não negasse, a teoria quântica seria aplicável à realidade não observável), mas admite plenamente o realismo ontológico (PESSOA JR., 2001): considera-se que átomos existam independentemente de seres humanos e aparelhos, embora as suas propriedades expressas pela teoria quântica seriam sempre dependentes do sujeito (ou de ação do aparelho de medição) que prepara o sistema quântico e mede os observáveis físicos possíveis num dado

contexto experimental. Neste sentido, não existem propriedades bem definidas a serem descobertas (PERES, 1984). Jordan afirmou isso de forma radical: “Nós próprios criamos os resultados da medição” (JORDAN, 1934, p. 228 apud JAMMER, 1974, p. 161). A crença no realismo ontológico permite associar a Física com um mundo externo e descrever fenômenos que ocorreram no passado e prever fenômenos futuros. O oposto do realismo ontológico é o que se denomina de idealismo subjetivista, ou idealismo ontológico, uma ideia seguramente difícil de aceitação por parte de físicos.

A pesquisa envolve outros pressupostos filosóficos, no contexto social educacional, que também perpassam por uma ontologia e uma epistemologia. Cabe, então, perguntar o que estamos assumindo como mundo (ontologia), numa perspectiva social, e como conhecer este mundo (epistemologia).

O mundo é o mundo dos significados, neste caso, os significados implícitos na teoria quântica do processo de medida. É o que pretendemos conhecer, através da interação entre os sujeitos da pesquisa (professor e alunos) no contexto de sala de aula, preocupados, essencialmente, em perceber os significados compartilhados, em termos processuais, sobre a teoria quântica do processo de medida, de acordo com a interpretação da complementaridade.

Nesta perspectiva utilizamos a classificação dos paradigmas, ou perspectivas teóricas, no âmbito das ciências sociais, de Crotty (2003), adotando nesta pesquisa: o Construcionismo, que será definido mais adiante. A lente paradigmática construcionista representa uma forma de ver e ler os dados, com ênfase nos pressupostos epistemológicos e ontológicos que orientaram a tomada de decisões metodológicas.

A visão de realidade e os procedimentos de como conhecê-la sempre aparecem numa pesquisa, mesmo que não sejam explicitados. A necessidade de um trabalho consistente, capaz de articular as decisões de como formular o problema de pesquisa, os referenciais teóricos, o método e os procedimentos para responder ao problema de pesquisa, nos fez adotar como ponto de partida uma discussão que se encarregue de explicitar a visão ontológica e a epistemologia que guiaram toda a pesquisa.

A ênfase da necessidade de ressonância entre teorias e método investigativo tem sido descrita por Lincol & Guba (1985). A articulação adequada desses ingredientes com o problema de pesquisa não deve ser apenas uma condição necessária para assegurar a qualidade da pesquisa, mas, principalmente, validá-la.

Em razão do problema e objetivos propostos, esta pesquisa é qualitativa descritiva, buscando investigar significados contidos no processo de interação social, em ações e práticas pedagógicas no espaço de sala de aula. Nesta perspectiva, reflete as características deste tipo de

investigação, descritos por Bogdan & Bicklen (1994), em que a fonte direta é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal, sendo seu foco não o produto ou resultado, mas o processo, os sentidos das significações explícitas ou implícitas.

A partir do desenho da pesquisa apresentado, esta tese compõe-se de 5 (cinco) capítulos, a seguir descritos em síntese.

O Capítulo 1 aborda a revisão de literatura, tomando por base artigos publicados em periódicos do Brasil e do exterior. Os artigos foram categorizados em três grupos, sendo que o primeiro trata das *propostas didáticas e/ou implementações testadas em sala de aula*. O segundo grupo trata das *discussões conceituais e interpretativas da Mecânica Quântica*. Nesta categoria, constam referências a artigos que tratam das interpretações no contexto do ensino e também artigos não diretamente ligados ao ensino, mas que subsidiaram uma reflexão mais ampla sobre o próprio entendimento da interpretação da complementaridade e sua característica antirrealista com prováveis influências kantianas, sendo assim, distinto de uma corrente positivista ou instrumentalista (KAUARK-LEITE, 2013). Ainda nesta segunda categoria incluímos algumas referências a outras interpretações, tendo em vista que, ao final do curso, os alunos foram encorajados a conhecer outras interpretações com base na literatura sugerida. O terceiro grupo relata *experimentos quânticos* realizados com a finalidade pedagógica, realizados em condições reais de sala de aula. Através deste conhecimento produzido pelos autores destes artigos foi possível encontrar lacunas, bem como pontos importantes que ajudaram a ampliar este estudo, culminando com a elaboração do problema de pesquisa. Como a revisão de literatura não cessou, incluímos artigos posteriores à formulação do problema de pesquisa.

O Capítulo 2 trata da fundamentação teórica (epistemológica e física) sobre a teoria quântica do processo de medida. Analisa-se três tipos de complementaridade (PESSOA JR., 2003), sendo o primeiro a limitação do uso simultâneo das leis de conservação de energia e momento (causalidade) com a descrição no espaço-tempo. O segundo tipo de complementaridade diz respeito à dualidade onda partícula, e o terceiro tipo trata das relações de incerteza. A discussão física levou em conta a sequência proposta por Sakurai & Napolitano (2013), tendo sido desencadeada a partir da análise do experimento do Stern-Gerlach, onde átomos de prata entram num campo magnético não homogêneo e são separados pela ação deste campo. A partir daí postula-se o princípio da superposição e mostra-se que o espaço vetorial bidimensional necessário para descrever os estados de spin dos átomos de prata precisa ser complexo. Daí, então, emerge toda a discussão pertinente ao contexto sobre o formalismo da MQ. Este capítulo tem como fio condutor o que denominamos *via de mão dupla*, que consiste em enfatizar que um físico teórico pode precisar de resultados de medidas feitas no laboratório, por um físico experimental,

por exemplo, para construir um vetor de estado. E o inverso também ocorre. Uma vez informado o estado quântico associado a uma dada preparação, pode-se prever resultados de uma medida em um contexto experimental bem definido, em termos probabilísticos.

No Capítulo 3, aprofundamos os conceitos relacionados à educação e ao processo de ensino-aprendizagem da teoria psicológica de Vygotsky, particularmente o conceito de zona de desenvolvimento proximal, com uma proposta de ensino prospectivo, que se adianta ao desenvolvimento, considerando que a internalização é um processo que consiste numa série de transformações. Um processo interpessoal, no dizer de Vygotsky é transformado num processo intrapessoal. Ou seja, todas as funções no desenvolvimento da criança aparecem primeiro no nível social e, depois, no nível individual (VIGOTSKY, 2007, p. 57-58). Incluímos uma discussão filosófica e epistemológica subjacente à da psicologia histórico e cultural, fundamentada no método e princípios teóricos do materialismo histórico e dialético, formulado por Marx e Engels.

Em seguida, apresento a proposta didática implementada, que, por razões didáticas, é estruturada em blocos.

Os blocos foram assim intitulados: pressupostos teóricos da Mecânica Clássica, experimento com limalha de ferro em campo magnético não homogêneo, interpretação da complementaridade, sistemas de dois níveis e os postulados da MQ, experimento de polarização com micro-ondas, sistemas de três níveis e o problema da medição na perspectiva da complementaridade: um pseudoproblema.

No Capítulo 4 apresento minha opção pelo método qualitativo (análise qualitativa), que decorre do que efetivamente busquei capturar ao longo deste estudo: o significado implícito ou explícito no discurso dos alunos, mediante uma observação em campo ao longo de 68h. As características do método são discutidas, apoiadas nos trabalhos em Bogdan & Bicklen (1994). A lente paradigmática utilizada para enxergar os dados está inserida numa perspectiva filosófica construcionista, onde o mundo é o mundo dos significados compartilhados (ontologia).

Neste capítulo, serão descritos os procedimentos metodológicos utilizados: observação, mediante as filmagens das aulas, entrevistas individuais filmadas e uma Prova escrita individual. Para realização destes procedimentos, os alunos foram informados sobre os cuidados éticos estritamente necessários na pesquisa, que consiste em não identificar imagens ou falas dos sujeitos da pesquisa. Para isso, foram utilizados os seguintes pseudônimos: Alexandre, Antônio e Carlos.

O Capítulo 5 apresenta a análise dos dados obtidos pela observação, entrevistas e Prova, que consistiu em um conjunto de questões pré-elaboradas, com o objetivo de provocar respostas

sobre os assuntos abordados e capturar como se a internalização de conceitos científicos e da interpretação da complementaridade, princípios físicos, bem como dúvidas e incompreensões que podiam e deviam ser mediadas no processo de ensino. Os dados colhidos através de diferentes instrumentos foram analisados à luz da teoria de Vygotsky e de seus colaboradores.

Quanto à análise dos dados, convém destacar que a entrevista dá o relato da internalização. Há uma diferença entre a internalização contemplada/observada pelo pesquisador e a descrição da internalização relatada pelo próprio aluno ao pesquisador. Os dados da observação revelam a internalização contemplada/observada pelo pesquisador. A entrevista captará o relato dos alunos. Dessa forma, o que a entrevista fornece são os dados acerca do que o aluno internalizou.

Espera-se que esta pesquisa seja relevante no sentido de ampliar as possibilidades no ensino de Física, na graduação, em particular da MQ.

Também considera-se relevante a investigação, no contexto social da sala de aula, de que forma os alunos internalizaram significados físicos expressos numa linguagem abstrata de espaço vetorial complexo, utilizando-os em experimentos concretos.

Um outro ponto a considerar é ter a investigação sido feita antes do aluno chegar à pós-graduação, até porque resultados de pesquisas animadores, descritos na literatura, revelam que conceitos básicos da teoria quântica de medida, que inicialmente não foram bem compreendidos tanto por alunos de graduação quanto da pós-graduação, ulteriormente, revelaram-se acessíveis, após nova abordagem em ambos os níveis (ZHU & SINGH, 2012a, 2012b).

Por outro lado, tem-se a consciência de que investigar significados, no contexto experimental de sistemas genuinamente quânticos, é investigar como se dá a passagem do modo clássico para o modo quântico de pensar a medida, num contexto em que se propõe que o aluno adquira uma nova visão de mundo, que não mais permita uma visão pictórica de mundo de um objeto, movendo numa linha ao longo do R^3 , e que, em geral, não existem propriedades físicas bem definidas antes de uma medida, novidades conceituais relevantes para compor a cultura do cidadão dos séculos XX e XXI.

Baseado nas abordagens de Feynman, Leighton & Sands (2008) e Sakurai & Napolitano (2013), designa-se de “modo quântico de pensar” o que contém os princípios e conceitos sem os quais seria impossível compreender os sistemas de dois níveis, que representam uma forma direta de discutir a fenomenologia genuinamente quântica, mas sem prescindir da linguagem clássica para comunicação de resultados experimentais, de acordo com a complementaridade. Neste sentido, buscou-se, a partir de experimentos, produzir conhecimentos para responder ao problema de pesquisa, investigando como os alunos internalizam a teoria quântica do processo

de medida a partir de sistemas de três níveis, a fim de observar, de forma processual, o nível de generalidade e abstração de conceitos investigados, à luz da teoria de Vygotsky, para fazer a transição do discreto para o contínuo, buscando capturar a abstração e generalidade do conceito de sistemas com hipotéticos grandes números de níveis, associados ao spin.

Outro aspecto relevante a destacar é que os futuros professores do Ensino Médio, nossos alunos da graduação, necessitam estar preparados para discutir a teoria quântica neste nível de escolaridade, e não possuem, na atual estrutura curricular da UFBA, uma disciplina obrigatória que verse sobre a teoria quântica. Levando em conta a possibilidade futura de discutir aspectos genuinamente quânticos e de investigar resultados no âmbito Pedagógico, é desejável investigar resultados de aprendizagem nesta temática por parte dos alunos do ensino médio. Não faz parte deste trabalho, propor ou discutir uma fundamentação teórica e metodológica de como introduzir a teoria quântica do processo de medida no Ensino Médio, mas consideramos que o licenciado necessita de domínio deste tema, para que se possa avançar na formação de Física do aluno.

Por fim, a expectativa é que esta experiência de ensino da Teoria Quântica do Processo de Medida (TQPM), na graduação, se multiplique em outros estudos, criando novas alternativas e possibilidades que gerem resultados favoráveis de aprendizagem.

1 REVISÃO DE LITERATURA

O impacto científico, tecnológico e filosófico da Mecânica Quântica, na cultura do cidadão dos séculos XX e XXI, vem tendo uma importante repercussão na pesquisa em ensino de ciências, da Física em particular. Conforme veremos, importantes avanços pedagógicos ocorreram, entretanto como ensinar a MQ continua sendo um grande desafio.

Em trabalhos de revisão de literatura de largo espectro, referente tanto no Ensino Médio quanto no Ensino Superior, Greca & Moreira (2001) já apresentavam justificativas para a inserção da MQ nos currículos de Física e apontavam para um quase consenso entre professores e pesquisadores acerca da necessidade de introduzir a teoria quântica nos cursos tanto de ensino médio como de graduação. Nesta investigação, contudo, os autores constataram um número escasso de pesquisas, tanto das concepções prévias dos estudantes sobre conceitos quânticos, quanto dos resultados de implementações didáticas testadas em sala.

Pereira & Ostermann (2009), numa revisão de literatura que levou em conta trabalhos publicados entre 2001 e 2006, referentes ao ensino médio e ensino superior, declararam que foi possível constatar que, apesar do notável aumento relativo de publicações de física moderna e contemporânea, que apresentam resultados de pesquisa, a maioria ainda se refere à bibliografia de consulta para professores, e que, apesar de haver um número razoável de estudos envolvendo propostas didáticas inovadoras, há poucos trabalhos que investigam os mecanismos envolvidos no processo de construção de conhecimento relativos a temas de Física Moderna.

O objetivo do presente trabalho é apresentar uma revisão de literatura específica, focada no conhecimento produzido sobre ensino e aprendizagem da quântica do processo de medida, dialogando criticamente com esses conhecimentos para justificar o problema de pesquisa formulado.

1.1 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Esta revisão de literatura teve como ponto de partida o levantamento de artigos publicados nos últimos quinze anos em revistas de Ensino de Ciências brasileiras e do exterior, que tratam da teoria quântica do processo de medida ou de artigos que abordam “tópicos” relacionados a medições quânticas, mesmo não abrangendo o processo de medida em sentido amplo. Nesta

perspectiva, estamos considerando que a teoria quântica do processo de medida tem uma dimensão conceitual, formal (cuja linguagem natural é a álgebra linear) e epistemológica. Foram consultadas as seguintes revistas de ensino de ciências do Brasil: *Investigação de Ensino em Ciências* (IENCI), *Revista Brasileira de Ensino de Física* (RBEF), *Revista Brasileira de Pesquisa em Educação de Ciências* (RBPEC). Do exterior, foram objeto de consulta, *Science & Education* (S&E), *Science Education* (SE), *Physics Education Research* (PER) e *American Journal of Physics* (AJP), e ainda artigos e livros sobre a Filosofia da Mecânica Quântica, uma vez que a teoria quântica do processo de medida pode ser discutida a partir de pressupostos filosóficos diferentes (PESSOA JR., 2003).

O critério de busca tentou varrer aspectos diversos sobre a Teoria Quântica do Processo de Medida (TQPM), sejam conceituais, formais, experimentais e epistemológicos, voltados para a graduação.

1.2 JUSTIFICATIVAS DOS CRITÉRIOS DE SELEÇÃO E EXCLUSÃO DOS ARTIGOS

Não foram considerados artigos voltados para o Ensino Médio uma vez que geralmente não discutem as medições quânticas. Também não fazem parte desta revisão os artigos centrados no que se costuma chamar de “Velha Mecânica Quântica”, elaborada entre 1900 a 1925, tendo em vista que os formalismos da teoria quântica propriamente dita só foram elaborados, entre 1925 e 1930, por Schrödinger, Heisenberg, Jordan, Born e Dirac (JAMMER, 1974). Também não foram considerados artigos que têm como único objetivo extrair resultados da teoria quântica sem conexão direta com a medição. Artigos, por exemplo, centrados em métodos de resolver a equação de Schrödinger para diversos potenciais foram descartados, diante de resultados importantes de pesquisas que indicam que estudantes de nível mais avançado em MQ, que têm aprendido a resolver a equação de Schrödinger com potenciais complicados, continuam apresentando dificuldades conceituais em aspectos fundamentais (GRECA & FREIRE JR., 2003; SINGH, 2008b).

Como a teoria quântica é consistente com diferentes interpretações e existe uma controvérsia de interpretação legitimada e inconclusa (PESSOA JR., 2001; FREIRE JR., 1999). Ensinar Física implica fazer escolhas epistemológicas (GRECA & FREIRE JR, 2003). Convém pontuar que o processo de medida, tal como será apresentado, neste texto, tem uma dimensão também epistemológica, justificando a inclusão do estudo sobre artigos que além de tratar de

conceitos da Física tratam também de conceitos sobre a natureza da ciência (MATTHEWS, 1995) e do fazer científico, da Física em particular.

Foram delineados três blocos gerais, em que se inserem os artigos selecionados, sendo que este agrupamento tem um papel didático e deve ser visto sem rigidez, considerando que um artigo pela sua abordagem pode se inserir em uma ou mais categoria. As categorias são: 1) propostas didáticas e/ou relatos de experiências didáticas; 2) discussões conceituais-interpretativas da MQ; 3) abordagem experimental.

1.3 CATEGORIAS

1.3.1 Categoria 1: Propostas didáticas e/ou implementações testadas em sala de aula

As propostas didáticas e/ou implementações testadas em sala de aula, versando sobre a teoria quântica do processo de medida (ou tópicos ligados à medição quântica) que foram examinadas, dão diferentes ênfases aos conceitos, formalismo e interpretações.

Melo, Pimentel & Ramirez (2011) tratam, com interesse pedagógico, da TQPM, mostrando que esta teoria pode ser construída a partir de um formalismo algébrico de espaço vetorial complexo (o espaço de Hilbert), partindo do conceito de símbolo de medida, concebido por *J. Schwinger*, que relaciona objeto com aparelho de medida. Propõe que, desde o primeiro momento, trata-se dos conceitos chaves para o estudo da teoria quântica do processo de medida, sem passar por abordagem histórica. Tratam da medida em um sistema físico, simbologia da medida, relações entre medidas sucessivas, medição de observáveis compatíveis, medição de observáveis não compatíveis, representação matricial de um operador e valor esperado. Os autores concluem que a familiaridade com a álgebra linear, usualmente estudada logo no início da graduação, poderá viabilizar uma apropriação dos conceitos e princípios necessários ao entendimento do TQPM em cursos introdutórios, mas não revelam resultados testados em sala de aula.

Consideramos, contudo, que a ideia de pré-requisito é vaga, apesar da importância fundamental da álgebra no estudo da MQ. Isso nos anima a buscar conhecer como esses conhecimentos algébricos são conectados ao entendimento da teoria quântica do processo de medida.

Numa vertente que também leva em conta aspectos formais da MQ, Zhu & Singh (2011) exploram pedagogicamente a ideia de que o experimento de *Stern-Gerlach* pode desempenhar um papel importante no ensino do formalismo da MQ. No contexto de um espaço de Hilbert de dimensão finita, os alunos podem aprender a preparar um estado quântico específico, a partir

de um espaço arbitrário, e a lidar com questões sobre a evolução do estado e da medição quântica. Os autores utilizam o experimento também para fazer uma distinção entre o espaço físico onde o experimento é preparado e o espaço matemático abstrato de Hilbert. Discutem, ainda, as vantagens de escolher uma base adequada para fazer previsões sobre os resultados experimentais com modalidades diferentes de dispositivos *Stern-Gerlach*. Os autores discutem, finalmente, as dificuldades, com base na interpretação de provas e entrevistas dos alunos avançados de graduação e pós-graduação em cursos de MQ. Discutem também dados preliminares que sugerem que os Tutoriais Interativos de Aprendizagem Quântica, aplicados ao experimento do *Stern-Gerlach*, são úteis na melhoria da compreensão dos alunos sobre conceitos fundamentais. Exemplificam que o tutorial foi útil na compreensão da diferença entre estado de superposição e mistura.

Zhu & Singh (2012a) descrevem as dificuldades de compreensão das medições quânticas, na interpretação padrão (de Copenhague) da Mecânica Quântica, por alunos da graduação e pós-graduação. Os autores exploram as possíveis origens dessas dificuldades, analisando respostas de questões e entrevistas. Os resultados advindos desta pesquisa foram utilizados para desenvolver pesquisa na elaboração de tutoriais com o objetivo de permitir a aprendizagem das medições quânticas. Para simplificar a matemática e focar nos conceitos relacionados com a medição quântica, foi usado o sistema *poço de potencial infinito* durante a investigação, feita através de questionários e entrevistas. Dentre os resultados da pesquisa destacamos a dificuldade dos alunos de perceberem a diferença entre a probabilidade de medir cada valor possível de um observável e o valor esperado daquele observável, num dado estado. Foi observada também uma transferência não apropriada entre conceito clássico de probabilidade para o conceito de probabilidade quântica. Acrescente-se ainda a percepção dos pesquisadores de haver um desconforto dos alunos ao descreverem a evolução no tempo de um sistema quântico em termos do desenvolvimento da função de onda no tempo. Ao tratarem de medida sucessiva de posição, alguns alunos revelaram uso de expressões incompatíveis com a MQ, como, se o elétron girasse em torno de algo. Registre-se, finalmente, que os pesquisadores detectaram uma crença incorreta, de alguns alunos (11% de 200 alunos) de que um operador atuante sobre um estado corresponde à medição do observável. Os alunos foram solicitados a discorrerem sobre a proposição de que o hamiltoniano aplicado a qualquer estado permitido (possível) do sistema $|\psi\rangle$ dará o mesmo estado sobre o qual se aplica, isto é, $\hat{H}|\psi\rangle = E|\psi\rangle$.

Os pesquisadores afirmaram que suas expectativas eram de os alunos dissessem que isso deveria ser verdadeiro somente se $|\psi\rangle$ é um estado estacionário.

Zhu & Singh (2012b), no artigo seguinte, descrevem o desenvolvimento e implementação de pesquisas baseadas em ferramentas de aprendizagem, como os Tutoriais Interativos de Aprendizagem Quântica, com o objetivo de reduzir as dificuldades dos alunos com questões relacionadas à medição na MQ. Os autores relatam que os alunos que usam ferramentas, baseadas em pesquisas de aprendizagem, se saem significativamente melhor do que aqueles que não utilizam. Os conceitos envolvidos são: estado quântico, operadores, observáveis, autovalores, autovetores, e os princípios da superposição e da incerteza. Os autores se valem de uma estratégia pedagógica que utiliza-se da colaboração e trabalho coletivo dos alunos na superação das dificuldades, mas não entram em detalhes acerca da utilização de uma base teórica educacional.

Singh (2008a) relata resultados de erros conceituais e estratégias para melhor compreender conceitos e princípios quânticos através de Tutoriais Interativos. Os tópicos escolhidos foram: evolução da função de onda, princípio da incerteza e interferômetro de *Mach-Zehnder*. Os pré-testes indicaram, respectivamente, escore de 53%, 42% e 48%, aplicados nesta ordem a 9, 12 e 12 alunos. Os pós-testes indicaram significativa melhora de escore, nos valores, respectivamente de 85%, 83% e 83%. O uso do tutorial parte de uma situação proposta em que os alunos têm de prever resultados referentes aos tópicos mencionados. O autor destaca o empenho para convencer os alunos de que é possível trabalhar com funções de onda de um sistema que não esteja, necessariamente, em um estado estacionário. Com relação ao princípio da incerteza, buscou mostrar que ele decorre da natureza ondulatória da matéria. Cálculos envolvendo transformadas de Fourier foram exploradas. A abordagem utilizada ajuda o aluno também a generalizar o princípio da incerteza da posição e momento para situações outras em que os operadores associados aos observáveis não comutem. O experimento do interferômetro *Mach-Zehnder* (IMZ), explorado por Singh, teve como objetivo fazer compreender a interferência de um único fóton.

Em outro trabalho, Singh (2008b) desenvolveu uma pesquisa, visando investigar a compreensão dos alunos sobre a Mecânica Quântica. A investigação foi feita com 202 alunos no primeiro ano da graduação das seguintes universidades: *Ohio State University* (49 alunos), *State University of New York (SUNY)*, *Buffalo* (32), *University of California, Davis* (39), *University of Iowa* (6), *University of California, Irvine* (29), *University of Pittsburgh* (21) e *University of California, Santa Barbara* (26). Foram realizadas entrevistas com 15 alunos da graduação ou pós-graduação dessa universidade que haviam concluído todo o conteúdo programático do curso. Alunos que se mostraram capazes de resolver a equação de Schrödinger, independente do tempo, com energia potencial complicada e condições de contorno, tiveram dificuldade de aplicar o formalismo para responder a questões qualitativas relacionadas ao formalismo geral, medida de

observáveis físicos, evolução temporal da função de onda, significado do valor esperado, estados estacionários e as propriedades da função de onda. Dificuldades de dar sentido ao formalismo nas representações gráficas dos estados ligados e espalhamento de um poço de quadrado finito foram encontradas. Também foram registradas dificuldades dos alunos de distinguir o espaço tridimensional do espaço de Hilbert.

Como se pode perceber, os artigos citados se enquadram numa abordagem que aponta para características genuinamente quânticas. Greca, Moreira & Herscovitz (2001) defendem esta linha de abordagem, com a crença de que é possível criar uma intuição quântica a partir da discussão de experimentos recentes, ao invés de insistir em analogias com a Física Clássica.

Registre-se, ainda, a ausência de uma discussão explícita sobre a interpretação padrão nos trabalhos de Singh & Zhu (2012a, 2012b), o que nos motiva a dar uma ênfase epistemológica via de regra pouco discutida nas implementações didáticas.

Em trabalhos precursores de ensino de MQ, Müller & Wiesner (2002) implementaram um curso introdutório que suscitou, desde o início, discussão dos experimentos da dupla fenda e do interferômetro de *Mach-Zehnder*, simulados virtualmente, buscando evitar analogia entre a MQ e a Física Clássica. A interpretação da complementaridade e a medição quântica foram exploradas conceitualmente, esclarecendo que a medida de um dado observável não se refere a uma realidade pré-existente, enfatizando que existe uma diferença entre “possuir uma propriedade” e “medir uma propriedade”. Destacam as relações de incerteza como uma expressão de uma incompatibilidade que não está associada a dificuldades de medição e registram que o nosso conhecimento acerca da “realidade” depende de como preparamos um sistema físico. Os autores sustentam que os resultados da avaliação apontam para uma compreensão adequada de aspectos genuinamente quânticos, superando concepções alternativas próprias de abordagens tradicionais.

Ostermann & Prado (2005) destacam o pioneirismo dos trabalhos e simulações de Müller & Wiesner (2002), de um ponto de vista didático, a respeito do IMZ e discutem, inspiradas em Pessoa Jr. (1997, 2003), este experimento, trazendo à tona discussão epistemológica, apresentando as várias interpretações da MQ sobre as quais o IMZ, feito com fótons individuais, pode ser compreendido. Os autores dão ênfase especial, contudo, à Interpretação dos Muitos Mundos ou Universos Paralelos, e acrescentam à discussão de Pessoa Jr. (1997, 2003) o “problema do colapso”, na perspectiva da interpretação de Everett, como um diferencial.

Posteriormente, Ricci, Ostermann & Prado (2007) analisam detalhadamente o fenômeno ondulatório da luz em um IMZ, operando em regime clássico com o objetivo de dar suporte para futuras transposições do IMZ para o regime quântico. Os resultados apresentados dessa

discussão balizaram a elaboração de um software que ilustra o IMZ em regime clássico e quântico (em regime monofotônico com laser polarizado) e as variações, no arranjo experimental (com a retirada de um dos semi-espelhos), permitem uma discussão conceitual sobre a dualidade onda-partícula, tal como Pessoa Jr. (1992, 2003) explora em discussões pouco presentes na literatura padrão. Esse software está sendo bastante utilizado em cursos introdutórios de Física Quântica no Instituto de Física da UFRGS.

Pereira & Ostermann (2012) apresentam estudo sobre o papel da mediação textual no ensino de ciências. Utilizando metodologia que faz uma análise do discurso, os autores analisam situações onde estão presentes conceitos de autovalores, valores esperados, princípio da incerteza. Os autores buscaram destacar o papel de função mediadora presente nos instrumentos e signos elaborados para realização de uma tarefa de MQ relacionada com os conceitos citados e que fazem parte dos conceitos necessários para discutir a teoria quântica do processo de medida.

Greca & Freire Jr. (2003) declaram que ao ensinar MQ é preciso fazer uma escolha educacional e outra epistemológica. Fundamentados nestas escolhas, implementaram uma proposta didática cuja base teórica foi a dos modelos mentais de Johnson-Laird complementada pela teoria de Vygotsky. A interpretação adotada foi ortodoxa, mas utiliza o conceito de estado numa perspectiva realista, representando as características de um sistema independente do processo de medida. Ainda no âmbito epistemológico, os autores criticam a falta de abordagem e de ensino nos livros didáticos sobre a interpretação da complementaridade, particularmente no período entre guerras. Os autores defendem uma apresentação da MQ sem elos de analogia com a Física Clássica e adotam como conceitos principais o princípio da superposição, o princípio da incerteza, a dualidade onda-partícula, a distribuição da probabilidade e o problema da medida de acordo com a interpretação adotada. Os resultados da implementação, resultado do doutorado de um dos autores (GRECA, MOREIRA & HERSCOVITZ, 2001) com três grupos de estudantes de engenharia, mostraram, através de pesquisa qualitativa e quantitativa, que mais de 50% obtiveram razoável entendimento dos fundamentos básicos da teoria quântica para esse nível. Consideram que alto grau de satisfação foi obtido, considerando que 80% dos estudantes dos grupos experimentais afirmaram ter gostado e se interessado em aprender mais sobre MQ.

Greca e Freire (2015) enfatizam as dificuldades inerentes ao ensino de MQ e além de acreditar na necessidade de considerar os aspectos formais desta teoria (ao invés de evitá-los), sustentam também a necessidade de discutir aspectos sutis da filosofia e história da ciência, pavimentado caminho para situar importantes descobertas, a exemplo da impossibilidade de existir uma teoria quântica realista e local, além de fazerem alusão a recentes conquistas no terreno experimental, como a do prêmio Nobel Serge Haroche, que trabalhou com sistemas

individuais em estados de superposição a baixa temperatura. Um dos focos principais do artigo é a ênfase que os autores dão quanto a necessidade de levar em conta uma dada interpretação (não privilegiam qualquer interpretação) para o ensino da teoria quântica, para haver coerência na avaliação da aprendizagem da MQ. Falam também da necessidade, se quisermos falar em imagens, introduzir cautelosamente a interpretação da complementaridade.

A despeito da interpretação da complementaridade Kauark-Leite (2013) sustenta que com as questões suscitadas por Bohr e Heisenberg, a investigação dos limites do conhecimento passou a se apresentar ao físico como uma condição intrínseca de sua atividade de pesquisa, como forma de interpretar novos padrões de racionalidade introduzidos pela teoria quântica. Um dos objetivos da autora é de estabelecer possíveis ligações entre o pensamento de Bohr e de Kant.

Cassinelo & Galego (2005) apresentam uma imagem do mundo sugerida pela MQ de forma acessível a não especialistas, construindo um modelo de realidade subatômica, baseado numa prova geométrica do teorema de Kochen-Specker-Bell (KSB), para concluir que as propriedades de um sistema microscópico não estão definidas antes de uma medição. O fio condutor do artigo é a análise do experimento de Stern-Gerlach com partículas de spin $1/2$, 1 e $3/2$. O argumento geométrico dos autores converge para a ideia de que, nas palavras de Jordan, “nós mesmos produzimos os resultados da medição” (tradução livre, p. 161). O artigo, contudo, não relata implementação de proposta didática baseada no teorema KSB.

Bao & Redish (2002) investigaram e detectaram as dificuldades dos estudantes de Engenharia sobre o papel da probabilidade na Física Clássica e, em particular, na Mecânica Quântica. Sustentam que a distribuição de probabilidade e densidade de probabilidades são raramente compreendidas. O ponto central do argumento dos autores é que quando os alunos começam a utilizar a probabilidade para eventos determinísticos clássicos eles são, equivocadamente, levados a interpretar a probabilidade inerente à teoria quântica numa perspectiva clássica. Os autores apontam, portanto, que o entendimento da medição quântica e da teoria quântica, em sentido amplo, tem como pré-requisito o entendimento satisfatório da probabilidade. Como isso não ocorreu, no contexto inicial da pesquisa, para superar estas dificuldades e para ajudar os alunos a construir um modelo de como pensar sobre probabilidade em sistemas físicos, foi desenvolvido um conjunto de atividades tutoriais práticas, apropriadas para uso em um curso de física moderna para engenheiros, através de uma metáfora imagem aleatória e digital. O estudo foi feito pelo grupo de pesquisa da Universidade de Maryland. A ênfase da experiência didática foi a de despertar no aluno a ideia de que o uso da probabilidade no contexto quântico (que inclui as medições quânticas) é necessário para compreender coisas do mundo real, e não simplesmente abstrações.

Mermin (2003), propõe uma estratégia de ensino de MQ para estudantes matematicamente alfabetizados, sem formação em Física, levando em conta apenas o suficiente para que entendam e desenvolvam algoritmos em computação quântica e teoria quântica da informação. Embora o artigo como um todo tenha uma abordagem dirigida a professores de Física bem versados na mecânica quântica, o desenvolvimento central da proposta pedagógica é direcionado aos cientistas da computação e matemáticos, com apenas referências ocasionais aos professores. Após introduzir sistemas de dois níveis, o autor discute o significado do estado $|\psi\rangle = \sum_{0 \leq x \leq 2^n} a_x |x\rangle_n$, como estado geral de n *qbits*, com amplitudes complexas, apenas limitada pela condição de normalização com amplitudes complexas $\sum_{0 \leq x \leq 2^n} |a_x|^2 = 1$.

Hobson (2005) propõe que se investigue nas salas de aula da graduação a ideia de apresentar a MQ não relativística na perspectiva da teoria quântica de campos. O argumento utilizado é que numa abordagem usual a radiação é tratada como ondas eletromagnéticas quantizadas e a matéria é tratada como partículas associadas a uma função de onda. Para o autor, a ideia de valorizar um aspecto unificador da teoria quântica de campos dispersaria as ideias newtonianas dos alunos sobre a matéria e resolveria o paradoxo onda-partícula. O autor destaca que sua proposta não inclui mudança no formalismo e nem propõe ensinar a teoria quântica de campos para alunos introdutórios.

O jogo *Quantum-tic-tac-toe* (jogo da velha quântico) (GOFF, 2006) desenvolvido como uma metáfora para permitir que a superposição que os sistemas quânticos exibem possa ser percebida de forma mais intuitiva. Busca-se oferecer uma base conceitual da Mecânica Quântica sem exigir formação sólida matemática e experimentos em laboratórios. O autor cria três categorias úteis para reflexão acerca da medida quântica: a) metáforas de base em que discute em detalhes os conceitos de estados, sobreposição, emaranhamento, transição para os estados clássicos, evolução/colapso dualidade e o princípio da correspondência; b) metáforas avançadas em que são discutidos o princípio da incerteza, computação quântica, interferência, não localidade, descoerência, muitos mundos e não linearidade do processo de medida; e c) metáforas especulativas que incluem um terceiro tipo de causalidade e influências de futuros que nunca aconteceram.

Ferrari & Braunecker (2010) apresentaram uma abordagem ao experimento de escolha de caminho (*the which way experiment*) e ao aspecto contraintuitivo do apagamento quântico para interferência quântica de uma partícula. O conceito de emaranhamento é destacado e os

aspectos complementares envolvendo interferência quântica e o caminho trilhado pela partícula são apresentados.

Montenegro & Pessoa Jr. (2002) investigaram nas universidades (UFPR e USP) as interpretações “privadas” que os alunos de Mecânica Quântica desenvolvem a respeito da teoria e constataram que os alunos utilizam diferentes interpretações privadas a depender do problema proposto para análise. Os questionários utilizados nesta investigação versaram sobre o experimento da dupla fenda, princípio da incerteza, interpretação de estado, retrodição e postulado da projeção. Os autores consideram haver uma negligência no estudo do processo de medida nos cursos de MQ citados. O artigo identifica, especificamente, que o “script interpretativo usado quando o aluno pensa no princípio da incerteza é muitas vezes diferente daquele usado quando pensa sobre os estados quânticos no aparelho do *Stern-Gerlach* ou na dupla fenda”.

Castrillón, Freire e Rodriguez (2014) apoiam-se nos fundamentos quânticos que consideram essenciais: o princípio da superposição e o emaranhamento quântico. Apresentam o formalismo para dois níveis. Expõem a ideia de probabilidade, evolução dinâmica, a medição e o problema da medição. Finalmente essa construção teórica é contextualizada nos experimentos da dupla fenda, Stern- Gerlach e o interferômetro de Mach Zender e em exemplos tecnológicos como teletransportação e criptografia quântica. Tais aspectos teóricos embasam uma proposta didática.

É importante ainda registrar o trabalho desenvolvido na Universidade do Colorado, envolvendo 18 simulações computacionais, visando minimizar as abstrações da MQ (MCKAGAN et al., 2008).

Os relatos de propostas e/ou resultados de implementações didáticas apresentadas nestes artigos mostram que a discussão sobre a teoria quântica do processo de medida é ainda escassa, observando-se que tópicos específicos (ainda que essenciais) ligados ao processo de medida apareceram em vários deles, mas não o suficiente para caracterizar um estudo sobre a teoria quântica do processo de medida em sentido amplo. Foi possível constatar que uma parte razoável dos trabalhos investigados não explicitam os referenciais pedagógicos que embasam a investigação feita, do ponto de vista do ensino-aprendizagem. Da mesma forma, nem sempre explicitam suas escolhas epistemológicas.

1.3.2 Categoria 2: Discussões conceituais e interpretativas da Mecânica Quântica

A teoria quântica é consistente com diversas interpretações (PESSOA JR., 2001, 2003, 2006). Trabalhos diversos e que raramente aparecem na literatura padrão têm contribuído com

uma discussão geral da teoria quântica, englobando questões inicialmente vistas como puramente filosóficas, mas que depois foram deslocadas para o terreno experimental (LALOË, 2001; FREIRE JR., 1999).

Esta categoria justifica-se por não haver um consenso quanto à interpretação que se deve adotar sobre a MQ, no que pese a existência de um amplo consenso quanto à forma de utilizá-la. Esta controvérsia inconclusa (FREIRE JR., 1999) tem naturalmente implicações para o ensino. Respostas epistemológicas e ontológicas, que numa dada interpretação estariam corretas, em outras podem ser incorretas, de modo que se torna necessário explicitar a interpretação adotada (GRECA & FREIRE JR., 2003; HADZIDAKI, 2008a). O significado da interpretação adotada é aquele definido por (PESSOA JR., 2003), como conjunto de teses que se agrega ao formalismo mínimo de uma teoria e que em geral não afeta as previsões observacionais da mesma – se fizesse previsões novas sealaria em teoria nova. Ele classifica as interpretações em 4 (quatro) grupos: ondulatória, corpuscular, do realismo não local das variáveis escondidas e da complementaridade. Posteriormente adicionou um quinto grupo, a interpretação instrumentalista, comum entre os físicos.

Pessoa Jr. (2001) esclarece a posição do sujeito epistemológico dentro da visão de mundo fornecida pela Física Quântica, mediante longa exposição de aspectos epistemológicos e ontológicos relacionados a esta teoria física, cobrindo aspectos da controvérsia dos quanta desde a sua gênese até os dias atuais. A tese do Realismo Ontológico é contrastada com a tese do Idealismo Subjetivista, na medida em que a primeira admite a existência de uma realidade que está por detrás das observações, diferentemente da segunda, enquanto que para a tese do positivismo (descritivismo) não faz sentido se pronunciar sobre uma realidade por trás das observações. Para o positivismo subjetivista (BOHR, 1928), o objeto não pode ser separado do sujeito, diferentemente do que se admite na perspectiva instrumentalista que aceita esta separação. O artigo identifica três vertentes do positivismo subjetivista: o Voluntarismo, onde o sujeito tem conhecimento e volição (VON WEIZSACKER, 1944), o Positivismo com tendências Realistas, onde o sujeito cria o passado (WHEELER, 1978), e o Subjetivismo Radical (WIGNER, 1962), em que o sujeito observa outros observadores. A realidade inobservável é apontada como cognoscível dentro do realismo epistemológico e não cognoscível para o Positivismo e também para o construtivismo Kantiano. As interpretações realistas epistemológicas podem admitir que o observador é essencialmente quântico, entrando em superposição (interpretação de EVERETT, 1957), ou que pode ser clássico. No leque de tais interpretações realistas inclui-se a do Misticismo Quântico, onde o cérebro quântico do observador gera a consciência (PENROSE, [1986] 1991). Há, ainda, uma categorização que leva em conta a existência do observador essencialmente

clássico. Na concepção do Idealismo Parcial, o observador tem estatuto privilegiado na realidade quântica. Nessa perspectiva, situa-se a interpretação da Consciência Legisladora (LONDON & BAUER, 1939) para a qual é a consciência que provoca colapsos. Já no Realismo Objetivista, o observador não tem estatuto privilegiado. Situam-se nesta categoria a interpretação do Realismo Dualista (BOHM, 1952) e a interpretação do Realismo Corpuscular (LANDÉ, 1965). Outra conclusão é que a interpretação ortodoxa de 1927-1935 deu dois passos importantes: “substituiu nos anos 60 o papel ineliminável do sujeito epistemológico pelo papel ineliminável do aparelho de medição na descrição quântica do mundo. Em segundo lugar, desenvolveu um critério objetivo para traçar a fronteira entre o quântico e o clássico”, com a noção de descoerência. O autor conclui que, nos anos 60 e 70, o objetivismo que parecia triunfar encontrou dificuldades no que diz respeito ao colapso e reconhece que, nos anos 90, houve certo ressurgimento do idealismo quântico, com a ressalva de que o problema do idealismo quântico é ainda um problema aberto.

Pessoa Jr. (1992) examinou, por um viés histórico-conceitual, o “problema da medição” ou do colapso na teoria quântica. O autor examina as origens deste “problema” a partir do paradoxo onda-partícula, contrastando as soluções subjetivistas e objetivistas que se sucederam, com a ressalva de que do ponto de vista da interpretação da complementaridade o “problema da medição” é considerado um pseudoproblema, com a evolução do estado dado pela equação de Schrödinger e a transição de um estado para outro, ao se fazer a medida, dada pelo postulado da projeção. Registra que, apesar de haver um número pequeno, é crescente a quantidade de físicos que, numa perspectiva realista, propõe soluções criptodeterminísticas ao problema da medição. Pessoa Jr. (2006) esclarece ainda que o paradigma da amplificação termodinâmica foi utilizado por Bohr para caracterizar de forma mais precisa a observação de um fenômeno atômico como sendo “baseada em registros obtidos por meios de instrumentos de amplificação apropriados com funcionamento irreversível”. Além da visão bohriana sobre o “problema da medida” o assunto é discutido nas interpretações da Consciência Legisladora, do amigo solipista (*Wigner*), dos Estados Relativos, do Observador Participante (*Wheeler*) e do Cérebro Quântico.

Uma evidência da influência recíproca entre ensino e interpretação pode ser vista nos trabalhos de Baily & Finkelstein (2010), que documentam variações de abordagem didática em dois cursos similares, ministrados para alunos num nível introdutório de MQ, oferecidos na Universidade do Colorado, e examinam os impactos nos alunos em relação à MQ, sob diferentes ópticas interpretativas. Os autores encontraram como resultado que os alunos mais propensos a preferir uma interpretação realista da MQ são aqueles que são submetidos a uma abordagem na qual os instrutores são menos explícitos na abordagem ontológica junto aos estudantes.

Hadzidaki (2008a) propõe um ensino que aborde a MQ sem elos de analogia com a Física Clássica e que valorize a abordagem epistemológica e ontológica da MQ, explicitando a interpretação a ser adotada no contexto de um experimento didático. O argumento utilizado em favor de uma ênfase epistemológica é o de contribuir para um melhor entendimento não apenas da MQ, mas também da própria natureza da ciência. Elege o princípio da não separabilidade como a ideia mais fundamental da MQ e discute a interpretação de Bohr numa perspectiva autenticamente objetiva e realista. A autora retoma a ideia bohriana de existir uma racionalidade humana expressa pela capacidade de comunicar de forma não ambígua resultados de uma medida em um contexto experimental. A defesa do realismo na interpretação da complementaridade é feita fazendo-se referência ao realismo ontológico, que foi definido na Introdução (comparar com Folse, 1985). No que pese a ênfase em aspectos epistemológicos e ontológicos com uma preocupação pedagógica, a autora reconhece as limitações da proposta, pela falta de resultados empíricos exaustivos em sala de aula. Kalkani, Hadzidaki & Stavrou (2003) atribuem a existência dos obstáculos epistemológicos no contexto do estudo de MQ à apresentação tradicional desta teoria científica sem uma epistemológica que permita o aluno perceber as diferenças conceituais entre MQ e Mecânica Clássica.

Diferenças nas posturas epistemológicas de Heisenberg e Bohr, diante do princípio da incerteza, foram registradas por Hadzidaki (2008b), que apresenta um estudo histórico e epistemológico referente ao microscópio de raios gama de Heisenberg, apoiada pedagogicamente em Bachelard (obstáculos epistemológicos), para situar a interpretação de Heisenberg como inadequada para compreensão do princípio da incerteza, enquanto princípio genuinamente quântico. Ela parte de uma ideia mais geral, a natureza da ciência, e argumenta que mesmo quando há um formalismo consistente de um ponto vista lógico, ainda não existe uma teoria física, algo que só é obtido quando se agrega ao formalismo mínimo uma interpretação. Nesta perspectiva de agregar uma dada interpretação ao formalismo da MQ, o artigo explicita, com abordagem histórica, pontos conflitantes de interpretação acerca do princípio da incerteza, no período 1926-1927, entre Bohr e Heisenberg. Na perspectiva de Heisenberg, o elétron antes da mediação teria posição e momento bem definidos, porém com valores inacessíveis em virtude da perturbação causada pelo fóton do raio gama. Este posicionamento positivista de Heisenberg é contrastado com a interpretação de Bohr, sustentada pela autora como uma base epistemológica adequada para o entendimento da incerteza (indeterminação). A autora apresenta, então, a interpretação da complementaridade proposta em 1927 por Niels Bohr, numa perspectiva epistemológica adequada e consistente e que expressa uma nova lógica física que necessariamente considere os aspectos mutuamente excludentes de onda-partícula como

consequência do quantum de ação, o postulado quântico. A autora, neste mesmo artigo, parte de uma situação mais geral que aquela do microscópio de Heisenberg para examinar a incerteza no processo de medida da MQ, envolvendo duas partículas, enfatizando uma característica essencial da física quântica denominada de *wholeness* (totalidade quântica), implícita na resposta de Bohr ao argumento EPR, apontando a incerteza não como expressão da ignorância humana. O artigo propõe uma intervenção didática, mas não promove uma exaustiva descrição empírica no contexto educacional. Pessoa Jr. (1992), com argumento similar, ressaltou o argumento original de Heisenberg como semi-clássico, enquadrado na interpretação dualista realista, onde a partícula teria posição e momento bem definidos, mas inobserváveis.

É importante ter em conta algumas teses centrais da epistemologia kantiana para melhor compreendermos o construtivismo.

Pessoa Jr. (2004) sintetiza ideias úteis da filosofia Kantiana para a compreensão ulterior do pensamento de Bohr. Para o filósofo prussiano (1724-1824) toda experiência possível de um sujeito cognoscente se apresentaria sob certas formas, *a priori*. As impressões sensoriais que constituem a faculdade da intuição, seriam ordenadas sob as formas puras da sensibilidade, que seriam o espaço e o tempo. Seria impossível, portanto, que houvesse experiência (de um sujeito cognoscente qualquer) sem que essa experiência se ordenasse no espaço e no tempo. Uma segunda tese do apriorismo kantiano é de que qualquer experimento pressupõe um conjunto de categorias do entendimento, sem os quais não poderia haver conhecimento, dentre essas categorias encontrar-se-ia a causalidade (PESSOA JR., 2004). Nas palavras do próprio Kant: “o princípio da relação causal na sucessão dos fenômenos vale antes de todos os objetos da experiência [...], pois ele mesmo é o fundamento da possibilidade” (KANT, 1781 apud PESSOA JR., 2004, p. 310).

Kauark-Leite (2013) analisa possíveis semelhanças entre o pensamento de Bohr e de Kant com sua avaliação da pertinência da perspectiva transcendental na análise da teoria quântica, mais especificamente na interpretação da complementaridade, explicitando a complementaridade (excludente) entre a intuição espaço-temporal e o princípio de causalidade. A conclusão da autora aponta para uma defesa de uma perspectiva transcendental, não estritamente kantiana, a favor de condições *a priori* mais flexíveis.

Consideramos que a epistemologia de Kant discutida, contudo, está, ao menos diretamente, fora do escopo investigativo desta tese. Seguimos Kauark-Leite (2013) quanto a convergência entre Kant e Bohr. Isto foi fundamental para a apresentação da complementaridade de um ponto de vista antirrealista.

Existem ainda aqueles que agregam a interpretação da complementaridade à tese de que o objeto quântico é mais complexo, além das nossas intuições clássicas. Lévy-Leblond (2003), discute conceitos quânticos, visando um ensino que incorpore uma terminologia mais adequada para tratar das entidades quânticas, que não são ondas nem partículas, e utiliza a mesma terminologia de Bunge, denominando esses entes de quântons, (elétrons, fótons, núcleons etc.), que aparecem em números discretos, mas com extensão contínua, diferentemente das partículas e campos clássicos. Ao destacar que a magnitude física de um quânton é caracterizada por seu espectro de valores possíveis (autovalores) e um conjunto particular de estados que está associado a um vetor de estado, Lévy-Leblond (2003) sustenta que se aceitarmos o formalismo do espaço de estados não haverá qualquer dificuldade em atribuir propriedades objetivas para os quântons.

Karakostas & Hadzidaki (2005) aprofundam suas posições epistemológicas em relação à teoria quântica. Ao afirmarem suas posições realistas argumentam em favor de um “realismo ativo”, na medida em que consideram a participação do sujeito na formatação do contexto através do qual essa realidade se apresenta. Nessa perspectiva, os autores estabelecem uma diferença entre o realismo científico clássico e o realismo ativo, associado à MQ. Contrastando com o realismo ativo, os autores apresentam uma crítica do construtivismo epistemológico, argumentando que essa corrente não fornece uma boa base epistemológica para a compreensão dos fenômenos quânticos.

Bernstein (2011) argumenta a favor de uma proposta pedagógica que apresente a MQ na interpretação de David Bohm, enfatizando a conveniência da inserção desta interpretação como parte do currículo de graduação. Sua inspiração é claramente fruto da posição pedagógica de John Bell, ao invés de deixar reflexões de cunho interpretativo para um estágio mais avançado. Agrega na sua análise o conceito de observável e de autovalor, e discute o colapso da função de onda após a medida, de acordo com a interpretação de Copenhagen, que contrasta com a ideia de medição segundo Bohm, onde não há colapso.

Conjecturas históricas, contudo, levaram Nikolić (2008) a argumentar que se a interpretação determinística da equação de Schrödinger feita por David Bohm fosse anterior à interpretação probabilística da função, concebida por Max Born, a interpretação de Bohr, da MQ, poderia não ter obtido uma grande popularidade entre os físicos. Esta tese foi defendida anteriormente por Cushing (1994).

Freire Jr. (1999), em trabalho com viés histórico e epistemológico, sustenta que o programa das variáveis escondidas (também conhecida como interpretação causal) teve como finalidade substituir a interpretação da complementaridade, visando recuperar o determinismo e as trajetórias bem definidas através de uma teoria não local. Concluiu que o abandono da

teoria das variáveis escondidas pelo próprio David Bohm prende-se a não obtenção de uma teoria quântica relativística satisfatória, bem como não ter obtido nenhuma predição nova, sendo apenas empiricamente equivalente à interpretação de Copenhague no domínio não relativístico. Esclarece, ainda, que a interpretação causal de Bohm foi examinada pela comunidade científica e não obteve boa aceitação, de um modo geral.

Tumulka (2004) propõe uma introdução das ideias da MQ bohmiana. Uma ideia central posta é que a MQ bohmiana trata de eventos microscópicos tratados dentro de uma interpretação objetiva, indicando que as propriedades dos quânticos não são criados com a medição. O formato do trabalho, escrito na forma de diálogo, aponta para o aspecto intencionalmente pedagógico.

Freitas & Freire Jr. (2008) realizaram uma apresentação didática e original da interpretação dos ‘estados relativos’ publicada por Hugh Everett em 1957, que desafiou a interpretação ortodoxa de von Neumann. Tal interpretação que foi denominada, no final da década de 60 e início da década de 70, como interpretação dos ‘muitos mundos’, associada ao nome de DeWitt, tornou emergente o desenvolvimento inicial do conceito de descoerência. Os autores reescrevem os argumentos originais, utilizando o formalismo de Dirac, para simplificar, e apontam os principais problemas enfrentados por esta interpretação. Focam na essência da crítica de Everett, que questiona como aplicar a teoria quântica aos sistemas isolados sem a presença de observadores externos. O projeto de Everett eliminava o postulado da projeção e buscou deduzir o caráter probabilístico da teoria, além de eliminar a necessidade de dualismos entre sistemas quânticos e aparatos de medição. Tudo deveria emergir de um formalismo sem uma interpretação prévia. Os autores, mediante análise histórica, consideram que a dedução de Everett e da regra de Born são insuficientes, e que sua interpretação não foi satisfatória nem do ponto de vista da lógica, quanto à obtenção de concordância com os experimentos.

Como se pode observar, a controvérsia sobre a interpretação da MQ está presente nos artigos examinados. Essas discussões sobre os fundamentos da mecânica quântica revelam que apresentar a teoria quântica do processo de medida implica explicitar escolhas epistemológicas que continuam sendo alvo de debates. Trata-se de uma controvérsia inicialmente circunscrita a aspectos filosóficos que adquiriram posteriormente um aspecto científico, levando muitas destas disputas para o terreno experimental. Por isso, o que se pode concluir é que abordar a teoria quântica do processo de medida no contexto do ensino da física requer uma explicitação da interpretação adotada, a menos que se queira fazer uma abordagem unicamente instrumental. Consideramos ainda que embora tais interpretações sejam diferentes e até, algumas delas, de grande rivalidade umas com as outras, é proveitoso levar em conta aspectos históricos para, em alguns casos concretos, melhor esclarecer conceitos físicos. Acrescente-se ainda que no que pese

a interpretação da complementaridade ter sido adotada para fins de ensino no curso implementado por nós, prevemos, como parte do conteúdo a ser ensinado, a controvérsia dos quanta, de forma deliberadamente panorâmica, para estimular a reflexão crítica do aluno acerca de suas interpretações privadas.

De modo mais específico consideramos muito importante a compreensão da filosofia kantiana que nos ajudou a uma visão mais ampla da complementaridade.

1.3.3 Categoria 3: Experimentos e Fenomenologia Quântica

O exame dos artigos desta categoria relata experimentos realizados com alunos de graduação e tem como objetivo a compreensão de uma fenomenologia essencialmente quântica.

Thorn et al. (2004) desenvolveram experimento para a graduação que aponta para uma fenomenologia essencialmente quântica, capaz de evidenciar de maneira inequívoca a existência dos fótons. Iniciam registrando que, há muitos anos, experimentos vêm sendo feitos para mostrar difração e interferência da luz, mas que há um grau de dificuldade maior, quando se pretende fazer experimentos que só podem ser compreendidos dentro de um quadro teórico quântico. Os autores criticam a ideia de apresentar o efeito fotoelétrico e o efeito Compton, no sentido de que estes experimentos não expressam de forma inequívoca a existência de fótons, apesar de sugerirem fortemente esta ideia. É neste contexto que os autores propõem um experimento de laboratório que mostre a natureza quântica da luz. O experimento é feito com fótons individualmente. Eles demonstram que: 1) fótons individuais interferem consigo mesmos ao passarem pelos dois braços do interferômetro, e 2) que as frequências dos feixes de sinal e de referência gerados no experimento têm alta correlação.

Galvez et al. (2005) apresentam cinco experimentos que foram projetados para a graduação. Os experimentos utilizam fótons correlacionados, produzidos pela conversão paramétrica descendente, para gerar padrões de interferência em interferômetros. Os fótons são contados individualmente. Os resultados experimentais ilustram conceitos como caminhos múltiplos, indistinguibilidade e emaranhamento. Os autores analisam resultados quantitativos de amplitudes de probabilidade de ondas planas combinadas, de acordo com as regras de Feynman, além de tratar do formalismo de espaço vetorial. Registram que experimentos com fóton único podem ser usados em cursos de graduação em Mecânica Quântica, onde os laboratórios são raros. O experimento permite ainda uma discussão sobre as desigualdades de Bell.

Donnelly & Grossman (1998) apresentam um conjunto de experiências introduzidas para os alunos, que denominam de “ciência ultrarrápida” (termo utilizado para descrever processos que ocorrem na escala de picossegundo). Discutem a relação entre a descrição de um pulso de laser ultracurto no domínio da frequência e no domínio do tempo. Usando os resultados experimentais, demonstram que essa relação é limitada pelo limite inferior do princípio da incerteza. Os alunos que realizam as experiências vão familiarizar-se com técnicas de ultrarrápido, tais como a autocorrelação e desenho de cavidade de laser, bem como vários outros conceitos como dispersão, transformada de Fourier, interferências e óptica não linear. No que pese as técnicas e tecnologias utilizadas neste experimento não serem essenciais para a proposta didática que será implementada, considera-se que a reflexão feita no artigo, tendo em vista o princípio da incerteza, é útil na percepção de uma fenomenologia quântica.

Shneider & La Puma (2002) utilizam a *which-way experiment* (experimento de “qual caminho”), usando luz visível, análogo a um experimento recente envolvendo interferência com átomos. Os autores defendem que este simples experimento, acessível aos estudantes de graduação, facilita a análise do *which-way experiment*, do apagador quântico, e de outros mistérios relacionados com a medida quântica. O experimento utiliza um interferômetro de *Mach-Zehnder* e demonstra a perda de franjas de interferência, quando informação de caminho é obtido, e a restauração do padrão quando a informação de trajetória (*which-way information*) é destruída. A sensibilidade do experimento tem o mérito de tratar de interferência mesmo para um único fóton, apontando para características, portanto, essencialmente quânticas. O fenômeno descrito é interpretado levando em conta a Complementaridade, proposta por Niels Bohr.

Também foi examinado o artigo de Dehlinger & Mitchell (2002a), que apresentam detalhadamente instruções para construir e operar com um aparato experimental que produz e detecta fótons com estados de polarização emaranhados. A fonte opera conversão paramétrica descendente, numa geometria de dois cristais. Fótons são detectados individualmente. Os autores sustentam ainda que um teste das desigualdades de Bell pode ser feito numa tarde. O custo total do experimento é de US\$ 15.000. O artigo permite, portanto, uma reflexão em torno de uma das propriedades quânticas mais fundamentais: a não localidade, abrindo portas para um possível estudo da criptografia, da teleportação e da Computação Quântica.

Dehlinger & Mitchell (2002b) utilizam pares de fótons emaranhados e polarizados para demonstrar a não localidade em um experimento adequado para alunos avançados de graduação. Os fótons são produzidos por conversão paramétrica descendente, usando um laser de diodo violeta e dois cristais não lineares. O estado de polarização dos fótons é ajustável. Usando um estado emaranhado, análogo à descrita no experimento EPR, demonstram forte polarização dos

fótons emaranhados. Um dos méritos da discussão feita pelos autores está no debate EPR x Bohr, mostrando implicações que permitiram levar para o laboratório o teste conhecido como desigualdades de Bell, sinalizando que um debate de cunho inicialmente interpretativo foi levado para o laboratório. Os autores apontam ainda a insuficiência da teoria das variáveis escondidas locais, referindo-se ao teste de Clauser, Horne, Shimony e Holt das desigualdades de Bell. Para tanto, serviram-se da história da MQ e fizeram, logo no início do artigo, descrição detalhada acerca da crítica de EPR, que ao desenvolverem um experimento de pensamento argumentaram que a MQ seria uma teoria incompleta. No que pese, posteriormente, um dos autores (Rosen) ter dito que um experimento como este não era possível, tratou-se de um debate que gerou uma compreensão acerca da não localidade.

Norton (2011) descreve um experimento proposto por Greenberger, Horne e Zeilinger referente às propriedades de posição de três partículas emaranhadas, cujas funções de onda são distribuídas ao longo de três caixas de duas câmaras. O mesmo sistema é modelado de forma mais realista, usando três separações espaciais com moléculas de hidrogênio individualmente ionizadas. Os resultados experimentais descritos tecnicamente, de forma detalhada no artigo, corroboram a ideia de que o critério de realidade EPR (que inclui a localidade) é incompatível com o sucesso preditivo da Mecânica Quântica, de modo que a medida em uma partícula separada espacialmente da outra não as torna independentes, evidência experimental que aponta para a existência de uma propriedade eminentemente quântica, a não localidade, necessária à reflexão sobre o processo de medida.

Descrições como as que foram apresentadas sinalizam que agregar experimentos de óptica quântica com fótons únicos é uma forma de tornar o estudo da MQ mais intuitivo, de modo a permitir que os alunos se apropriem de que as previsões quânticas não são meramente abstrações, mas passíveis de serem discutidas, numa perspectiva experimental, de modo a consolidar a ideia fundamental de que a Física (que inclui a MQ) é uma ciência capaz de prever resultados de uma medida em contexto experimental bem definido.

O elevado preço dos experimentos citados inviabilizou a compra destes. Contudo, foi possível realizar experimentos clássicos que permitiram intervenções quânticas. Visando capturar o significado internalizado pelos alunos sobre previsões quânticas em termos de amplitude de probabilidade como uma necessidade imposta pela natureza, utilizou-se um experimento de polarização de micro-ondas para mediar a discussão acerca do êxito preditivo da MQ, inclusive para eventos individuais, fótons individuais. No entanto, este experimento não é feito em regime quântico de baixa intensidade, mas isso não retira do experimento a

possibilidade de uma leitura quântica consistente com os resultados medidos, com a colaboração dos alunos em sala de aula.

1.4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Convém registrar que a revisão de literatura apresentada não tem a pretensão de esgotar a extensa bibliografia relacionada ao ensino de Mecânica Quântica. Considerando o objeto e problema desta pesquisa, associados aos critérios de seleção adotados, buscou-se a literatura pertinente quanto ao conteúdo, que pudesse oferecer suporte teórico e revelasse experiências e propostas didáticas enriquecedoras, referentes à teoria quântica do processo de medida. Uma vez finalizada a revisão de literatura, serão feitas algumas observações com o objetivo de agregar uma reflexão crítica que possa ampliar as possibilidades pedagógicas. Também será aberto um diálogo entre a revisão de literatura e algumas discussões presentes em artigos teóricos de física e de filosofia da MQ.

Acredita-se, por exemplo, que convém partir de ideias mais gerais da Física, como estado, evolução e medida, para explicitar que a Física Clássica não pode ser descartada quando se pretende situar a MQ como uma teoria que mudou nossa visão de mundo. Não se poderia estruturar a MC ou a MQ sem as noções de estado evolução e medida. Neste sentido inclusivo, é desejável uma apresentação geral da MC e MQ, a fim de que se possa compreender a diferença da definição de estado no escopo de cada uma destas teorias, no que se refere a dinâmicas e formas de pensar a medição. É fundamental perceber que, com a teoria quântica, continua-se a medir as mesmas variáveis dinâmicas que se media na MC, como posição, velocidade, momento linear, energia, momento angular etc., no que pese a MC e MQ estarem baseadas em estruturas matemáticas distintas. Ao caracterizar o estado quântico como um vetor abstrato de um espaço vetorial complexo, e não mais como posição e quantidade de movimento, consegue-se continuar predizendo resultados de uma medida em um contexto experimental bem definido (em termos probabilísticos). Uma das conclusões práticas desta reflexão é a decisão de inserir a Física Clássica num contexto de implementação didática, como mote para introduzir ideias gerais da Física, que possa compreender a medida, como fenômeno macroscópico. Acrescente-se ainda que o caráter intuitivo desejado, via experimentação, não pode prescindir da linguagem clássica, na perspectiva da complementaridade.

Não por acaso, foi explicitado, na introdução, que venho nutrindo, ao longo dos anos, a ideia de inclusividade. Tal postura pedagógica foi seguramente potencializada pela sintonia

com a teoria da aprendizagem significativa (AUSUBEL, NOVAK & HANESIAN, 1968; MOREIRA, 2006) e particularmente pelo marco teórico de Vygotsky.

Encontramos na literatura um ponto que parece corroborar a ideia de que certas analogias podem ser úteis para um avanço de um modo quântico de pensar. Pessoa Jr. (2003) argumenta que as medidas na Física Clássica se reduzem a medições diretas de posição e de contagem de eventos. Isso ocorre tanto na FC quanto na FQ. O autor exemplifica que se, por exemplo, medimos classicamente a potência de um feixe, estamos mais diretamente medindo a posição do ponteiro em um amperímetro (no regime quântico, pode-se contar fótons). Já o tempo pode ser medido por uma posição de ponteiro, ou por contagem de ciclos.

Peres (1984), num argumento que se assemelha com a ideia de Pessoa Jr. (2003), declara, a despeito da medida de componente de *spin* (um observável que não tem análogo clássico) que nunca se observa diretamente o *spin* de um único elétron nem a polarização de um único fóton. Ao invés disso, opera-se algum equipamento complexo, envolvendo mecanismos de amplificação irreversível. A irreversibilidade não é acidental, mas essencial, se desejamos um registro indelével. Construimos, então, afirma o autor, um *modelo teórico* em que o comportamento de um equipamento macroscópico é descrito por uns poucos graus de liberdade, em interação com aqueles do sistema microscópico sob observação. Por meio desse modelo, o comportamento esperado do aparato é relacionado com as propriedades assumidas do sistema microscópico. Chama-se isso de uma “medição” do sistema microscópico.

Com estes argumentos, podemos considerar o ensino de MQ sem elos de analogia com a FC, como ambígua, pois talvez nunca se possa prescindir da Física Clássica no sentido aqui explicitado. Um outro ponto crítico é que falar de intuição quântica remete à interpretação adotada. Não há, portanto, uma única intuição quântica. Do ponto de vista da complementaridade, por exemplo, a formação de uma intuição quântica implicaria agregar ao formalismo mínimo um conjunto de conceitos interrelacionados, tais como o papel do aparelho no processo de medida, a necessidade de uma visão epistêmica, objetiva e não realista do estado quântico, que conteria todas as informações do sistema, ausência de uma ontologia, previsões probabilísticas para eventos microscópicos individuais, e a necessidade de uma linguagem clássica para transmitir resultados de uma medida em um contexto experimental bem definido. Note-se, contudo, que se quiséssemos exercer nossa intuição, usando a teoria das variáveis escondidas de David Bohm, poderíamos imaginar uma onda vazia, uma partícula com posição e momento bem definidos, tratados deterministicamente, realismo do tipo não local, permitido pelas desigualdades de Bell, potencial quântico, dentre outras ideias. Uma lição a se extrair, portanto, é que qualquer atividade de ensino, ao propor uma fundamentação epistemológica, já

agrega, grosso modo, uma intenção específica de despertar para uma certa intuição quântica, legítima, desde que não seja um realismo clássico, algo proibido pelas desigualdades de Bell. Reiteramos, com base na revisão de literatura e nesta reflexão, que, apesar de valiosos artigos, centrados em necessários aspectos específicos, estamos inclinados a uma proposta didática que parta de ideia gerais, para que os aspectos específicos possam ser contemplados, dando real dimensão das novidades conceituais advindas da MQ.

Note-se que, para o kantiano, natureza ou realidade se referem ao mundo dos fenômenos. Um termo mais amplo para designar visões parecidas com a de Kant seria “construtivismo”, mesmo que o termo não tenha aceitação universal. O que o positivismo e o construtivismo têm em comum pode ser chamado de fenomenismo ou antirrealismo. Nessa perspectiva, a ciência só se refere ao observado ou observável, e não às coisas em si (as realidades inobserváveis). Num fenômeno corpuscular, Bohr não afirma explicitamente que o fóton na realidade seguiu uma trajetória, mas que se associa ao fenômeno observado um quadro corpuscular. Nisso constituiria seu construtivismo, no sentido de que tais quadros corpusculares e ondulatórios são construídos por nós e projetados nas observações. Trata-se de uma forma sofisticada de antirrealismo que considera que há uma coisa em si (postulado hipoteticamente, como um princípio regulativo, ou seja, como uma convenção), mas nós só temos acesso, na ciência, ao “fenômeno”, aquilo que aparece formatado pelas formas de sensibilidade (espaço e tempo) e pelas categorias de entendimento (que projeta nos dados a causalidade, a substância, a ação e reação), que são os princípios do conhecimento, ou seja, não são convenções, mas condições de possibilidade da experiência.

Sobre este assunto Kauark-Leite (2013) pontua explicitamente que, segundo Bohr, os paradoxos epistêmicos da Mecânica Quântica estão relacionados a duas condições de limitação da nossa linguagem. A primeira resulta da incapacidade da linguagem ordinária em descrever uma realidade quântica inobservável, uma vez que as entidades nomeadas pela teoria não guardam nenhuma relação de referência. A segunda limitação refere-se ao fato de que, não obstante à primeira condição, todos os físicos, em suas práticas experimentais e comunicativas, não podem prescindir da linguagem ordinária. A linguagem comum é, portanto, do ponto de vista teórico, incapaz de descrever os eventos atômicos, e, do ponto de vista pragmático, necessária à prática dos físicos.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Este capítulo propõe criar um fio condutor que mostre a correlação entre os entes abstratos do espaço vetorial complexo e a teoria quântica do processo de medida, de acordo com a interpretação da complementaridade. A via de mão dupla entre teoria e experimentação será, desde o início, objeto das discussões, destacando-se a noção de objetividade da MQ, que possibilita aos humanos transmitirem resultados experimentais sem ambiguidades, e vice-versa, ou seja, físicos também podem transmitir informações teóricas úteis, sem ambiguidades, para o físico experimental.

Na perspectiva de criar o fio condutor proposto, foram definidos os seguintes objetivos que mantêm relação entre si: compreender e analisar a interpretação da complementaridade; apresentar o estado clássico, evolução e medida, visando buscar uma generalização destes três pilares no contexto da MQ; discutir a teoria quântica do processo de medida, a partir do sistema de dois níveis (SG), mostrando que se pode representar o estado de spin de um átomo de prata, submetido a um campo magnético não homogêneo, por algum tipo de vetor em um novo tipo de espaço vetorial bidimensional; mostrar que o espaço vetorial bidimensional necessário para descrever os estados de spin dos átomos de prata precisa ser um espaço vetorial complexo; discutir o significado físico da equação de autovalor e autovetor; explicitar a característica da MQ de prever resultados de uma medida de uma variável dinâmica em termos probabilísticos; estender o estudo da teoria quântica do processo de medida para sistemas de três níveis, no espaço vetorial tridimensional, com ênfase nas filtrações de estados em aparatos sequenciais e na discussão sobre as amplitudes interferentes.

Considerando os objetivos discriminados que se relacionam internamente, por questões didáticas e metodológicas, este capítulo é apresentado em seções distintas. Na seção 2.1, aborda-se a Fundamentação Epistemológica: a interpretação da complementaridade. Na seção 2.2, discute-se a teoria quântica do processo de medida.

2.1 FUNDAMENTAÇÃO EPISTEMOLÓGICA: A INTERPRETAÇÃO DA COMPLEMENTARIDADE

As questões filosóficas e, particularmente, epistemológicas suscitadas pela teoria quântica muito raramente são abordadas nos livros didáticos, destinados a familiarizar os alunos

do ensino superior com os aspectos matemáticos e formais da teoria. Considerando a necessidade de aprofundar tais questões, serviram de suporte dois livros de Pessoa Jr. (2003, 2006), além de textos originais de personagens que participaram ativamente da controvérsia dos fundamentos da Mecânica Quântica.

Inicialmente circunscritas ao âmbito filosófico, tais controvérsias passaram, ulteriormente, a ter uma dimensão científica, sendo que, na década de 1960, as controvérsias foram deslocadas para o terreno experimental, a partir dos trabalhos teóricos de Bell (FREIRE JR., 1999). Como a teoria quântica é consistente com as várias interpretações, Pessoa Jr. (2003) considera essencial explicitar qual delas foi adotada. Assim, este texto concentra-se na compreensão e análise acerca da interpretação da Complementaridade, cotejando nossa reflexão com fragmentos originais do próprio Niels Bohr, físico dinamarquês, prêmio Nobel de Física, e um dos intérpretes mais destacados da Mecânica Quântica.

Em 1928, Niels Bohr propôs uma interpretação da Mecânica Quântica que denominou de interpretação da complementaridade. A dualidade onda-partícula é um dos tipos de complementaridade, também conhecida como complementaridade de arranjos experimentais. Nesta interpretação, a detecção da chegada do quantum de energia (seja com elétrons, com fótons, e até mesmo átomos e moléculas) será, ao final do experimento de duas fendas, compatível com um quadro mental ondulatório, quando se espera ao final de certo intervalo de tempo a observação de franjas de interferência (quando as duas fendas ficam abertas e não se pode definir por qual fenda o elétron passou) ou com um quadro corpuscular, quando se borra o padrão de interferência e se infere a trajetória do quantum, no caso onde a montagem experimental e as condições de observação permitem identificar por qual fenda o elétron passou. Para o físico dinamarquês, as descrições ondulatórias e corpusculares são mutuamente excludentes, ou seja, ao se observar interferência não se infere trajetória, e vice-versa, sendo esta uma característica intrínseca da natureza que não pode, portanto, ser alterada com manipulações mais sofisticadas. Além disso, esses quadros mentais ondulatório e corpuscular exaurem de forma completa a descrição tanto da matéria quanto da radiação. Como se pode perceber, uma das teses da interpretação da complementaridade é a necessidade do uso de uma linguagem clássica para transmitir resultados de uma medida em um contexto experimental bem definido. Isto, contudo, não deve ser confundido com a adequação de serem feitas analogias entre a estrutura teórica da MC com a da MQ, visando compreender a fenomenologia quântica, uma vez que, de um ponto de vista ontológico, não mais se poderá falar de uma realidade dada, independentemente do observador, por uma questão de princípio intrínseco da teoria quântica. Nesse sentido, a interpretação da complementaridade rejeita entidades como ondas ou partículas

reais. Ao referir-se à constante de Planck, Bohr aprofunda o significado do postulado quântico, enquanto expressão de um mundo que não pode mais ser representado dentro de um quadro único, como na Física Clássica. Cabe à Mecânica Quântica fazer previsões e confrontá-las com os resultados experimentais, uma vez que os atributos físicos ganham realidade apenas na medida. O postulado quântico estipula que as trocas de energia com o aparelho de medida se deem de maneira discretizada, quantizada, e que os *quanta* apareçam de maneira bem localizada, como um ponto na tela. Isso vale tanto para fenômenos corpusculares quanto ondulatórios.

Qual o sentido, então, de manter o uso das expressões “ondas” e “partículas” (utilizadas na Física Clássica), no quadro conceitual de uma nova teoria física que rompe drasticamente com a Física Clássica? Embora, para Bohr, não se possa mais falar em ondas reais, mesmo assim, o observador faz, com as duas fendas abertas, um registro objetivo de um padrão de interferência, independente até da consciência de outro observador. Neste caso, pode-se associar um quadro mental ondulatório, mesmo no caso de um elétron único, caso este em que se pode dizer que o elétron interfere consigo mesmo.

De modo análogo, a interpretação da complementaridade rejeita, de um ponto de vista ontológico, a ideia de partículas reais, embora continue falando em trajetória, por retrodição. É preciso insistir na ideia de Bohr de que a objetividade da teoria quântica e da Física de modo geral consiste na capacidade não ambígua de seres humanos comunicarem resultados de uma medida em um contexto experimental bem definido, sem uma prerrogativa de uma realidade dada. O que se pode comunicar, sem ambiguidades e de forma racional de acordo com esta interpretação, são apenas registros feitos ao final do experimento, em linguagem clássica, como declarou Bohr (1949, p. 313):

A despeito de o fenômeno transcender o escopo da explanação da Física Clássica, a consideração de todas as evidências deve ser expressa em termos clássicos. O argumento é simples, pela palavra ‘experimento’ queremos nos referir a uma situação em que podemos falar mais dos experimentos e daquilo que com eles *aprendemos*, numa forma em que o arranjo experimental e o resultado das observações sejam expressos em linguagem não ambígua, mediante a utilização adequada da terminologia da Física Clássica.

Poderíamos conjecturar se este problema epistêmico não seria resolvido com uma nova linguagem. Sobre este assunto, Heisenberg revela um entendimento próprio da escola de Copenhague, quando declara:

Os conceitos da física clássica constituem, por certo, um refinamento dos conceitos da vida quotidiana e são parte da linguagem que propicia a base da ciência natural toda. Nossa real situação na ciência é tal que nós usamos de fato os conceitos clássicos para descrever as experiências e isso apresentou-se como um desafio à teoria quântica, quer dizer, se ela é realmente capaz de exibir uma interpretação teórica dessas experiências com

base naqueles conceitos. Não adianta discutir-se o que poderia ser feito se fôssemos seres diferentes dos humanos que somos. Neste ponto, temos que compreender que, como disse Weizsäcker, a “Natureza precedeu o homem mas o homem precedeu a ciência natural”. A primeira parte da citação justifica a física clássica, no seu ideal de objetividade completa. A segunda, diz-nos que não podemos escapar ao paradoxo completo. A segunda, diz-nos que não podemos escapar ao paradoxo da teoria quântica, vale dizer, à necessidade de usar conceitos clássicos. (HEISENBERG, 1987, p. 47)

Alguns autores tentaram injetar certa dose de realismo na interpretação da complementaridade, como Bohm (1951), Wheeler (1978) e Folse (1985), mas tais posicionamentos não serão examinados neste estudo.

2.1.1 Primeiro tipo de complementaridade: complementaridade entre coordenação-temporal e asserção de causalidade.

Em seu artigo de 1928, Bohr sustentou haver uma limitação conceitual na utilização simultânea, por um lado, das leis de conservação de energia e momento linear, que denominou de asserção de causalidade, e por outro, da coordenação espaço-temporal, quando as posições dos quanta são medidas. Trata-se de uma complementaridade entre definição e observação. Bohr ([1928] 2000, p. 137) declarou que

(...) a própria natureza da teoria quântica nos força assim a considerar a coordenação espaço-temporal e asserção de causalidade, cuja união caracteriza as teorias clássicas, como aspectos complementares, mas excludentes da descrição, simbolizando a idealização da observação e da definição, respectivamente.

Bohr esclarece que esta renúncia de conciliar tais aspectos excludentes não é uma questão de gosto ou mesmo subjetiva. Ao fazer uma conferência na cidade de *Como*, na Itália, anunciou publicamente a complementaridade em termos da intuição espaço-tempo e do princípio de causalidade, ao declarar: “o postulado quântico implica uma renúncia com respeito à coordenação espaço-temporal causal de processos atômicos” (BOHR, 2000, p. 136). Note-se que na Física Clássica não há impedimento algum de utilizar-se, para um sistema isolado, a exemplo de uma colisão de bolas macroscópicas, as leis de conservação de energia e momento linear do sistema e ao mesmo tempo observar o sistema (tendo uma posição bem definida para cada bola). Esta descrição clássica, envolvendo o determinismo clássico, torna-se uma descrição incompatível com a interpretação da complementaridade. Em trabalho de interesse epistemológico, neste tipo de complementaridade, Kauark-Leite (2013, p. 69) chama atenção para um ponto importante, quando ressalta que:

Agora, diante da nova situação da mecânica quântica, Bohr propõe através da noção de complementaridade, uma limitação radical à noção mesma de síntese transcendental. Essa limitação atinge o coração da doutrina kantiana do esquematismo, visto que a exigência da composição simultânea dos dois elementos básicos da cognição (intuição mais conceitos) para constituir o objeto do conhecimento não mais se verifica. Contudo, utilizando os mesmos elementos kantianos, Bohr propõe uma outra espécie de síntese muito particular. Uma síntese, digamos, disjuntiva ou complementar, em que as duas exigências não podem estar presentes ao mesmo tempo, mas que são todas as duas necessárias para dar conta de maneira completa do processo quântico. Não há assim em Bohr uma renúncia ao princípio de causalidade ou à intuição espaço-temporal, como é frequentemente afirmado, mas uma renúncia à descrição simultaneamente causal e espaço-temporal dos fenômenos quânticos.

Registre-se que o próprio Bohr, após 1928, deve ser entendido à luz do seu compromisso com uma interpretação antirrealista da Mecânica Quântica. Se considerarmos, por exemplo, um sistema isolado, este deve obedecer à lei de conservação de energia e momento linear, ou seja, é o domínio de asserção de causalidade (definição). Ora, aceitar isso, contudo, equivale a assumir uma realidade existente independente da observação, o que só seria possível numa interpretação realista. Por isso, Bohr abandonou, depois de 1928, este tipo de complementaridade, dado o seu comprometimento com o antirrealismo. Nas palavras de Pessoa Jr.:

Após 1928, no entanto, Bohr passou a se incomodar com o fato de que este tipo de complementaridade feria princípios “fenomenalistas”, ou seja, fazia referência a uma realidade não observada (que estaria por trás dos fenômenos observados). Fazia-se uma distinção entre um átomo enquanto existente e o mesmo átomo enquanto conhecido, o que não fazia sentido para uma posição antirrealista ou fenomenalista (que incluiria o positivismo e o construtivismo kantiano), que identificava o existente e o conhecido. Como distinguir entre observação e definição, se o fenomenalismo estipula que só o que é observado é definível? Apenas de um ponto de vista “realista” é possível dar sentido a este 1º tipo de complementaridade. (PESSOA JR., 2007, p. 138)

É importante frisar que, para Bohr, a objetividade da MQ consiste na capacidade não ambígua de seres humanos transmitirem resultados de uma medida em um contexto experimental bem definido. Para melhor avaliar de um ponto de vista ontológico o significado do objeto sobre o qual a MQ descreve, é importante destacar que, para Bohr, a renúncia à procura de entidades quânticas reais não decorre de uma questão de gosto. Trata-se de uma renúncia que, em última análise, tem a ver com a finitude da constante de Planck, uma das constantes fundamentais da Física.

Sobre a constante de Planck e a representação clássica, diz Bohr:

Quanto mais claramente percebemos que é impossível formular o conteúdo da teoria quântica com a ajuda de um único tipo de representação clássica, mais admiramos a feliz intuição de Planck ao cunhar o termo ‘Quantum de ação’, princípio cuja posição central na descrição clássica simboliza, por assim dizer, a peculiar relação de simetria recíproca que se dá entre a descrição espaço-temporal e as leis de conservação da energia e da quantidade de movimento [...] (BOHR, 1961, p. 93)

Para Niels Bohr, está é a peça essencial da interpretação complementaridade: o ato de medir introduz uma perturbação incontornável no estado de um dado sistema físico, conforme declarou:

[...] nossa descrição usual dos fenômenos físicos se baseia por inteiro na ideia de que os fenômenos podem ser observados sem perturbá-los de forma apreciável [...] agora, o postulado quântico implica que toda observação dos fenômenos atômicos leva junto uma interação com o aparato de observação que não pode ser desprezada. Por conseguinte não se pode considerar como realidade independente, no sentido físico ordinário, nem os fenômenos nem os agentes de observação. (BOHR, 1961, p. 53)

É oportuno registrar que na perspectiva semiclássica de Heisenberg, contudo, o elétron antes da medição teria posição e momento bem definidos (algo inaceitável para Bohr), porém com valores inacessíveis em virtude da perturbação causada pelo fóton. Embora o argumento de Heisenberg não seja inteiramente corpuscular, pois Heisenberg atribui ao raio gama propriedades ondulatórias e corpusculares, é possível perceber diferenças epistemológicas importantes nas interpretações de Bohr e Heisenberg.

2.1.2 Segundo tipo de complementaridade

Trata-se da dualidade onda-partícula, referida anteriormente, e possui na sua essência a ideia de que os aspectos ondulatórios e corpusculares ficam evidenciados de forma objetiva por arranjos experimentais excludentes, mas que promovem uma descrição exaustiva tanto da matéria quanto da radiação.

Um aspecto importante a ser destacado, referente à dualidade, é que este pilar da Mecânica Quântica introduz uma ideia diferente de objetividade, em relação à Física Clássica, uma vez que as próprias condições de observação, juntamente com o aparato, são necessárias para caracterizar o experimento, ideia defendida por Bohr como racional e completa. Se, ao invés de utilizar duas fendas abertas onde se observa o fenômeno de interferência, for modificado o arranjo experimental, utilizando uma única fenda, não haverá mais o padrão de interferência anteriormente formado, a distribuição de probabilidade de chegada dos elétrons na tela, em função da posição, é modificada e o fenômeno passa a ser corpuscular. Isso permite, por retrodição, inferir a trajetória do elétron, razão pela qual o fenômeno passa a ser descrito como corpuscular. É importante frisar que não é a chegada pontual do elétron na tela, que caracteriza o fenômeno corpuscular, uma vez que, seja no fenômeno corpuscular, seja no fenômeno ondulatório (quando se forma a interferência) sempre há uma detecção bem localizada, pontual, seja do elétron, do fóton etc., sendo esta detecção discreta uma

característica intrinsecamente quântica: os quanta sempre são detectados pontualmente. O fenômeno de difração de elétrons, descrito como fenômeno corpuscular, pode ser explicado pelo princípio da incerteza (relacionado ao terceiro tipo de complementaridade, que será explorado mais adiante). Como a posição do objeto quântico (propagando na direção y) é bem definida na fenda (z bem definido), seu momento p é mal definido, e ele pode terminar em qualquer lugar da placa detectora.

Deve-se frisar que a rejeição de Bohr, no ano de 1929, da “definição” em detrimento da “observação”, reafirmou seu compromisso com o antirrealismo. Após abandonar o primeiro tipo de complementaridade, Bohr, especialmente após o ano de 1935, passa a concentrar-se na complementaridade expressa pela dualidade onda-partícula. Na resposta ao argumento EPR, por exemplo, ele declara que

Este ponto é de grande importância lógica, porque é somente o fato de que nós nos encontramos diante de uma escolha: seguir a trajetória da partícula, ou então observar os efeitos de interferência, que nos permite escapar à conclusão paradoxal que o comportamento de um elétron, ou de um fóton, dependeria da presença do diafragma, de uma fenda através da qual seria possível provar que ele não passou. Nós temos aqui um exemplo típico da forma pela qual os fenômenos complementares em condições experimentais excluem umas das outras [...] (BOHR, 1957, p. 217)

2.1.3 Terceiro tipo de complementaridade: o princípio da incerteza

O princípio da incerteza pode ser considerado uma das expressões da complementaridade. Comumente, nos livros, é expresso pela impossibilidade de medição simultânea precisa da posição e do momento linear no âmbito atômico e subatômico. Trata-se de um princípio mais geral que é traduzido pela impossibilidade de medição simultânea de quaisquer pares de observáveis descritos por operadores que não comutem, a exemplo das componentes de spin de um elétron. Heisenberg (1930), à luz deste tipo de complementaridade, sugeriu uma incerteza na medição simultânea dos campos elétricos e magnéticos (E e H). Se for levada em conta a teoria quântica de campos (temática fora do escopo desta reflexão), poderia se pensar na incerteza ligada ao número de quanta (N) e a fase (ϕ). Haveria, neste caso, uma complementaridade entre amplitude de onda (cujo quadrado fornece o número de quanta) e as fases.

O Princípio de Incerteza decorre das relações de comutação no caso não nulo. Um exemplo com observável componente de Spin é o seguinte:

$$[\hat{S}_x, \hat{S}_z] = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} - \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \neq 0 \quad (1)$$

Os observáveis descritos pelos operadores \hat{S}_x e \hat{S}_z não comutam, expressão de uma incerteza intrínseca na perspectiva da complementaridade. É importante, ao lado das considerações sobre os tipos de complementaridade, apresentar também uma síntese sobre o refinamento da “totalidade”, uma ideia chave para o entendimento da Complementaridade.

Um exemplo não trivial que nos remete a uma reflexão interessante acerca do segundo e terceiro tipo de complementaridade é o Efeito Compton. Trata-se de um fenômeno corpuscular, uma vez que depois da medição, envolvendo o par espalhado (elétron e raio gama) é possível, por retrodição, inferir a trajetória de cada partícula. Contudo, há uma indefinição da posição de cada partícula antes da medida. Isto porque se as posições estivessem bem definidas haveria uma incerteza nos momentos, o que causaria uma restrição no uso da lei da conservação do momento e da energia. Por esse motivo, de acordo com o terceiro tipo de complementaridade, momentos bem definidos no efeito Compton implicam posições indefinidas, mesmo o fenômeno sendo corpuscular, sendo possível, porém, recuperar o conceito clássico de trajetória, por retrodição, após a medição final (PESSOA JR., 2003).

2.1.4 Refinamento da ideia de totalidade

No que pese saber, hoje, sobre a impossibilidade de uma teoria quântica realista e local, é certo que o artigo Einstein, Podolsky & Rosen ([1935] 1981) (EPR) muito serviu de inspiração para que Bohr refinasse o seu argumento, esclarecendo a complementaridade dos arranjos experimentais. A ênfase na ideia de um “todo” trouxe à tona uma expressão específica cunhada para designar um dado contexto experimental: o *fenômeno* quântico. Este inclui não só o objeto quântico, mas também as condições de observação. Nas palavras de Bohr:

A lição essencial da análise de medições na teoria quântica é, pois, a ênfase na necessidade, para dar conta do fenômeno, de levar em consideração o arranjo experimental como um todo, em completa conformidade com o fato de que toda interpretação não ambígua do formalismo envolve a fixação das condições externas. (BOHR, 1939, p. 95 apud PESSOA JR., 2003)

Conforme será visto a seguir, a ideia de partículas separadas espacialmente serem independentes era uma das premissas do artigo EPR ([1935] 1981), quando os autores questionaram a completude da MQ. Neste mesmo ano, Bohr utiliza a expressão “wholeness” que será traduzida por inteireza, como expressão do fenômeno de totalidade. O próprio Bohr declarou:

De nosso ponto de vista, vemos agora que o fraseado do critério de realidade física, proposto por Einstein, Podolsky e Rosen, mencionado acima, contém uma ambiguidade, no que tange ao sentido ‘sem de modo algum perturbar um sistema’. É claro que, num caso como o que se acabou de considerar, não há terreno para qualquer perturbação mecânica sobre o sistema, durante o último e crítico estágio do processo de medida. Mas mesmo nesse estágio existe essencialmente a questão de uma influência sobre as próprias condições que definem os tipos possíveis de previsões relativas ao comportamento futuro do sistema. Como tais condições constituem um elemento inerente à descrição de qualquer fenômeno ao qual se possa atribuir adequadamente o termo ‘realidade física’, percebemos que a argumentação dos autores mencionados não justifica sua conclusão de que a descrição quântica é essencialmente incompleta. Ao contrário, tal descrição, como transparece da discussão precedente, pode ser caracterizada como uma utilização racional de todas as possibilidades de interpretações inequívocas de medidas, compatível com a interação finita e incontrolável entre os objetos e os instrumentos de medida no terreno da teoria quântica. (BOHR, [1935] 1981, p. 103-104)

Registre-se, finalmente, que um capítulo importante do antirrealismo da história da Física Quântica está associada ao trabalho de John S. Bell, que, como foi visto, tem sua gênese histórica ligada ao debate EPR X BOHR. Ele mostrou que qualquer teoria realista que satisfaça a propriedade de “localidade”, salvo algumas exceções, é inconsistente com a MQ. Muito recentemente, Aspect (2015), referindo-se a três testes experimentais sobre as desigualdades de Bell, considera encerrada a possibilidade de uma teoria realista e local. Desta forma, a conclusão que pôs um fim, neste aspecto específico da controvérsia, é que quem morreu com este resultado não foram as teorias realistas não locais (como a de David Bohm), mas sim parte do realismo local, uma variedade do realismo classicista ao defender que, na realidade, os sinais se propagam com uma velocidade menor ou igual à da luz (PESSOA JR., 2003, p. 105; 2006, p. 106).

2.2 A TEORIA QUÂNTICA DO PROCESSO DE MEDIDA

Considerando os objetivos propostos como fio condutor deste capítulo, será apresentado, inicialmente, o estado clássico, sua evolução e medida, buscando-se uma generalização destes três pilares no contexto da Mecânica Quântica.

Na perspectiva da Mecânica Clássica, o estado clássico de uma partícula num certo instante $t=0$, fica definido univocamente e de forma completa pela posição $\vec{r}_0 = x_0\vec{i} + y_0\vec{j} + z_0\vec{k}$, pela velocidade $\vec{v}_0 = v_{0x}\vec{i} + v_{0y}\vec{j} + v_{0z}\vec{k}$, em coordenadas cartesianas, e pela massa m , ou pela posição e momento linear $\vec{p} = m\vec{v}_0$.

O objetivo fundamental da Dinâmica Clássica (no formalismo newtoniano) é resolver a segunda lei de Newton (LOPES, 1993, p. 80), permitindo o conhecimento sobre a evolução do estado clássico:

$$\vec{F}_x(x, \frac{dx}{dt}, t) = m \frac{d^2x}{dt^2} \vec{i} \quad (2)$$

$$\vec{F}_y(y, \frac{dy}{dt}, t) = m \frac{d^2y}{dt^2} \vec{j} \quad (3)$$

$$\vec{F}_z(z, \frac{dz}{dt}, t) = m \frac{d^2z}{dt^2} \vec{k} \quad (4)$$

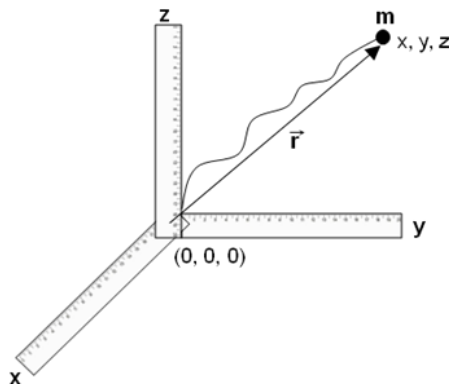


FIGURA 1 – Sistema de coordenadas cartesianas.

Fonte: Elaborado pelo autor.



Régua



Relógio

FIGURA 2 – Espaço e tempo.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Note-se que a equação diferencial que representa a segunda lei de Newton é de segunda ordem, de modo que para se obter uma solução única precisa-se de duas constantes arbitrárias, como aliás é fácil intuir. Não se pode prever a trajetória de um míssil sem saber de onde partiu e com que velocidade saiu.

A solução da segunda lei para certo sistema físico, cujas condições iniciais são conhecidas, obedece a uma lei denominada de função horária da variável dinâmica considerada. A seguir, são apresentadas as funções horárias da posição e da velocidade num caso geral.

$$\vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k} \quad (5)$$

$$\frac{d\vec{r}(t)}{dt} = \frac{dx(t)}{dt} \vec{i} + \frac{dy(t)}{dt} \vec{j} + \frac{dz(t)}{dt} \vec{k} \quad (6)$$

Este tipo de descrição caracteriza o que se denomina de determinismo clássico. Uma vez fixadas as condições iniciais do problema, a massa inercial, uma lei de força, as funções horárias da posição e da velocidade ficam determinadas de forma única, permitindo calcular, num caso geral, a equação da trajetória da partícula.¹

Assim, é possível prever, além de posição e momento (velocidade), para qualquer instante futuro ou passado, também outras variáveis dinâmicas, como energia etc. Se a equação de força do movimento não fosse linear, poderia ocorrer situações de difícil resolução, evoluindo para o caos, mas continuaria tendo um movimento regido, em última análise, por uma lei determinística.

Note que, de acordo com o princípio da incerteza, não se pode, por uma questão de princípio, medir simultaneamente a coordenada x e o momento p_x . Isso definitivamente impõe uma limitação ao uso simultâneo de certos conceitos clássicos, que se afiguram como incompatíveis.

Não é possível, então, fazer medidas na escala microscópica adotando um sistema de referência de réguas de dimensões atômicas, como se estivesse trabalhando com medidas em escala macroscópica, conforme sugere a Figura 3. As leis de Newton revelam-se inadequadas para prever resultados de medida em escala microscópica. A constante física \hbar , conhecida como constante de Planck, expressa um limite absoluto de se realizar medidas simultâneas com precisão arbitrária de grandezas incompatíveis, conforme discutimos na fundamentação epistemológica.

¹ Se considerarmos, por exemplo, um oscilador harmônico simples unidimensional, seu movimento obedecerá à equação diferencial $-kx\vec{i} = m\frac{d\vec{v}}{dt}$, onde $\omega^2 = \frac{k}{m}$ é a frequência angular, k é a constante elástica da mola e m é a massa inercial.

É fácil mostrar que as funções da posição e velocidade são:

$$\begin{aligned}\vec{r}(t) &= x(t)\vec{i} = A\cos(\omega t + \varphi)\vec{i} \\ \vec{v}(t) &= -\omega A\sin(\omega t + \varphi)\vec{i}\end{aligned}$$

Considerando as condições iniciais do problema $\vec{r}(0) = x_0\vec{i}$ e $\vec{v}(0) = v_0\vec{i}$, as constantes valem $A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}}$

e a constante de fase é $\varphi = \arctg\left(-\frac{v_0}{\omega x_0}\right)$.

A energia mecânica do sistema é conservada e vale $E = \frac{1}{2}m\omega^2x^2 + \frac{p^2}{2m}$, onde x é elongação e p é o módulo do momento linear num instante qualquer.

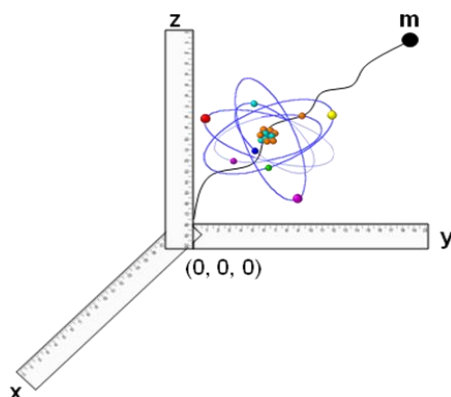


FIGURA 3 – Régua hipotética de dimensões atômicas.

Fonte: Elaborado pelo autor.

É importante assinalar que, do ponto de vista da MQ, *observação* equivale a uma *medição*. Ao realizar o experimento da dupla fenda com elétrons, em regime de baixa intensidade, por exemplo, pode-se conhecer ou não por qual fenda cada elétron passou. Se as condições de observação, mediante luz direcionada para uma das fendas, propiciam o conhecimento de por qual fenda cada elétron passou, não se deve entender que o elétron já estivesse chegando à fenda com uma posição bem definida. As condições de observação são necessárias para criar os resultados da medida.

Nesta perspectiva, sugere-se pensar em um objeto macroscópico movendo-se em uma sala escura. Ao acender a luz, num piscar de olhos, observa-se o objeto e pode-se ter uma ideia de sua posição; além disso, pode-se medir simultaneamente a velocidade do corpo através do efeito Doppler da luz refletida no corpo.

Para compreendermos uma ideia fundamental no processo de medida de uma variável dinâmica em escala microscópica, por exemplo, posição, é conveniente atentar para o esclarecimento de Dirac (1958, p. 36), quando se referindo aos sistemas microscópicos declarou: “Uma medida sempre faz com que o sistema salte para um autoestado da variável dinâmica que está sendo avaliada”.

É importante perceber que esta característica do processo de medida não pode ser detectada nos exemplos usuais observados na escala macroscópica, a exemplo da situação narrada sobre o objeto macroscópico subitamente iluminado, quando as variáveis dinâmicas posição e velocidade são bem definidas. Tanto faz a luz estar ou não apagada, as grandezas físicas posição e velocidade estão bem definidas antes da observação. Antes de acender a luz não há um estado de superposição em escala macroscópica, não havendo, então, sentido em dizer que haverá um salto para um autoestado da variável dinâmica que está sendo medida na

escala macroscópica. Esta diferença entre a fenomenologia macroscópica e microscópica ajuda a entender o porquê de não ser incluída a noção de medida no enunciado das leis de Newton, diferentemente do que acontece quando enunciamos os postulados da MQ, que expressam a necessidade de interagir com o sistema físico para que propriedades físicas que não estavam, em geral, bem definidas antes da medida, sejam criadas no ato da medição.

Dando continuidade ao fio condutor, será discutida a teoria quântica do processo de medida, a partir do sistema de dois níveis e três níveis. A base da discussão sobre a teoria quântica do processo de medida está apoiada no livro de Sakurai & Napolitano (2013), particularmente na sequência do formalismo matemático utilizado, tendo sempre como pano de fundo o experimento de Stern-Gerlach. Parte-se de conjecturas e hipóteses feitas acerca da natureza e, em seguida, para o enunciado dos postulados e as previsões decorrentes, comparando-as com os resultados experimentais.

2.2.1 Descrição do experimento Stern-Gerlach

O aparato experimental que recebeu o nome dos físicos Stern e Gerlach (SG) consiste em um forno que vaporiza átomos de prata (Ag). Após escaparem por um orifício, conforme ilustra a Figura 4, o feixe passa por um colimador e interage com um campo magnético não homogêneo, devido a um ímã cuja geometria produz elevada intensidade de campo.

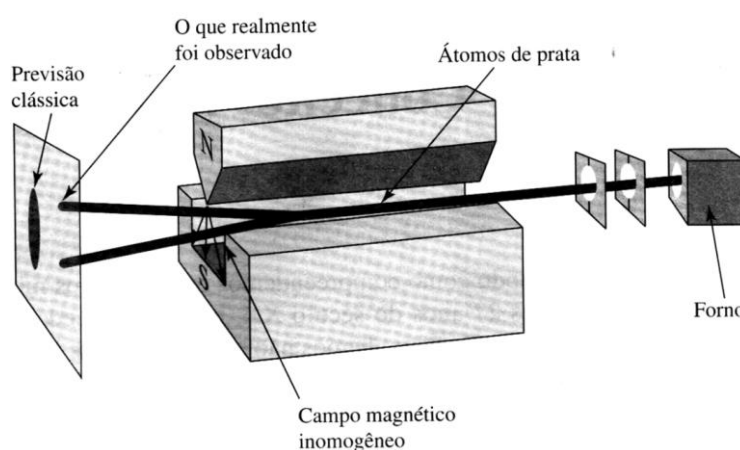


FIGURA 4 – O experimento de Stern-Gerlach.

Fonte: Sakurai & Napolitano, 2013, p. 2.

Desprezando o spin nuclear dos átomos, pode-se observar que o momento angular de todo o átomo de prata provém somente do momento angular de spin do 47° elétron. O momento magnético μ do átomo é, portanto, diretamente proporcional ao spin do elétron S . Este modelo é suficiente para calcular o efeito do campo magnético sobre os átomos.

A energia de interação entre o momento magnético e o campo magnético é o produto escalar $-\mu \cdot B$. Assim, a componente z da força aplicada no átomo de prata é $F_z = \frac{\partial(\mu \cdot B)}{\partial z}$.

Utilizando a montagem da Figura 4, é possível observar que o átomo com $\mu_z > 0$ ($S_z < 0$) fica submetido a uma força com sentido para cima. Ao contrário, quando $\mu_z < 0$ ($S_z > 0$), o átomo fica submetido a uma força para baixo. Presume-se que o feixe deva ser dividido de acordo com os valores de μ_z . Note-se, então, que o aparato mede a componente z de μ . Isso corresponde à medida da componente z de S , a menos de um fator de proporcionalidade.

Como os átomos no forno estão orientados aleatoriamente, somos levados a intuir, guiados pela estatística clássica, que não há direção privilegiada para μ . Se pensássemos classicamente num elétron, girando em torno do seu próprio eixo, deveríamos obter valores de μ_z que variassem entre $|\mu|$ e $-|\mu|$. Isso permitiria prever e observar um conjunto contínuo de feixes, saindo do aparelho, conforme indica a Figura 4. Um resultado experimental, contudo, bastante diferente é observado: duas manchas, para as quais serão associadas uma direção para cima e outra para baixo. A ação do campo magnético presente no aparato SG separa os átomos de Ag em duas componentes distintas. Um resultado fundamental, a ser destacado, é que o spin intrínseco é quantizado². Somente dois valores da componente z de S são possíveis: $S_z = +\frac{\hbar}{2}$ para cima (*up*) e $S_z = -\frac{\hbar}{2}$ para baixo (*down*), onde $\hbar = 6,5822 \times 10^{-16} \text{ eVs}$.

2.2.2 Experimentos de Stern-Gerlach sequenciais

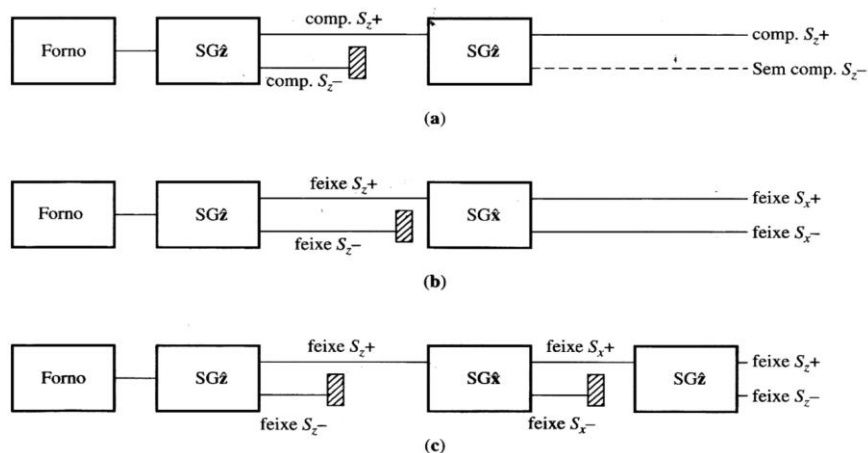


FIGURA 5 – Experimentos de Stern-Gerlach sequenciais.

Fonte: Sakurai & Napolitano (2013, p. 5).

² Este fenômeno foi denominado de quantização espacial, na velha MQ, quando ainda não se conhecia o spin eletrônico intrínseco. Os aspectos históricos motivadores deste experimento, realizado em 1922, por Stern e Gerlach, não fazem parte deste trabalho e pode ser encontrado em Gomes & Pietrocola (2011).

Considere um experimento de Stern-Gerlach sequencial. Na Figura 5.a, mostra-se um feixe que sai do forno e passa por um aparato $SG\hat{z}$, que denota um campo magnético não homogêneo na direção z . Na sequência, a componente emergente $S_z -$ é bloqueada. O feixe $S_z +$ é submetido a outro aparato $SG\hat{z}$. É talvez intuitivo concluir que o feixe que emerge do segundo aparato é o $S_z +$.

Na Figura 5.b, há uma mudança em relação à sequência de SG montada: a única diferença é que o segundo aparato tem um campo magnético da direção x , denotado por $SG\hat{x}$. Deste aparato, emergem os feixes $S_x +$ e $S_x -$, de igual intensidade.

Na Figura 5.c, uma situação dramática, no dizer de Sakurai (1994). O feixe $S_z -$ que é bloqueado, após emergir do primeiro aparato $SG\hat{z}$, reaparece após o feixe $S_x +$ entrar no último aparato $SG\hat{z}$. Note-se que já se pode perceber que não é possível determinar simultaneamente S_z e S_x , uma expressão, da complementaridade, o princípio da incerteza. Tais resultados experimentais serão explicados a seguir.

Uma analogia entre a polarização da luz e os resultados experimentais com os aparatos sequenciais ajudará a desenvolver uma estrutura matemática necessária para postular ideias fundamentais da MQ e, com isso, explicar os resultados experimentais dos aparatos SG , dispostos em série, ilustrados na Figura 5.

Considere-se, para isso, uma onda eletromagnética que se propaga na direção z . Denomina-se esta luz linearmente polarizada de luz x -polarizada, que tem um vetor de polarização da direção x , descrita pela equação a seguir:

$$\vec{E}_x = E_0 \hat{x} \cos(Kz - \omega t) \quad (7)$$

Considere-se, também, luz linearmente y - polarizada, descrita pela equação a seguir:

$$\vec{E}_y = E_0 \hat{y} \cos(Kz - \omega t) \quad (8)$$

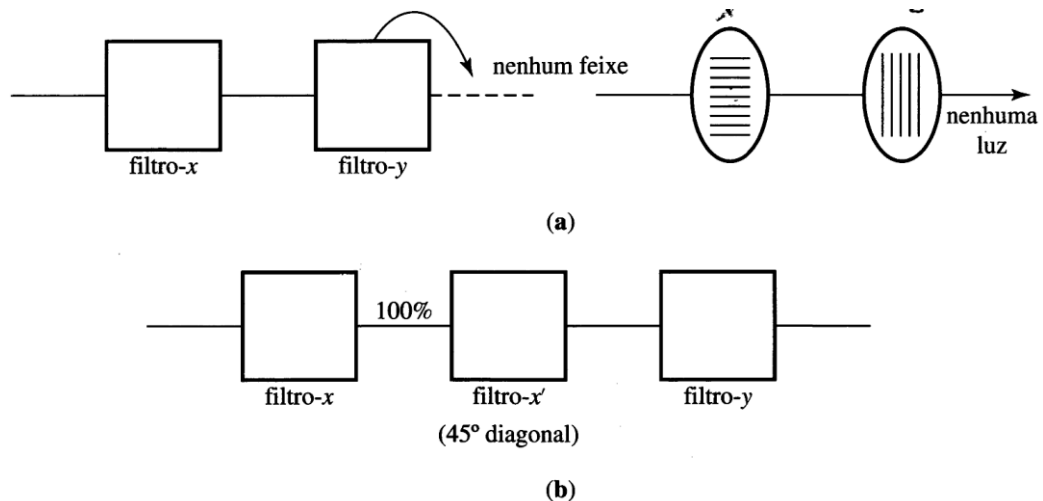


FIGURA 6 – O experimento de Stern-Gerlach sequenciais.

Fonte: Sakurai & Napolitano (2013, p. 5).

Denomina-se de filtro x aquele que seleciona apenas os feixes polarizados na direção x . É fácil perceber que um filtro x se torna um filtro y mediante um giro de 90 graus em torno do eixo z de propagação. Por isso, se um feixe passar pelo filtro x e, em seguida, passar por um filtro y , não emergirá nenhum feixe de luz neste último filtro, supondo os polaroides ideais.

Uma interessante conclusão pode ser obtida se for inserido entre os dois filtros mencionados outro filtro que seleciona somente um feixe polarizado numa direção que forma um ângulo de 45 graus com a direção x no plano xy , denominada de direção x' . Note-se que haverá, nestas circunstâncias experimentais, um feixe emergindo do filtro y , apesar de que, após o feixe atravessar o filtro x , ele não possuirse qualquer componente y . As noções de *seleção* e *destruição de informação*, essenciais no estudo da TQPM, aparecem claramente em Sakurai & Napolitano (2013, p. 6), quando declaram:

Colocado de outro modo, uma vez que o filtro- x' intervém e seleciona o feixe x' -polarizado, é irrelevante o fato de o feixe ter sido x polarizado previamente. A seleção do feixe x' -polarizado pelo segundo Polaroid, destrói qualquer informação prévia acerca da polarização da luz. Note que esta situação é bastante análoga à situação por nós encontrada previamente com o arranjo da Figura 5.c, desde que a seguinte correspondência seja feita.

$$S_z \pm \text{átomos} \leftrightarrow \text{luz } x\text{-polarizada, luz } y\text{-polarizada}$$

$$S_x \pm \text{átomos} \leftrightarrow \text{luz } x'\text{-polarizada, luz } y'\text{-polarizada}$$

Onde os eixos x' e y' são definidos na Figura 7.

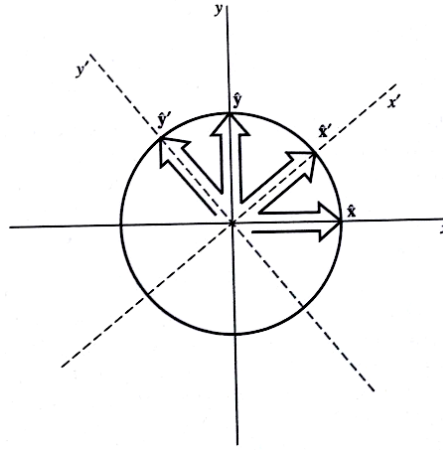


FIGURA 7 – Orientação dos eixos x' e y' .

Fonte: Sakurai & Napolitano (2013, p. 5).

Seguindo a estratégia de utilizar a polarização da luz para representar o estado de spin como ente vetorial, será feita uma abordagem quantitativa do comportamento dos feixes polarizados em 45 graus (feixes x' -polarizados e y' polarizados). Observando a Figura 7, tem-se que:

$$E_o \hat{x}' \cos(Kz - \omega t) = E_o \left[\frac{1}{\sqrt{2}} \hat{x} \cos(Kz - \omega t) + \frac{1}{\sqrt{2}} \hat{y} \cos(Kz - \omega t) \right] \quad (9)$$

$$E_o \hat{y}' \cos(Kz - \omega t) = E_o \left[\frac{1}{\sqrt{2}} \hat{x} \cos(Kz - \omega t) + \frac{1}{\sqrt{2}} \hat{y} \cos(Kz - \omega t) \right] \quad (10)$$

A conclusão obtida no argumento de Sakurai & Napolitano (2013, p. 8) é de que:

A aplicação da correspondência entre o experimento de Stern-Gerlach sequencial da Figura 5.c e o experimento com o filtro triplo da Figura 6.b nos sugere que talvez possamos representar o estado de spin de um átomo de prata por algum tipo de vetor em um novo tipo de espaço vetorial bidimensional, espaço vetorial este abstrato e que não deve ser confundido com o espaço bidimensional. Da mesma forma que os vetores \hat{x} e \hat{y} (em 9 e 10) são os vetores da base usados para decompor o vetor de polarização \hat{x}' da luz x' polarizada, é razoável representarmos o estado S_{x+} por um vetor que chamaremos de ket, segundo a notação de Dirac, a ser desenvolvida de maneira completa na próxima seção. Denotamos este vetor por $|\mathcal{S}_x; +\rangle$ e o escreveremos como combinação linear de dois vetores de base, $|\mathcal{S}_z; +\rangle$ e $|\mathcal{S}_z; -\rangle$, que correspondem aos estados $S_z +$ e $S_z -$, respectivamente.

As hipóteses levantadas a seguir, escritas na forma de equações, têm a finalidade de tentar elucidar os resultados experimentais descritos na Figura 5.

$$|S_x;+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|S_z;+\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|S_z;-\rangle \quad (11)$$

$$|S_x;-\rangle = -\frac{1}{\sqrt{2}}|S_z;+\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|S_z;-\rangle \quad (12)$$

Busca-se, particularmente, justificar a razão pela qual as duas componentes, $S_z +$ e $S_z -$ emergem do último aparato ($SG\hat{x}$), Figura 5.b. Além disso, justificar porque a componente $S_z -$ – que é destruída na primeira chapa bloqueadora da Figura 5.c reaparece, quando o feixe emerge do último aparato $SG\hat{z}$.

A explicação é que tanto as componentes $S_x +$ quanto $S_x -$ podem ser descritas por um estado de superposição de $S_z +$ e $S_z -$, e vice-versa. Isso corrobora as hipóteses das Equações 11 e 12. Uma ideia fundamental nelas implícita é que a superposição de estados quânticos é o que justifica também o reaparecimento de $S_z -$, após passar pelo último $SG\hat{z}$, esquematizada na Figura 5.c. Note-se, então, que é irrelevante o fato de a chapa bloqueadora ter destruído a informação $S_z -$, pois a história prévia dos átomos de prata (Ag) não afeta as possibilidades de quais componentes poderão emergir do último aparato $SG\hat{z}$, quais sejam $S_z +$ e $S_z -$. Ainda referente ao que é descrito pela Figura 5.c, cabe registrar que é impossível para um observador O , que só acompanhou o experimento a partir do que aconteceu depois do feixe passar pelo $SG\hat{x}$, saber em que estado se encontrava um feixe ao emergir do primeiro aparato.

É importante dizer, contudo, que se um observador P acompanha a sequência total das três filtragens seletivas (Figura 5.c), experimentos feitos por ele ou por outra pessoa, isto não importa, ele será capaz de comunicar sem ambiguidades o estado do feixe ao sair do primeiro aparato mesmo para o observador O , que só acompanhou o experimento após o feixe passar pelo segundo aparato, e este segundo observador não poderá questionar a existência concreta deste resultado. A influência do observador na MQ precisa ser entendida, do ponto de vista da complementaridade, e não diz respeito à subjetividade do indivíduo que prepara um sistema físico e que manipula com um aparato macroscópico que faz o registro objetivo da medida. O observador é importante sim, no sentido de que ele, ao manipular o aparato experimental, pode definir as condições de observação. Nem mesmo o aspecto antirrealista dos adeptos da complementaridade negaria este realismo ontológico. É preciso, assim, insistir que para Bohr a objetividade da MQ consiste exatamente nesta capacidade não ambígua de comunicação entre os humanos feita em linguagem clássica.

Cabe ainda discutir o que se deve fazer para representar os estado $S_y \pm$. É necessário distinguir, no escopo do formalismo, entre os estados $S_x \pm$ e $S_y \pm$.

Será acrescentada a ideia da polarização circular da luz, com o objetivo estruturar o conhecimento matemático rumo a um tratamento da teoria quântica do processo de medida na linguagem algébrica, que não pode prescindir dos postulados da MQ estruturados dentro de um espaço vetorial complexo.

Será representado um feixe circularmente polarizado dextrógiro (ou à direita) como uma combinação linear de um feixe x -polarizado com um feixe y -polarizado. É importante perceber que as oscilações do campo elétrico para a componente y -polarizada está defasada de 90 graus em relação à componente x -polarizada.

$$E = E_0 \left[\frac{1}{\sqrt{2}} \hat{x} \cos(Kz - \omega t) + \frac{1}{\sqrt{2}} \hat{y} \cos(Kz - \omega t + \frac{\pi}{2}) \right] \quad (13)$$

Introduzindo a notação complexa, tem-se:

$$\text{Re}(\varepsilon) = \frac{\vec{E}}{E_0} \quad (14)$$

Para a luz circularmente polarizada dextrógira, tem-se que:

$$\varepsilon = \left[\frac{1}{\sqrt{2}} \hat{x} e^{i(kz - \omega t)} + \frac{i}{\sqrt{2}} \hat{y} e^{i(kz - \omega t)} \right] \quad (15)$$

Onde a fase $\frac{\pi}{2}$ da equação (13) é incorporada no número imaginário $i = e^{\frac{i\pi}{2}}$

Convém fazer uma associação com os átomos de spin do átomo de prata:

Átomo $S_y + \leftrightarrow$ feixe circularmente dextrógiro

Átomo $S_y - \leftrightarrow$ feixe circularmente levógiro

Utilizando esta analogia (Equação 13) e permitindo que os coeficientes que precedem os *kets* sejam complexos, consegue-se contemplar $S_y \pm$ no formalismo do espaço vetorial:

$$|S_y; \pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |S_z; +\rangle \pm \frac{i}{\sqrt{2}} |S_z; -\rangle \quad (16)$$

Para finalizarmos, atingindo um dos nossos objetivos, qual seja de mostrar o papel essencial do uso de um espaço vetorial complexo, trazemos novamente a fala de Sakurai & Napolitano, quando declaram:

Vemos, assim, que o espaço vetorial bidimensional necessário para descrever os estados de spin dos átomos de prata precisa ser um espaço vetorial complexo; um vetor arbitrário no espaço vetorial é escrito como uma combinação linear dos vetores da base $|S_z; \pm\rangle$ com coeficientes, em geral, complexos (SAKURAI & NAPOLITANO, 2013, p. 9)

2.2.3 Mecânica Quântica: formalismo algébrico

A formulação das hipóteses feitas até aqui acerca da natureza, tendo como pano de fundo o experimento de Stern-Gerlach, assumirá a forma de postulados. O conjunto desses postulados acomodará as observações quânticas discutidas até aqui, a partir dos experimentos *SG* sequenciais, e será capaz de prever, com extraordinária abrangência, resultados de uma medida em um contexto experimental bem definido. A linguagem matemática que será utilizada como base para a discussão da teoria quântica do processo de medida provém da álgebra linear: os espaços vetoriais complexos, seguindo a notação de Dirac.

Considere um espaço vetorial complexo cuja dimensionalidade é especificada pela natureza do sistema físico. No caso do aparato *SG*, há um único grau de liberdade que será tratado quanticamente, pois a aproximação permitida pelas relações de incerteza possibilitará descrever o movimento dos átomos bastante massivos do átomo de prata (em alta temperatura), em termos de posição e velocidade, tratados classicamente, permitindo, neste exemplo específico, recuperar a noção de trajetórias clássicas³. A dimensionalidade fica determinada pelo número de caminhos possíveis. Neste caso, a dimensionalidade, portanto, é dois. Pensando novamente no experimento com átomos emergentes de um $SG\hat{x}$, mostrado na Figura 5.c, os átomos de prata emergentes do aparato $SG\hat{x}$ estarão em um estado descrito $S_z +$ ou pelo

³ Em conversa informal com o Professor Luiz Davidovich, ele explicitou que antes de interagir com o campo magnético, o estado do átomo pode ser representado da seguinte maneira:

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\rangle + |\downarrow\rangle) \otimes |\psi_{cm}\rangle$$

Onde o primeiro termo corresponde ao estado de spin (que é um autoestado de S_x) e o segundo termo é o estado do centro de massa. Note que o spin e o centro de massa estão associados a graus de liberdade independentes, o estado do sistema podendo ser escrito inicialmente como um produto tensorial dos estados correspondentes a esses dois graus de liberdade. Isso significa que o spin é preparado num estado bem determinado, e o centro-de-massa também.

Após a interação com o campo magnético, o estado do átomo se torna:

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\rangle \otimes |\psi_{cm}\rangle + |\downarrow\rangle \otimes |\psi_{cm}\rangle)$$

Este é um estado emaranhado entre o spin e o centro-de-massa do átomo. Nada impede, agora, que as dinâmicas do centro-de-massa do átomo na expressão acima, sejam tratadas com uma aproximação clássica, enquanto os estados de spin sejam tratados quanticamente, pois os estados de spin e de centro de massa pertencem a estados de Hilbert diferentes.

estado S_z^- , situações para as quais $S_z = +\frac{\hbar}{2}$ ou $S_z = -\frac{\hbar}{2}$, outra forma de dizer que a dimensionalidade é dois. Nada há de especial com o $SG\hat{x}$, de modo que se escolher $SG\hat{z}$ ou $SG\hat{y}$ continua-se com um sistema de dimensionalidade dois, pois o que importa é a natureza do sistema, no caso átomos de prata interagindo com um campo magnético não homogêneo.

Uma ideia fundamental é que em MQ um estado físico é representado por um vetor de estado em um espaço vetorial complexo. Dirac introduziu uma notação para este vetor, denominando-o de *ket*, e o denotaremos por $|\alpha\rangle$.

O primeiro postulado a ser enunciado é que este vetor contém todas as informações do sistema de acordo com a interpretação da complementaridade.

Acrescente-se que kets podem ser adicionados, conforme ilustra a Equação 17.

$$a|\alpha\rangle + b|\beta\rangle = |\gamma\rangle, \quad (17)$$

onde $|a|^2 + |b|^2 = 1$

Uma análise cuidadosa mostra que a ideia de somar kets parece estar exatamente de acordo com as conjecturas das equações 1 e 2 que nos permitiram acomodar os resultados experimentais na Figura 5.c, apresentada na seção 2.2.2.

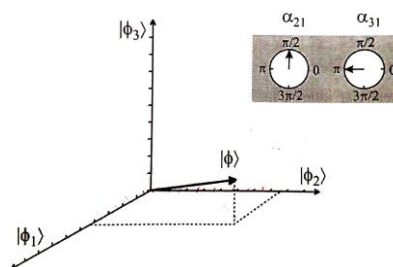
Após estas colocações, é conveniente postular o princípio de superposição e conectá-lo, imediatamente, com os resultados experimentais discutidos:

Em um instante fixo $t_0 = 0$ o estado de um sistema fechado é definido por um vetor de estado $|\psi(t=0)\rangle$ normalizado em um espaço de Hilbert H . Este vetor contém todas as informações do sistema e uma combinação linear de vetores de estado também é um vetor de estado (já que H é um espaço vetorial).⁴

⁴ O espaço de Hilbert é um espaço vetorial linear complexo, no qual os vetores são expressos por números complexos. Para intuí-lo, considere-se um sistema quântico individual como um átomo isolado.

Uma maneira de intuir um espaço vetorial complexo de N dimensões é imaginar um espaço euclidiano de dimensão N , no qual cada vetor tem $N - 1$ fases associadas, que pode variar entre 0 e 2π .

No exemplo a seguir, considera-se um elétron a três níveis discretos de energia. Seu estado é representado por $|\phi\rangle = \frac{\sqrt{6}}{4} \cdot |\phi_1\rangle + i\frac{3}{4} \cdot |\phi_2\rangle - \frac{1}{4} \cdot |\phi_3\rangle$, conforme figura:



COROLÁRIO P1.1 (Princípio da Superposição): Uma combinação linear de vetores de estado é um vetor de estado (já que \mathbf{H} é um espaço vetorial).

POSTULADO P1.2: Dois sistemas não-idênticos e não-integrantes, descritos individualmente por $|\psi_1\rangle$ e $|\psi_2\rangle$, podem ser representados por um vetor de estado composto $|\psi_1\rangle \otimes |\psi_2\rangle$ definido em $\mathbf{H}_1 \otimes \mathbf{H}_2$ (PESSOA, 2003, p. 66).

É importante frisar que o estado quântico não é uma propriedade física. Qualquer definição operacional de um *estado* deve envolver o procedimento de preparar ou verificar esse estado (PERES, 1984).

Ainda na perspectiva de Peres (1984), Ekstein (1967 apud PERES, 1984, p. 646) declarou que *estados* são imagens de procedimentos pelos quais o sistema é levado a interagir com um aparato macroscópico. Giles (1970 apud PERES, 1984, p. 646), por sua vez, define um estado de um sistema como sendo uma coleção não vazia de métodos de preparação do sistema, mediante um documento que dá instruções detalhadas para a preparação. Stapp (1972) enfatiza aspectos genuínos da interpretação de Copenhague e declara que as especificações sobre a maneira de se preparar um sistema físico são sintetizadas por uma função de onda $\psi(x)$ ⁵. Argumenta não ser razoável a hipótese metafísica de que esta função represente a evolução das coisas reais. Esclarece que nada há na teoria quântica, nesta interpretação ortodoxa, relacionado com a descrição de qualidades ou propriedades da natureza que estejam localizadas em um ponto ou em regiões infinitesimais do contínuo espaço-tempo. A conclusão de Stapp, que se coaduna explicitamente com os nossos pressupostos epistemológicos, é que o símbolo ψ não é um atributo do sistema, mas um procedimento.

Para ilustrar a noção de estado como um procedimento, considere-se um experimento com dois aparatos Stern-Gerlach $SG\hat{z}$ sequenciais, conforme ilustra a Figura 5.a. Bloqueando-se a componente $S_z -$, no primeiro aparato $SG\hat{z}$, e deixando-se passar a componente $S_z +$, através de um orifício, tem-se uma preparação dos átomos de prata no estado $|S_z, +\rangle$. Um modo de verificar esta preparação é medindo a componente de spin dos átomos que emergem do segundo aparato: sempre, em 100% dos casos, o valor medido será de $+\frac{\hbar}{2}$. Afirma-se, então, que o observável componente de spin medido vale $S_{z+} = \frac{\hbar}{2}$. O estado quântico descrito por

⁵ É importante perceber que Stapp (1972), ao referir-se, como adepto da interpretação de Copenhague, sobre o estado ψ como símbolo que nada diz sobre entes reais, de um ponto de vista ontológico, ou seja, nada diz sobre ondas ou partículas, mesmo assim, continua falando em *função de onda*. Embora seja considerada a possibilidade desta expressão poder transmitir ao aluno iniciante uma ideia errônea acerca do significado do estado, na interpretação de Copenhague, não é incomum o uso da expressão *função de onda*, mesmo por experts em MQ e familiarizados com a interpretação da complementaridade.

um vetor de estado, portanto, diz respeito a um procedimento experimental. Já o observável, passível de mensuração ou medição, é descrito por um operador e também exprime a montagem experimental de detecção.

Os aspectos formais descritos a seguir dizem respeito à ação de um operador sobre um ket. Os operadores agem nos kets pela esquerda e o resultado também é um ket. Existem kets importantes no formalismo da teoria quântica denominados de autovetores de um operador, representados por $|a'\rangle$, $|a''\rangle$ etc., tal que:

$A|a'\rangle = a'|a'\rangle$, $A|a''\rangle = a''|a''\rangle$, onde a' , a'' etc. são números reais e correspondem aos possíveis valores ao se medir um dado observável A , e podem ser representados sinteticamente pelo rótulo $\{a'\}$. Ao conjunto de todos os valores possíveis de medida de um certo observável, denominamos autovalores⁶. Um observável pode ter espectro discreto, a exemplo da componente de spin, ou contínuo, a exemplo da posição de uma partícula livre, que pode assumir qualquer valor. O autoestado⁷ corresponde ao estado físico descrito por um autovetor. Assim, por exemplo, ao escrever $S_z|S_z;+\rangle = \frac{\hbar}{2}|S_z;+\rangle$, $S_z|S_z;-\rangle = -\frac{\hbar}{2}|S_z;-\rangle$, pode-se concluir que os autovetores associados ao operador S_z são $|S_z;\pm\rangle$ e os autovalores são $\pm \frac{\hbar}{2}$.

Convém frisar que a dimensionalidade do espaço vetorial é determinada pelo número de possibilidades factíveis em um experimento do tipo Stern-Gerlach. De um ponto de vista formal, pode-se pensar na dimensionalidade de um sistema através de um espaço vetorial N -dimensional, gerado pelos N autovetores do operador A . Um ket arbitrário, então, pode ser escrito da seguinte forma:

$$|\alpha\rangle = \sum_{a'} c_{a'} |a'\rangle \quad (18)$$

com a' , a'' ... até $a^{(N)}$, onde $c_{a'}$ é um número complexo.

⁶ O único resultado possível para a medição de um observável Q é um dos autovalores q_i do operador correspondente \hat{Q} (PESSOA, 2003, p. 66).

⁷ O estudo dos autoestados de observáveis contínuos não faz parte desta discussão teórica.

2.2.4 Espaço de Bras e Produtos Internos

É fundamental, à medida que são introduzidos novos entes matemáticos abstratos do formalismo da MQ, dar um sentido experimental para estes novos entes. Esta seção será muito importante para construir a definição de amplitude de probabilidade e da própria probabilidade no contexto genuinamente quântico, expressa pela regra de Max Born.

Começa-se introduzindo o espaço dual, postulando que para cada ket $|\alpha\rangle$ existe um bra $\langle\alpha|$, de tal forma que o bra dual a $c|\alpha\rangle$ é $c^*\langle\alpha|$:

$$c_\alpha|\alpha\rangle + c_\beta|\beta\rangle \xleftrightarrow{CD} c_\alpha^*\langle\alpha| + c_\beta^*\langle\beta| \quad (19)$$

onde CD significa correspondência dual. O produto interno entre o bra e um ket será definido como:

$$\langle\beta|\alpha\rangle = (\langle\beta|)(|\alpha\rangle) \quad (20)$$

Trata-se, em geral, de um número complexo. É importante perceber que quando se faz um produto interno toma-se sempre um vetor do espaço de bras e um do espaço de kets.

O primeiro postulado referente ao produto interno é que $\langle\beta|\alpha\rangle$ e $\langle\alpha|\beta\rangle$ são complexos conjugados um do outro, ou seja: $\langle\beta|\alpha\rangle = \langle\alpha|\beta\rangle^*$.

E o segundo, também conhecido como postulado da métrica positiva, propõe que $\langle\alpha|\alpha\rangle \geq 0$. Acrescente-se que a igualdade só se verifica quando $|\alpha\rangle$ for um ket nulo.

Se dois kets $|\alpha\rangle$ e $|\beta\rangle$ são ortogonais então $\langle\alpha|\beta\rangle = 0$.

Observe-se que um ket $|\alpha\rangle$ não nulo pode sempre ser colocado na forma normalizada, de modo que:

$$|\tilde{\alpha}\rangle = \left(\frac{1}{\sqrt{\langle\alpha|\alpha\rangle}} \right) |\alpha\rangle \quad (21)$$

Se o ket está normalizado, tem-se que:

$$\langle\tilde{\alpha}|\tilde{\alpha}\rangle = 1 \quad (22)$$

A norma de $|\alpha\rangle$ vale $\sqrt{\langle\alpha|\alpha\rangle}$.

Um outro postulado da MQ é que toda grandeza física mensurável (observáveis) é descrita por operadores hermitianos que agem em H (PESSOA, 2003, p. 66).⁸

2.2.5 Kets da base e representações matriciais

O postulado enunciado há pouco impõe a necessidade de uma discussão formal sobre os operadores hermitianos e sua representação matricial. Um aspecto imediato a destacar, conforme a intuição física aponta, é que o operador hermitiano⁹ tem autovalores reais e os autovetores correspondentes aos diferentes autovalores são ortogonais. Por isso, em MQ fala-se em observáveis hermitianos. De agora em diante o observável será sempre representado por uma letra maiúscula A , por exemplo, e, neste caso arbitrário, seus autovetores serão descritos pelo rótulo $|a'\rangle$, $|a''\rangle$ etc.

Convenciona-se normalizar $|a'\rangle$ de tal modo que $\{|a'\rangle\}$ forme um conjunto ortonormal:

$$\langle a''|a'\rangle = \delta_{a''a'}.$$

Trata-se de um conjunto de autovetores completo. O espaço de kets é completamente gerado pelos autoestados do correspondente observável A , por construção.

Um resultado importante já discutido é que os autovetores normalizados de um observável A constituem um conjunto completo ortonormal. Assim, pode-se afirmar que um ket arbitrário pode ser expandido a partir dos autovetores de A .

Desta forma, pode-se tentar expandir o ket $|\alpha\rangle$ a partir dos autoestados do observável A , de acordo com a expressão:

$$|\alpha\rangle = \sum_{a'} c_{a'} |a'\rangle \quad (23)$$

Multiplicando por $\langle a''|$, à esquerda, e usando a relação de ortonormalidade, determina-se os coeficientes de expansão, quais sejam:

$$c_{a'} = \langle a'| \alpha \rangle \quad (24)$$

A expansão, então, assume a seguinte forma:

⁸ As operações de adição de operadores são comutativas, enquanto que as de multiplicação, em geral, são não comutativas. As operações de multiplicação são associativas. O resultado $|\alpha\rangle\langle\beta|$ é um operador conhecido como produto externo (SAKURAI & NAPOLITANO, 2013, p. 4-16).

⁹ A grandeza física tempo não pode ser representada por um operador, não sendo, portanto, um observável hermitiano.

$$|\alpha\rangle = \sum_{a'} |a'\rangle \langle a'|\alpha\rangle \quad (25)$$

Uma relação importante será obtida a partir do axioma da associatividade¹⁰. Tendo em vista que o ket $|\alpha\rangle = \sum_{a'} |a'\rangle \langle a'|\alpha\rangle$ é um ket arbitrário, é correto afirmar que:

$$\sum_{a'} |a'\rangle \langle a'| = 1 \quad (26)$$

A equação 26 é conhecida como relação de completeza.

Pode-se escrever a relação de completeza de outra forma, salientando o aspecto prático da expressão dada na Equação 26.

Para isso, considere-se $\langle \alpha |$. Será introduzido, a seguir, o operador identidade entre o bra $\langle a |$ e o ket $|\alpha\rangle$.

$$\begin{aligned} \langle \alpha | \alpha \rangle &= \langle a | \cdot \left(\sum_{a'} |a'\rangle \langle a'| \right) \cdot |\alpha\rangle \\ &= \sum_{a'} |\langle a' | \alpha \rangle|^2. \end{aligned} \quad (27)$$

Se $|\alpha\rangle$ for normalizado, os coeficientes presentes na expressão $|\alpha\rangle = \sum_{a'} c_{a'} |a'\rangle$ devem satisfazer a:

$$\sum_{a'} |c_{a'}|^2 = \sum_{a'} |\langle a' | \alpha \rangle|^2 = 1 \quad (28)$$

Convém deixar o operador ket-bra $|a'\rangle \langle a'|$ agir em $|\alpha\rangle$. Note-se que:

$$(|a'\rangle \langle a'|) \cdot |\alpha\rangle = |a'\rangle \langle a' | \alpha \rangle = c_{a'} |a'\rangle \quad (29)$$

É importante perceber que o operador $|a'\rangle \langle a'|$ seleciona a parte do ket $|\alpha\rangle$ paralela a $|a'\rangle$, ou seja, projeta $|\alpha\rangle$ na direção do ket da base $|a'\rangle$.

Definiremos, então, o operador projeção como:

$$\Lambda \equiv |a'\rangle \langle a'| \quad (30)$$

Finalmente, então, a relação de completeza assume a seguinte forma:

$$\sum_{a'} \Lambda_{a'} = 1 \quad (31)$$

¹⁰ $|a'\rangle \langle a' | \alpha \rangle$ é um número que multiplica $|a'\rangle$. Isso equivale ao operador $|a'\rangle \langle a'|$ agindo no ket $|\alpha\rangle$.

Os operadores hermitianos podem ser representados por matrizes quadradas. A utilidade desta representação será ilustrada no contexto de observáveis de espectro discreto, tendo em vista que a discussão teórica está focada no observável componente de spin. Tal representação tem validade geral e se aplica também aos observáveis de espectro contínuo, mas a visualização seria difícil, pois seriam matrizes “infinitas”.

Por isso, é conveniente mostrar como representar um operador por uma matriz quadrada.

$$X = \sum_{a'} \sum_{a''} |a''\rangle \langle a''| A |a'\rangle \langle a'| \quad (32)$$

Conhecendo-se os kets de base, num espaço N -dimensional, pode-se representar um operador X por uma matriz quadrada.

Considera-se a identidade:

$$X = \left(\underbrace{\sum_{a''} |a''\rangle \langle a''|}_{=1} \right) X \left(\underbrace{\sum_{a'} |a'\rangle \langle a'|}_{=1} \right), \quad (33)$$

que pode ser reescrita como:

$$X = \sum_{a''} \sum_{a'} |a''\rangle \underbrace{\langle a''| X |a'\rangle}_{\text{números}} \langle a'| \quad (34)$$

onde cada elemento da matriz é o número

$$\langle a''| X |a'\rangle \quad (35)$$

linha coluna

A matriz, então, pode ser escrita como:

$$X \doteq \begin{pmatrix} \langle a^{(1)}| X |a^{(1)}\rangle & \langle a^{(1)}| X |a^{(2)}\rangle & \cdots \\ \langle a^{(2)}| X |a^{(1)}\rangle & \langle a^{(2)}| X |a^{(2)}\rangle & \cdots \\ \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix} \quad (36)$$

Assim, por exemplo, o observável $S_z = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$, pode ser representado como:

$$S_z = \begin{pmatrix} \langle +| S_z |+\rangle & \langle +| S_z |-\rangle \\ \langle -| S_z |+\rangle & \langle -| S_z |-\rangle \end{pmatrix} \quad (37)$$

onde $|+\rangle$ e $|-\rangle$ são os kets da base em z .

Um desdobramento deste estudo¹¹ pode levar à conclusão de que a representação matricial de um observável A se torna mais simples se forem utilizados os próprios autovetores de A como vetores da base. Desta forma, obtém-se: $A = \sum_{a'} a' |a'\rangle\langle a'|$ e, portanto, $A = \sum_{a'} a' \Lambda_{a'}$.

2.2.6 Sistemas de spin 1/2

Esta seção visa apresentar os operadores degraus, que serão úteis, posteriormente, na construção de novos observáveis hermitianos.

Para isso, é importante considerar um caso especial de sistemas de spin 1/2. Os kets de base a serem utilizados são $|S_z, \pm\rangle$, ou simplesmente $|\pm\rangle$. A seguir, o operador identidade no espaço de kets gerados por $|\pm\rangle$, de acordo com a relação de completeza (25) pode ser escrito como:

$$1 = |+\rangle\langle +| + |-\rangle\langle -| \quad (38)$$

Já é possível concluir, com base em (52), que o observável componente de spin $S_z = \left(\frac{\hbar}{2}\right)[(|+\rangle\langle +| - (|-\rangle\langle -|)]$.

A relação autovetor-autovalor,¹²

$$S_z |\pm\rangle = \pm \left(\frac{\hbar}{2}\right) |\pm\rangle \quad (39)$$

advém imediatamente da ortogonalidade dos kets da base $|\pm\rangle$

Definem-se os operadores degraus, S_+ e S_- ¹³ pelas seguintes expressões:

$$S_+ \equiv \hbar |+\rangle\langle -| \quad (40)$$

$$S_- \equiv \hbar |-\rangle\langle +| \quad (41)$$

¹¹ Os cálculos podem ser encontrados no Sakurai & Napolitano (2013, p. 20-22).

¹² A resolução de equação de autovetores e autovalores é um tópico importante da álgebra linear.

¹³ Note-se que os operadores degraus não são hermitianos.

A interpretação física do operador S_+ é que ele aumenta a componente de spin de \hbar , enquanto que o operador S_- diminui a componente de spin de \hbar . Um resultado importante que cabe antecipar e que será mostrado mais adiante é que os operadores degraus S_{\pm} podem ser escritos como

$$S_x \pm iS_y \quad (42)$$

No caso particular desta seção, tem-se que:

$$|+\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, |-\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (43)$$

$$S_z = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad S_+ = \hbar \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad S_- = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (44)$$

Todo o formalismo matemático apresentado assegura a possibilidade de discutir a teoria quântica do processo de medida. É extremamente oportuno trazer novamente à tona uma declaração feita por Dirac (1958, p. 36): “Uma medição sempre faz o sistema pular para um autoestado da variável dinâmica”, afirmação que será tratada no tópico seguinte. Além disso, será também abordado um dos pilares da MQ sem o qual é impossível discutir o processo de medida: o princípio de incerteza, uma das expressões da complementaridade.

2.2.7 Medidas, observáveis e relações de incerteza

Uma particularidade da MQ, na perspectiva da complementaridade, é que tudo que se conhece antes de uma medida ser realizada, sobre um sistema preparado num estado $|\alpha\rangle$, resume-se à informação sobre um conjunto de possibilidades de resultados possíveis de serem medidos, em termos probabilísticos, da variável dinâmica considerada.¹⁴ Esta informação está

¹⁴ Note-se que, em casos particulares, é bastante intuitivo prever resultados de uma medida em MQ. Se o sistema é preparado num estado $|a'\rangle$, por exemplo, e é feita uma medida da variável dinâmica considerada, haverá 100% de probabilidade de se medir a' . Ou seja, tem-se a certeza de que logo depois da medida a probabilidade de se obter o mesmo estado $|a'\rangle$ é de 100%. Nestes casos, pode-se falar que o sistema tem a propriedade a' .

contida integralmente no vetor de estado $|\alpha\rangle$ que caracteriza o sistema, mesmo que este sistema seja um átomo individual, não sendo pois uma questão estatística, no sentido clássico. Acrescente-se que o estado que denominamos ket $|\alpha\rangle$ pode ser escrito como uma combinação linear de autokets do observável considerado, conforme garante o princípio da superposição.

Ou seja, antes da medida o estado pode ser assim descrito:

$$|\alpha\rangle = \sum_{a'} c_{a'} |a'\rangle = \sum_{a'} |a'\rangle \langle a'|\alpha\rangle \quad (45)$$

Quando a medida é feita, o sistema pula para um dos autoestados, conforme representação a seguir:

$$|\alpha\rangle \xrightarrow{\text{medição de A}} |a'\rangle \quad (46)$$

Visando apresentar o aspecto preditivo da TQ em termos de probabilidade, considere-se um átomo no estado a seguir:

$$|\alpha\rangle = \sum_{a'} c_{a'} |a'\rangle = \sum_{a'} |a'\rangle \langle a'|\alpha\rangle, \quad (47)$$

onde $\{a'\}$ representa os autovalores associados ao observável A.

Pode-se postular que, ao preparar o sistema no estado $|\alpha\rangle$, a probabilidade de obter a' vale $P(a') = |\langle a'|\alpha\rangle|^2$. Este postulado é conhecido também como algoritmo estatístico.¹⁵

Ou seja:

$$|\alpha\rangle \xrightarrow{\text{medição de A}} a' \quad (48)$$

Convém relembrar a metáfora de *via de mão dupla*, para relacionar os entes abstratos do espaço de Hilbert com o significado experimental deste algoritmo. Empiricamente, deve-se considerar um grande número de medidas feitas sobre um ensemble puro, sistemas físicos preparados no mesmo estado $|\alpha\rangle$. Uma vez determinado este estado, após medições de diferentes observáveis, se voltarmos a realizar os experimentos com um grande número de partículas preparados no mesmo estado $|\alpha\rangle$, será possível corroborar as probabilidades de obter cada um

¹⁵ **Decomposição Espectral:** quando o observável Q é medido em um sistema no estado normalizado $|\psi\rangle$, a probabilidade $\text{Prob}(q_i)$ de se obter o autovalor de espectro discreto q_i do operador correspondente \hat{Q} é: $\text{Prob}(q_i) = |\langle \psi_i | \psi \rangle|^2$, onde $|\psi_i\rangle$ é o autoestado associado ao autovalor q_i de \hat{Q} . (PESSOA, 2003, p. 66.)

dos autovalores associados para uma dada variável dinâmica. A predição probabilística para eventos individuais, contudo, continua valendo, na interpretação da complementaridade.

Os experimentos usualmente são realizados com muitas partículas. Com os avanços tecnológicos, importantes experimentos recentes feitos individualmente com átomos ou fótons têm sido possíveis, e os humanos continuam validando os postulados fundamentais da MQ. O princípio da superposição, por exemplo, continua valendo para um único fóton ou um único átomo.

O valor esperado de A (ou valor médio), de um sistema preparado no estado $|\alpha\rangle$, num certo instante, é definido como:

$$\langle A \rangle_\alpha \equiv \langle \alpha | A | \alpha \rangle \quad (49)$$

Ou, de forma equivalente:

$$\begin{aligned} \langle A \rangle_\alpha &= \sum_{a'} \sum_{a''} \langle \alpha | a'' \rangle \langle a'' | A | a' \rangle \langle a' | \alpha \rangle \\ &= \sum_{a'} \underbrace{a'}_{\text{valor medido } a'} \underbrace{|\langle a' | \alpha \rangle|^2}_{\text{probabilidade de obter } a'} \end{aligned} \quad (50)$$

Para exemplificar, considere-se um conjunto de átomos de prata preparados no estado $|S_x; +\rangle = |\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|+\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|-\rangle$. Uma vez tendo sido o sistema preparado no estado $|\psi\rangle$, no instante $t = 0$, o valor médio associado ao observável S_x , neste instante, vale $\langle \psi | S_x | \psi \rangle = \frac{\hbar}{2} \left(\frac{1}{2} \right)^2 - \frac{\hbar}{2} \left(\frac{1}{2} \right)^2 = 0$. É importante perceber que o valor esperado de S_x , pode variar entre $-\frac{\hbar}{2}$ a $\frac{\hbar}{2}$, pois as probabilidades de se obter os valores medidos $\pm \frac{\hbar}{2}$ (autovalores) nem sempre serão de 50%. É importante também não confundir autovalor com valor esperado.

2.2.8 Medida Seletiva ou Filtragem

A noção de medida seletiva ou filtragem seletiva pode esclarecer melhor o significado de medida em MQ e é um caminho útil para apresentar o postulado da projeção. Cabe lembrar que, ao analisar os experimentos de Stern-Gerlach (Figura 5), considerou-se de um processo de

medida que selecionava um autoestado, por exemplo $|S_z;+\rangle$, ou simplesmente $|+\rangle$. Isto era feito com o auxílio de uma placa que bloqueava, ou seja, rejeitava a passagem de átomos com a outra componente, no caso $|S_z;-\rangle$, ou simplesmente $|-\rangle$. Esta medida seletiva pode ser expressa de forma matemática, que consiste em aplicar o operador projeção $\Lambda_{a'}$ sobre um ket $|\alpha\rangle$ genérico, ou seja: $\Lambda_{a'}|\alpha\rangle = |a'\rangle\langle a'|\alpha\rangle$ ¹⁶.

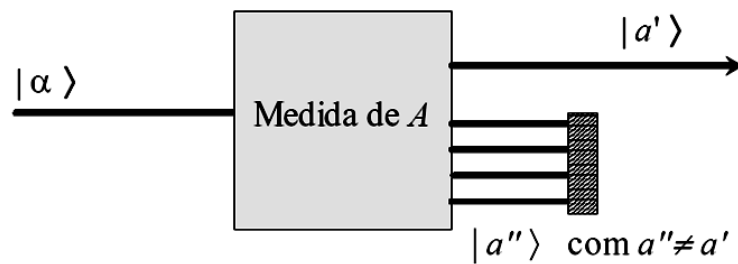


FIGURA 8 – Medição seletiva.

Fonte: Sakurai & Napolitano, 2013.

Pode-se, também, pensar numa situação um pouco mais complexa, envolvendo medidas sequenciais de dois observáveis A_1 e A_2 . Antes da primeira medida considere que todas as partículas estão no mesmo estado $|\beta\rangle = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^3 c_{ij} |a_1^i, a_2^j\rangle$ ¹⁷.

$$|\beta\rangle = c_{11}|a_1^1, a_2^1\rangle + c_{12}|a_1^1, a_2^2\rangle + c_{13}|a_1^1, a_2^3\rangle + c_{21}|a_1^2, a_2^1\rangle + c_{22}|a_1^2, a_2^2\rangle + c_{23}|a_1^2, a_2^3\rangle \quad (51)$$

Note-se que estando o sistema no estado $|\beta\rangle$ os coeficientes c_{ij} medem as amplitudes de probabilidades de se medir as grandezas 1 e 2. Os a_1^i e os a_2^j representam os espectros (autovalores) dos observáveis compatíveis genéricos A_1 e A_2 , respectivamente. Os coeficientes que medem as amplitudes de probabilidade devem ser obtidos no laboratório por uma análise estatística. Os espectros dos observáveis correspondem aos autovalores dos operadores hermitianos que descrevem os observáveis em pauta, no caso a energia e uma

¹⁶ O postulado das projeções propõe que se a medição de um observável Q em um sistema no estado $|\psi\rangle$ fornece o resultado q_i , então o estado do sistema imediatamente após a medição é a projeção normalizada de $|\psi\rangle$ no autosubespaço associado a q_i . (Transcrito PESSOA, Osvaldo, op cit., p. 68)

¹⁷ Exemplo extraído das notas de aula do professor David Vianna.

componente do momento angular, respectivamente (CARVALHO, GRECA & MORENO, 2011).

2.2.9 Sistema de spins 1/2, novamente

Esta seção tem como objetivo mostrar que os resultados do experimento Stern-Gerlach sequenciais juntamente com os postulados da MQ discutidos permitirão determinar tanto os autovetores de $S_{x,y}$, $|S_x; \pm\rangle$ e $|S_y; \pm\rangle$, quanto os operadores S_x e S_y . Esta discussão será particularmente útil no estudo mais geral dos observáveis.

Deve-se levar em conta que, quando o feixe $S_x +$ passa por um aparato $SG\hat{z}$, o feixe separa-se em duas componentes de intensidades iguais. A probabilidade, portanto, de o estado $S_x +$ “colapsar” em $|S_z; \pm\rangle$ é de $\frac{1}{2}$ para cada possibilidade. Lembrando que $|S_z; \pm\rangle$ está sendo simplesmente denotado por $|\pm\rangle$, tem-se que:

$$|\langle + | S_x; + \rangle| = |\langle - | S_x; + \rangle| = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (52)$$

Pode-se, então, construir o ket $S_x +$ da seguinte forma:

$$|S_x, +\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|+\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}e^{i\delta_1}|-\rangle \quad (53)$$

Será convencionado que o coeficiente de $|+\rangle$ será real e positivo.

O ket $S_x -$ deve ser ortogonal a $S_x +$, tendo em vista que as alternativas $S_x +$ e $S_x -$ são mutuamente excludentes. Levando em conta a exigência da ortogonalidade, tem-se que:

$$|S_x, -\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|+\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}e^{i\delta_1}|-\rangle \quad (54)$$

Note-se que, mais uma vez, escolhemos, por convenção, o coeficiente real e positivo de $|+\rangle$.

Como um operador genérico $A = \sum_{a'} a' \Lambda_{a'}$, pode-se construir o operador S_x da seguinte forma:

$$\begin{aligned} S_x &= \frac{\hbar}{2} [(|S_x, +\rangle\langle S_x, +|) - (|S_x, -\rangle\langle S_x, -|)] \\ &= \frac{\hbar}{2} [e^{-i\delta_1}(|+\rangle\langle -| + e^{i\delta_1}(|-\rangle\langle +|)] \end{aligned} \quad (55)$$

Percebe-se que o operador S_x é hermitiano. É possível, com os mesmos argumentos, concluir que S_y também é hermitiano:

$$|S_y, \pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|+\rangle \pm \frac{1}{\sqrt{2}}e^{i\delta_2}|-\rangle \quad (56)$$

$$S_y = \frac{\hbar}{2}[e^{-i\delta_2}(|+\rangle\langle-|) + e^{i\delta_2}(|-\rangle\langle+|)] \quad (57)$$

Precisa-se determinar δ_1 e δ_2 . Ainda não utilizamos a ideia do experimento de Stern-Gerlach sequencial com um aparato $SG\hat{x}$ seguido por SG_y . Naturalmente que:

$$|\langle S_y; \pm | S_x; + \rangle| = |\langle S_y; \pm | S_x; - \rangle| = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (58)$$

Inserindo (54) e (56) em (58), obtém-se:

$$\frac{1}{\sqrt{2}}|1 \pm e^{i(\delta_1 - \delta_2)}| = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (59)$$

que é satisfeita somente se:

$$\varphi_2 - \varphi_1 = \frac{\pi}{2} \text{ ou } -\frac{\pi}{2} \quad (60)$$

Uma conclusão importante é que os elementos de matriz S_x e S_y não podem ser reais.

Resumindo:

$$|S_x; +\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|+\rangle \pm \frac{1}{\sqrt{2}}|-\rangle \quad (61)$$

$$|S_y; \pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|+\rangle \pm \frac{i}{\sqrt{2}}|-\rangle \quad (62)$$

$$S_x = \frac{\hbar}{2}[(|+\rangle\langle-|) + (|-\rangle\langle+|)] \quad (63)$$

$$S_y = \frac{\hbar}{2}[-i(|+\rangle\langle-|) + (i|-\rangle\langle+|)] \quad (64)$$

$$S_{\pm} = S_x \pm iS_y \quad (65)$$

Note-se que os operadores S_x e S_y juntamente com S_z obedecem às regras de comutação:

$$[S_i, S_j] = i\epsilon_{ijk}\hbar S_k \quad (66)$$

O comutador $[A, B] = AB - BA$.

2.2.10 Observáveis

O que se mede são os observáveis. Assim sendo, tais observáveis hermitianos ocupam um lugar central na TQPM.

Quando o comutador $[A, B] = 0$, diz-se que os observáveis A e B são compatíveis.

Quando os operadores não comutam, $[A, B] \neq 0$. Diz-se, então, que os observáveis A e B são incompatíveis.

Para ilustrar o significado da compatibilidade ou incompatibilidade entre dois observáveis A e B ¹⁸, considere seus respectivos espectros $\{a'\}$ e $\{b'\}$. O filtro A foi montado após um filtro para a variável dinâmica B , conforme Figura 9.

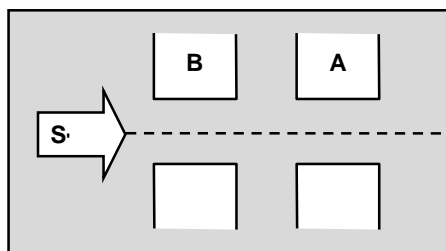


FIGURA 9 – Duas filtrações sucessivas, para observáveis A e B .

Fonte: Notas de Aula do Professor David Vianna

Nestas circunstâncias experimentais, o filtro de A receberá apenas um sub-ensemble¹⁹ de S , já filtrado com relação ao observável B . Após a filtração em B , será obtido um sub-ensemble de S , no estado que será denominado de b' ; tal sub-ensemble, no estado b' , será submetido a uma filtração em A , da qual emergirá um sub-ensemble de S no estado a' de A .

É fundamental atentar para duas únicas possibilidades experimentais: após as duas filtrações, se o sub-ensemble final está no estado a' para o observável A e no estado b' para o observável B , então os observáveis A e B comutam;

¹⁸ A discussão teórica sobre observáveis compatíveis e incompatíveis dos observáveis A e B citados levou em conta as notas de aula do professor David Vianna.

¹⁹ Apesar de se estar fazendo referência a um conjunto de partículas preparadas num mesmo estado quântico, a validade da discussão feita anteriormente se aplica a uma única partícula, na perspectiva da complementaridade.

Se, após as duas possibilidades, o sub-ensemble está no estado a' de A , mas não está no estado b' , pois a filtragem da observável A destruiu a pureza do sub-ensemble com relação ao estado b' de B , então A e B são observáveis incompatíveis.

2.2.11 Princípio da Incerteza

A incompatibilidade de certos observáveis, em MQ, traz à tona uma importante questão, suscitada pela finitude da constante de Planck, uma das constantes fundamentais da Física, que está na essência da complementaridade. Trata-se de um limite absoluto imposto pela natureza de medidas simultâneas destes observáveis que é expresso pelo Princípio da Incerteza²⁰. As desigualdades de Heisenberg não se restringem à impossibilidade de medição simultânea de posição e momento, mas entre quaisquer outros observáveis que se afiguram como incompatíveis. Como exemplo, tem-se a incompatibilidade dos componentes de spin.

É fundamental correlacionar, em sintonia com o fio condutor deste capítulo, os entes e as operações com o espaço vetorial e as implicações experimentais traduzidas pelas regras de comutação, em particular.

Um aspecto muito sutil da MQ é que tanto o vetor de estado, quanto o operador existem dentro de um espaço vetorial abstrato, que não deve ser confundido com o espaço físico do laboratório, onde se realizam as medidas. Esta é uma distinção crucial em relação à MC, pois o estado clássico é definido através de grandezas físicas posição e momento, que evoluem no tempo. Na MQ não relativística, a evolução do estado quântico $|\psi\rangle$ obedece a equação de Schrödinger.²¹

2.2.12 Spin um e sistemas de três níveis

²⁰ Para qualquer estado, a seguinte desigualdade é válida: $\langle(\Delta A)^2\rangle\langle(\Delta B)^2\rangle \geq \frac{1}{4}|\langle[A, B]\rangle|^2$. A demonstração desse resultado pode ser encontrada em Sakurai & Napolitano (2013, p. 34), onde ΔA é um operador definido por $\Delta A \equiv A - \langle A \rangle$.

²¹ A evolução dinâmica de um sistema quântico não relativístico é dada pela equação de Schrödinger: A evolução temporal do vetor de estado $|\psi(t=0)\rangle$ é linear e determinista, sendo regida pela equação de Schrödinger dependente do tempo: $i\hbar \frac{d}{dt}|\psi(t)\rangle = \hat{H}(t)|\psi(t)\rangle$, onde o hamiltoniano $\hat{H}(t)$ é o operador autoadjunto associado à energia total do sistema (PESSOA, 2003, p. 66).

Conforme um dos objetivos deste capítulo, a discussão sobre a teoria quântica do processo de medida será ampliada, a partir do estudo dos sistemas físicos de spin um. Será abordada a quantização do componente de spin intrínseco para partículas de spin um. Estas partículas saem de uma fornalha e são submetidas a um campo magnético não homogêneo de elevado gradiente. Aos observáveis componentes de spin, referentes a partículas de spin um, estão associados três autovalores, $\hbar, 0$ e $-\hbar$, daí a expressão “sistemas de três níveis”. Continuará sendo usada uma linguagem nova para tratar de uma situação nova, no dizer de Richard Feynman, visando amadurecer ideias trabalhadas no estudo dos sistemas de dois níveis.

A base da discussão da teoria quântica do processo de medida, tendo como pano de fundo experimentos envolvendo sistemas de três níveis, está apoiada no livro de Feynman, Leighton & Sands (2008).

Acrescenta-se uma discussão epistemológica, baseada em Pessoa Jr. (2003, 2006), com destaque para o antirrealismo implícito na interpretação da complementaridade e o caráter epistêmico do estado quântico. Serão utilizados filtros com canais abertos, sem destruição de informação, dando-se oportunidade para o estudo das amplitudes interferentes.

Os experimentos mentais descritos por Feynman, Leighton & Sands (2008) envolvem um feixe de partículas, mas têm validade para eventos individuais. Cada partícula, individualmente, depois de passar pela fornalha e pelo colimador, entra no campo magnético em um estado puro, designado por um ket normalizado $|\psi\rangle = a|+\rangle + b|0\rangle + c|-\rangle$, onde $|+\rangle, |0\rangle$ e $|-\rangle$ são os três autoestados correspondentes e representam os kets da base em z . Na notação de Feynman, são

representados pelo símbolo $\begin{Bmatrix} + \\ 0 \\ - \\ s \end{Bmatrix}$. As constantes a , b e c representam as amplitudes de

probabilidades de obter-se os respectivos autoestados $|+\rangle, |0\rangle$ ou $|-\rangle$, uma vez que se tenha preparado o sistema quântico no estado $|\psi\rangle$. Assim, se for feita uma filtragem seletiva, aceitando partículas apenas no canal $+$, por exemplo, está se medindo o observável componente de spin em z , no valor de $+\hbar$. Serão analisadas também situações com filtros ideais com todos os canais abertos, sem fazer medida alguma, não havendo, portanto, filtragem, mas podendo haver uma recombinação de feixes. Neste caso, não há redução de estado e como não se pode inferir a trajetória o fenômeno é considerado ondulatório, da terminologia de Bohr.

É importante perceber que um feixe com partículas individuais no estado $|\psi\rangle$ não corresponde a uma mistura estatística dos três autoestados correspondentes. Não há átomos,

individualmente, entrando no estado puro $|+\rangle$, outros entrando no estado puro $|0\rangle$ e outros entrando no estado puro $|-\rangle$.

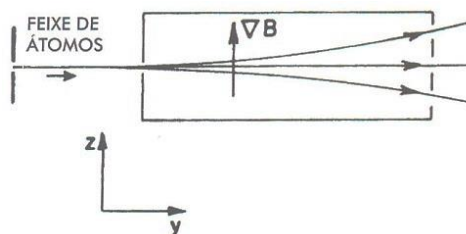


FIGURA 10 – Num experimento de Stern-Gerlach, átomos de spin um são divididos em três feixes.

Fonte: Feynman, Leighton & Sands (2008, p. 5-1).

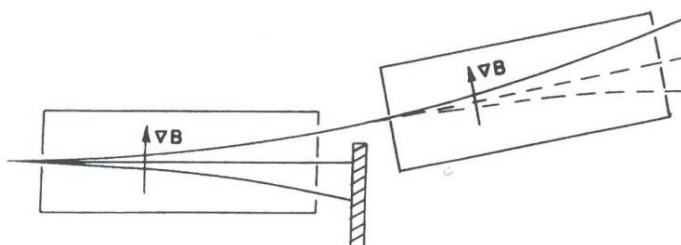


FIGURA 11 – Os átomos de um dos feixes são enviados para dentro de um segundo aparato idêntico.

Fonte: Feynman, Leighton & Sands (2008, p. 5-1).

Desse modo, pretende-se mostrar que a representação esquemática feita na Figura 10, contendo três trajetórias, não significa que cada partícula que entra descreve, em geral, uma trajetória bem definida, a menos que se estivesse adotando uma teoria de variáveis escondidas ou partículas muito massivas, como aquelas analisadas com átomos de prata.

As três trajetórias, ilustradas na Figura 11, devem ser entendidas como uma metáfora, cujo significado é que para cada partícula, individualmente, há um estado de superposição quântica com três possibilidades. Mesmo considerando um evento único, há uma certa probabilidade de a partícula ser aceita pelo canal aberto e outra probabilidade de ser absorvida pelas chapas bloqueadoras (ver Figura 11). De acordo com a Complementaridade, precisamos de uma linguagem clássica para transmitir resultados de uma medida em um contexto experimental bem definido. Para isso, contudo, temos de aguardar o experimento ser concluído (PESSOA JR., 2003, p. 20). Quando fazemos uma medida, se pudermos inferir uma única trajetória, então o fenômeno será corpuscular.

Convém, entretanto, questionar em que circunstâncias experimentais, utilizando um aparato SG interagindo com partículas de spin um, ocorreria um fenômeno ondulatório.

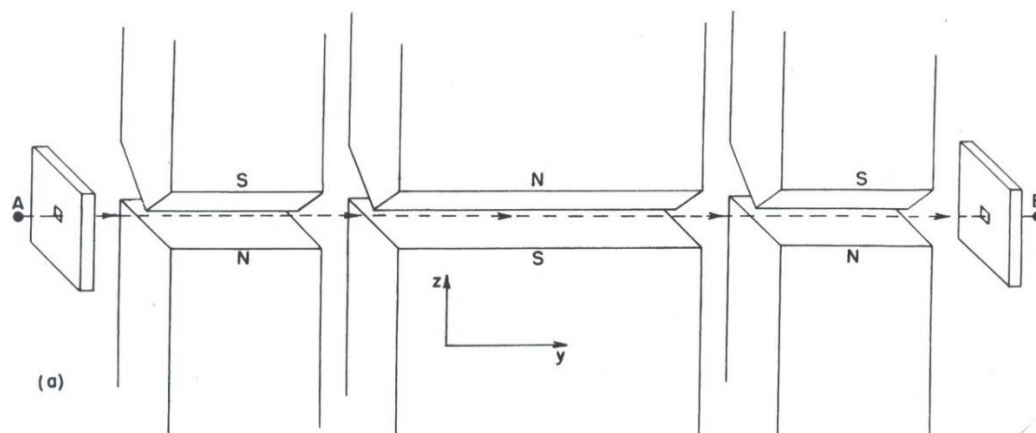


FIGURA 12 – (a) Uma modificação imaginada de um aparato de Stern-Gerlach;

Fonte: Feynman, Leighton & Sands (2008, p. 5-2).

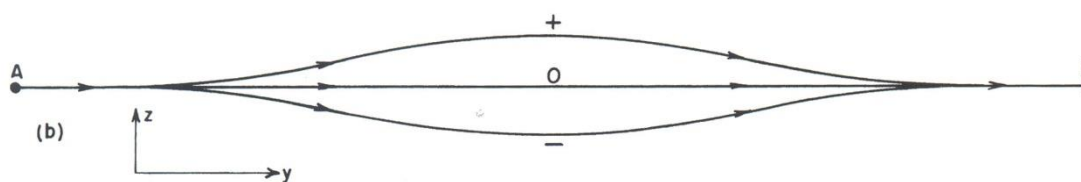


FIGURA 13 – (b) Os caminhos dos átomos de spin um.

Fonte: Feynman, Leighton & Sands (2008, p.5-2).

Segundo a Interpretação da Complementaridade, o fenômeno é ondulatório, quando não se pode definir (ou inferir) uma trajetória. Isso ocorre quando há uma recominação de feixe. Se não for feita medida alguma, pode-se dizer, ao finalizar o experimento, que houve uma recominação de feixe, de modo que o estado inicial (de superposição dos autoestados) é o mesmo ao longo de todo o experimento, não havendo, portanto, perda de informação. Note-se que, de acordo com a interpretação ortodoxa, não há uma onda real propagante, apesar da necessidade do quadro mental ondulatório necessário para comunicar o resultado experimental. Neste caso, exclui-se, de acordo com a interpretação da complementaridade excludente, a ideia de inferência de uma trajetória.

2.2.13 Simbologia

O símbolo, designado pelo rótulo genérico $\left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_s$, foi utilizado para designar um filtro com todos canais abertos. Ao utilizar-se filtro com canal fechado para (zero) 0 e (menos) –, utilizou-se o símbolo $\left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_s$. Quando os canais estavam fechados para (mais) + e (menos) – estados, utilizou-se $\left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_T$ e se os canais + e 0 estiverem fechados, será usado o rótulo $\left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_s$. Convém esclarecer o que significa uma preparação do tipo $\left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_s$.

Neste sentido, a preparação $\left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_s$ significa filtrar partículas no estado $|+\rangle$. Visando

distinguir probabilidades em MQ, daquelas utilizadas em sistemas de muitas partículas, como na teoria cinética dos gases, pretende-se enfatizar que, se fossem feitas experiências com partículas individuais, com o filtro $\left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_s$, seria impossível saber com 100 % de certeza se elas

seriam, ou não, absorvidas pelas chapas bloqueadoras, mesmo sendo a MQ uma teoria completa, de acordo com a interpretação da Complementaridade. Assim, para uma partícula, entrando no campo magnético, num certo estado de superposição $|\psi\rangle = a|+\rangle + b|0\rangle + c|-\rangle$, tudo que se sabe é que para aquele tipo de filtro, a probabilidade de cada átomo ser absorvido é de 2/3, pois existem dois canais fechados, e 1/3 de ser filtrado. Estamos considerando que $a=b=c$. O significado dessas probabilidades quânticas não está associado à ignorância humana, sendo uma característica intrínseca da teoria, que reflete aquilo que se pode conhecer ao fazer experimentos, não sendo possível, então, eliminá-las com o aperfeiçoamento das técnicas experimentais.

Usualmente as experiências são feitas com um número extraordinariamente grande de partículas, de modo que, na prática, sempre teríamos, nestas circunstâncias experimentais,

$\left\{ \begin{matrix} + \\ 0 \\ - \end{matrix} \right\}_s$, partículas selecionadas no estado $|+\rangle$ por uma razão de ordem estatística que nada tem

a ver com a teoria quântica bohriana.

As várias possibilidades de filtros que serão utilizados na discussão teórica constam a seguir:

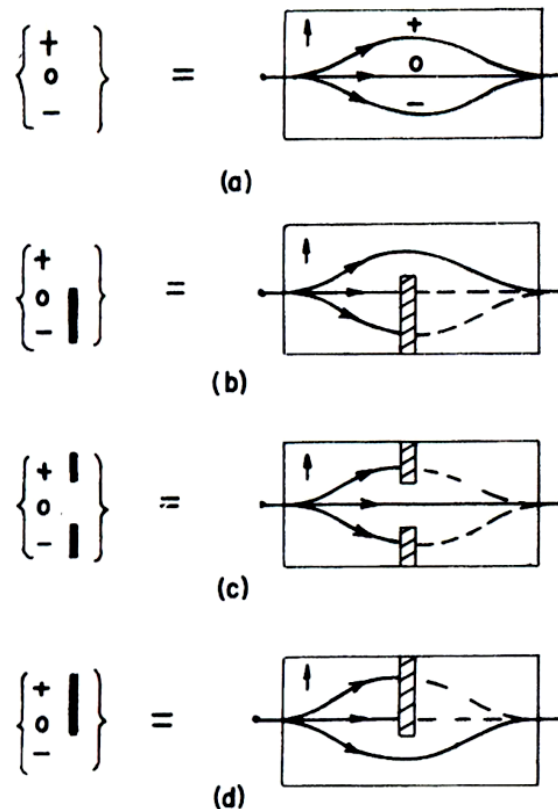


FIGURA 14 – Símbolos especiais para filtros de Stern-Gerlach.

Fonte: Feynman, Leighton & Sands (2008, p. 5-4).

Admita-se que um feixe de partículas de spin um, por exemplo, entre num campo magnético não homogêneo. Apenas o canal mais (+) encontra-se aberto. Depois da filtragem, as partículas são submetidas a um novo SG com campo magnético de mesma direção que o primeiro, onde há um filtro com todos os canais abertos, mais (+), zero (0) e menos (-). Nestas condições, é fundamental questionar não só sobre o estado quântico das partículas, no campo magnético do segundo aparato, como a probabilidade de se medir a componente de spin em z no valor de \hbar .

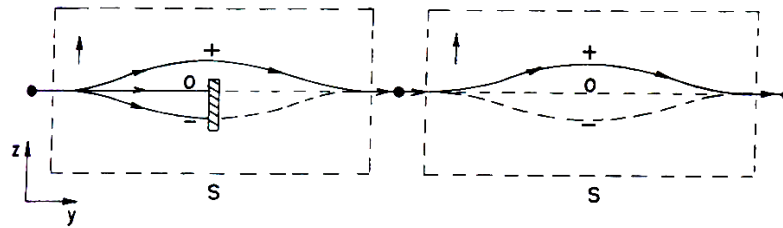


FIGURA 15 – O aparato “melhorado” de Stern-Gerlach como filtro.

Fonte: Feynman, Leighton & Sands (2008, p. 5-3).

Considerando a configuração experimental com o primeiro e o segundo aparato, apresentada na Figura 15, parece intuitivo aceitar (e com razão) que o estado $|+\rangle$, que passou no primeiro aparato, mantenha-se no segundo aparato. Isso permite dizer que a probabilidade de medir-se a componente de spin, no segundo aparelho, é de 100%.

2.2.14 Filtragens diversas

Serão discutidas situações com diferentes possibilidades de filtragens, mas todas com um único canal aberto e filtros ideais.

Dois filtros seguidos serão representados por duas chaves.

Na situação a seguir, as partículas são preparadas no estado $(+S)$. Como no aparato S' apenas o canal menos $(-)$ está aberto, nenhuma partícula atravessará o segundo aparato.

$$1) \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_S \quad \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_{S'}$$

A seguir, note-se que como apenas o canal mais $(+)$ do aparato S está aberto, as partículas serão preparadas no estado $(+S)$. Como apenas o canal mais $(+)$ do segundo aparato está aberto, todas as partículas que foram filtradas por S serão aceitas por S' .

$$2) \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_S \quad \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_{S'}$$

No caso a seguir, as partículas são preparadas no estado $(-S)$. Como no aparato S' apenas o canal mais $(+)$ está aberto, nenhuma partícula atravessará o segundo aparato.

$$3) \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_S \quad \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_S$$

Em uma outra situação apresentada, as partículas são preparadas no estado $(-S)$. Como no aparato S' o canal menos $(-)$ está aberto, todas as partículas serão aceitas por este canal.

$$4) \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_S \quad \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_{S'}$$

Na linguagem da Mecânica Quântica, expressa na notação de Dirac, $\langle \varphi | \psi \rangle$ é a amplitude de probabilidade de, uma vez preparado o sistema quântico no estado $|\psi\rangle$, a medição obter como resultado o autovalor correspondente ao autoestado $|\varphi\rangle$. De acordo com o postulado da projeção, o estado final será $|\varphi\rangle$, de forma que se pode expressá-lo, dizendo que o estado $|\psi\rangle$ vai para o estado $|\varphi\rangle$.

A igualdade matricial a seguir resume todas as possíveis amplitudes de probabilidade referentes aos nove experimentos possíveis com dois aparatos em série.

$$\begin{pmatrix} \langle +S | +S \rangle & \langle +S | 0S \rangle & \langle +S | -S \rangle \\ \langle 0S | +S \rangle & \langle 0S | 0S \rangle & \langle 0S | -S \rangle \\ \langle -S | +S \rangle & \langle -S | 0S \rangle & \langle -S | -S \rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (67)$$

Convém verificar o que acontece se o segundo aparato é girado para um ângulo diferente, de modo que seu campo não seja mais paralelo ao primeiro [...]. O segundo aparato será denominado T .

$$\text{Suponha-se que seja preparado o experimento } \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_S \quad \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_T, \text{ montado com a aparelhagem}$$

apresentada na Figura 16.

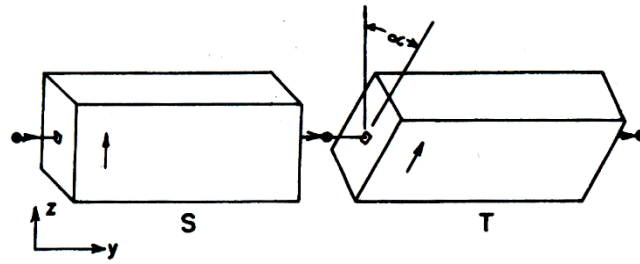


FIGURA 16 – Dois filtros tipo Stern-Gerlach em série; o segundo está inclinado de um ângulo α com relação ao primeiro.

Fonte: Feynman, Leighton & Sands (2008, p. 5-5).

Neste caso, diante do giro, se os átomos estão em um autoestado definido em relação a S , não estão em um mesmo autoestado em relação a T . Um estado $(+S)$ não é, em geral, um estado $(+T)$, tendo em vista o aspecto vetorial do estado quântico. Aproveita-se o contexto experimental para afirmar que é possível calcular uma amplitude de probabilidade de obter $(+T)$, $(0T)$, ou $(-0T)$, se, previamente, for preparado o sistema quântico em qualquer um dos três estados: $(+S)$, $(0S)$ ou $(-S)$.

Se forem montados dois aparatos S e T , respectivamente, $\left\{ \begin{matrix} + \\ 0 \\ - \end{matrix} \right\}_S$, $\left\{ \begin{matrix} + \\ 0 \\ - \end{matrix} \right\}_T$, selecionando

partículas no estado $+S$, no primeiro aparato, teremos uma quantidade $\langle 0T | +S \rangle$, que não é zero, representando a amplitude de probabilidade de selecionar, e, no segundo aparato, o autoestado $(+T)$. O problema central a destacar pode ser bem compreendido seguindo as palavras de Feynman, Leighton & Sands (2008), quando declara:

Existem, de fato, nove amplitudes dessa outra matriz que uma teoria de partículas deveria nos dizer como calcular. Assim como $F=ma$ nos diz como calcular o que acontece com uma partícula clássica em qualquer circunstância, as leis da mecânica quântica nos permitem determinar as amplitudes com que uma partícula passará num determinado aparato. O *problema central* então é poder calcular para qualquer ângulo de inclinação α , ou qualquer orientação que seja as nove amplitudes.

$$\begin{array}{lll} \langle +T | +S \rangle & \langle +T | 0S \rangle & \langle +T | -S \rangle \\ \langle 0T | +S \rangle & \langle 0T | 0S \rangle & \langle 0T | -S \rangle \\ \langle -T | +S \rangle & \langle -T | 0S \rangle & \langle -T | -S \rangle \end{array}$$

Note-se que as amplitudes de probabilidade não representam propriedades físicas, de acordo com as interpretações ortodoxas. São números complexos que exprimem um procedimento experimental objetivo, que pode ser comunicado sem ambiguidades.

Tendo em vista as discussões apresentadas, pode-se afirmar que $|\langle +T|+S \rangle|^2$ é a probabilidade com que um átomo preparado em um estado $(+S)$ passará para o estado $(+T)$.

É conveniente expressar esta probabilidade como $\langle +T|+S \rangle \langle +T|+S \rangle^*$. Utilizando a mesma notação pode-se escrever $\langle 0T|+S \rangle \langle 0T|+S \rangle^*$ representando a probabilidade com que uma partícula preparada no estado $(+S)$ passará para o estado $(0T)$. Do mesmo modo, $\langle -T|+S \rangle \langle -T|+S \rangle^*$ representa a probabilidade de ao ter preparado no estado $(+S)$ obter-se o estado $(-T)$. Como estes são os três únicos resultados possíveis do experimento, temos:

$$\langle +T|+S \rangle \langle +T|+S \rangle^* + \langle 0T|+S \rangle \langle 0T|+S \rangle^* + \langle -T|+S \rangle \langle -T|+S \rangle^* = 1. \quad (68)$$

2.2.15 Filtros de Stern-Gerlach em série: os átomos têm memória?

Visando discutir a ideia de que os átomos não têm memória, no dizer de Feynman, será examinada uma situação experimental onde as partículas são preparadas no estado $(+S)$, em seguida, passam por outro filtro, que selecionou os estados $(0T)$ e, finalmente, entram para uma nova filtragem em um aparato S' , idêntico a S .

A nova questão colocada por Feynman é: “será que os átomos se lembram que antes estavam no estado $(+S)$ ”?

Para examinar o significado desta questão, considere-se o experimento esquematicamente descrito a seguir.

$$\left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_S \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_T \cdot \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_S \quad (69)$$

O que se pretende analisar é se todos os átomos que passam por T passam por S' . Uma vez filtrados por T , eles não se lembram se estiveram num estado $(+S)$, quando entraram em T . A metáfora “*não lembram*” tem um significado preciso e peculiar do mundo quântico, que pode ser compartilhado seguindo Feynman, quando declara:

Se o filtro T deixa passar apenas um feixe, a fração que passa pelo segundo filtro S depende apenas do arranjo do filtro T e é completamente independente do filtro que o precede. O fato de os mesmos átomos terem sido separados antes por um filtro S não tem qualquer influência no que irão fazer depois de terem sido novamente pelo aparato T num feixe puro. Daí em diante, a probabilidade é a mesma não importa o que aconteceu antes de entrarem no aparato T . (FEYNMAN, LEIGHTON & SANDS, 2008, p. 5-7)

Prosseguindo, com a discussão sobre a metáfora memória, considere-se o aparato da Figura 17, diferindo do anterior, unicamente por possuir o canal $(0S)$ aberto.

$$\left\{ \begin{array}{c} + \\ | \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_S \quad \left\{ \begin{array}{c} + \\ | \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_T \quad \left\{ \begin{array}{c} + \\ | \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_{S'}$$

FIGURA 17 – Filtros sequenciais.

Fonte: Feynman, Leighton & Sands (2008, p. 5-7).

Note-se que a mesma fração de átomos que passou por T no Esquema 69, passará por T na Figura 17, pois perderam a memória. A informação que havia referente ao estado $(+S)$ foi perdida. É impossível saber, depois que os átomos passaram por T , se eles estavam no estado $(+S)$, ou no estado $(0S)$, ao sair de S (Figura 17), respectivamente.

É oportuno ilustrar novamente o aspecto vetorial do estado quântico. Considere-se, então, que, dado um certo ângulo α , entre S e T , $1/3$ dos átomos preparados em S passam por T .

A nova questão que se coloca é, se a mesma quantidade de átomos pesquisados em S' também passaria por T . É fácil intuir que o número de átomos que chega ao aparato T , nos dois experimentos, em geral, é diferente, dado que o estado quântico é descrito por um vetor, e que a direção de dois vetores terá influência determinante na amplitude de probabilidade $\langle 0T|+S \rangle \neq \langle 0T|0S \rangle$.

Pode-se concluir que a fração dos átomos que saem de T e passam por S' depende apenas de T e S' . Visando uma abordagem quantitativa que leve a este resultado, propõe-se comparar a Figura 17 com o experimento a seguir.

$$\left\{ \begin{array}{c} + \\ | \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_S \quad \left\{ \begin{array}{c} + \\ | \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_T \quad \left\{ \begin{array}{c} + \\ | \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_{S'} \quad (70)$$

A amplitude de probabilidade de um átomo que sai de S também atravessar T e S' é:

$$\langle +S|0T \rangle \langle 0T|0S \rangle \quad (71)$$

A probabilidade correspondente é $|\langle 0S|0T \rangle \langle 0T|0S \rangle|^2 = |\langle 0S|0T \rangle|^2 |\langle 0T|0S \rangle|^2$

A razão, portanto, é:

$$\frac{|\langle OS | OT \rangle|^2}{|\langle +S | OT \rangle|^2} \quad (72)$$

e depende apenas de T e S' .

Ao referir-se aos estados de base, Feynman classifica-os como um dos princípios básicos da Mecânica Quântica, quando declara:

Qualquer sistema atômico pode ser separado por um processo de filtragem em um certo conjunto que denominaremos de estados de base, e o futuro comportamento dos átomos em qualquer estado de base depende apenas da natureza do estado de base: ele é independente de qualquer história pregressa. Os estados de base dependem, naturalmente, do filtro usado: por exemplo, os três estados $(+T)$, (OT) e $(-T)$ são um conjunto de estados de base; os três estados $(+S)$, (OS) e $(-S)$ são outro. Há um sem número de possibilidades, cada uma tão boa quanto qualquer outra. (FEYNMAN, LEIGHTON & SANDS, 2008, p. 5-8)

É importante esclarecer que a separação em três feixes não é a causa da perda de informação, mas sim as chapas bloqueadoras.

Os átomos que saem de T estão no estado base (OT) e não têm memória de que estiveram alguma vez no estado $(+S)$. Algumas pessoas diriam que na filtragem por T ‘perdemos a informação’ sobre o estado $(+S)$ porque ‘perturbamos’ os átomos quando os separamos em três feixes no aparato T . Mas isso não é verdade. A informação não é perdida pela separação em três feixes, mas pelas chapas bloqueadoras que são colocadas como podemos ver pelo conjunto de experiências a seguir (FEYNMAN, LEIGHTON & SANDS, 2008, p. 5-9).

2.2.16 Amplitudes interferentes

Ao dizer que o único mistério da MQ consistia em compreender os resultados experimentais envolvendo os quanta, no experimento da dupla fenda, Feynman insiste nesta ideia, e aponta, para um conjunto de experiências descritas a seguir, em que abrindo mais canais deixamos menos átomos passarem.

Consideramos que a discussão deste experimento com partículas de spin um é mais uma oportunidade de ilustrar que o papel da probabilidade em MQ é essencialmente diferente daquele utilizado na MC e isso pode ser ilustrado através das amplitudes interferentes, uma ideia pertinente apenas no contexto da MQ.

Considere-se os arranjos experimentais dispostos em série e esquematizados a seguir:

$$\left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_S \xrightarrow{N} \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_T \xrightarrow{\alpha N} \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_{S'} \xrightarrow{\beta \alpha N} . \quad (73)$$

$$\left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_S \xrightarrow{N} \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_T \xrightarrow{\alpha N} \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_{S'} \xrightarrow{\gamma \alpha N} . \quad (74)$$

$$\left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_S \xrightarrow{N} \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_T \xrightarrow{N} \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_{S'} \xrightarrow{N} , \quad (75)$$

$$\left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_S \xrightarrow{N} \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_T \xrightarrow{N} \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_{S'} \xrightarrow{0} , \quad (76)$$

Considerando que o campo magnético do aparato T foi girado, pretende-se chegar à conclusão de que as probabilidades α , β e γ , valem $\alpha = |\langle 0T | +S \rangle|^2$, $\beta = |\langle +S | 0T \rangle|^2$ e $\gamma = |\langle 0S | 0T \rangle|^2$ e que todos os átomos que entram, no primeiro aparato, saem no terceiro aparato e que, no quarto, não sairá átomo algum.

Ao tratar de filtragens onde as frações de átomos $\alpha N \neq N \neq \beta N$ e $\alpha N \neq \gamma N$, pretende-se revelar que os autoestados de T podem ser escritos como combinações lineares de $(+S)$, $(0S)$, $(-S)$, de onde se pode concluir que $|\langle 0T | +S \rangle|^2 \neq |\langle +S | 0T \rangle|^2$.

Os experimentos envolvendo a ideia de amplitudes de probabilidade interferentes podem oferecer, de uma forma concreta, o entendimento do carácter essencialmente probabilístico da MQ, tendo em vista que a soma do produto de amplitudes de probabilidade não nulas pode revelar-se nula, uma característica que não faz parte da MC, onde não há amplitudes interferentes.

Na linguagem dos brackets

$$\langle 0S | +T \rangle \langle +T | +S \rangle + \langle 0S | 0T \rangle \langle 0T | +S \rangle + \langle 0S | -T \rangle \langle -T | +S \rangle = 0 \quad (77)$$

Esta fundamentação apresentada foi o suporte teórico da construção da proposta, didática descrita no Capítulo 3, e do curso da disciplina Tópicos de Física Moderna, instrumento fundamental para esta pesquisa sobre internalização e aquisição de conceitos científicos da Teoria Quântica do Processo de Medida, com apoio dos princípios da teoria sócio-interacionista de Vygotsky.

3 PROPOSTA DIDÁTICA DA TEORIA QUÂNTICA DO PROCESSO DE MEDIDA FUNDAMENTADA NA TEORIA DE VYGOTSKY

A ideia de mediação, base dos processos psicológicos superiores, é assunto complexo e remete a inúmeros conceitos relacionados entre si, que podem ser explorados de diferentes perspectivas a depender dos objetivos do estudo. O objetivo principal deste capítulo é aprofundar os conceitos relacionados à Educação e ao processo Ensino-Aprendizagem da teoria de Vygotsky e de seus colaboradores. Assim, usou-se o conceito de Zona de Desenvolvimento Proximal, que serviu como fundamentação teórica para a elaboração e implementação do curso, bem como o conceito de internalização de significados (conceitos científicos), essencial para responder ao problema de pesquisa desta tese, que interroga como os alunos da disciplina Tópicos de Física Moderna, do Curso de Graduação em Física, da Universidade Federal da Bahia, internalizaram, ao longo do segundo semestre de 2014, o significado da teoria quântica do processo de medida, de acordo com a interpretação da complementaridade.

Discute-se o conceito de Zona de Desenvolvimento Proximal, acreditando em um ensino prospectivo, que se adianta ao desenvolvimento, e no processo de internalização como reconstrução interna de uma operação externa (VYGOTSKY, 2007). Analisa-se como um processo interpessoal se transforma em processo intrapessoal, enfatizando que as funções psicológicas superiores (pensamento, fala, internalização de conceitos, atenção, percepção, dedução, volição, dentre outras) são resultantes da inserção do homem em um determinado contexto sócio-histórico. Não sendo algo mensurável, o conceito complexo de Zona de Desenvolvimento Proximal requer uma discussão mais ampla que vai muito além de uma “aplicação pedagógica” e é indissociável, em última análise, do método de estudo de Vygotsky e até de conceitos que são inicialmente utilizados no contexto infantil, mas que depois serão generalizados.

Convém ressaltar que para compreender o pensamento de Vygotsky e suas contribuições no plano educacional, é fundamental apresentar algumas reflexões sobre os pressupostos filosóficos e epistemológicos subjacentes à construção da Psicologia Histórico-Cultural. Esta se fundamenta no método e princípios teóricos do materialismo histórico-dialético formulado por Marx e Engels.

Para compreender o real e para construir o conhecimento, o primeiro pressuposto é a existência de indivíduos concretos que se organizam através do trabalho na luta pela sobrevivência e, desta forma, são capazes de estabelecer relações com seus semelhantes e com

a natureza. Apesar de a natureza atuar sobre o homem, este é capaz de transformá-la, produzindo conhecimentos e novas condições de existência. Para Marx e Engels, o homem é um ser social e histórico em permanente construção, considerando a produção pelo trabalho como motor do processo histórico. O homem se faz homem através da interação, do intercâmbio com os outros homens, e sua consciência não se limita às suas experiências pessoais, mas vai se constituindo no espaço social e histórico.

De acordo com a abordagem do materialismo histórico dialético, é o modo de produção de vida material que condiciona a vida social, política e econômica. São os conflitos da realidade natural e social que provocam, de forma dinâmica, as transformações desta realidade. Trata-se de um processo histórico em constante mudança. Nesta abordagem, o desenvolvimento das funções psíquicas humanas está relacionado à atividade material e à interação social.

A partir dessas condições, pode-se observar muitas aproximações entre as propostas de Vygotsky e o materialismo dialético. Nesta perspectiva, ele desenvolveu um método cuja essência é o princípio de que as mudanças quantitativas e qualitativas devem ser estudadas como processos dinâmicos em mudança, como parte do desenvolvimento histórico.

É neste contexto que Vygotsky percebeu a inadequação dos métodos existentes para explicar as funções psicológicas superiores. Baseando-se na abordagem materialista dialética da análise da história humana, para formular a nova estrutura metodológica, afirma:

A abordagem dialética, admitindo a influência da natureza sobre o homem, afirma que o homem, por sua vez, age sobre a natureza e cria, através das mudanças nela provocadas, novas condições naturais para sua existência (ENGELS, 1883, p. 172, apud VIGOTSKY, 2007, p. 62).

Essa posição representa o elemento chave de nossa abordagem de estudo das funções psicológicas superiores e serve como base dos novos métodos de experimentação e análise.

Todos os métodos do tipo estímulo-resposta partilham da inadequabilidade que Engels atribui à abordagem naturalística da história. Nota-se em ambos que a relação entre comportamento e natureza é unidirecionalmente reativa. Entretanto, eu e meus colaboradores acreditamos, que o comportamento humano tem aquela “reação transformadora sobre a natureza” que Engels atribui aos instrumentos. Portanto temos de procurar métodos adequados à nossa concepção. Conjuntamente com os novos métodos, necessitamos também de uma nova estrutura analítica (VIGOTSKY, 2007, p. 62-63).

Assim, Vygotsky formula os três princípios de sua abordagem e de seus colaboradores, enfatizando o objetivo fundamental de fornecer uma análise das formas superiores de comportamento: analisar os processos e não os objetos.

Uma vez que se estabelece uma distinção entre análise de um objeto (onde quase sempre se tratou objetos como estáveis) e análise de um processo, argumenta que é a psicologia do desenvolvimento, e não a experimental, que fornece a análise procurada, que não pode prescindir

de uma exposição dinâmica dos pontos mais importantes constituintes da história do processo, denominando, por isso, seu método de método do desenvolvimento experimental, no sentido de que provoca artificialmente um processo de desenvolvimento psicológico. Nesta perspectiva, a tarefa básica de Vigotsky (2007) se torna uma reconstrução de cada estágio no desenvolvimento do processo: deve-se fazer com que o processo retorne aos seus estágios iniciais.

3.1 EXPLICAR, AO INVÉS DE DESCREVER

Vigotsky (2007, p. 66) sustentava e argumentava em favor da ideia de que revelar um problema sob o ponto de vista do desenvolvimento é mostrar a sua dinâmica causal. Isso fica bem caracterizado quando exemplifica que dois processos fenotipicamente idênticos podem ter causas diferentes e generaliza citando Marx: “se a essência dos objetos coincidissem com a forma de suas manifestações externas, então toda ciência seria supérflua”. Utilizando-se de um exemplo declara não estar interessado num “lampejo luminoso” que advém da introspecção, mas sim da busca de compreender as ligações entre os estímulos externos e as respostas internas que são a base das formas superiores de comportamento. Um aspecto sutil, reconhecido por ele, é que seu estudo não rejeita as idiosincrasias fenotípicas, e tem a pretensão de causalmente chegar à sua descoberta.

3.2 O PROBLEMA DO COMPORTAMENTO FOSSILIZADO

Vigotsky (2007, p. 67) enfatiza que determinados processos do desenvolvimento cognitivo se tornaram fossilizados, em virtude de terem passado por um longo desenvolvimento histórico e são mais facilmente observados nos processos automatizados ou mecanizados. Para Vygotsky, eles perderam sua aparência original, de forma que a sua aparência externa nada nos diz sobre a interna, de maneira que seu caráter automático cria grandes dificuldades para a análise psicológica.

Vigotsky (2007, p. 68) afirma que os processos que têm sido descritos, tradicionalmente, como atenções voluntárias e involuntárias constituem um exemplo que demonstra como processos essencialmente diferentes adquirem similaridades externas em consequência dessa automação. Entretanto, ressalta que, do ponto de vista da psicologia experimental, a atenção voluntária, uma vez estabelecida, funciona exatamente como a atenção involuntária e cita

Titchener ([1914] 2007, p. 67): “Existe, entretanto, um terceiro estágio no desenvolvimento da atenção, e ele nada mais é do que um retorno ao primeiro estágio”.

Argumentando que o último e mais alto estágio no desenvolvimento de qualquer processo pode demonstrar uma semelhança puramente fenotípica com os primeiros estágios, declara que se adotasse a semelhança fenotípica seria impossível distinguir as formas inferiores das formas superiores desse processo, e conclui que:

A única maneira de estudar este terceiro e mais alto estágio do desenvolvimento é entendê-lo em todas as suas idiossincrasias e diferenças. Em resumo precisamos entender as suas origens. Consequentemente, precisamos concentrar-nos não no produto do desenvolvimento, mas no próprio processo de estabelecimento das formas superiores. Para isso, o pesquisador é frequentemente forçado a alterar o caráter automático, mecanizado e fossilizado das formas superiores de comportamento, fazendo-as retornar à sua origem através do experimento. Este é o objetivo da análise dinâmica. (VIGOTSKY, 2007, p. 67-68)

Dessa forma, o estudo das funções rudimentares deve ser o ponto de partida para o desenvolvimento de uma perspectiva histórica nos experimentos psicológicos. É aqui, segundo Vygotsky, que o passado e presente se fundem e o presente é visto à luz da história. É com este argumento que afirma que a forma fossilizada é o final de uma linha que une o presente ao passado, os estágios superiores do desenvolvimento aos estágios primários.

O conceito de uma psicologia historicamente fundamentada é, para Vygotsky, mal interpretado pela maioria dos pesquisadores que estudam o desenvolvimento de uma criança. Para eles, estudar alguma coisa, historicamente, significa, por definição, estudar algum evento do passado. Por isso, eles sinceramente imaginam existir uma barreira intransponível entre o estudo histórico e o estudo das formas comportamentais presentes. Estudar alguma coisa, historicamente, significa estudá-la no processo de mudança: esse é o requisito básico do método dialético. E, assim conclui que:

A procura de um método torna-se um dos problemas mais importantes de todo empreendimento para a compreensão das formas características humanas de atividade psicológica. Nesse caso, o método é, ao mesmo tempo, pré-requisito e produto, o instrumento e o resultado do estudo. (VIGOTSKY, 2007, p. 69)

O estudo dinâmico causal das reações de escolha permitiu a Vygotsky demonstrar que o curso do desenvolvimento da criança caracteriza-se por uma alteração radical na própria estrutura do comportamento; ficou estabelecido que a cada novo estágio, a criança além de modificar suas respostas, as realiza de maneiras novas, gerando novos “instrumentos” de comportamento e substituindo sua função psicológica por outra. Operações psicológicas que, em estágios iniciais, eram realizadas através de formas diretas de adaptação, posteriormente são

realizadas por meios indiretos. Dessa forma, Vygotsky compreende a complexidade crescente do comportamento da criança a partir da mudança dos meios que utilizam para realizar novas tarefas e na correspondente reconstrução de seus processos psicológicos.

Considera que o novo conceito de desenvolvimento implica rejeição do ponto de vista comumente aceito de que o desenvolvimento cognitivo é o resultado de uma acumulação gradual de mudanças isoladas. Trata-se de um processo dialético complexo. Evolução e revolução (ao mesmo tempo) são palavras chaves utilizadas por Vygotsky (2010), que dão a dimensão do processo dialético como um processo caracterizado pela periodicidade, desigualdade no desenvolvimento de diferentes funções, transformação qualitativa de uma forma em outra, embricamento de fatores internos e externos que superem os impedimentos que a criança encontra. “Parece que a história para de repente, até que retome, uma vez mais, a via linear do desenvolvimento” (VIGOTSKY, 2007).

Enfatiza que um mecanismo essencial dos processos reconstitutivos que ocorre durante o desenvolvimento da criança é a criação e o uso de estímulos artificiais, argumentando que o “experimento só é válido se, em vez de o experimentador fornecer, às crianças, meios artificiais, esperar até que elas, espontaneamente, apliquem algum método auxiliar ou símbolo novo que elas passam, então, a incorporar em suas operações” (VIGOTSKY, 2007, p. 81).

Seja qual for a área específica em que seja aplicada essa abordagem, o que há é um princípio comum, no qual Vygotsky declara que se estuda não somente o final das operações, mas também a sua estrutura específica. O autor denomina de método funcional da estimulação dupla a abordagem para estudar os processos, onde a estrutura psicológica do desenvolvimento mostra-se mais rico do que no método de associação estímulo resposta. Ele descreve uma criança que se depara com dificuldades, que não podem ser superadas com as habilidades que tem. A situação muda de figura, quando um objeto neutro é colocado próximo à criança. O que se observa com frequência é que o estímulo neutro, incluído na situação, adquire a função de signo. Tais objetos neutros são incorporados na tarefa de solucionar o problema. Observa-se, portanto, que quando surgem dificuldades, “os estímulos neutros adquirem a função de um signo e a partir desse ponto assume um caráter diferente em essência”, declarou Vygotsky (2007). Dessa maneira, o autor sustenta que podemos estudar o processo de realização de uma tarefa com a ajuda de meios auxiliares específicos; assim, também seremos capazes de descobrir a estrutura interna e o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores.

O método da estimulação dupla provoca manifestações dos processos cruciais no comportamento de todas as idades. Em crianças e adultos, o ato de atar um nó como um evocador mnemônico é apenas um exemplo de um princípio regulatório amplamente difundido

no comportamento humano, o da significação, através do qual as pessoas, no contexto de seus esforços para solucionar um problema, criam ligações temporárias e dão significados a estímulos previamente neutros.

A partir das colocações feitas, pode-se observar que Vygotsky e seus colaboradores construíram as teses da Psicologia Histórico-Cultural apoiados nos métodos e princípios do materialismo dialético, desenvolvendo uma abordagem do pensamento e das funções cognitivas complexas do homem como ser histórico, sujeito ativo na sua relação com o mundo.

3.3 PRINCIPAIS IDEIAS DE VYGOTSKY

3.3.1 Interação Dialética do Homem e seu Meio Sociocultural

Segundo Marx, “Não é a consciência que forma a vida, mas a vida que forma a consciência” (VYGOTSKY, 2010). Esta frase, possivelmente, é uma das expressões mais “fortes” da ideia de que “vida social” é muito mais do que um simples aspecto da convivência coletiva na formação do aprendizado e do desenvolvimento, e que a internalização de significados ocorre de “fora para dentro”. Apesar disso, Moreira (1999, p. 110) reforça que a referência ao meio social não é apenas a consideração de uma variável importante no desenvolvimento cognitivo. Apoiado em Driscoll (1995, p. 229) ele explicita que não é por meio do desenvolvimento cognitivo que o indivíduo se torna capaz de socializar, mas que é na socialização que se dá o desenvolvimento dos processos mentais superiores.

Moreira (1999, p. 112) afirma que há distinção entre as teorias de Piaget e Ausubel e a de Vygotsky. Para Piaget e Ausubel a unidade de análise é o indivíduo, para Vygotsky é a interação social. Assim, sua unidade de análise não é o indivíduo nem o contexto, mas a interação entre eles. Para Moreira (1999, p. 112), “A interação social é, portanto, na perspectiva vygotskyana, o veículo fundamental para a transmissão dinâmica (de inter para intrapessoal) do conhecimento histórico e culturalmente construído”. Ao perguntar o que é interação social ele se apoia em Garton e declara que:

Uma definição de interação social implica um mínimo de duas pessoas intercambiando informações. (O par, ou díade, é o menor microcosmo de interação social). Implica também um certo grau de reciprocidade e bidirecionalidade entre os participantes, ou seja, a interação social supõe movimento ativo (embora não necessariamente no mesmo nível) de ambos os participantes desse intercâmbio, tanto em termos qualitativos como quantitativos. (GARTON, 1992, p. 11)

Como já referenciado, a tese da interação dialética do homem e seu meio sociocultural está presente em toda a obra de Vygotsky. As funções psicológicas superiores resultam da integração dos aspectos biológicos com os fatores sociais e culturais. Neste sentido, o desenvolvimento mental do homem é mutável, ativo e depende das suas relações com o contexto cultural e social.

3.3.2 A mediação e os processos de funcionamento psicológico

Uma das ideias centrais da teoria de Vygotsky é a atividade mediada (indireta), ou mediação. Sustenta que a relação do homem com o mundo não é direta. Os signos e instrumentos, construídos historicamente, são os meios auxiliares de mediação dos seres humanos entre si e com o mundo. Uma distinção fundamental entre signo e instrumento está na forma como eles orientam o comportamento humano. Vygotsky é enfático na diferença entre ambos, e explicita que a função do instrumento é servir como um condutor da influência humana sobre o objeto da atividade. Ele é orientado externamente e deve necessariamente levar a mudanças nos objetos. Constitui um meio pelo qual a atividade externa é dirigida para o controle da natureza. O signo, por sua vez, não modifica em nada o objeto da operação psicológica. Constitui um meio da atividade interna dirigido para o controle do próprio indivíduo; o signo é orientado internamente. Essas atividades são tão diferentes umas das outras que a natureza dos meios por elas utilizados não pode ser a mesma (VIGOTSKY, 2007, p.55).

Nesta perspectiva, os instrumentos, objetos que podem ser usados pelos humanos para realização de atividades, são elementos fundamentais na mediação entre o homem e o meio ambiente e no desenvolvimento da inteligência prática. Entretanto, para Vygotsky, o momento de maior significado no desenvolvimento intelectual se processa quando o uso de instrumentos e signos incorporam-se a qualquer ação prática ou abstrata.

Para Vygotsky, o uso dos sistemas de signos, criados pelas sociedades, conduz a estruturas específicas de comportamentos, os chamados processos mentais superiores, e as operações psicológicas adquirem novas formas tanto quantitativas como qualitativas.

Vygotsky, então, estendeu o conceito de mediação na interação entre homem e meio ambiente, do uso de instrumentos ao uso de signos. Para ele, a internalização dos sistemas de signos, produzidos culturalmente, provoca transformações comportamentais e estabelece um elo entre as formas iniciais e tardias do desenvolvimento individual. Desta forma, Vygotsky, em sintonia com a tradição de Marx e Engels, compreende o mecanismo de mudança individual

ao longo do desenvolvimento, a partir de sua gênese social e cultural, conforme apontam Cole & Scribner (2007, p. 16). Moreira (1999, p. 111) refere-se ao signo como algo que significa alguma coisa para alguém, que tem significado para alguém, distinguindo-os em três casos: 1) *indicadores*, aqueles que têm uma relação de causa e efeito com aquilo que significam, isto é: fumaça indica fogo; 2) *icônicos*, imagens ou desenhos daquilo que significam; 3) *simbólicos*, os que têm uma relação abstrata com o que significam. As palavras, por exemplo, são signos linguísticos, os números são signos matemáticos; a linguagem, falada, ou escrita, e a matemática são sistemas de signos.

A questão dos signos é muito importante na teoria de Vygotsky. Considera-se indispensável falar de como os signos aparecem nas atividades práticas dos seres humanos. Ao defender a existência de uma integração entre fala e raciocínio prático, Vygotsky baseado em seus achados, discordava de Buhler ([1930] 2007), que postulou a independência entre ação inteligente e fala (referindo-se à criança dos dez meses até o resto da vida). Para Vygotsky, a fala tem um papel essencial na organização das funções psicológicas superiores. Criticava, assim, os psicólogos que preferiam estudar o desenvolvimento dos signos como um exemplo de intelecto puro, ao invés de considerá-lo como produto da história do desenvolvimento da criança. Freitas (1995), ao tratar dos fundamentos do sócio-interacionismo de Vygotsky, declara que os signos são os meios de contato com o mundo exterior e com a própria consciência, um contato social consigo mesmo. Sustenta que no método de Vygotsky os signos são vistos como a única maneira adequada para o estudo da consciência humana.

É igualmente importante explicitar como as operações com signos ocorrem em estágios, tratando-se de um processo complexo e prolongado. Ao tratar da história natural da operação com signos, Vygotsky explicita que embora o aspecto indireto (ou mediado) das operações psicológicas constitua uma característica essencial dos processos psicológicos, não se deve equivocadamente acreditar que as operações indiretas surjam como resultado de uma lógica pura. Ressalta que a criança não deduz a relação entre signo e o método de usá-lo, e afirma:

Observamos que as operações com signos aparecem como o resultado de um processo prolongado e complexo, sujeito a todas as leis básicas da evolução psicológica. Isso significa que a atividade e utilização de signos nas crianças não é inventada e tampouco ensinada pelos adultos; em vez disso, ela surge de algo que não é uma operação com signos, tornando-se uma operação desse tipo somente após uma série de transformações qualitativas. Cada uma dessas transformações cria as condições para o estágio seguinte e é, em si mesma, condicionada pelo estágio precedente; dessa forma as transformações estão ligadas como estágios de um mesmo processo e são, quanto à sua natureza, históricas (VIGOTSKY, 2007, p. 41).

O autor sustenta que a potencialidade para as operações complexas com signos já está presente mesmo nos estágios iniciais do desenvolvimento individual. Refere-se ao que denomina de *sistemas psicológicos* de transição como aqueles existentes entre o nível inicial (comportamento elementar) e os níveis superiores (formas mediadas de comportamento). Para Vygotsky, esses sistemas de transição estão entre o biologicamente dado e o culturalmente adquirido. Refere-se a esse processo como a *história do signo*. Ao refletir sobre a memória e o pensamento, Vygotsky defende que a essência da memória humana está no fato de os seres humanos serem capazes de se lembrar com ajuda dos signos.

Já é possível perceber que instrumentos e signos estão claramente relacionados, mas orientam o comportamento humano de diferentes modos: o instrumento é orientado externamente e o signo internamente.

Segundo Vigotsky (2007, p. 11)

Embora a inteligência prática e o uso de signos possam operar independentemente em crianças pequenas, a unidade dialética desses sistemas no adulto constitui a verdadeira essência no comportamento humano complexo. Nossa análise atribui à atividade simbólica uma função organizadora específica que invade o processo do uso de instrumento e produz formas fundamentalmente novas de comportamento.

Segundo Freitas (1995), para Vygotsky, a possibilidade de transformar o mundo material, mediante o emprego de ferramentas, estabelecia as condições para a própria atividade reflexa e sua transformação qualitativa em consciência. Este processo, porém, se completava mediado pela construção de uma classe especial de ferramentas: aquelas que permitissem realizar transformações nos outros, ou no mundo material através dos outros. Ele chamou essas ferramentas de signos e considerava que eram proporcionados essencialmente pela cultura, pelas pessoas do meio, enfim pelos outros. Esses signos, ao se interiorizarem, transformados em meios de regulação interna ou autorregulação, iriam modificar dialeticamente a estrutura da conduta externa e, portanto, essa não seria mais mera expressão de reflexos. A concepção de Vygotsky estava, pois, indissolivelmente ligada à ideia da gênese histórico-cultural das funções superiores, isto é, da gênese social do indivíduo. Para ele, a consciência e as funções superiores se originam no espaço exterior, na relação com os objetos e as pessoas, nas condições objetivas da vida social. Nessa perspectiva, a consciência também não era a fonte dos signos, mas o resultado deles. Assim, as funções superiores não constituíam somente um pré-requisito para a comunicação, mas eram o resultado da comunicação.

3.3.3 Internalização das funções psicológicas superiores

Para Vigotsky (2007, p. 52), a invenção e uso dos signos como meios auxiliares para solucionar um dado problema psicológico (lembrar, comparar coisas, relatar, escolher etc.) é análoga à invenção e uso dos instrumentos, só que no campo psicológico. O signo age como instrumento de atividade psicológica de maneira análoga ao papel de um instrumento de trabalho. Levando em conta as diferenças analisadas na seção anterior, Vigotsky esclarece, então, que a analogia básica entre signo e instrumento é a função mediadora que os caracteriza. Vigotsky expressa a relação lógica entre signos e instrumentos, usando o esquema da Figura 18, que mostra esses conceitos dentro do conceito mais geral de mediação ou atividade mediada.

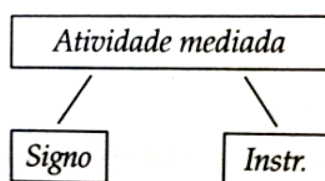


FIGURA 18 – Relação lógica entre signos e instrumentos.

Fonte: Vigotsky, 2007, p. 54

Vygotsky reverencia a posição de Hegel, a despeito da mediação, em sentido amplo, como aspecto tipicamente humano, quando Hegel afirmou que:

A razão é tão engenhosa quanto poderosa. A sua engenhosidade consiste principalmente em sua atividade mediadora, a qual, fazendo com que os objetos ajam e reajam uns sobre os outros, respeitando sua própria natureza, e, assim, sem nenhuma interferência direta no processo, realiza as intenções da razão. (HEGEL, 1840 apud VIGOTSKY, 2007, p. 54)

Pode-se também perceber a força da mediação enquanto formadora da consciência, através do mais destacado estudo sobre Vygotsky da atualidade, realizado por Wertsch, quando declara: “A internalização não é um processo de cópia da realidade externa, num plano interior, já existente. É mais do que isso, é um processo em cujo seio se desenvolve um plano interno de consciência” (WERTSCH, 1988).

Oliveira (1992, p. 68), por sua vez, estabelece que:

O processo de internalização, que corresponde à própria formação da consciência é também um processo de constituição a partir das situações de intersubjetividade. A passagem do nível interpsicológico para o nível intrapsicológico, envolve, assim, relações interpessoais densas, mediadas simbolicamente, e não trocas mecânicas, limitadas a um patamar meramente intelectual.

Em *A Formação Social da Mente*, Vigotsky (2007, p.56-57) esclarece o significado de internalização isto é, reconstrução interna de uma operação externa, através de um exemplo muito interessante relacionado ao desenvolvimento do gesto de apontar, realizado por uma criança, que se refere a “algo” que só passa a ter um significado compartilhado, mediante interação social.

Inicialmente, esse gesto não é nada mais do que uma tentativa sem sucesso de pegar alguma coisa, um movimento dirigido para certo objeto, que desencadeia a atividade de aproximação. A criança tenta pegar um objeto colocado além de seu alcance e suas mãos esticadas em direção ao objeto permanecem paradas no ar. Seus dedos fazem movimentos que lembram o pegar. Nesse estágio inicial, o apontar é representado pelo movimento da criança, movimento este que faz parecer que a criança está apontando um objeto – nada mais que isso. Quando a mãe vem em ajuda da criança e nota que o seu movimento indica alguma coisa, a situação muda fundamentalmente. O apontar torna-se um gesto para os outros. A tentativa mal sucedida da criança engendra uma reação, não do objeto que ela procura, mas de outra pessoa. Consequentemente, o significado primário daquele movimento mal sucedido de pegar é estabelecido por outros. Somente mais tarde, quando a criança pode associar o seu movimento à situação objetiva como um todo, é que ela, de fato, começa a compreender esse movimento como um gesto de apontar. Nesse momento, ocorre uma mudança naquela função do movimento: de um movimento orientado pelo objeto, torna-se um movimento dirigido para outra pessoa, um meio de estabelecer relações. O movimento de pegar transforma-se no ato de apontar. Como consequência dessa mudança, o próprio movimento é, então, fisicamente simplificado, e o que resulta é a forma de apontar que podemos chamar de um verdadeiro gesto. De fato, ele só se torna um gesto verdadeiro após manifestar objetivamente para os outros todas as funções do apontar e ser entendido também pelos outros como tal gesto. Suas funções e seu significado são criados, a princípio, por uma situação objetiva, e depois, pelas pessoas que circundam a criança. Portanto, o processo de internalização consiste numa série de transformações que ocorrem no desenvolvimento mental, e podem, em síntese, ser assim descritas:

[...] uma operação que inicialmente representa uma atividade externa pode ser reconstruída e ocorrer internamente; um processo interpessoal pode ser transformado em processo intrapessoal. O desenvolvimento da criança ocorre no nível social (entre pessoas) interpsicológico, e, depois, no nível individual; e, depois, no interior da criança (intrapsicológica). Este conceito aplica-se, também, para atenção voluntária, memória lógica e formação de conceitos; a transformação de um processo interpessoal num processo intrapessoal resulta de uma longa e variada série de eventos que acontecem durante o processo de desenvolvimento que, ao ser transformado, continua a existir como uma forma externa de atividade até internalizar-se definitivamente. (VIGOTSKY, 2007, p. 57-58)

Desse modo, para Vygotsky, os sistemas simbólicos, em particular, a linguagem, funcionam como mediadores de internalização das funções psicológicas superiores. Assim, atividades antes mediadas pela regulação interpsicológica ou interpessoal, passam a intrapsicológica ou intrapessoal, constituindo-se em processo voluntário e independente que ocorre sem a ajuda de outras pessoas.

3.4 IMPLICAÇÕES EDUCACIONAIS

3.4.1 Interação entre aprendizagem e desenvolvimento

Para Vygotsky, o aprendizado é fundamental para o desenvolvimento das funções psicológicas superiores. Como ponto de partida, ao abordar interação e desenvolvimento, o educador afirma que os problemas encontrados na análise psicológica do ensino não podem sequer serem formulados, muito menos resolvidos, sem um estudo que leve em conta a relação entre o aprendizado e o desenvolvimento em idade escolar (VYGOTSKY, 2010).

Esta questão complexa é analisada a partir de três posições teóricas diferentes sobre aprendizagem. Processos como dedução, compreensão, evolução das noções de mundo, domínio da lógica abstrata, por exemplo, ocorrem de maneira independente da aprendizagem escolar. Vygotsky critica a não consideração da experiência e do conhecimento prévio do aluno por parte destes teóricos. Neste sentido, identifica dois níveis de desenvolvimento. O primeiro, chamado nível de desenvolvimento real, refere-se às atividades e tarefas que a criança é capaz de fazer sozinha, sem auxílio de outras pessoas mais experientes. O segundo, denominado nível de desenvolvimento potencial ou proximal relaciona-se ao que a criança pode fazer, mas com assistência de alguém mais experiente. Nesta perspectiva, a maturação precede o aprendizado e a instrução deve seguir o desenvolvimento mental. De acordo com a segunda posição, aprendizagem é desenvolvimento e a terceira posição tenta combinar a primeira e a segunda. Assim, rejeita as três posições e adota como ponto de partida, para reflexão, a ideia de que o aprendizado das crianças inicia-se antes mesmo dela entrar na escola. Há sempre uma “história prévia”, no dizer de Vygotsky, que declarou “De fato, aprendizado e desenvolvimento estão relacionados desde o primeiro dia de vida da criança” e que “o aprendizado escolar produz algo essencialmente novo no desenvolvimento da criança” (VIGOTSKY, 2007). Nesta perspectiva, pretende descobrir as relações reais entre o processo de aprendizagem e desenvolvimento. Ao denominar o nível de desenvolvimento real de primeiro nível, refere-se ao desenvolvimento das

funções mentais da criança que se estabeleceram como resultado de certos ciclos de desenvolvimento já completados. Mas a grande constatação de Vygotsky foi ter percebido que aquilo que a criança consegue fazer com a ajuda dos outros poderia ser muito mais representativo de seu desenvolvimento mental do que aquilo que a criança já sabe fazer sozinha. É importante salientar o papel importante do conhecimento prévio na teoria de Vygotsky, quando declara que “quando se pergunta a uma criança de cinco anos por que o sol não cai, tem-se como pressuposto que a criança não tem uma resposta pronta nem a capacidade de formular uma questão deste tipo. A razão de se fazerem perguntas que estão muito além do alcance das habilidades intelectuais da criança é tentar eliminar a influência da experiência e do conhecimento prévios” (VIGOTSKY, 2007, p.88).

3.4.2 Zona de desenvolvimento proximal: uma nova abordagem

Uma das hipóteses centrais da teoria de Vygotsky é a noção de que o processo de desenvolvimento mental avança de modo mais lento do que o processo de aprendizagem. Disso resulta o conceito de sua teoria com fortes implicações para o ensino, denominada de Zona de Desenvolvimento Proximal ou Potencial. Ele a define como a distância entre o nível de desenvolvimento real, que se costuma determinar através da solução independente de problemas, e o nível de desenvolvimento potencial, determinado através da solução de problemas sob a orientação de um adulto ou em colaboração com companheiros mais capazes (VIGOTSKY, 2007, p. 97).

Esta zona define aquelas funções que ainda não amadureceram, mas que estão em processo de amadurecimento. Levando-se em conta que o nível de desenvolvimento real caracteriza o desenvolvimento retrospectivamente e que a zona de desenvolvimento proximal caracteriza o desenvolvimento mental prospectivamente, a conclusão evidente é que um bom ensino, nessa perspectiva teórica, deve ser prospectivo. Desse modo, então, o direcionamento, por parte do professor, para os níveis de desenvolvimento que já foram atingidos é ineficaz. A defesa que aqui se faz pode ser avaliada pelas palavras do próprio autor, quando sustenta que este conceito pode aumentar de forma acentuada a eficiência e a utilidade da aplicação de métodos diagnósticos do desenvolvimento mental a problemas educacionais.

Há de se considerar, na literatura, a expressão Zona de Desenvolvimento Potencial. Rivière declara, de forma equivalente:

Desde o momento em que o desenvolvimento das funções psicológicas mentais superiores exige a internalização de instrumentos e signos em contextos de interação, a aprendizagem se converte na condição para o desenvolvimento dessas funções, desde que se situe na zona de desenvolvimento potencial do sujeito, definida como a diferença entre o que ele é capaz de fazer por si só e o que pode fazer com a ajuda de outros. Este conceito sintetiza, portanto, a concepção de desenvolvimento como a apropriação de instrumentos e, especialmente, signos proporcionados por agentes culturais de interação, a ideia de que o sujeito humano não é só um destilado da espécie, mas também em um sentido metafórico do que possa parecer uma criação da cultura (RIVIÈRE, 1987, p. 96).

Moreira (1999, p. 116) pontua que Rivière usa o termo zona de desenvolvimento potencial do sujeito, possivelmente para enfatizar que aí está seu potencial de desenvolvimento.

3.5 CONCEITOS CIENTÍFICOS E ESPONTÂNEOS

A investigação experimental do processo de formação de conceitos mostrou, conforme relato de Vygotsky e de seus colaboradores, que o emprego funcional da palavra ou de outro signo como meio de orientação ativa da compreensão, do desmembramento e da discriminação de traços, de sua abstração e da síntese, é parte fundamental e indispensável de todo o processo. A formação de conceito ou a aquisição de sentido através da palavra é o resultado de uma atividade intensa e complexa (operação com palavra ou signo), da qual todas as funções intelectuais básicas participam em uma combinação original.

Aplicando ao problema do desenvolvimento dos conceitos, isto significa que nem a acumulação de associações, nem o desenvolvimento do volume e da estabilidade da atenção, nem o acúmulo de grupos de representações, nem as tendências determinantes, em suma, nenhum desses processos em si, por mais que tenham avançado em seu desenvolvimento, pode levar à formação de conceitos e, conseqüentemente, nenhum deles pode ser considerado fator genético essencialmente determinante no desenvolvimento de conceitos.

Vygotsky (2007), ao referir-se a um de seus colaboradores, Sakarov, que realizou experimentos com pessoas de vários níveis de desenvolvimento, concluiu que há uma sequência no processo de formação de conceitos, composto das seguintes etapas: pensamento sincrético, pensamento por complexos e pensamento conceitual. Pode-se dizer, de forma resumida, que no pensamento sincrético, segundo Vygotsky (2010), “a primeira fase de formação da imagem sincrética ou amontoado de objetos, correspondente ao significado da palavra, coincide perfeitamente com o período de provas e erros no pensamento infantil”. Nesse primeiro estágio, há discriminação de um amontoado.

No pensamento por complexos, ocasião em que ainda se encontram presos a aspectos concretos da experiência, as crianças ainda não se encontram no nível de abstração e generalidade do conceito. A análise que leva em conta o discriminar, o distinguir, o decompor, o perceber diferenças e semelhanças e a abstração confere aos complexos a condição de transformarem-se em conceitos.

O complexo se baseia em vínculos fatuais que se revelam na experiência imediata. Como um conceito, o complexo é a generalização ou a unificação de objetos heterogêneos concretos.

Há um único processo de formação de conceitos (processo de abstração e generalização). Esse processo apresenta dois tipos de desenvolvimento: formação de conceitos espontâneos (internalização na vivência cotidiana, de modo assistemático e não consciente) e formação de conceitos científicos (internalização por ensino escolar, visando à sistematização e o emprego consciente voluntário dos conceitos). Esta ideia de um único processo na formação de conceitos aparece explicitamente na fala de Vygotsky, quando declara:

O desenvolvimento dos conceitos espontâneos e científicos – cabe pressupor – são processos intimamente interligados, que exercem influência um sobre o outro [...] independentemente de falarmos do desenvolvimento dos conceitos espontâneos ou científicos, trata-se do desenvolvimento de um processo único de formação de conceitos, que se realiza sob diferentes condições internas e externas, mas continua indiviso por sua natureza e não se constitui da luta, do conflito e do antagonismo de duas formas de pensamento que desde o início se excluem. (VYGOTSKY, 2001, p. 261)

Moreira (1999, p.118-119) realizou uma síntese esclarecedora abrangendo as formações intelectuais, equivalentes funcionais dos conceitos, às quais se refere Vygotsky, quais sejam, agregação desorganizada, ou amontoado, pensamento por complexos, e conceitos potenciais. Ele explicita que a *agregação desorganizada* – ou *amontoado* – é o primeiro passo da criança pequena para a formação de conceitos; ocorre quando ela agrupa alguns objetos desiguais de maneira desorganizada, sem fundamento, para solucionar um problema que os adultos resolveriam com a formação de um novo conceito (Moreira, *op. cit.*, p. 51). O que há nessa fase é apenas um conglomerado vago e sincrético de objetos isolados. O primeiro estágio desta fase é uma manifestação do estágio de tentativa e erro no desenvolvimento do pensamento. No *pensamento por complexos*, os objetos são agrupados não só devido às impressões subjetivas da criança, mas também devido a relações que de fato existem entre esses objetos. Há, nesta fase, uma sequência de estágios que se sucedem em função das relações estabelecidas entre objetos: *associativa*, ligada a atributos comuns; *de coleções*, relacionadas a atributos complementares; *em cadeia*, em que as associações, feitas a partir de sequências de atributos (cores, formas, tamanhos etc.), levam ao estágio do complexo difuso, quando esses atributos vão sendo modificados de forma vaga,

flutuante e aparentemente limitada (GASPAR, 1994). O último estágio dessa fase é o do pseudoconceito, que é ainda um complexo, porque a generalização formada na mente da criança, embora semelhante a um conceito, não tem ainda todas as suas características como, por exemplo, a abstração. O pseudoconceito é, portanto, uma ponte entre o pensamento por complexos da criança e o pensamento do adulto (*ibid.*). Apoiado em Vygotsky (1987, p. 68 apud Moreira, 1999, p. 119), Moreira (1999, p. 119) explicita ainda que nos conceitos potenciais os traços abstraídos não se perdem totalmente, mas o verdadeiro conceito só aparece quando os traços abstraídos são sintetizados e a síntese abstrata passa a ser o principal instrumento do pensamento.

Os *conceitos potenciais*, segundo Vygotsky, resultam de uma espécie de abstração tão primitiva que, a rigor, não sucede o estágio dos pseudoconceitos, pois está presente, em certo grau, nas fases iniciais do desenvolvimento da criança. Os complexos associativos, por exemplo, requerem a “abstração” de algum traço comum em diferentes objetos. Contudo, o traço abstrato é instável e facilmente cede seu domínio temporário a outros traços. Nos conceitos potenciais propriamente ditos, os traços abstraídos não se perdem tão facilmente, mas o verdadeiro conceito só aparece, quando os traços abstraídos são sintetizados e a síntese abstrata resultante passa a ser o principal instrumento do pensamento (VYGOTSKY, 1987, p. 68 apud Moreira, 1999, p. 119).

Em síntese, os processos que levam à formação de conceitos desenvolvem-se a partir de duas linhas ou raízes genéticas distintas, uma que se origina dos agrupamentos e vai até os pseudoconceitos e outra, paralela, contemporânea dos conceitos potenciais. A convergência ou fusão dessas linhas dá origem a um processo qualitativamente diferente: a formação de conceitos. É importante notar que essa transição é gradual e não atinge simultaneamente toda as áreas de pensamento onde predominam, por muito tempo, o pensamento por complexos o que, aliás, caracteriza a adolescência (GASPAR, 1994, p. 6).

Uma noção fundamental da teoria de Vygotsky, que terá implicação direta no planejamento didático, é a de *generalização e abstração*. *Em sua teorização ele explicitou que em qualquer nível do seu desenvolvimento o conceito é, em termos psicológicos um, ato de generalização. Nesta perspectiva os conceitos psicologicamente concebidos evoluem como significados das palavras. A sequência de generalizações cada vez mais sofisticadas leva ao que Vygotsky denomina dos verdadeiros conceitos* (cf. VYGOTSKY, 2010, p. 246).

A ideia de generalização, tomada de consciência e a relação de conceitos científicos é claramente explicada pelo próprio Vygotsky, quando declara:

Os conceitos científicos – com sua relação inteiramente distinta com o objeto –, mediados por outros conceitos – com seu sistema hierárquico interior de inter-relações –, são o campo em que a tomada de consciência dos conceitos, ou melhor, a sua generalização e a sua apreensão parecem surgir antes de qualquer coisa. Assim

surgida em um campo do pensamento, a nova estrutura da generalização, como qualquer estrutura, é posteriormente transferida como um princípio de atividade sem nenhuma memorização para todos os outros campos do pensamento e dos conceitos. Desse modo, a tomada de consciência passa pelos portões dos conceitos científicos. (VYGOTSKY, 2010, p. 290)

Um ponto importante na teorização de Vygotsky é a relação de subordinação de conceitos a um conceito mais geral. Ele expressa essa relação, afirmando que o conceito superior (mais geral) pressupõe uma sistematização hierárquica. Para ele a generalização de um conceito leva à localização de dado conceito em um determinado sistema de generalidade. Por isso, a generalização significa ao mesmo tempo tomada de consciência e sistematização de conceitos (VYGOTSKY, 2010, p. 92).

A formação dos conceitos surge sempre no processo de solução de algum problema que se coloca para o pensamento do adolescente. Só como resultado da solução desse problema surge o conceito (VYGOTSKY, 2010).

3.6 CONTEÚDO PROGRAMÁTICO – BLOCOS 1 A 7

3.6.1 Introdução

Esta seção tem como objetivo apresentar o planejamento didático para o ensino da Teoria Quântica do Processo de Medida, fundamentado na teoria psicológica de Vygotsky, que possui implicações diretas e significativas para o ensino e aprendizagem. Por razões didáticas, o conteúdo programático foi dividido em 7 (sete) blocos que dialogam entre si.

A ideia de que a interação social exerce um papel essencial na internalização de conceitos científicos e a crença pessoal de que o professor exerce um papel fundamental no processo de ensino-aprendizagem, desde que atue dentro da zona de desenvolvimento proximal, serviram de suporte para organizar e orientar as ações pedagógicas realizadas em sala de aula. Como a proposta didática foi implementada no curso ministrado no segundo semestre de 2014, a descrição a ser apresentada registra as modificações ocorridas durante o processo de ensino aprendizagem, visando evitar repetições que nada acrescentariam ao texto.

Os blocos foram assim intitulados: 1) pressupostos teóricos da Mecânica Clássica; 2) a Interpretação da Complementaridade; 3) experimento com Limalha de Ferro num campo magnético não homogêneo; 4) experimento de Stern-Gerlach, sistemas de dois níveis e postulados

da MQ; 5) spin um – sistemas de três níveis; 6) experimento de polarização de micro-ondas; 7) o problema da medição na Interpretação da Complementaridade: um pseudoproblema.

A estrutura de cada bloco inicia-se com os objetivos e segue com a discussão teórica e estratégia didática, indissociável dos problemas formulados, sempre partindo de ideias gerais, conforme preconiza Vygotsky.

Foi a partir de problemas gerais, presentes na estratégia didática, que se deu o intercâmbio de significados, visando a internalização de conceitos científicos.

Como o acesso ao conhecimento prévio do aluno de alguns conceitos científicos e postulados só puderam ser capturados no transcorrer do curso, ajustes metodológicos foram feitos, visando agir na Zona de Desenvolvimento Proximal. Vários processos de desenvolvimento foram colocados em movimento solucionando problemas através do diálogo, propiciando que estes processos se internalizem e passem a fazer parte do desenvolvimento individual, sempre a partir de uma estratégia prospectiva, observando o que o aluno é capaz potencialmente de fazer com a ajuda de alguém mais experiente.

O primeiro bloco não é uma revisão tradicional²² de Mecânica Clássica, considerando que a abordagem prospectiva, proposta por Vygotsky, não preconiza o ensino do que o aluno supostamente já sabe. Este seria um ensino ineficiente na perspectiva de Vygotsky.

Para justificar a inserção deste bloco na proposta didática é preciso frisar, como parte de uma estratégia mais geral, a ideia de que está em curso um processo cognitivo de **construção**²³ **de uma nova mecânica**, capaz de prever as mesmas variáveis dinâmicas que prevemos com a MC, a exemplo da posição, momento linear, momento angular, energia, etc. Esta predição está assentada, contudo, em uma nova definição de estado (que deixa de ser representado por grandezas físicas, passando a ser representada por um vetor abstrato do espaço de Hilbert), uma nova lei dinâmica (a equação de Schrödinger, no âmbito não relativístico) e um processo de medida que inclui o princípio da superposição para nos dizer, em termos probabilísticos, as possibilidades de resultados obtidos numa medida para um dado contexto experimental, que

²² Está se denominando revisão tradicional aquela que visa simplesmente repetir um conteúdo já estudado anteriormente.

²³ É importante situar a teoria sócio-interacionista de Vygotsky como uma teoria construtivista (MOREIRA, 1999, p.121), “no sentido de que os instrumentos, signos e sistemas de signos são construções sócio-históricas e culturais, e a internalização, nos indivíduos, dos instrumentos e signos socialmente construídos, é uma reconstrução interna em sua mente”.

A reconstrução é por nós interpretada como uma construção de significados que já foram construídos pelos criadores da MQ. Ou seja: quando os alunos iniciaram este curso herdaram um conjunto de significados compartilhados por aqueles adeptos da teoria quântica do processo de medida de acordo com a interpretação da complementaridade, ou, pelo menos, herdaram o formalismo mínimo da MQ, aceito pela academia científica de forma consensual.

envolve a interação de uma aparato macroscópico e o objeto quântico, um processo de medida, portanto, diferente das medições clássicas, onde não há o **problema da medida**. Assim, não se pode entender esta proposta didática sem levar em conta que se pretende, com esta abordagem geral de MC, que o aluno tome consciência e generalize, portanto, as noções gerais de estado, evolução e medida na nova Mecânica. A presente abordagem é fruto de um recorrente incômodo em relação a abordagens que não valorizam a generalização, no dizer de Vygotsky, a tomada de consciência, que passa pela internalização dos conceitos mais gerais, e que contempla os conceitos a eles subordinados.

Convém lembrar, a propósito, que conceitos centrais da Mecânica Clássica, contudo, costumeiramente não são explicitados nos cursos introdutórios de Física. Basta perceber que expressões como predição não costumam vir associadas à segunda lei de Newton, da mesma forma que os conceitos científicos da MC não são conectados à descrição determinística. Do mesmo modo, pode-se constatar a ausência da expressão “preparação de um estado inicial” nos livros de Mecânica Clássica, embora os alunos sejam solicitados a resolver problemas onde o estado inicial é fornecido. O enfoque proposto para este curso visa, desde o primeiro momento, tratar de conceitos gerais da Mecânica, como “estado”, “evolução” e “medida”, objetivando uma generalização destes conceitos, abstraindo as diferenças na definição de cada um. Enquanto o estado clássico é definido através das grandezas posições e momento, o estado quântico é um ente do espaço de Hilbert. É nesse sentido que defendemos a generalização, que não fragmenta noções gerais da Física.

Ao considerar as expressões “estado”, “evolução” e “medida”, no contexto da MC, com vistas a utilizá-las ulteriormente no contexto da MQ, buscou-se, de forma intencional, agir na Zona de Desenvolvimento Proximal, estreitando a distância entre o que o aluno sabe (estado clássico) e o que pode saber (estado quântico) com a ajuda de alguém mais experiente. Nesta perspectiva, buscou-se ensinar que o estado clássico está associado a uma preparação experimental, para intervir no processo de internalização de que a noção de estado quântico também está associada com uma dada preparação objetiva no laboratório, ainda que o estado quântico não seja um observável, diferentemente do estado clássico, que é definido através das variáveis dinâmicas posição e momento linear. Justifica-se assim a inserção da Mecânica Clássica na proposta didática, que visa ulteriormente ensinar a teoria quântica do processo de medida. Através da zona de desenvolvimento proximal é possível analisar as competências dos alunos, o que aprenderam e dominam, bem como os conceitos científicos que estão embrionários, em vias de formação, para que sejam elaboradas estratégias pedagógicas que os auxiliem neste processo. É importante esclarecer que esta estratégia didática não deve ser

entendida como um ensino que busca analogias entre a MC e MQ, tendo em vista os quadros teóricos radicalmente distintos. Ao contrário, pretende-se a compreensão da fenomenologia quântica, que tem a sua essência no princípio da superposição de estados quânticos, acentuando as diferenças conceituais e matemáticas das duas mecânicas, a partir, contudo, da generalização do conceito de estado.

3.7 BLOCO 1: PRESSUPOSTOS TEÓRICOS DA MECÂNICA CLÁSSICA

3.7.1 Conteúdo Programático²⁴

1. Estado clássico de uma partícula.
2. O aspecto preditivo da segunda lei de Newton.
3. Evolução.
4. Variáveis dinâmicas.
5. Descrições determinísticas e trajetória.
6. Equação do movimento e solução para o Oscilador Harmônico Simples.
7. O caos determinístico e a sensibilidade às condições iniciais do problema.

3.7.2 Objetivos

Considerando o conteúdo programático, foram definidos os seguintes objetivos:

- a) discutir o conceito de estado clássico, evolução e medida, explicitando, a partir dos conceitos científicos de força resultante, massa inercial, aceleração e velocidade (mais as condições iniciais do problema: posição e velocidade iniciais), o aspecto preditivo da segunda lei de Newton;
- b) apresentar o determinismo clássico implícito na MC, vinculando a noção de trajetória à segunda lei de Newton;
- c) apresentar, de forma qualitativa, o caos determinístico.

²⁴ Ver APÊNDICE A – Conteúdo Programático da disciplina Tópicos de Física Moderna – A Teoria Quântica do Processo de Medida de acordo com a Interpretação da Complementaridade.

3.7.3 Estratégia didática

A estratégia didática planejada, para atender aos objetivos propostos, deu-se através da interação social, mediada pelas palavras escritas de Laplace (signos linguísticos). Para desafiar e estimular a atividade mental dos alunos frente às palavras de Laplace, na perspectiva de compreensão e compartilhamento dos conceitos implícitos na MC, mostrou-se sua equivalência com os signos matemáticos presentes na segunda lei de Newton, expressa pela relação de igualdade de um vetor força resultante com o produto da massa inercial pela derivada segunda do vetor posição em relação ao tempo. A implementação desta estratégia didática assume que o processo de internalização não é direto, mas sim mediado, por signos e instrumentos, neste caso pela fala de Laplace e pelas equações diferenciais que expressam a segunda lei de Newton e a possibilidade de prever resultados de medidas das variáveis dinâmicas num instante qualquer. Desta forma, buscou-se aproximar os alunos das ideias de estado, evolução de estado e medida, propostas pela Mecânica Clássica, como conceitos que fazem parte dos pilares da Mecânica Quântica.

Para provocar o diálogo e a interação professor/alunos, foram elaboradas questões a partir de problemas que permitissem tratar dos conceitos fundamentais no maior nível de generalização e abstração possível.

QUESTÃO 1 – a) Qual a relação do texto de Laplace com a dinâmica clássica?

Devemos, portanto, ver o estado presente do universo como efeito do estado anterior e como a causa daquele que virá. Uma inteligência que, em qualquer instante dado, conhecesse todas as forças pelas quais o mundo se move e a posição de cada uma de suas partes componentes, e que tivesse também a capacidade de submeter todos estes dados a uma análise matemática, poderia enquadrar na mesma fórmula os movimentos dos maiores objetos do universo e aqueles dos menores átomos. Nada seria incerto para ela, e o futuro, assim como o passado, estaria presente diante de seus olhos. [...] Todos os esforços na busca da verdade tendem a tornar a mente humana cada vez mais próxima daquela inteligência que consideramos; esta última, contudo, permanecerá infinitamente inatingível (LAPLACE, 1812).

b) Qual a ligação entre a segunda lei de Newton expressa a seguir, com o texto de Laplace?

$$\vec{F}_x(x) = m \frac{d^2 x}{dt^2} \vec{i} \quad (78)$$

$$\vec{F}_y(y) = m \frac{d^2 y}{dt^2} \vec{j} \quad (79)$$

$$\vec{F}_z(z) = m \frac{d^2 z}{dt^2} \vec{k} \quad (80)$$

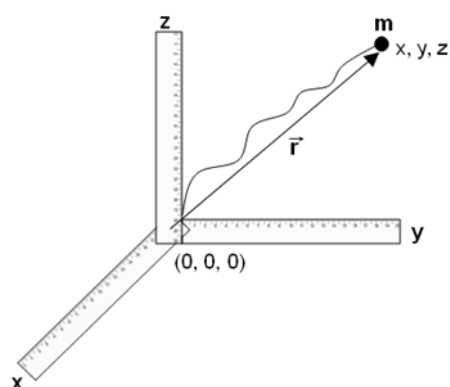


FIGURA 19 – Sistema de coordenadas cartesianas.

Fonte: Elaborado pelo autor.

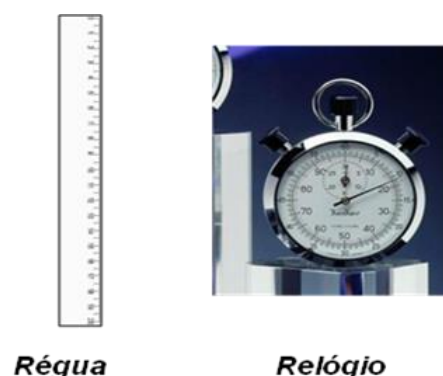


FIGURA 20 – Instrumentos para medir espaço e tempo.

Fonte: Elaborado pelo autor.

QUESTÃO 2 – O que você compreende como estado clássico?

QUESTÃO 3 – O que você compreende por determinismo clássico?

QUESTÃO 4 – Aponte os conceitos da Mecânica Clássica que estão implícitos (ou explícitos) no texto de Laplace e, em seguida, discuta quantitativamente como se pode prever os valores das variáveis dinâmicas passíveis de medição.

QUESTÃO 5 – E se diminuíssemos as dimensões da régua? O processo de medida em escala atômica seria o mesmo das medições no contexto clássico? Justifique sua resposta.

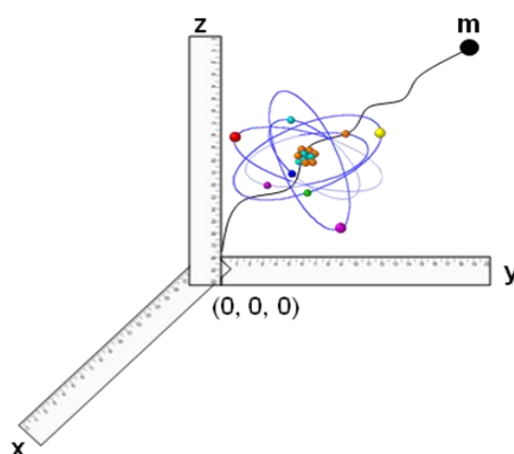


FIGURA 21 – Régua hipotética de dimensões atômicas.

Fonte: Elaborado pelo autor.

3.7.4 Desenvolvimento do conteúdo

A discussão acerca do determinismo clássico, na Mecânica Clássica, é ilustrada através de exemplos conhecidos, como no caso do lançamento oblíquo e do movimento harmônico simples. A inserção de um movimento caótico na lista de fenômenos determinísticos foi feita com a intenção de diferenciar desconhecimento e indeterminação, visando, ulteriormente, ao entendimento das relações de indeterminação de Heisenberg como ruptura com a Mecânica Clássica, a qual, em última análise, rege mesmo aqueles movimentos caóticos macroscópicos, de difícil previsibilidade.

Como se pode perceber existe uma intenção explícita de estender o aspecto preditivo da Mecânica Clássica à Mecânica Quântica, atentando, contudo, à característica de que a previsibilidade de medir uma variável dinâmica, na MQ, exigirá, ulteriormente, uso de amplitude de probabilidade e que isso nada tem a ver com insuficiência de informações, segundo a interpretação ortodoxa que está sendo adotada.

3.7.5 Preparação de um estado inicial

Relembrando características essenciais da Mecânica Clássica.

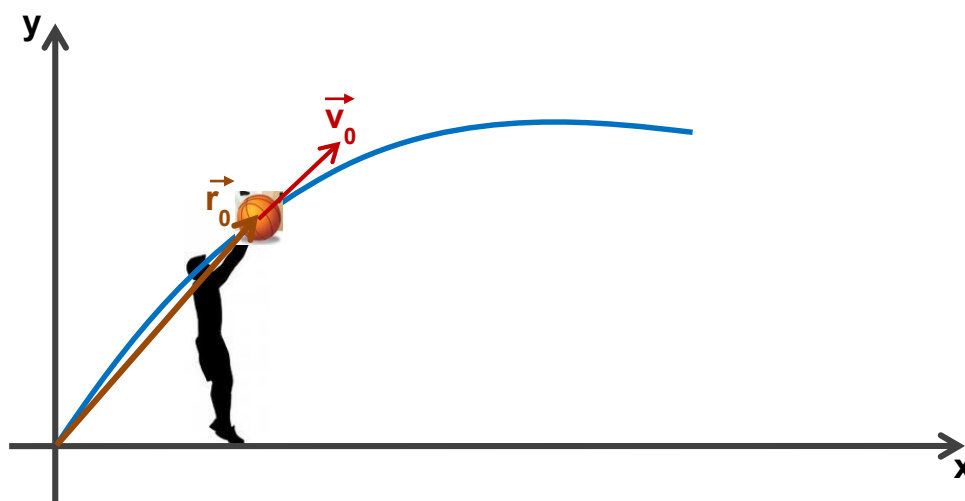


FIGURA 22 – Preparação do estado de uma partícula.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Determinismo Clássico (a evolução dinâmica do estado a partir do estado inicial, da lei de força e da massa inercial).

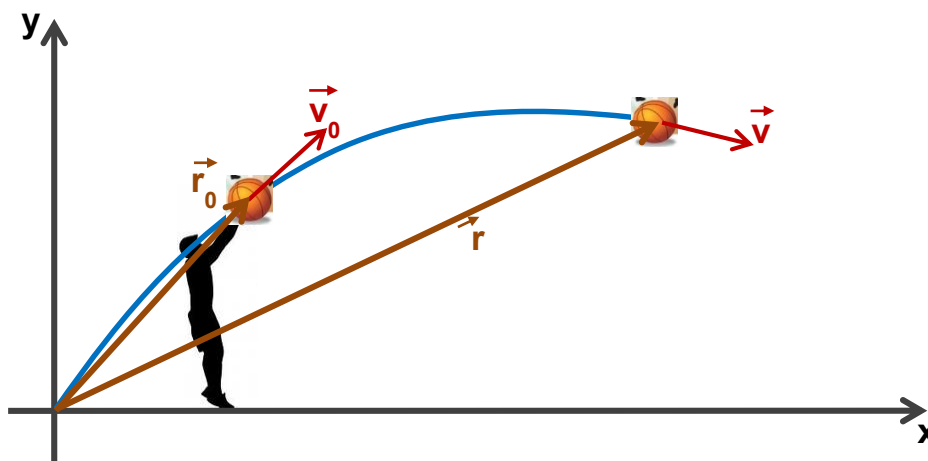


FIGURA 23 – Evolução do vetor posição e do vetor velocidade no tempo.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Considerando a mediação explícita do docente, visando a internalização de significados socialmente compartilhados, espera-se que os alunos, através de uma reconstrução, tenham realizado mudanças qualitativas quanto aos significados e conhecimentos vivenciados, acerca do aspecto preditivo da MC. Assim, espera-se que os alunos sejam capazes de generalizações e abstrações como:

a) a evolução do estado clássico é obtido quando se resolve a segunda lei de Newton, levando em conta o estado inicial do sistema;

b) uma vez preparado o estado inicial (condições iniciais bem definidas), a evolução do estado é descrita univocamente através das funções horárias de posição e velocidade. Trata-se de um fenômeno descrito por uma lei determinística (a segunda lei de Newton);

c) uma vez resolvida a segunda lei de Newton (com uma equação de força mais as condições iniciais do problema) é possível determinar as variáveis dinâmicas do sistema, a exemplo da posição, quantidade de movimento, energia cinética etc.

3.8 BLOCO 2: A INTERPRETAÇÃO DA COMPLEMENTARIDADE

3.8.1 Conteúdo Programático

1. Experimento com balas de revólver passando em duas fendas abertas.
2. Experimento com som passando em duas fendas abertas.
3. O quantum de ação e o postulado quântico.
4. Experimento com elétrons passando por duas fendas abertas.
5. Experimento com elétrons sendo detectado por uma das fendas.

3.8.2 Objetivos

A partir do conteúdo programático, foram estabelecidos os objetivos:

- a) abordar a dualidade onda-partícula como uma das expressões da complementaridade;
- b) discutir a necessidade de arranjos experimentais complementares e excludentes para descrever e exaurir a descrição tanto da matéria quanto da radiação;
- c) apresentar a limitação de uso simultâneo da leis de conservação de energia e momento com uma descrição espaço-temporal;
- d) apresentar a constante de Planck como constante fundamental da Física, expressão da limitação de medida simultânea de observáveis que se afiguram como incompatíveis;
- e) estabelecer relação entre o princípio da incerteza e a dualidade onda-partícula.

3.8.3 Estratégia Didática

Buscou-se, inicialmente, esboçar uma curva de probabilidade de intensidade de marcas de balas de revólver chegando no anteparo, conforme a Figura 24, onde $P_{12}(x) = P_1(x) + P_2(x)$ ²⁵.

²⁵ $P_1(x)$ é a função que relaciona a probabilidade de detecção da bala (do som ou do elétron) no anteparo em função do eixo x supondo que apenas a fenda 1 está aberta e $P_2(x)$ é a função que relaciona a probabilidade de detecção da bala (do som ou do elétron) no anteparo em função do eixo x , supondo que apenas a fenda 2 está aberta. $P_{12}(x)$ é a função que relaciona a probabilidade de detecção da bala (do som ou do elétron) em função do eixo x supondo as duas fendas estão abertas.

Com a colaboração dos alunos deu-se prosseguimento com o esboço gráfico da distribuição de probabilidade de intensidade da onda sonora ao longo da direção x , obtendo-se uma curva característica de interferência. Em seguida, propõe-se um experimento mental com elétrons passando por um aparato com duas fendas abertas, em regime de baixa intensidade. “Espera-se” um tempo suficiente para que as marcas pontuais revelem um padrão tipicamente de interferência, com uma distribuição de probabilidade ao longo da direção x , similar ao das ondas sonoras. Finalmente, propõe-se um quarto experimento com elétrons, descrito pela Figura 27, em regime de baixa intensidade, onde o elétron é detectado pela presença de luz em uma das fendas, borrando o padrão de interferência que aparecia na Figura 25, fenômeno compatível com uma curva de distribuição de probabilidade similar ao que aparece na Figura 24, referente às balas de revólver, tal que $P_{12}(x) = P_1(x) + P_2(x)$.

3.8.4 Experimento com balas de revólver passando em duas fendas abertas

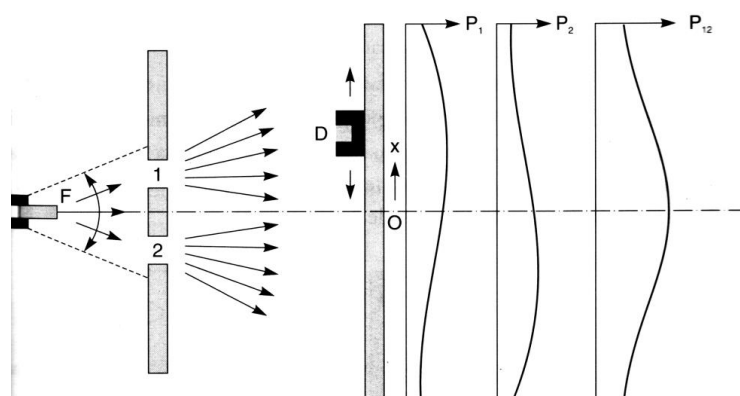


FIGURA 24 – Experimento de Young com partículas clássicas.

Fonte: Nussenzveig, 2002, p. 285.

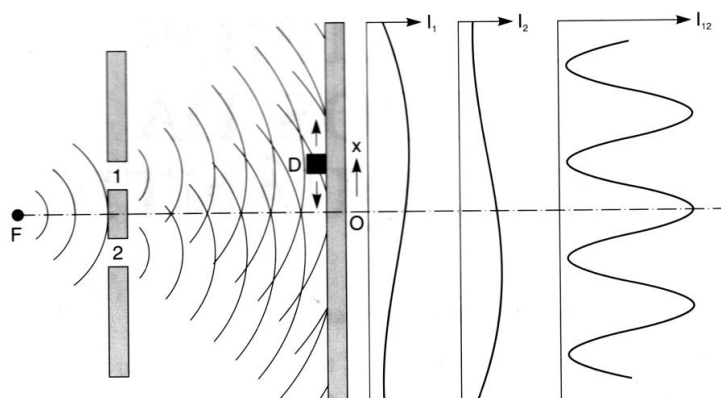


FIGURA 25 – Experimento de Young com ondas clássicas. Som passando em duas fendas abertas

Fonte: Nussenzveig, 2002, p. 284.

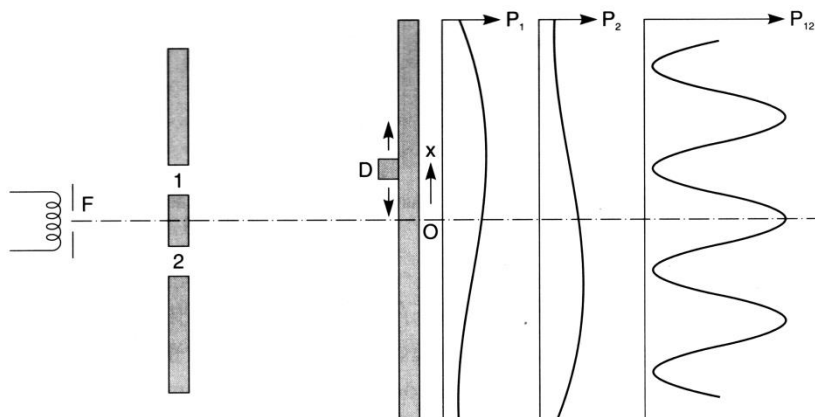


FIGURA 26 – Experimento de Young com elétrons passando por duas fendas abertas.

Fonte: Nussenzveig, 2002, p. 286.

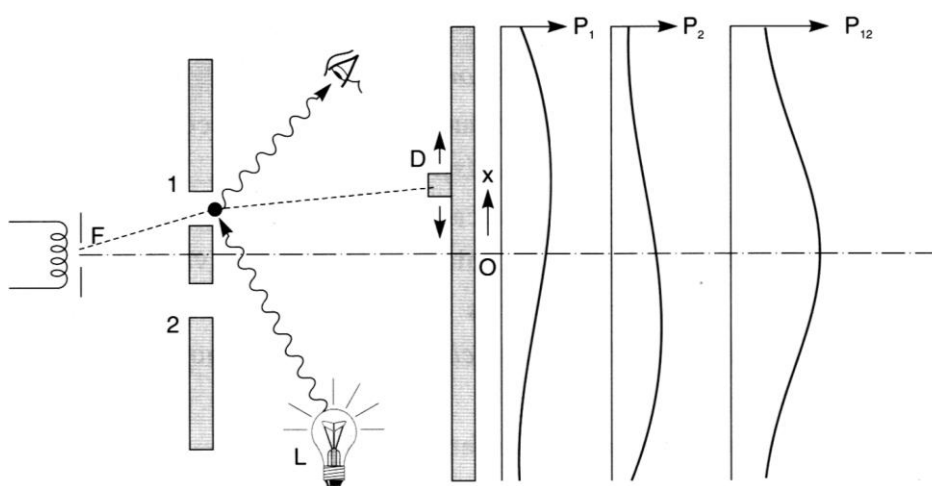


FIGURA 27 – Observação da fenda pela qual um elétron passa.

Fonte: Nussenzveig, 2002, p. 288.

O núcleo central da discussão sobre a dualidade onda partícula, mediadas pelo professor, através de tais experimentos, consistiu em mostrar que não se pode ter conhecimento quanto à natureza do comportamento da matéria ou da radiação, no domínio quântico, sem levar em conta as condições de observação. Uma atenção especial foi dada ao postulado quântico que expressa a chegada sempre pontual dos quanta no anteparo. Desta forma, frisou-se que a dualidade onda-partícula não deve ser entendida como um fenômeno ondulatório (onde aparece interferência acrescida de uma chegada pontual), como se os comportamentos corpuscular e ondulatório se manifestassem simultaneamente. Buscou-se fundamentalmente compartilhar com os alunos que a dualidade onda-partícula é expressa pela necessidade de montagens experimentais complementares e excludentes para obter uma descrição completa e exaustiva

tanto da matéria quanto da radiação, exigindo para isso quadros mentais ondulatórios (quando se forma a interferência) e corpusculares (quando se borra o padrão de interferência).

Para agir na *zona de desenvolvimento proximal*, partiu-se da ideia familiar de interferência da Física Clássica, para introduzir a novidade que, nesta interpretação, não há ondas reais interferindo, nem partículas clássicas se movendo no espaço R^3 . Tentando intervir no que é potencialmente viável de ser internalizado, de forma processual, o professor mediu afirmando que na MQ Bohriana não há uma ontologia associada e que, na perspectiva desta interpretação, lida-se apenas com previsões e registros experimentais objetivos, numa perspectiva antirrealista. Registre-se que a fundamentação epistemológica descrita no Capítulo 2, páginas 52 a 60, foi utilizada como material didático de suporte para a discussão deste bloco, lido e debatido em grupo, alunos em volta da mesa do professor. Insistiu-se na ideia de que na perspectiva da complementaridade não existem ondas nem partículas reais, existe, conforme foi compartilhado, a necessidade de uso de uma linguagem clássica para transmitir, de forma não ambígua, resultados de uma medida em um contexto experimental bem definido. Conforme relataremos na análise de dados, contudo, o conhecimento prévio acerca do significado da constante de Planck capturado referiu-se apenas à quantização de fenômenos estudados na Mecânica Quântica Velha (formulada entre 1900 e 1925). Assim, os alunos não associavam a constante de Planck com a interpretação da complementaridade.

Aproveitou-se a oportunidade para tratar do efeito fotoelétrico, ilustrando o significado revolucionário da constante de Planck, que implicava quantização da radiação eletromagnética, proposta em 1905 por Einstein, que já anunciava a necessidade de uma nova física para tratar da interação da matéria com a radiação eletromagnética. A abordagem feita seguiu o texto de Nussenzveig (2002, p. 249-254), com a vigilância epistemológica de que, no ano de 1905, Albert Einstein não dispunha de dados experimentais para um simples ajuste de curvas. Suas hipóteses preditivas só foram confirmadas em 1915, por Millikan.

O significado da quantização da radiação eletromagnética foi compartilhado, considerando os problemas que o eletromagnetismo encontrou na tentativa de explicar a interação da matéria com a radiação, isso é ilustrado no esquema do efeito fotoelétrico a seguir, através de um aparato composto de eletrodos que estão dentro de uma ampola de quartzo transparente à luz violeta evacuada. Há uma fonte de tensão V que pode ser invertida e um amperímetro, conforme indica a Figura 28. O elétron ejetado pela presença da luz é coletado pelo circuito e permite que o amperímetro registre uma intensidade de corrente i .

O professor, visando introduzir a quantização, explicitou três problemas de inadequação do eletromagnetismo na compreensão qualitativa e quantitativa de luz ultravioleta com célula

de potássio: a luz incidente na célula fotoelétrica (Figura 28), quando arranca elétrons da placa o faz imediatamente, e isso deveria demorar minutos. A intensidade de luz não afeta a energia cinética de salto dos fotoelétrons, conforme se pode inferir da Figura 29, mas segundo o eletromagnetismo clássico deveria afetar. Finalmente, foi possível inferir, através da Figura 30, que a frequência da luz afeta a energia cinética de salto de elétron, o que não era explicado pela teoria clássica.

Desta forma, então, agindo na zona de desenvolvimento proximal, retoma-se a constante de Planck, tal como foi lembrado pelos alunos (conhecimento real), considerando ser uma peça essencial na discussão da teoria quântica do processo de medida.

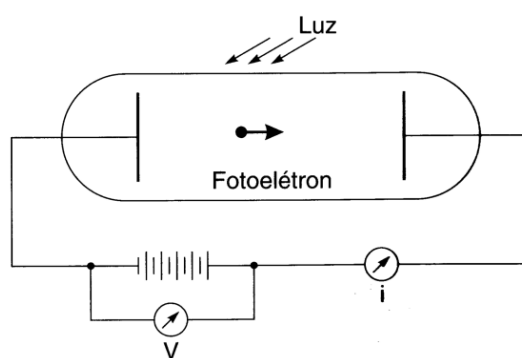


FIGURA 28 – Efeito fotoelétrico.

Fonte: Nussenzveig, 2002, p. 250.

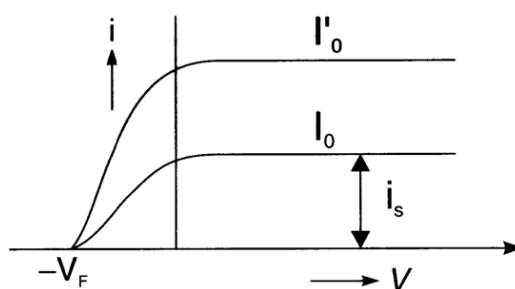


FIGURA 29 – Variação de i com V .

Fonte: Nussenzveig, 2002, p. 250.

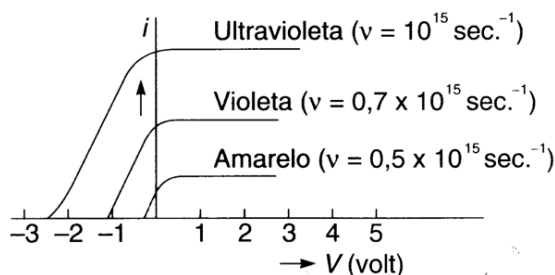


FIGURA 30 – Variação de i com a frequência da luz com V (tensão de corte).

Fonte: Nussenzveig, 2002, p. 250.

A explicação surge da hipótese de Einstein de que a luz deveria ser constituída de pacotes de energia, os quanta de energia. A energia de cada pacote seria o quantum de energia, cujo valor é de $E=hf$, onde h é a constante de Planck e f é a frequência da luz.

3.9 BLOCO 3: EXPERIMENTO COM LIMALHA DE FERRO NUM CAMPO MAGNÉTICO NÃO HOMOGÊNEO²⁶

3.9.1 Conteúdo Programático

1. Momento de dipolo magnético.
2. Momento de dipolo induzido em campo magnético não homogêneo.
3. Momento de dipolo permanente dos átomos de prata em campo magnético não homogêneo.

3.9.2 Objetivos

Tendo em vista o conteúdo programático, foram propostos os seguintes objetivos:

- a) investigar o conhecimento prévio sobre o conceito científico *momento de dipolo magnético*;
- b) discutir o resultado experimental das limalhas de ferro e dos átomos de prata (Ag), submetidos a um campo magnético não homogêneo;
- c) compartilhar a ideia de que os átomos de prata têm momento de dipolo permanente;

²⁶ A preparação do experimento contou com o apoio do professor José Fernando Moura Rocha.

d) investigar o conhecimento sobre estado quântico e filtragem, a partir do experimento de Stern-Gerlach.

3.9.3 Estratégia Didática

Levou-se em conta o aspecto prospectivo da teoria de Vygotsky, partindo-se de uma questão na qual se solicitava dos alunos predizerem resultados experimentais em duas situações distintas: limalhas de ferro (experimento macroscópico) passando por um campo magnético não homogêneo e depositando-se no vidro.

Foram propostos dois experimentos, apresentados a seguir, discutidos com a participação ativa dos alunos.

O material utilizado no experimento com limalha de ferro está registrado nas Figuras 31, 32, 33 e 34.



FIGURA 31 – Tubo vertical de vidro transparente.

Fonte: Acervo do autor.

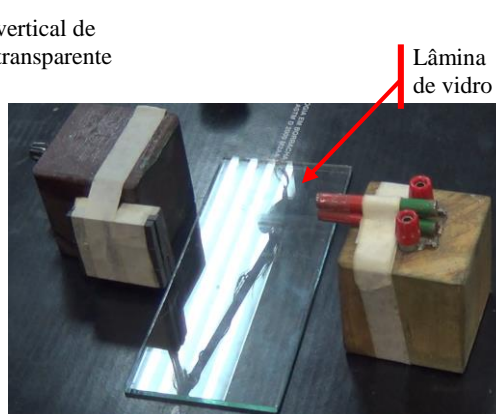


FIGURA 32 – Lâmina de vidro.

Fonte: Acervo do autor.

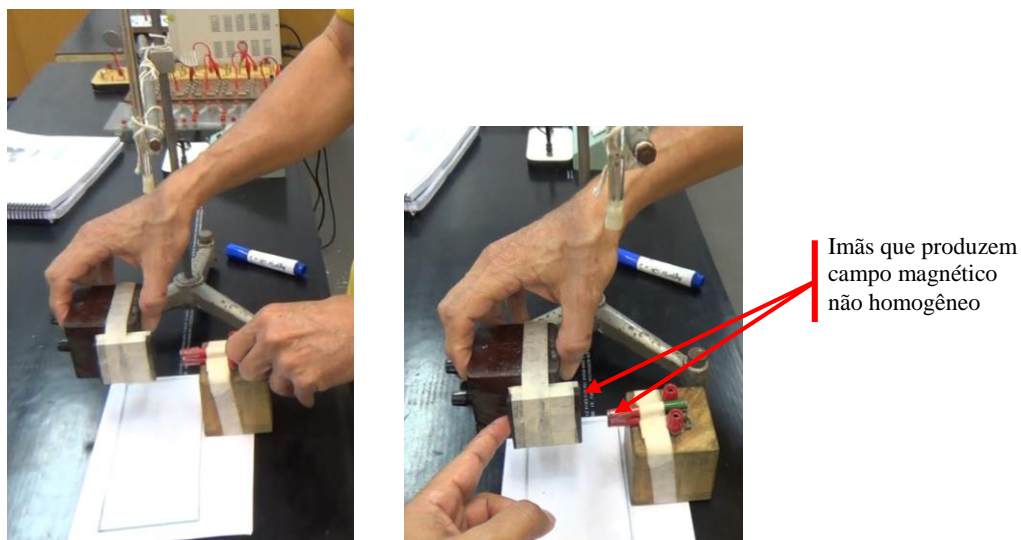


FIGURA 33 – Experimento com limalha de ferro num campo magnético não homogêneo.

Fonte: Acervo do autor.

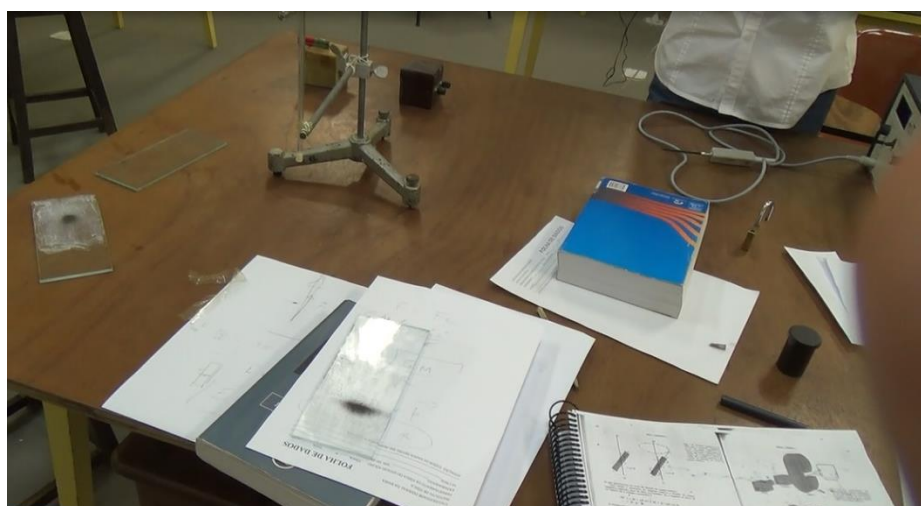


FIGURA 34 – Resultado experimental das limalhas de ferro depositadas no vidro.

Fonte: Acervo do autor.

Este experimento em que limalhas de ferro são soltas e caem no interior de vidro transparente, ao saírem do tubo entram em um campo magnético não-homogêneo e, em seguida, são depositadas numa placa de vidro contendo vaselina, conforme ilustra a Figura 34.

O segundo experimento, como parte da estratégia didática, foi sobre átomos de prata (Ag), submetidos a um campo magnético não-homogêneo.

Em seguida, foi solicitado que esses alunos dissessem o que esperavam que ocorresse experimentalmente quando átomos de prata (Ag) incidiam numa placa coletora após passar por um campo magnético não homogêneo, conforme ilustra a Figura 35.

A estratégia didática está centrada na ideia de que ao contrastar os dois resultados experimentais, agindo na zona de desenvolvimento proximal, os alunos possam com a ajuda do professor justificar que a deflexão em duas componentes com átomos de prata só pode ser aceita se considerarmos que o momento magnético dos átomos de prata é quantizado²⁷.

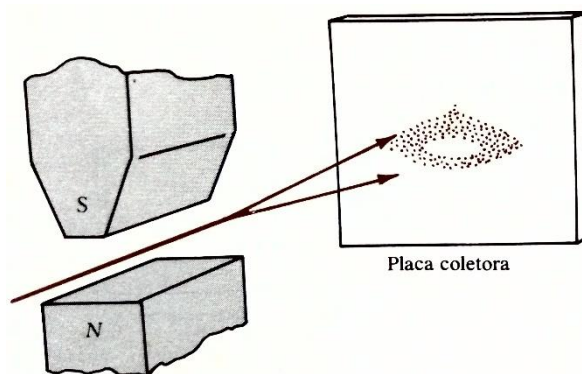


FIGURA 35 – Resultados de uma experiência de Stern-Gerlach. O feixe atômico desdobra-se em duas linhas, indicando que os momentos magnéticos dos átomos são quantizados no espaço para duas orientações. A forma da linha superior é devida à maior inhomogeneidade do campo magnético perto do polo da face superior.

Fonte: TIPLER, 1981, p. 218.

3.9.4 Discussão teórica²⁸

Um sistema de partículas carregado terá um momento de dipolo magnético que é diretamente proporcional a seu momento angular. Considere uma partícula de massa M e carga q em movimento circular e uniforme com raio de curvatura r , velocidade de módulo v e frequência $f = \frac{v}{2\pi r}$. O momento angular da partícula é $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$, onde \vec{p} é o momento linear é $\vec{p} = M\vec{v}$. Para uma carga que circula delimitando uma área A tem-se, por definição, que o momento de dipolo é $\vec{\mu} = iA\hat{n}$, onde \hat{n} é um vetor perpendicular à área A . Levando-se em conta que $i = qf = \frac{qv}{2\pi r}$ pode-se concluir que $\mu = q(\frac{v}{2\pi r})(\pi r^2) = \frac{1}{2} qvr = \frac{1}{2} q(\frac{L}{M})$.

²⁷ O experimento de Stern-Gerlach com átomos de prata não foi realizado neste curso, em virtude do custo, inviabilizando sua realização.

²⁸ A discussão teórica levou em conta o livro Física Moderna, de Tipler (1981).

Pode-se escrever então que: $\vec{\mu} = \frac{q}{2M} \vec{L}$.

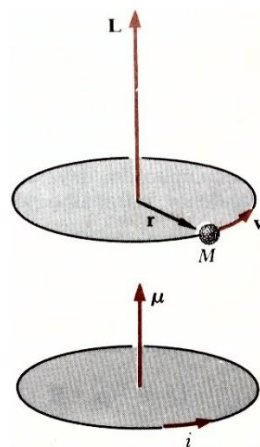


FIGURA 36 – Uma partícula que se move num círculo tem momento angular L . Se a partícula tem uma carga positiva, o momento magnético, devido à corrente, é paralelo a L .

Fonte: TIPLER, 1981, p. 215.

O comportamento de um sistema de partículas com um momento magnético em um campo magnético pode ser visualizado, considerando-se uma pequena barra magnética.

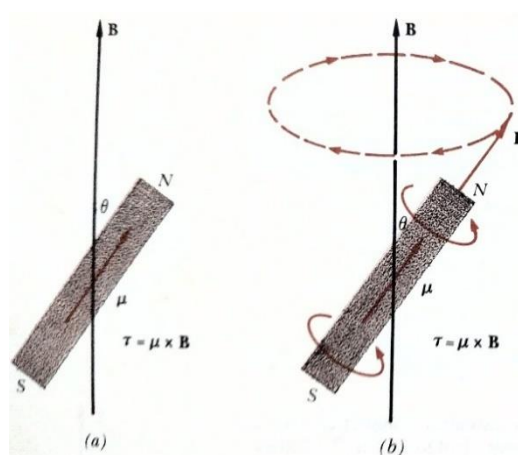


FIGURA 37 – Modelo magnético de Bohr para o momento magnético. (a) Em um campo magnético externo, o momento experimenta um torque que tende a alinhá-lo com o campo. Se o magneto estiver girando, (b) o torque provoca a precessão do sistema em torno do campo externo.

Fonte: TIPLER, 1981, p. 216.

Uma vez inserido o magneto num campo magnético externo \vec{B} , um torque $\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$ é aplicado ao ímã, fazendo-o tender a alinhar-se com o campo \vec{B} . Considerando o caso do magneto girando em torno do seu eixo, o efeito do torque é fazer o eixo do spin precessionar na

direção do campo externo. Note-se que para modificar a orientação do magneto em relação à direção do campo magnético, é necessária a realização de um trabalho; para deslocar o magneto de um ângulo $d\theta$, o trabalho é $dW = \tau d\theta = \mu B \sin \theta d\theta = d(-\mu B \cos \theta) = d(-\mu \cdot B)$.

Portanto, a energia potencial do sistema vale $U = -\mu \cdot B$.

Supondo B na direção z , a energia potencial será: $U = -\mu_z \cdot B$.

É importante perceber que se o campo magnético não for homogêneo haverá uma força resultante não nula aplicada no magneto, tendo em vista que a força sobre um polo será mais intensa que no outro polo, a depender da orientação do magneto no campo magnético, conforme ilustra a Figura 39.

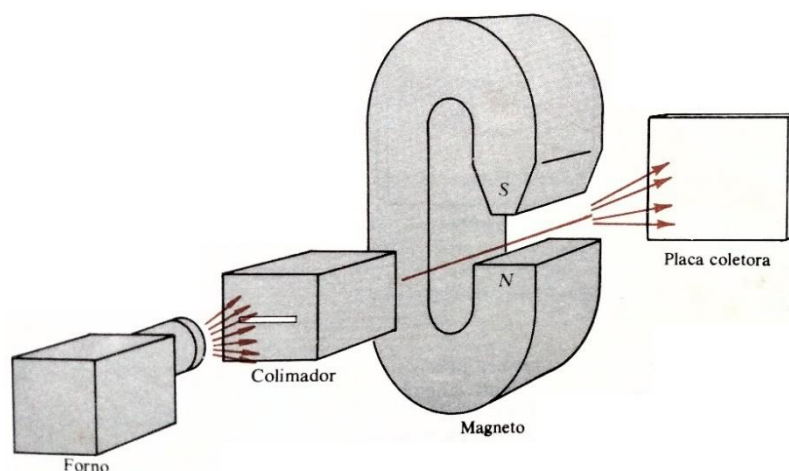


FIGURA 38 – Na experiência de Stern-Gerlach, átomos provenientes de um forno são colimados, passados através de um campo magnético não-homogêneo e detectados numa placa coletora.

Fonte: TIPLER, 1981, p. 217.

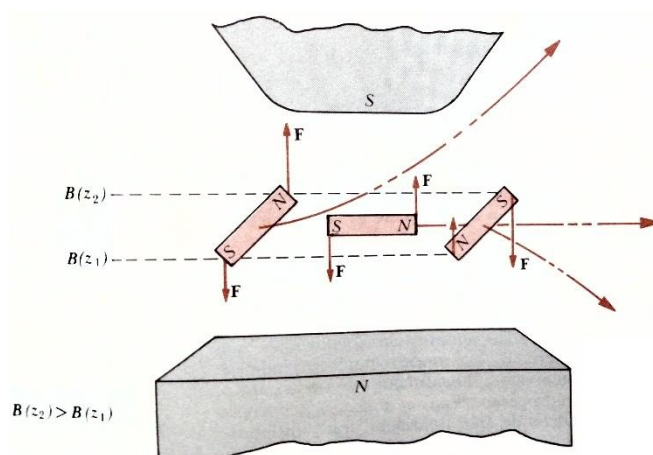


FIGURA 39 – Num campo magnético não-homogêneo, um magneto experimenta uma força resultante que depende de sua orientação.

Fonte: TIPLER, 1981, p. 217.

O principal resultado esperado deste experimento é que a mediação, extrapolada para o domínio atômico, possibilite ao aluno, com a ajuda do professor, concluir que os resultados experimentais com átomos de prata, submetidos a um campo magnético não homogêneo, não são uma banda contínua, como ocorre no experimento macroscópico com limalha de ferro imantada. Para tanto é necessário compartilhar da ideia de que o momento do dipolo dos átomos de prata é permanente, e assume somente dois valores. A discussão dessa característica genuinamente quântica dos átomos de prata será fundamental para iniciar-se o estudo da teoria quântica do processo de medida, através do experimento do Stern-Gerlach. Foi ao longo desta abordagem que visa à transição do entendimento dos ímãs no âmbito macroscópico (através deste experimento) e microscópico que o professor agiu, na zona de desenvolvimento proximal. Partiu-se do conhecimento supostamente real (após investigação do conhecimento prévio), amadurecendo-o, até se chegar à conclusão de que as limalhas deveriam se orientar formando uma banda contínua, salientando que o desbalanceamento de forças leva à configuração mostrada na Figura 34.

3.10 BLOCO 4: EXPERIMENTO DE STERN-GERLACH – SISTEMAS DE DOIS NÍVEIS

3.10.1 Conteúdo programático

1. Estado quântico.
2. Preparação de estado (filtragem de estados).
3. Espaço de estados.
4. Autovetores e autovalores.
5. Observáveis compatíveis.
6. Observáveis incompatíveis
7. Espectro de observáveis.
8. Probabilidade de medir uma variável dinâmica.
9. Valor médio.
10. Postulados da Mecânica Quântica

3.10.2 Objetivos

Foram definidos os seguintes objetivos:

- a) mostrar que se pode representar o estado de spin de um átomo de prata, submetido a um campo magnético não homogêneo, por algum tipo de vetor em um novo tipo de espaço vetorial bidimensional e que o espaço vetorial bidimensional necessário para descrever os estados de spin dos átomos de prata precisa ser um espaço vetorial complexo;
- b) explicitar o princípio da superposição e a característica da MQ de prever resultados de uma medida de uma variável dinâmica em termos probabilísticos;
- c) enunciar os postulados da MQ.

3.10.3 Estratégia didática

Para evitar repetições de aspectos já mencionados que nada acrescentariam à tese, tendo em vista que este bloco está inteiramente pautado no Capítulo 2, a estratégia didática, primeiramente, mostrará de que forma foram compartilhados os significados implícitos nos objetivos, visando atingi-los. Em seguida, serão feitas referências ao Capítulo 2, indicando a sequência adotada neste bloco, de modo a permitir a operacionalização da MQ, tendo em vista que a proposta didática passa necessariamente pelos aspectos formais da teoria, com a crença de que a resolução de problemas é uma etapa essencial na internalização da teoria quântica do processo de medida.

Visando compreender como os alunos internalizam a teoria quântica do processo de medida, de acordo com a interpretação da complementaridade, selecionou-se a apresentação do experimento Stern-Gerlach para mediar a discussão, conforme discussão teórica (Capítulo 2).

Para provocar o diálogo e a interação social, foram propostas questões.

QUESTÃO 1 – Discuta com seus colegas, fundamentados nos *slides*, que o estado quântico deve ser descrito por um vetor.

QUESTÃO 2 – Mostre que o espaço vetorial bidimensional necessário para descrever os estados de *spin* dos átomos de prata precisa ser um espaço vetorial complexo.

QUESTÃO 3 – Mostre que a predição dos resultados experimentais descritos no experimento de Stern-Gerlach, com um campo inhomogêneo, é compatível com a equação de autovalor e autovetor.

QUESTÃO 4 – Considere um feixe de átomos de prata que atravessa um aparelho de Stern-Gerlach SG_1 orientado a um ângulo θ em relação ao eixo $+z$ (ver Figura 40). O componente que rumo para o caminho A se encontra, por definição, em um estado $|\sigma_{+\theta}\rangle$. Suponha que este componente $+\theta$ incida em outro aparelho SG_2 , orientado ao longo de $+z$. Nosso objetivo é determinar qual fração dos átomos que entram em SG_2 são detectados em D (PESSOA JR., 2003).

Para resolver este problema, podemos primeiro escrever o estado $|\sigma_{+\theta}\rangle$ em função dos autoestados $|\sigma_{+z}\rangle$ e $|\sigma_{-z}\rangle$ do componente de spin nas direções $+z$ e $-z$.

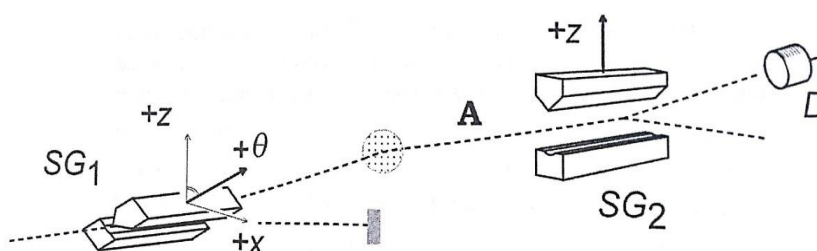


FIGURA 40 – Colapso de onda ou redução de estado²⁹.

Fonte: Pessoa Jr., 2003.

- (a) Considere o caso particular $\theta = 0^\circ$. Preencha os componentes da igualdade abaixo:

$$|\sigma_{0^\circ}\rangle = \underline{\hspace{2cm}} |\sigma_{+z}\rangle + \underline{\hspace{2cm}} |\sigma_{-z}\rangle \quad (81)$$

- (b) Considere agora outro caso simples, aquele no qual $\theta = 90^\circ$, ou seja, o aparelho SG_1 está apontando na direção $+x$.

$$|\sigma_{90^\circ}\rangle = \underline{\hspace{2cm}} |\sigma_{+z}\rangle + \underline{\hspace{2cm}} |\sigma_{-z}\rangle \quad (82)$$

- (c) Considere agora o caso $\theta = 180^\circ$, ou seja, SG_1 está apontando na direção $-z$. (Este caso é igual ao caso (a) com os componentes trocados).

$$|\sigma_{180^\circ}\rangle = \underline{\hspace{2cm}} |\sigma_{+z}\rangle + \underline{\hspace{2cm}} |\sigma_{-z}\rangle \quad (83)$$

²⁹ Uma vez que se adotou a interpretação da complementaridade, é importante frisar que, para qualquer tipo de configuração experimental, não se fala em onda real, de um ponto de vista ontológico. A noção de redução de estado ocorre no nível do formalismo quântico.

- (d) A partir dos casos especiais apresentados, infira qual é a expressão para o estado geral $|\sigma + \theta\rangle$, supondo que tal expressão envolva senos e cossenos.

$$|\sigma_\theta\rangle = \frac{1}{2} |\sigma_{+z}\rangle + \frac{1}{2} |\sigma_{-z}\rangle \quad (84)$$

QUESTÃO

Considere o sistema físico cujo espaço de estados é bidimensional e cuja base ortonormalizada é formada pelos autokets $|1\rangle$ e $|2\rangle$ do operador hamiltoniano \hat{H} . Nesta base, \hat{H} e o observável \hat{A} são representados pelas matrizes:

$$\hat{H} = \begin{pmatrix} -\hbar\omega & 0 \\ 0 & \hbar\omega \end{pmatrix} \quad \hat{A} = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad (85)$$

Suponha que no tempo $t = 0$ o sistema encontra-se no estado $|\psi\rangle = a|1\rangle + b|2\rangle$, onde $|a|^2 + |b|^2 = 1$ (a e b são constantes).

- A) Quais os possíveis resultados da energia? E para o observável \hat{A} ? As medidas destes observáveis são compatíveis?
- B) Quais as probabilidades de se obter, numa medida em $t = 0$, cada um dos possíveis valores de energia? Idem num tempo t qualquer ($t > 0$).

A sequência didática subsequente segue ao capítulo de Fundamentação Teórica, com o enunciado dos postulados incluindo o princípio da incerteza.

Espera-se que, ao final destas aulas, as atividades dos alunos, mediadas pelo uso de ferramentas técnicas e signos na função mental, tenham causado no processo de interação social, mudanças qualitativas na construção do princípio quântico da superposição, considerado por Dirac a ideia mais fundamental da Mecânica Quântica.

3.11 BLOCO 5: SPIN UM – SISTEMAS DE TRÊS NÍVEIS

3.11.1 Conteúdo Programático

1. Preparações de estados com um aparato de Stern-Gerlach.
2. Experimento com átomos filtrados.

3. Filtros de Stern-Gerlach em série.
4. Estados de base.
5. Amplitudes interferentes.

3.11.2 Objetivos

Os objetivos propostos, conforme o conteúdo programático, foram:

- a) apresentar símbolos especiais para filtros de Stern-Gerlach;
- b) discutir novas preparações de estado onde o segundo aparato é girado em relação ao primeiro;
- c) apresentar situações de filtros com todos os canais abertos em experimentos sequenciais;
- d) discutir o significado das amplitudes interferentes.

3.11.3 Estratégia didática

Dado que o processo de internalização não é imediato, a abordagem sobre quantização de momento magnético feita no Bloco 4 (Stern-Gerlach-Sistema de dois níveis) foi complementada com discussões sobre as diversas possibilidades de filtrações e medições, num contexto experimental que envolve partículas de spin um, sob a ação de um campo magnético não homogêneo, inspirada no livro de Richard Feynman, *Lectures on Physics*, volume 3. Agindo na zona de desenvolvimento proximal busca-se, apoiado no experimento da dupla fenda (com duas fendas abertas), associar que ao se abrirem mais canais deixamos menos átomos passarem.

Frisou-se que embora os experimentos mentais descritos por Feynman envolvam feixes de muitas partículas, toda a discussão que segue se aplica a cada átomo individualmente, que entra no campo magnético em um estado puro que se designou por $|\psi\rangle = a|+\rangle + b|0\rangle + c|-\rangle$, onde $|+\rangle, |0\rangle$ e $|-\rangle$ são os 3 autoestados e representam os kets da base em z e que na notação de

Feynman é designada pelo símbolo $\begin{Bmatrix} + \\ 0 \\ - \end{Bmatrix}$. As constantes a , b e c representam as amplitudes de

probabilidades de haver redução para os respectivos autoestados, supondo que $|\psi\rangle$ foi

normalizado. Buscou-se enfatizar que não há átomos, individualmente, entrando no estado $+$, outros entrando no estado puro 0 e outros entrando no estado puro $-$.

Desse modo, buscou-se compartilhar a ideia de que a representação esquemática, contendo três trajetórias, não deve induzir ao pensamento de que cada partícula que entra descreve, em geral, uma trajetória bem definida, a menos que estivesse adotando uma teoria de variáveis escondidas. Frisou-se que as três trajetórias devem ser entendidas como uma metáfora que significa, para cada partícula individualmente, um estado de superposição quântica, com três possibilidades de redução de estado.

Toda mediação feita referente a este bloco partiu das questões:

- 1) Discuta os dois experimentos a seguir determinando os valores de α , β , e γ .

$$\left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_S \xrightarrow{N} \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_T \xrightarrow{\alpha N} \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_{S'} \xrightarrow{\beta \alpha N} . \quad (86)$$

$$\left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_S \xrightarrow{N} \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_T \xrightarrow{\alpha N} \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_{S'} \xrightarrow{\gamma \alpha N} . \quad (87)$$

A problematização inicial buscou compartilhar das ideias físicas implícitas nos valores $\alpha = |\langle 0T | +S \rangle|^2$, $\beta = |\langle +S | 0T \rangle|^2$ e $\gamma = |\langle 0S | 0T \rangle|^2$, quais sejam estado, filtragem, probabilidade de ao ser feita certa preparação objetiva, no laboratório, obter certo estado, após nova interação com o sistema físico em questão, e medida do observável componente de spin. Ênfase especial foi dada à ideia (discutida no Capítulo 2) de que qualquer sistema atômico pode ser separado por um processo de filtragem em certo conjunto que denominaremos de estados de base e que a história futura dos átomos, em qualquer estado de base, depende apenas da natureza do estado de base, independente de qualquer história pregressa. Insistimos na mediação, visando amadurecer a ideia de que a amplitude de probabilidade $\langle +S | 0T \rangle$, referente ao fenômeno descrito pela esquema 90 nada tem a ver com a história pregressa dos átomos, ou seja, independe do fato de ao ter emergido do filtro S estar no estado $|+S\rangle$. Insistiu-se na ideia de que os átomos que saem de T (Esquema 90) estão no estado base $(0T)$ e não têm memória de que estiveram alguma vez no estado $(+S)$ frisando que não é a ação do campo magnético que destrói informações, mas a presença de chapas bloqueadoras.

As outras questões propostas aos alunos para discussão foram:

2) Considere os aparatos sequenciais descritos a seguir mostre que:

$$\langle +S|+T\rangle\langle +T|+S\rangle + \langle +S|0T\rangle\langle 0T|+S\rangle + \langle +S|-T\rangle\langle -T|+S\rangle = 1 \quad ^{30} \quad (88)$$

$$\left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_S \xrightarrow{N} \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_T \xrightarrow{N} \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_{S'} \xrightarrow{N}, \quad (89)$$

3) Através da colaboração dos alunos que foram até o quadro buscou-se mostrar que:

$$\langle 0S|+T\rangle\langle +T|+S\rangle + \langle 0S|0T\rangle\langle 0T|+S\rangle + \langle 0S|-T\rangle\langle -T|+S\rangle = 0 \quad ^{30} \quad (90)$$

$$\left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_S \xrightarrow{N} \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_T \xrightarrow{N} \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_{S'} \xrightarrow{0}, \quad (91)$$

3.12 BLOCO 6: EXPERIMENTO DE POLARIZAÇÃO DE MICRO-ONDAS³⁰

3.12.1 Conteúdo Programático

1. Lei de Mallus.
2. Interpretação probabilista para a lei de Mallus.
3. Algoritmo estatístico.

3.12.2 Objetivos

a) apresentar a ideia de que o estado quântico de polarização de um fóton (de luz monocromática, numa dada direção de propagação) é representado pelo vetor de estado normalizado;

³⁰ A colaboração do professor José Fernando Moura Rocha foi essencial para a utilização do material.

b) discutir a ideia de que se um fóton é preparado num estado de polarização $|\theta\rangle$, a probabilidade de que seja observado estado com polarização $|\varphi\rangle$, numa observação binária imediatamente posterior, é $P(\varphi, \theta) = |\langle \varphi | \theta \rangle|^2$.³¹

3.12.3 Estratégia Didática

Com a finalidade de ampliar a internalização da teoria quântica do processo de medida planejou-se um experimento com fótons, que permitisse a utilização do formalismo quântico (que tem validade geral), para utilização de uma situação particular de micro-ondas, que poderia ser tratada classicamente. O enfoque dado, contudo, permitiu corroborar a ideia de que a utilização de probabilidade na MQ vale mesmo para eventos individuais. A estratégia foi comparar a intensidade de corrente medida, supondo que os fótons de micro-ondas obedecem às leis probabilísticas da MQ.

Foram formuladas três questões referentes ao experimento realizado na sala de laboratório, para mediar a internalização da aplicabilidade do algoritmo estatístico para fótons individuais. Os problemas formulados numa atmosfera prospectiva incentivaram a colaboração social, tendo em vista que os mesmos alunos que fizeram o experimento foram ao quadro formalizar as previsões corroboradas, a partir do formalismo de Dirac. Tendo em vista os pressupostos vygotskyanos, buscou-se agir na zona de desenvolvimento proximal. É oportuno lembrar que o processo de construção de significados sobre a teoria quântica do processo de medida, até então discutida, envolveu a matéria, elétrons (quando tratou-se do experimento da dupla fenda) e átomos de prata, quando foram estudados a divisão de feixes desses átomos num campo magnético não homogêneo. Com este experimento, buscamos uma generalização ao tratar de preparação e amplitudes de probabilidade envolvendo fótons.

Para o experimento, foram utilizados os seguintes equipamentos:

- Corneta transmissora de micro-ondas;
- Corneta receptora de micro-ondas;
- Grade polarizadora.

³¹ As noções de estado quântico, vetor de estado, preparação e amplitude de probabilidade e os postulados da MQ foram introduzidas no Capítulo 2, na discussão sobre a teoria quântica do processo de medida, a partir do experimento do Stern e Gerlach. Serão retomados esses conceitos neste bloco utilizando como estratégia didática complementar a descrição do experimento de polarização de micro-ondas, realizado em sala de aula. A discussão teórica que fundamenta o experimento levou em conta Nussenzveig (2002, p. 291-296).

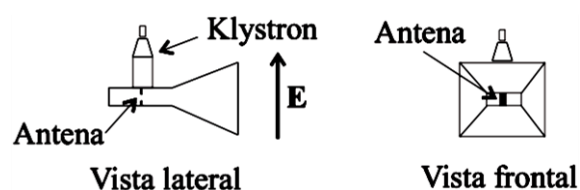


FIGURA 41 – Corneta emissora de micro-ondas.

Fonte: Material didático do Instituto de Física da UFBA.

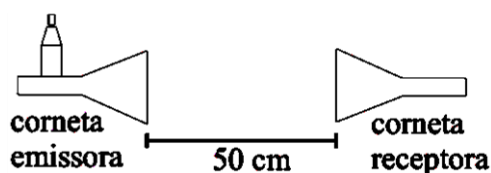


FIGURA 42 – Arranjo experimental para verificação da polarização linear da micro-onda.

Fonte: Material didático do Instituto de Física da UFBA.

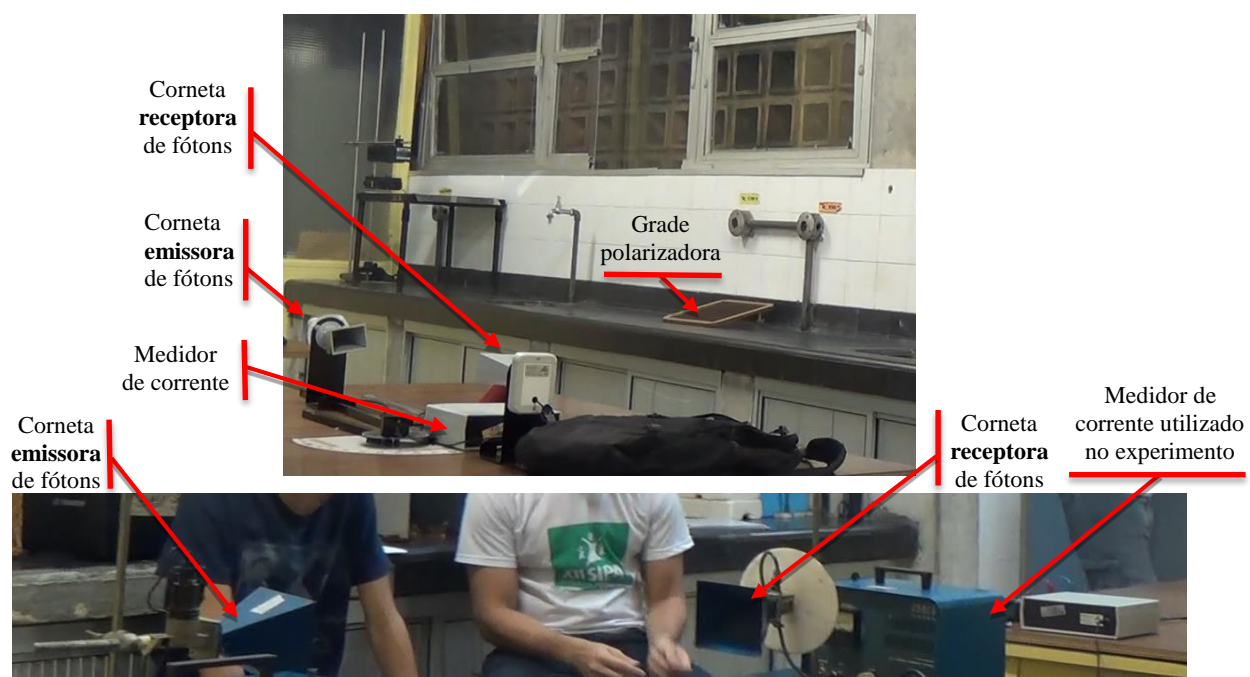


FIGURA 43 – Cornetas de micro-ondas (emissora e receptora), em uma das salas do Laboratório do Instituto de Física da UFBA.

Fonte: Acervo do autor.

3.12.4 Discussão teórica

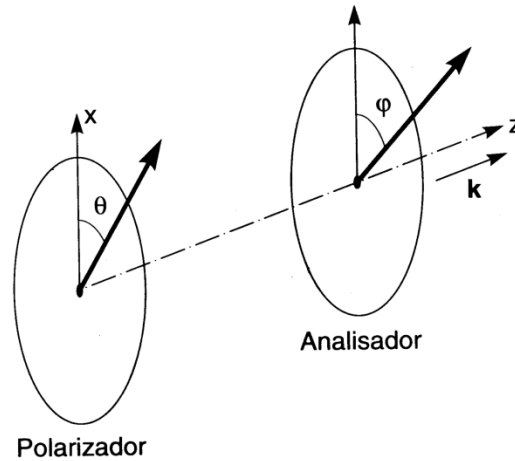


FIGURA 44 – Filtros de polarização linear

Fonte: Nussenzveig, 2002, p.292

A discussão teórica foi iniciada através da Lei de Mallus $\frac{I}{I_0} = \cos^2(\theta - \varphi)$.

Levou-se em conta, nessa discussão a proposta de Nussenzveig (2002, p. 292).³²

$$P(\varphi, \theta) = \cos^2(\theta - \varphi) \quad (92)$$

$$\cos(\theta - \varphi) = \cos \theta \cos \varphi + \sin \theta \sin \varphi \quad (93)$$

$$\cos(\theta - \varphi) = \begin{pmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{pmatrix} \quad (94)$$

$$\begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix}, \text{ com } |c_1|^2 + |c_2|^2 = 1 \quad (95)$$

$$|\theta\rangle \equiv \begin{pmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{pmatrix} \quad (96)$$

$$\langle \varphi | = \begin{pmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi \end{pmatrix} \quad (97)$$

$$P(\varphi, \theta) = |\langle \varphi | \theta \rangle|^2 \quad (98)$$

³² Um filtro de polarização linear, usado como polarizador, só deixa passar luz de polarização *linear*, numa dada direção (eixo do filtro). Se tomarmos a direção de propagação como eixo z, a direção de polarização linear produzida pelo filtro pode ser caracterizada pelo ângulo θ que faz uma direção fixa no plano transversal, por exemplo, a direção x (Figura 44). Podemos usar um filtro idêntico como *analizador*, para detectar a polarização. Se o eixo do analisador forma um ângulo φ com a direção de referência x, ele só deixará passar uma fração, onde $\frac{I}{I_0}$, para um filtro ideal é dado pela lei de Mallus.

$$|c\rangle = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix} \Rightarrow \langle c| = \langle c_1^* | c_2^* \rangle \quad (99)$$

$$\langle a|b\rangle = \begin{pmatrix} a_1^* & a_2^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = a_1^* b_1 + a_2^* b_2 \quad (100)$$

Já se sabe que:

$$\| |c\rangle \|^2 = \langle c|c\rangle = |c_1|^2 + |c_2|^2 \quad (101)$$

$$|\theta\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} e^{-i\theta} \\ e^{+i\theta} \end{pmatrix} \quad (102)$$

$$\langle \varphi | \theta \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} e^{+i\varphi} & e^{-i\varphi} \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} e^{-i\theta} \\ e^{+i\theta} \end{pmatrix} \quad (103)$$

$$= \frac{1}{2} [e^{i(\theta-\varphi)} + e^{-i(\theta-\varphi)}] = \cos(\theta - \varphi) \quad (104)$$

Para abrir o diálogo e as discussões foram propostas questões.

1) Considere uma corneta emissora e uma corneta receptora de micro-ondas. A corneta emissora emite radiação polarizada linearmente com o campo elétrico orientado na mesma direção da antena. Coloque as cornetas frente a frente com suas antenas paralelas, orientadas verticalmente, e ajuste os equipamentos para obter 0,6 mA no receptor. Em seguida gire a corneta receptora de 45° . Na hipótese de um fóton ser emitido de cada vez, qual a probabilidade deste fóton ser detectado pela corneta receptora?

O vetor coluna associado à polarização linear θ é dado por $|\theta\rangle = \begin{pmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{pmatrix}$

O vetor linha associado à polarização linear é $\langle \varphi| = (\cos \varphi \ \sin \varphi)$

Sendo assim a probabilidade de que um fóton preparado no estado de polarização linear θ seja captado no estado de polarização linear φ vale $P(\varphi, \theta) = |\langle \varphi | \theta \rangle|^2$, onde

$$\langle \varphi | \theta \rangle = (\cos \varphi \ \sin \varphi) \begin{pmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{pmatrix}.$$

$$\langle 45^\circ | 0^\circ \rangle = (\cos 45^\circ \ \sin 45^\circ) \begin{pmatrix} \cos 0^\circ \\ \sin 0^\circ \end{pmatrix} \quad (105)$$

$$\langle 45^\circ | 0^\circ \rangle = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (106)$$

$$\langle 45^\circ | 0^\circ \rangle = \frac{\sqrt{2}}{2} \cong 0,7 \quad (107)$$

Logo,

$$P(\varphi, \theta) = |\langle \varphi | \theta \rangle|^2 = \left| \frac{\sqrt{2}}{2} \right|^2 = \frac{1}{2} \quad (108)$$

2) Considere uma corneta emissora e uma corneta receptora de micro-ondas. A corneta emissora emite radiação polarizada linearmente com o campo elétrico orientado na mesma direção da antena. Coloque as cornetas frente a frente com suas antenas paralelas, orientadas verticalmente, e ajuste os equipamentos para obter 0,6mA no receptor. Em seguida, gire a corneta receptora de 45° .

Na hipótese de um fóton ser emitido de cada vez, qual a probabilidade de um fóton (de micro-ondas) ser emitido pela corneta receptora? Ou seja:

Qual é a probabilidade de um fóton preparado no estado de polarização θ ser detectado no estado de polarização φ ?

$$P(\theta, \varphi) = \cos^2(0 - 45^\circ) = \frac{1}{2} \quad (109)$$

Pode-se conferir este resultado a partir da medida da corrente no amperímetro, tendo em conta que o resultado experimental obtido, enviando muitos fótons de uma vez, é equivalente ao que se obteria se for lançado um fóton de cada vez.

O resultado $P(\theta, \varphi) = \frac{1}{2}$ corresponderá, portanto, à fração da intensidade da radiação detectada pela corneta receptora (I/I_0) que é igual a $\left(\frac{E}{E_0} \right)^2$, onde E_0 é o campo elétrico máximo da onda eletromagnética na direção de polarização $\left(\frac{I}{I_0} \right) = \left(\frac{E_1}{E_0} \right)^2$.

Como a intensidade é proporcional ao quadrado do campo elétrico da onda eletromagnética (amplitude de probabilidade) então, das equações anteriores, obtém-se:

$$\sqrt{\frac{1}{2}} = \sqrt{\left(\frac{E_1}{E_0} \right)^2} \quad (110)$$

$$\frac{E_1}{E_o} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow E_1 = \frac{E_o}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} E_o \cong 0,71 E_o \quad (111)$$

Para comparar com o resultado experimental, deve-se relacionar a intensidade do campo elétrico E , com a corrente no amperímetro.

Se a corrente a ser lida no amperímetro for proporcional à intensidade do campo elétrico,

$$E, \text{ então } \frac{i}{i_o} = \frac{E}{E_o} = 0,71.$$

$$I = 0,6 \text{ mA} \times 0,71 \quad (112)$$

3) Considere uma corneta emissora e uma corneta receptora de micro-ondas. A corneta emissora emite radiação polarizada linearmente com o campo elétrico orientado na mesma direção da antena. Coloque as cornetas frente a frente com suas antenas paralelas, orientadas verticalmente, e ajuste os equipamentos para obter 0,6mA no receptor. Em seguida, gire a corneta receptora de 90° e coloque à meia distância entre as duas cornetas, uma grade polarizada formando 45° com a corneta receptora.

Na hipótese de um fóton ser emitido de cada vez, qual a probabilidade de um fóton (de micro-ondas) emitido pela corneta emissora ser detectado pela corneta receptora? Ou melhor: Qual seria a probabilidade de que um fóton preparado no estado de polarização θ seja detectado no estado de polarização ϕ ?

Propõe-se aos alunos resolver esta questão em duas etapas:

Etapa 1 – Deve-se lembrar, primeiro, que os fótons de micro-ondas emitidos pela corneta emissora estão preparados no estado de polarização $\theta = 0^\circ$ e que a grade vai selecionar fótons no estado de polarização $\phi = 45^\circ$. Portanto, a probabilidade de que um fóton seja detectado no estado de polarização μ é dada por:

$$P(\theta, \phi) = \cos^2(0 - 45^\circ) = \frac{1}{2} \quad (113)$$

Pode-se conferir este resultado a partir da medida da corrente no amperímetro, tendo em conta que o resultado experimental obtido, enviando muitos fótons de uma única vez, é equivalente ao que se obteria se for lançado um fóton de cada vez.

O resultado $P(\theta, \varphi) = \frac{1}{2}$ corresponderá, portanto, à fração da intensidade da radiação detectada pela corneta receptora $\left(\frac{I}{I_o}\right)$ que é igual a $\left(\frac{E}{E_o}\right)^2$, onde E_o é o campo elétrico máximo da onda eletromagnética na direção de polarização $\left(\frac{I}{I_o}\right) = \left(\frac{E_1}{E_o}\right)^2$.

Etapa 2 – Mas para calcular a probabilidade de um fóton de micro-ondas ser detectado pela corneta, convém lembrar que os fótons de micro-ondas que passam pela grade estão preparados no estado de polarização $\theta = 45^\circ$ e que antena receptora vai selecionar fótons no estado de polarização $\varphi = 90^\circ$. Portanto, a probabilidade de que um fóton de micro-ondas emitido seja detectado pela corneta receptora é:

$$P(\theta, \varphi) = \cos^2(45^\circ - 90^\circ) = \frac{1}{2} = \frac{I_2}{I_1} \quad (114)$$

Como a intensidade é proporcional ao quadrado do campo elétrico (amplitude da probabilidade) então $E_2 = E_1 \frac{(\sqrt{2})}{2}$.

A probabilidade total é a probabilidade de dar o resultado da etapa 1 e a probabilidade de dar o resultado da etapa 2, isto é:

$$P_{total} = P(0^\circ, 45^\circ) \cdot P(45^\circ, 90^\circ) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \quad (115)$$

$$\frac{I_2}{I_1} \cdot \frac{I_1}{I_o} = \frac{I_2}{I_o} \quad (116)$$

Como a intensidade é proporcional ao quadrado do campo elétrico (amplitude de probabilidade), então:

$$E_2 = E_1 \frac{(\sqrt{2})}{2} = \left[E_o \frac{(\sqrt{2})}{2} \right] \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{E_o}{2} \quad (117)$$

Para comparar com o resultado experimental, deve-se relacionar a intensidade do campo elétrico E , com a corrente no amperímetro.

Se a corrente, a ser lida no amperímetro, for proporcional à amplitude do campo elétrico,

$$E, \text{ então } \frac{i}{i_o} = \frac{E}{E_o} = 0,5.$$

O valor a ser lido no amperímetro, na presença da grade, é $i = i_0 \cdot 0,5$, ou seja, $i = 0,6mA \cdot 0,5 \Rightarrow i = 0,3mA$.

Olhando para o perímetro acoplado à corneta receptora, podemos ver que efetivamente o valor lido é, aproximadamente, $i = 0,3mA$.

Assim, o resultado experimental obtido, enviando muitos fótons de uma única vez, é equivalente ao que se obteria se fosse lançado um fóton de cada vez.

3.13 BLOCO 7: O PROBLEMA DA MEDIÇÃO NA INTERPRETAÇÃO DA COMPLEMENTARIDADE – UM PSEUDOPROBLEMA

3.13.1 Conteúdo Programático

1. O problema da medição na interpretação da complementaridade: um pseudoproblema.
2. O postulado da projeção.

3.13.2 Objetivos

Tendo em vista o conteúdo proposto, foram definidos os seguintes objetivos:

- a) discutir o significado do problema da medição e situá-lo como um pseudoproblema na perspectiva interpretação da complementaridade;
- b) discutir a substituição do determinismo pelas descrições probabilísticas e o papel do observador;
- c) aplicar o postulado da projeção.

3.13.3 Discussão teórica

A **controvérsia dos quanta**³³ é assunto complexo, e desde 1927 vem suscitando debates ligados à interpretação da Teoria Quântica, apesar do consenso quanto ao modo de usar a teoria e da sua extraordinária precisão.

A ideia de compartilhar o **problema da medição**³⁴ que surge da oposição entre uma evolução determinística regida pela equação de Schrödinger e a evolução indeterminista descrita pelo postulado da projeção, levou a considerar artigos específicos que perpassam a Física e a Filosofia da Ciência.

No planejamento deste bloco, levou-se em conta a quase ausência de disciplinas específicas no currículo obrigatório de Física que valorizassem a discussão epistemológica subjacente à controvérsia dos quanta, de modo geral, e a questão da medição, em particular.

A medição teve como suporte teórico dois artigos (PESSOA, 1997, 2001) que tratam da Física Quântica e das questões filosóficas inerentes a esta teoria científica.

3.13.4 Estratégia didática

Buscando agir na zona de desenvolvimento proximal, foi retomada a ideia apresentada no início do curso, de que os experimentos nem sempre são suficientes para persuadir em favor de uma dada interpretação da MQ no leque das dezenas de interpretação. Isso porque as interpretações são equivalentes do ponto de vista observacional. Se levarmos em conta que o início do curso se deu com ênfase no consenso acerca da funcionalidade da teoria quântica e não consenso acerca da interpretação, optou-se por concluir o curso apresentando aos alunos, ainda que de forma panorâmica, referências que possam contribuir para o estudo crítico da relação entre a Física e a Filosofia.

Como ponto de partida compartilhou-se com o grupo que, ao perceber diferentes formulações dos princípios da teoria, percebe-se que após uma medição de certa grandeza, se o resultado q_i for obtido então o estado do sistema passa a ser ψ_i . Em tais regras, o que importa

³³ Uma história atualizada sobre os dissidentes quânticos pode ser encontrada em Freire Jr. (2015).

³⁴ Dado que o problema da medição em outras interpretações é assunto muito vasto e complexo, especialmente para um público introdutório, optou-se por passar referências bibliográficas que possam dar uma visão panorâmica desse assunto, focando e finalizando o curso com a discussão do problema da medida no contexto da interpretação da complementaridade: um pseudoproblema, tendo em vista as ideias filosóficas subjacentes a esta interpretação.

aqui é que a noção de medição é usada sem que se especifique de maneira precisa o que seja uma medição.

Seguindo a estratégia provocativa de Pessoa Jr. (2001), foram formuladas as questões:

QUESTÃO 1 – Um físico não sabe quando está fazendo uma medição?

QUESTÃO 2 – Eu não sei especificar quando estou fazendo uma observação?

Conforme será examinado, o que o físico não consegue é descrever o processo de medida como se fosse um fato objetivo (PESSOA JR., 2001).

3.13.5 Desenvolvimento do conteúdo e estratégia didática

Visando compartilhar o problema da medida como um pseudoproblema, na perspectiva da complementaridade, utilizou-se o texto a seguir:

Temos então um átomo preparado em uma superposição de posições A e B, e queremos medir a sua posição (Figura 45). Para isso, faremos o átomo incidir em um par de placas detectoras, D_A e D_B a partir do qual ocorre um processo de amplificação do sinal, aumentando um milhão de vezes sua energia, de forma a poder ser registrado em um aparelho macroscópico (por exemplo, um “osciloscópio”). Conforme o que observarmos na tela do osciloscópio, inferiremos que o átomo estava em A ou em B. Mas espera aí! O átomo estava numa superposição (A “e” B), e no final concluímos ou que ele estava em A, ou que ele estava em B.

Quando é que a superposição quântica se transforma em um estado clássico (A ou B)?

Alguns poucos físicos acreditam que esta transformação, que chamamos de “colapso”, se dá nas placas detectoras D_A e D_B . Alguns outros defendem que se o colapso não se deu antes, certamente ele ocorrerá na amplificação. Esta visão (de que a amplificação é causa suficiente para o colapso) teve vários adeptos no início dos anos 60, dentro da chamada “abordagem objetivista” ao problema do colapso (seção 15 adiante).

No entanto, nos anos 30, dentro da interpretação da complementaridade – aceita então pela maioria dos físicos –, a resposta dada a este problema era de outro tipo. Em que etapa do processo de medição se daria o colapso? Resposta de Bohr e de von Neumann: tanto faz aonde postulamos que ocorra tal colapso! Tanto faz se dissermos que o “colapso” ocorreu antes, durante ou depois da amplificação! Qualquer opinião que formemos levará às mesmas previsões observacionais.

Colocada desta maneira, temos o que é chamado (talvez imprecisamente) de uma posição “positivista”. À ciência só interessariam dados positivos, fatos observados. Se algo não pode ser observado, então não faz sentido postular sua existência. Se tanto faz aonde colocarmos o colapso, então não faz sentido dizer que tal colapso ocorre em um estágio definido do processo de medição, da cadeia de observação. O colapso não descreveria um fato real, mas seria um expediente epistêmico, teórico, que exprimiria uma alteração em nosso conhecimento do mundo.

Concluindo: tanto faz onde colocamos o corte entre mundo quântico e clássico, entre objeto e sujeito. Sujeito e objeto formariam um todo indivisível, inalisável. Como seria impossível, segundo esta interpretação, separar o sujeito do objeto entendemos por que não seria possível tratar o processo de medição como se fosse um “fato objetivo”, ao contrário do que ocorre na Física Clássica (PESSOA JR., 2001).

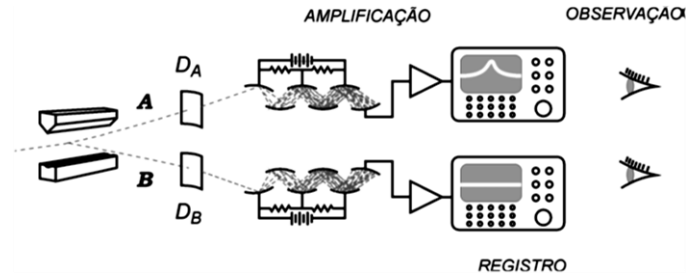


FIGURA 45 – Cadeia da observação, ligando o objeto quântico ao observador. As duas possibilidades (A e B) estão representadas lado a lado.

Fonte: Pessoa Jr., 2001.

Como parte do planejamento, visando a utilização do postulado da projeção, seguiu-se as seguintes estratégias:

- O grupo foi convidado a refletir sobre um cálculo feito previamente pelo professor visando ter familiaridade com o postulado da projeção.

PROJETOR NUM SUBESPAÇO³⁵

Tomam-se $|\varphi_1\rangle, |\varphi_2\rangle, \dots, |\varphi_q\rangle$ ortonormais

$$\langle \varphi_i | \varphi_j \rangle = \delta_{ij}; \quad i = j = 1, 2, \dots, q \quad (118)$$

Denotamos ε_q o subespaço de ε gerado por estes vetores.

Considere o operador

$$P_q = \sum_{i=1}^q |\varphi_i\rangle \langle \varphi_i| \quad (119)$$

Calculando P_q^2

$$P_q^2 = \sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^q |\varphi_i\rangle \langle \varphi_i | \varphi_j \rangle \langle \varphi_j| \quad (120)$$

$$P_q^2 = \sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^q |\varphi_i\rangle \langle \varphi_j | \delta_{ij} = \sum_{i=1}^q |\varphi_i\rangle \langle \varphi_i| = P_q \quad (121)$$

$$P_q |\psi\rangle = \sum_{i=1}^q |\varphi_i\rangle \langle \varphi_i | \psi \rangle \quad (122)$$

Atuando P_q no “ket” $|\psi\rangle$, obtemos

$$P_q |\psi\rangle = \sum_{i=1}^q |\varphi_i\rangle \langle \varphi_i | \psi \rangle \quad (123)$$

³⁵ Discussão feita no livro de Cohen-Tannoudji, Diu & Laloë, 1977.

$$= \sum_i^q |\varphi_i\rangle \langle \varphi_i | \psi \rangle \quad (124)$$

Onde $\langle \varphi_i | \psi \rangle$ são as componentes de $|\psi\rangle$ na direção $|\varphi_i\rangle$.

Foi proposta a seguinte questão: Considere uma partícula de massa m submetida ao potencial poço infinito unidimensional:

$$\begin{aligned} V(x) &= 0 & \text{se } 0 \leq x \leq a \\ V(x) &= +\infty & \text{se } x < 0 \text{ ou } x > a \end{aligned} \quad (125)$$

$|\varphi_n\rangle$ são os autoestados da hamiltoniano \hat{H} do sistema e seus autovalores são, $E_n = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2ma^2} n^2 (n=1,2,\dots)$.

onde a é a largura do poço. O estado da partícula no instante $t=0$ é dado por:

$$|\psi(0)\rangle = \alpha_1 |\varphi_1\rangle + \alpha_2 |\varphi_2\rangle + \alpha_3 |\varphi_3\rangle + \alpha_4 |\varphi_4\rangle \quad (126)$$

Quando a energia mínima é medida, o resultado é $\frac{8\pi^2 \hbar^2}{ma^2}$. Após a medida, o estado do

sistema, segundo o postulado da projeção será a projeção normalizada $\frac{\hat{P}_n |\psi\rangle}{\sqrt{\langle \psi | \hat{P}_n | \psi \rangle}}$, de $|\psi\rangle$

no subespaço associado a a_n .

Assim, teremos

$$|\psi\rangle = \frac{P_4 |\psi(0)\rangle}{\sqrt{\langle \psi(0) | P_4 | \psi(0) \rangle}}, \quad (127)$$

pois,

$$E_4 = \frac{8\pi^2 \hbar^2}{ma^2} \quad (n=4; n^2=16) \quad (128)$$

$$|\psi\rangle = \frac{|\varphi_4\rangle \langle \varphi_4 | \psi(0) \rangle}{(\langle \psi(0) | \varphi_4 \rangle \langle \varphi_4 | \psi(0) \rangle)^{1/2}} = \frac{a_4 |\varphi_4\rangle}{\sqrt{a_4^* a_4}} \Rightarrow |\psi\rangle = \frac{a_4 |\varphi_4\rangle}{\sqrt{|a_4|^2}} = |\varphi_4\rangle \quad (129)$$

O que se espera deste bloco é que os alunos reconheçam que o problema da medição não se coloca na interpretação da complementaridade, além de terem subsídios para, diante da literatura recomendada de Pessoa Jr. (1992, 2001), aprofundar-se em questões da filosofia da MQ.³⁶

³⁶ Uma abordagem histórica da controvérsia dos quanta pode ser encontrada em Jammer (1974) e em Freire Jr. (2015) que trata, particularmente, da história dos dissidentes quânticos.

4 METODOLOGIA

4.1 PRESSUPOSTOS FILOSÓFICOS DA PESQUISA

Toda pesquisa sempre traz em si mesma, de alguma forma, uma ideia acerca do que é o mundo (ontologia) e de como conhecer este mundo (epistemologia). Tais pressupostos filosóficos, que orientam decisões e procedimentos metodológicos, compõem a base estruturante dos chamados paradigmas³⁷ utilizados na área de Educação. De acordo com Guba & Lincoln:

Um paradigma pode ser visto como um conjunto de crenças básicas (ou metafísicas) que trata com os princípios primeiros ou últimos. Representa uma visão de mundo que define, por seu portador, a natureza do “mundo”, o lugar do indivíduo neste e a extensão das possibilidades de relação entre o mundo e suas partes (GUBA & LINCOLN, 1994, p. 107).

O objetivo desta pesquisa foi investigar como os alunos da disciplina Tópicos de Física Moderna do semestre 2014-2 internalizaram a teoria quântica do processo de medida de acordo com a interpretação da complementaridade. Visando produzir conhecimento para resolver o problema de pesquisa, partimos de uma reflexão acerca da ontologia e epistemologia implícitas no paradigma construcionista, “uma visão de que todo o conhecimento, e, portanto, toda a realidade significativa, como tal, depende de práticas humanas, sendo construídas dentro e fora da interação entre o seu mundo, desenvolvidos e transmitidos, dentro e fora de um contexto social, (...) pautada em uma perspectiva genuinamente histórica” (CROTTY, 2003).

Nós herdamos um sistema de símbolos significativos e vemos o mundo, na perspectiva do Construcionismo, através de lentes que nos mostram este mundo via nossa cultura. Neste estudo, estamos interessados em capturar a forma como o aluno reconstrói o conhecimento sobre o mundo, qual seja *o mundo do significado construído sobre a teoria quântica do processo de medida* (ontologia). Para conhecer este mundo (epistemologia) é preciso uma interação com este objeto.

Uma implicação fundamental do estudo destes pressupostos filosóficos tem a ver com a ideia de “evidência”. No âmbito metodológico, o que se vê e o que se toma como evidência durante a coleta de dados é indissociável da lente paradigmática utilizada.

A opção pelo método qualitativo decorre da própria natureza do problema de pesquisa formulado, critério sustentado por Stubbs & Delamont (1976).

³⁷ Na classificação de CROTTY são descritos 5 (cinco) paradigmas: pós-positivismo, interpretativismo, construcionismo, teoria crítica e pós-modernismo.

4.2 CARACTERÍSTICAS DA PESQUISA QUALITATIVA

O estudo feito sobre as características da Pesquisa Qualitativa está baseado em Bogdan & Bicklen (1994, p. 47-51) e foi complementado com base na leitura de Lüdke & André (1986, p.11-13).

Os autores apontam cinco características fundamentais, apresentadas a seguir:

1. Na investigação qualitativa a fonte direta dos dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal.

Os investigadores se inserem e permanecem muito tempo em escolas, dentre outros lugares, em busca de elucidar questões educativas. Equipamento de vídeo, áudio, ou mesmo bloco de apontamentos são utilizados. Um aspecto fundamental do método qualitativo é a necessidade de levar em conta o contexto, razão pela qual os pesquisadores frequentam os locais de estudo.

Por isso, gestos dos humanos, a fala, devem sempre ser referenciados ao contexto onde aparecem, conforme assinalam Lüdke & André (1986).

Na perspectiva dos investigadores qualitativos, “divorciar o ato, a palavra, ou o gesto, é perder de vista o significado” Bogdan & Bicklen (1994, p.48). Registre-se ainda que, mesmo que os dados sejam recolhidos por vídeo, sobre educação científica, recorrendo a entrevista, os pesquisadores qualitativos têm de assumir que o comportamento humano é de modo significativo influenciado pelo contexto em que ocorre.

2. A investigação qualitativa é descritiva.

Os dados recolhidos se dão em forma de palavra e/ou imagem que não podem ser convertidos em números.³⁸ Os resultados escritos da investigação contêm citações feitas com base nos dados para ilustrar a apresentação, quais sejam transcrições de entrevistas, notas de campo, fotografias, transcrições de vídeos, dentre outros dados. Detalhes, por exemplo, como os alunos se articulam para ajudar na montagem da câmara, que trará maior ou menor proximidade física entre professor e aluno, seguramente afetarão os dados e, conseqüentemente, a forma como serão descritos.

³⁸ Isso não impede, num método qualitativo, avaliar o percentual de acerto de uma questão (apenas como um indicativo), não caracterizando um método quantitativo. O que capturamos ao interpretarmos os significados intercambiados é que não são passíveis de ser redutíveis a números.

3. Os investigadores qualitativos interessam-se muito mais pelo processo do que simplesmente pelo produto.

O processo de negociação de significados tem seguramente uma influência na forma com que os humanos iniciam o processo de utilização de certos termos e rótulos. A questão colocada é “como é que determinadas noções começaram a fazer parte daquilo que consideramos ser o senso comum” e, ainda, “qual a história natural ou atividade ou acontecimentos pretendemos estudar” (BOGDAN & BICKLEN, 1994).

Nas palavras de Lüdke & André (1986, p.12), “o interesse do pesquisador, ao estudar um determinado problema, é verificar como ele se manifesta nas atividades, nos procedimentos e nas interações cotidianas.”

4. Os investigadores qualitativos tendem a analisar os seus dados de forma indutiva.

Nesta perspectiva não há hipótese a ser confirmada. A medida que os dados são recolhidos, abstrações são construídas. O quadro teórico que orienta a coleta de dados permite o desenvolvimento do estudo como se fosse um funil: questões gerais desencadeiam uma análise que, no final, se tornam mais específicas.

5. O significado é de vital importância na abordagem qualitativa.

O significado que os humanos atribuem as coisas é de interesse genuíno do pesquisador.

A tentativa de capturar a perspectiva dos participantes é sempre um atributo fundamental do pesquisador.

Este tem como objetivo compreender, criticamente, os sentidos das comunicações impressas, visuais e gestuais, para apreender os significados explícitos ou implícitos dos atores sociais, no contexto cultural em que produzem a informação.

4.3 ABORDAGEM DA CRISTALIZAÇÃO

Esta seção busca, a partir da ideia de Processo Criativo e Analítico (PCA), descrever a abordagem da Cristalização, em estudo intitulado Escrevendo um Método de Investigação.

(RICHARDSON & ST. PIERRE, 2005). Trata-se de uma referência metafórica a um cristal que, em virtude das refrações igualmente metafóricas, permite um olhar sob diversos ângulos, ao invés de triangular. Os autores pontuam que, na tradição de pesquisa *staged*, há uma valorização da triangulação. O pesquisador implementa métodos diferentes, como entrevistas, documentos etc., para validar os achados. Esse método traz em si o pressuposto de que há um objeto, um ponto fixo, passível de triangulação³⁹. Na perspectiva dos processos analíticos criativos, vislumbra-se muito mais que três lados, através do qual nós nos aproximamos do mundo. Não é triangular, é cristalizar, no dizer dos autores.

4.4 O INVESTIGADOR COMO INSTRUMENTO DE PESQUISA

A pesquisa qualitativa confere ao pesquisador o status de instrumento de pesquisa. (LÜDCKE & ANDRÉ, 1986). Uma vez baseado num paradigma, cria-se a responsabilidade do investigador de responder a um problema de pesquisa. Contudo a “realidade” última, que inclui a presença do pesquisador, não poderá ser capturada de forma exata e absoluta. É necessário, portanto, fazer um recorte simplificado⁴⁰ da realidade, mas que, ao mesmo tempo, possa refletir, com rigor, a realidade pesquisada. Um efeito proveniente desta necessidade de simplificação é a necessidade de uma fundamentação teórica epistemológica, psicológica e educacional e metodológica que lhe dê condições de obter uma aproximação validada, que possa ser reconhecida por seus pares. De um ponto de vista metodológico, Lüdke & André (1986, p. 17) pontuam que “além dessas qualidades pessoais e das decisões que deve tomar quanto à forma das qualidades pessoais e das decisões que se devem tomar quanto à forma e à situação de coleta de dados, o observador se defronta com uma difícil tarefa, que é a de selecionar e reduzir a realidade sistematicamente. Esta tarefa exigirá certamente que ele possua um arcabouço teórico a partir do qual seja capaz de reduzir o fenômeno em seus aspectos mais relevantes e que conheça as várias possibilidades metodológicas para abordar a realidade a fim de melhor compreendê-la e interpretá-la”.

³⁹ Lüdcke & André (1986) referem-se à triangulação através da checagem de um dado obtido através de diferentes informantes, em situações variadas e em momentos diferentes. Esse processo seria fortalecido com o emprego de diferentes coletas de dados e diferentes observadores, que se centrariam nos mesmos aspectos para confirmação ou não confirmação sistemática.

⁴⁰ Pode-se, aqui, fazer um paralelo com a própria física: em qualquer situação lidamos sempre com aproximações, basta lembrar dos sistemas complexos, a exemplo de um fluido em regime turbulento. É desejável encontrar uma solução satisfatória para situações reais.

4.5 CONTEXTO E PARTICIPANTES DA PESQUISA

Como esta investigação se deu a partir de um contexto de um curso planejado com o objetivo de investigar como os alunos internalizam e passaram a utilizar conceitos científicos e postulados implícitos na teoria quântica do processo de medida, criou-se uma interface entre a atividade de pesquisa e da docência. Por isso, apesar das diferentes atribuições destas atividades, serão mostradas de que forma os pressupostos existenciais e teóricos foram, num só tempo, utilizados para criar um ambiente de boa receptividade, diante da novidade tanto do curso quanto da pesquisa. Pautado nesta interface, foram definidos os critérios de seleção que serviram de guias para definir os participantes da pesquisa.

O oferecimento da disciplina foi proposto ao departamento de Física do Estado Sólido pelo professor e co-orientador Dr. Roberto Rivelino Moreno, com o argumento acadêmico de que seu co-orientando pretendia investigar a internalização da teoria quântica do processo de medida de acordo com a interpretação da complementaridade, necessitando de um contexto adequado para a pesquisa. Aceita a proposta, convém registrar que esta disciplina tem um conteúdo complexo, que pode sofrer variações, a depender do professor, mas foi possível definir um conteúdo programático compatível com a proposta investigativa na área de ensino de Física.

No primeiro dia de aula, apresentei-me como professor-pesquisador e esclareci a importância da franqueza e honestidade intelectual e respeito às diferenças, de qualquer natureza, como condições favoráveis ao curso, que tinha como foco primário conteúdos da Física. Foram apresentados os objetivos gerais e específicos do curso e da pesquisa. Em seguida, informei aos alunos o orientador, professor Dr. Osvaldo Pessoa, e o co-orientador professor Dr. Roberto Rivelino. Considerou-se conveniente explicar aspectos gerais dos pressupostos teóricos vygotskyanos adotados, para que eles tomassem consciência de que a interação social, a linguagem, a fala do aluno, seriam essenciais no processo de aprendizagem e desenvolvimento das funções psicológicas superiores e que, de acordo com a proposta da pesquisa, seria instalada uma câmera, ligada durante todo o curso, para registrar a relação interpessoal.

Iniciei o curso e a pesquisa explicitando algumas das minhas características existenciais que pudessem contribuir para acolher o aluno de forma transparente, a despeito da necessidade de construir um ambiente intelectualmente honesto, de confiança, pontuando a necessidade de cada participante poder, sem receio, expor seu pensamento. Busquei, com igual teor, enfatizar a necessidade do respeito de todos por cada fala dos participantes do curso, gesto, atitude, idiossincrasias, respeito a diversidade em sentido amplo, a fim de construirmos um ambiente favorável do ponto vista psicológico, sempre enfatizando a preocupação com o conteúdo da Física.

Ao anunciar o conteúdo programático, passei, finalmente, a esclarecer os objetivos da pesquisa: investigar como os alunos internalizaram os significados da teoria quântica do processo de medida, e como os conceitos científicos e postulados foram compartilhados e utilizados pelos participantes da pesquisa.

Um ponto essencial foi firmar um compromisso ético, por escrito, como de praxe, que resguardasse o sigilo quanto à fala e imagem de cada aluno da turma.

Foi decisiva, contudo, para efetivamente viabilizar a pesquisa, a matrícula espontânea de 7 (sete) estudantes, oriundos da graduação em Física (licenciatura e bacharelado), permitindo completar o público alvo para investigação.^{41 42 43} A divulgação foi feita por cartaz e e-mail, via Centro de Atendimento a Graduação (CEAG), para todos os alunos da graduação do Instituto de Física. Foi informado ao público alvo, alunos de graduação, conteúdo programático (Apêndice A), horário das aulas, carga horária de 68h, além do pré-requisito, Física Geral e Experimental IV, que trata das Equações de Maxwell, Ondas Eletromagnéticas, Óptica e noções de Física Moderna.

Para as entrevistas foram adotados os seguintes critérios de seleção:

- 1) disponibilidade de horário para conceder entrevistas;
- 2) vontade de conceder entrevistas;
- 3) percepção do professor de falas que desencadearam tensões, risos e gestos que, na visão do pesquisador, não deveriam passar despercebidos.

É importante esclarecer que estes critérios, tomados ao pé da letra, não permitiram que todos os selecionados fossem entrevistados o mesmo número de vezes, embora todos tenham passado pelos mesmos instrumentos de registro de dados. A despeito disso, considera-se

⁴¹ Dos sete alunos de graduação matriculados, seis assistiram regularmente o curso. Registre-se, também, que a matrícula de um desses alunos foi operacionalizada sem o pré-requisito. Embora tenha sido acolhido, face ao seu interesse pela disciplina, não se enquadrou nos critérios de seleção para conceder entrevistas. Um aluno da pós-graduação pelo Programa de Ensino, Filosofia e História das Ciências que manifestou interesse em assistir o curso, foi por mim incentivado a matricular-se, mas sinalizou que sua presença seria irregular, em função de compromissos com o trabalho. A irregularidade de presença deste aluno não pertencente ao público alvo tornou inviável levar em conta uma única entrevista concedida por ele sobre os pressupostos da MC (bloco 1).

⁴² Compactuamos com Moreira (2006, p.14) ao referir-se a ideia de pré-requisito até certo ponto como uma ideia vaga, ocasião que enfatizou o papel do conhecimento prévio (que deve ser distinguido da noção de pré-requisito) na aquisição de uma nova informação. A despeito disso, consideramos que, para os propósitos do curso, uma familiaridade mais amadurecida com o fenômeno de polarização devesse ser fundamental, pois o estudo do experimento de Stern-Gerlach, de onde “extraímos” os postulados da MQ, tinha como ponto de partida o estudo da polarização da luz. Como seria inviável investigar o conhecimento prévio do aluno antes da matrícula, definimos a disciplina Física IV como pré-requisito para cursar Tópicos de Física Moderna.

⁴³ A ideia inicial era que o Professor Rivelino ministrasse a disciplina e que a mim fosse atribuído a função exclusivamente de pesquisador, visando um distanciamento crítico da função de pesquisador. Entretanto, por razões pragmáticas ligadas a disponibilidade de horário, a mim coube ministrar todo o curso e produzir conhecimento para responder ao problema de pesquisa.

oportuno explicitar o alcance e a motivação do pesquisador pela abordagem da cristalização. Retomaremos a motivação pelo uso da metáfora do *cristal* e das *refrações no cristal*, expressões que devem ser explicados quanto ao seu significado contextual. Por exemplo, em algumas situações desta pesquisa, a ordem dos entrevistados e o número de entrevistas concedidas iam se delineando à medida que enxergávamos, à luz de uma determinada entrevista randomicamente escolhida. Nem sempre era possível capturar, nos diferentes instrumentos de pesquisas, realidades homogêneas, dado que esta pesquisa tem uma dimensão formal, conceitual e epistemológica que estão relacionadas entre si. Ao utilizarmos instrumentos que deveriam permitir capturar significados numa perspectiva eminentemente formal, por exemplo, acabaram por se constituir valiosos instrumentos para capturar significados epistemológicos, necessários para responder ao problema de pesquisa desta tese. Não necessariamente uma pergunta formal, que diga respeito aos entes do espaço vetorial complexo, feita mediante um dado instrumento, implicava repostas que se esgotavam num plano estritamente formal, deslocando-se para uma vertente epistemológica, e vice-versa. Esta rica dinâmica, na qual existem aspectos não necessariamente subordinados uns aos outros, mas que guardam uma ligação interna, nos fez adotar uma postura atenta a tudo aquilo que se pode investigar sobre a teoria quântica do processo de medida, considerando que a “quantidade dos significados capturados” dificilmente será a mesma nos diversos instrumentos de coleta de dados. Neste sentido, sustentamos que a validade da pesquisa é expressa pela coerência entre problema de pesquisa, fundamentação teórica-epistemológica, método e procedimentos metodológicos, que entrem em ressonância, no dizer de Guba & Lincoln (1985).

4.6 SUJEITOS DA PESQUISA

Analisando o conjunto dos três critérios, foram selecionados para as entrevistas: Alexandre, Rafael, Antônio e Carlos.

4.7 COLETA E O REGISTRO DE DADOS

Para responder ao problema de pesquisa, utilizando a abordagem de cristalização, foram escolhidos três modos de coletas diferentes: observação, entrevistas e prova (APÊNDICE B). Acreditamos que, ao utilizarmos mais de uma forma de coleta de dados, amplificamos, ainda

mais, as possibilidades de capturar os significados compartilhados implícitos no problema de pesquisa, aproximando-nos do “real”.

O real refere-se o mundo dos significados partilhados sobre a teoria quântica do processo de medida de acordo com a interpretação da complementaridade.

Ao se falar em múltiplas possibilidades, através das metáforas cristal e refração da luz, é preciso uma atenção especial à filiação paradigmática dos autores à pós-modernidade, que difere dos nossos pressupostos ontológicos e epistemológicos, implícitos no paradigma construcionista. Temos, a propósito, um mundo bem definido para conhecer, o mundo construído dos significados da teoria quântica do processo de medida nos marcos de Copenhague. É preciso explicitar que a minha condição humana e existencial de professor-pesquisador em ensino de Física, não me faz ter empatia com o “jogo de palavras” que permeiam muitos textos da pós-modernidade, os quais, a meu ver, podem revelar-se inúteis ou inadequados quando o objetivo é problematizar questões no âmbito cognitivo ligadas ao ensino e pesquisa de Física independente da área pesquisada, não somente sobre MQ. Tenho a esclarecer que reproduzi as metáforas cristal e de refrações do cristal, por me parecer um método útil que me aproxima com maior profundidade do mundo dos significados compartilhados, na medida que considera que o ângulo de visão pode ampliar a minha interpretação, o que foi possível devido à tolerância epistemológica com o paradigma da pós-modernidade. Por exemplo, através desta abordagem, ao investigar a internalização em torno de questões conceituais, formais e epistemológicas, em todos os instrumentos, pude capturar nuances de uma dessas dimensões ao perguntar sobre outra dimensão e vice-versa. Isto para mim, aproxima-me mais do real do que se estivesse triangulando. Ao falar em real, enfatizo a ontologia que norteia o método escolhido: o mundo dos conceitos quânticos implícitos na TQPM. Acrescente-se ainda que embora o contraditório seja intrínseco à condição humana, a MQ bohriana é pautada na objetividade e na racionalidade, seus registros experimentais não carregam ambiguidades, nem por isso o homem deixa de ser genuinamente subjetivo. A MQ não nega o realismo ontológico, mas sim o realismo epistemológico, como já afirmado anteriormente.

4.7.1 Observação

A observação dos alunos, em sintonia com o referencial teórico de Vygotsky, se deu a partir da observação em sala, as quais foram filmadas, totalizando 64 horas de gravação. Esta observação que, mesmo estando, via de regra, na memória do pesquisador, permitia ir ao ponto desejado, para

perceber maiores detalhes na interação interpessoal, na busca futura de capturar a internalização, que passa, num segundo momento, pelo que é externalizado pelos participantes da pesquisa.

4.7.2 Documentos

Seguindo a ideia de Alves-Mazzotti & Gewadsznajder (1998, p.169), considera-se documento qualquer registro escrito que possa ser usado como fonte de informação. Conforme mencionado o documento desta pesquisa foi a própria avaliação utilizada no curso. A elaboração levou em conta, antes mesmo de ser consumada, que deveria estar a serviço de uma investigação e não apenas de uma avaliação. O contexto preparatório para elaborar este instrumento passou pelas seguintes etapas:

- 1) definir os conteúdos a serem investigados a partir da proposta didática;
- 2) selecionar e inserir um texto, escrito por terceiros, a partir da revisão de literatura, que pudesse servir de guia no processo de entrevista em torno da epistemologia bohriana;
- 3) submeter o texto à revisão de um tradutor profissional e, em seguida, ao orientador;
- 4) as questões, exceto uma, foram formuladas pelo professor e submetidas à análise crítica do orientador.

Tomamos como evidência da validação deste instrumento o fato de não terem existido questionamentos da turma.

4.7.3 Entrevista

Em sintonia com os pressupostos vygotskyanos, a entrevista foi feita para observar como os alunos externalizam e utilizam a TQPM, permitindo ao pesquisador ter acesso à internalização.

Como a entrevista foi um instrumento de coleta de dados, no processo de interação com os sujeitos da pesquisa, sua finalidade foi colocar pesquisador e pesquisados, voluntariamente, numa posição reativa que possibilitasse um diálogo descontraído, em que o entrevistado se sentisse livre para expressar seus sentimentos e o entrevistador pudesse intervir com discretas interrogações de conteúdo ou sugestões que estimulasse novas reflexões e informações.

A entrevista, como se sabe, requer cuidados especiais para assegurar a qualidade das informações recolhidas, seu registro e a redução do volume de dados a elementos passíveis de análise. Estes cuidados incluem, além da atitude do entrevistador, não qualificando, discordando ou criticando o entrevistado, que permaneça sempre atento às interações verbais e não-verbais, e selecione formas adequadas de registro e análise dos dados.

4.7.4 Análise de dados

A análise de dados pautou-se basicamente em cinco procedimentos:

- 1) codificar cada gravação referente as aulas;
- 2) codificar cada entrevista individual e o conteúdo a ela pertinente;
- 3) observar as aulas, visando criar seções específicas de dados para serem analisados;
- 4) proceder a correção das transcrições, momento de reflexão em torno do conteúdo das falas;
- 5) redação da análise das entrevistas individuais sempre consultando, quando necessário, a filmagem coletiva.

A análise e discussão dos dados, sua interpretação nos diferentes contextos que ocorreram, serão o objeto do Capítulo 5, a seguir.

5 ANÁLISE DE DADOS

Para responder ao problema de pesquisa que propõe investigar como os alunos internalizaram o significado da teoria quântica do processo de medida de acordo com a complementaridade, foram definidos três instrumentos de pesquisa: observação, entrevistas e prova, descritos no capítulo anterior.

Antes de iniciar a análise de dados, serão explicitados os conteúdos da MQ, os objetos de análise e como os instrumentos foram utilizados. No processo de seleção de conteúdo, buscou-se inserir os conceitos científicos e princípios quânticos que asseguram a *via de mão dupla*, metáfora utilizada para enfatizar que os entes abstratos do espaço de Hilbert permitem prever e comunicar resultados de uma medida em um contexto experimental bem definido sem ambiguidades, numa perspectiva racional, objetiva e antirrealista, de acordo com a interpretação da complementaridade.

Como conteúdos fundamentais⁴⁴ para análise dos dados, destacamos a noção de estado quântico, vetor de estado, princípio quântico da superposição, filtragem, preparação, e equação de autovalor e autovetor. Ao tratar dos postulados da MQ, utilizando o formalismo algébrico de espaço vetorial complexo, serão analisados os conceitos de observáveis compatíveis e incompatíveis, amplitude de probabilidade de medir uma variável dinâmica, o princípio da incerteza e, finalmente, o problema da medição: um pseudoproblema na perspectiva da complementaridade. Ainda se pretende investigar como se deu a internalização sobre a noção de que o estado de spin do átomo de prata deve ser descrito por um vetor em um novo tipo de espaço vetorial bidimensional e também a noção de que o espaço vetorial bidimensional que é necessário para descrever o estado de spin dos átomos de prata precisa ser um espaço vetorial complexo.

Considerando os três instrumentos, é fundamental destacar a presença do professor, em sala de aula, durante 64 horas do curso, observando através das interações sociais os conhecimentos prévios de conceitos diversos, nem sempre dentro do planejamento, dado que as mesmas são ricas, com consequências imprevisíveis. Além disso, foi contínua a busca para compreender o processo de internalização de conceitos e princípios quânticos, em aulas teóricas e experimentais, de acordo com os pressupostos vygotskyanos, buscando agir na zona de desenvolvimento proximal.

⁴⁴ A noção de estado clássico, determinismo, variáveis dinâmicas e momento de dipolo magnético foram conceitos explorados e úteis na transição do bloco 1 (Pressupostos da MC) para os demais blocos.

Conforme exposto no capítulo Metodologia, a observação prolongada das interações sociais levou-me a definir uma sequência de sete escolhas, visando capturar, de uma forma processual, o intercâmbio de significados (conceitos científicos e postulados da MQ):

1) observação de conhecimentos prévios de conceitos clássicos e quânticos emergentes, durante a apresentação do curso e no início do Bloco 1, com a utilização de fragmentos dos discursos que ilustrem a análise advinda desta observação;

2) entrevista sobre o experimento da limalha, concepções prévias sobre o estado quântico e o princípio quântico da superposição de estados;

3) entrevista sobre a complementaridade, em particular a dualidade onda-partícula, analisando a compreensão do postulado quântico, que justifica num fenômeno ondulatório ou corpuscular a chegada pontual dos elétrons no experimento da dupla fenda;

4) entrevistas individuais com alunos, mediadas pelo experimento do Stern-Gerlach, procurando investigar como internalizaram o princípio da superposição⁴⁵ e a noção de que o estado de spin no átomo de prata é descrito por um vetor em um novo tipo de espaço vetorial bidimensional e que o espaço vetorial bidimensional necessário para descrever o estado de spin dos átomos de prata precisa ser um espaço vetorial complexo;

5) análise das respostas à prova (Apêndice B), de três alunos, a partir de três eixos estruturantes: a) discussão epistemológica suscitada por Asher (1989), referente à noção de objetividade, vetor de estado como ente representativo de uma dada preparação, mas que não é uma propriedade física ou um observável hermitiano; b) utilização do espaço dos kets e espaço dual, noção de amplitude de probabilidade, para predizerem, em termos probabilísticos, resultados de uma medida em um contexto experimental bem definido, observáveis compatíveis e incompatíveis, valor médio e princípio da incerteza;

6) analisar como os alunos utilizam a teoria quântica do processo de medida de acordo com a interpretação da complementaridade no contexto Stern-Gerlach com partículas de spin inteiro, ao lado de uma observação resultante de uma filmagem coletiva;

⁴⁵ Na condição de pesquisador qualitativo, atento aos gestos, deve-se registrar que toda a mediação e o intercâmbio de significados sobre o princípio da superposição, na entrevista descrita pelo item 4, assentado num espaço vetorial complexo, decorreu de uma gargalhada “carregada” de significados. Antecipamos ao leitor que à medida que aprofundamos a investigação sobre as razões motivadoras da gargalhada, capturamos “significados epistemológicos” importantes carregados de emoção de Carlos, sugerindo uma postura instrumentalista e um inconformismo do aluno Márcio com uma suposta falta de causalidade da MQ.

7) descrever a observação feita sobre a não aceitação de dois alunos, acerca da interpretação da complementaridade, sinalizando uma predileção por interpretações realistas. Isso reforça uma posição do pesquisador: a adoção da interpretação da complementaridade tem a vantagem de apresentar uma posição hegemônica historicamente, mas ela, quando bem compreendida, via de regra, costuma suscitar crenças em outras interpretações.

Por fim, antes de apresentar a análise dos dados, convém lembrar que o curso e a pesquisa foram realizados pela mesma pessoa. Como este capítulo se propõe analisar os dados, para responder ao problema de pesquisa, é inevitável que os pressupostos teóricos do professor, que planejou a forma de compartilhar o conteúdo a partir de problemas, tenha interferência na forma como as zonas de desenvolvimento proximal se movimentaram. Nesse sentido, o ato de ensinar afeta a própria produção de dados. Desta forma, a fala do professor também faz parte dos dados, para o problema de pesquisa desta tese, que se interessa não apenas em capturar internalizações dos alunos, mas também como se deu a mediação. O cuidado do distanciamento consiste, contudo, em não confundir aquilo que o professor deseja como professor com o que foi possível avaliar sobre a internalização da teoria quântica do processo de medida.

5.1 ANÁLISE DOS DADOS

5.1.1 Observação

Durante a apresentação dos objetivos do curso e do conteúdo programático, observamos uma interação social reveladora de conhecimentos prévios, relacionados à Mecânica Quântica, registrando como os alunos veem esta teoria em termos científicos, tecnológicos e epistemológicos. Este diálogo permitiu investigar o conhecimento prévio acerca do aspecto preditivo da MQ e da controvérsia de interpretação dos fundamentos desta teoria. De modo particular foi investigado o conhecimento prévio do aluno sobre a constante de Planck e que forma o aprendiz associa esta constante fundamental da Física com a teoria quântica do processo de medida de acordo com a interpretação da complementaridade.

Assim, foram registrados conhecimentos prévios sobre os conceitos científicos emergentes da interação; intervindo, quando oportuno, na zona de desenvolvimento proximal dos alunos, buscando a tomada de consciência de que, no curso, seria abordada uma nova

mecânica, capaz de prever as mesmas variáveis dinâmicas da MC e que generalizações das noções de estado, evolução e medida são fundamentais para estruturar uma nova mecânica.

Será apresentado, em síntese, registros deste momento inicial que revela conhecimentos prévios dos alunos sobre a MQ.

Houve aluno que considerou a MQ como “abstrata” que “não aplica na prática do dia a dia”.

Diante desta afirmação, o professor intervém e pergunta se a “teoria quântica é uma teoria boa”. O aluno responde “acho que sim” e o professor questiona “sob qual aspecto”, e a resposta é “teórico”. Então, o professor coloca: “pelo que estou entendendo você está dizendo que a MQ não é uma coisa muito prática”. E o aluno confirma que não é. Um outro aluno, balançando a cabeça (revelando dúvida), ao ser arguido sobre a precisão da MQ, diz que a MQ é uma teoria precisa, mas não é capaz de exemplificar aplicações práticas da teoria. Afirma que a “MC tem consequências práticas mais sensíveis para nós do que a MQ”.

Visando problematizar a situação, o professor pergunta: “afinal de contas, o que é ser prático?”

Ele afirma ter feito cálculos, ao longo de todo o seu curso, somente na Física Clássica, e reclama: “a gente não faz nenhum cálculo na Física Quântica. Neste sentido, talvez seja abstrato (...), mas eu não sei em que sentido ela usa, pois eu não tenho acesso a essas informações, é como diz o colega, só o que a gente pega é em livros mesmo. Eu sei que alguém calcula isso, mas ninguém nunca me mostrou (...), então fica parecendo que é algo fora do meu alcance, logo é abstrato”.

O aluno, ao se referir à ausência de cálculos, não nos parece que esteja reclamando simplesmente da falta de uma lista de várias questões. A nossa interpretação é que o aluno não consegue abstrair a ideia de como funciona a MQ. Para compreender como as previsões quânticas, por exemplo, levam a prever resultados de uma medida em um contexto experimental bem definido (ou seja, a compreender com ele funciona), é preciso que o aprendiz compartilhe de forma adequada dos conceitos científicos e princípios físicos. Nesta perspectiva de resolver questões, o que o aluno reivindica é ser capaz de operacionalizar cálculos, a partir da teoria, algo desejável. É importante perceber que os alunos, de modo geral, não têm a menor consciência da extraordinária capacidade de aplicações tecnológicas que advém da MQ, com poucas exceções, conforme veremos a seguir.

Dando continuidade ao processo de interação e percepção de conceitos prévios, o professor questiona sobre o aspecto preditivo da Física e da MQ, em particular. O aluno responde que a Física baseia-se em experimentos.

Este momento proporcionou a oportunidade de abordar a questão da medida e do aspecto preditivo da Física e da Mecânica Quântica, em particular.

Os alunos chegam a dizer que têm conhecimento indireto da MQ, via Internet, de “pesquisador autônomo”, no dizer do aluno, “mas aqui ninguém nunca mostrou nada pra gente”, declara o aluno e afirma “é como se a gente estivesse idealizando, sonhando sobre a MQ”. Reclama de não ter experimento.

Um outro aluno identifica a expressão “abstração” com o aspecto não intuitivo da MQ, e lista aspectos de aplicação, como: transistor (que causou uma revolução nos equipamentos), laser, efeito fotoelétrico e diversos aparelhos.

Visando investigar o conhecimento prévio sobre o êxito preditivo da MQ, coexistindo com uma controvérsia de natureza interpretativa, o professor pergunta se “há um consenso quanto ao êxito preditivo, algum tipo de controvérsia ligada à MQ, acrescentando se já ouviram falar em interpretação da Complementaridade e qual o significado de h (constante de Planck) nesta interpretação”.

Um dos alunos refere-se ao efeito fotoelétrico.

Um aspecto importante que foi possível perceber é que os alunos parecem restringir o conhecimento de conceitos quânticos a fenômenos de quantização estudados na Mecânica Quântica Velha, se reportando, como acabamos de ver, a exemplo do efeito fotoelétrico. Levando-se em conta o significado genuíno da constante de Planck, associado à impossibilidade de medição simultânea de observáveis que se afiguram como incompatíveis, pela própria impossibilidade de realizar experimentos que a natureza nos impede de realizar, o que fica evidente é que o aluno não revela, neste momento do processo, as implicações do postulado quântico, do quantum de ação. Nesta fase, então, os alunos não mencionam conceitos e princípios da teoria quântica propriamente dita, elaborada entre 1925 e 1927, necessários para discutir a teoria quântica do processo de medida.

Outro aluno acha que não existe consenso quanto ao êxito preditivo. Um outro diz que sim e fala sobre a quantidade de pessoas que se dedicam à MQ, cientistas que trabalham para melhorar a probabilidade na predição do fenômeno.

Mais um outro se manifesta e diz que acredita no “sucesso preditivo, ainda que não seja consensual, com aquela frase de Einstein...”

Mais uma vez, o professor intervém e pergunta se “probabilidade cria problema com o aspecto preditivo”.

Um dos alunos afirma que não.

Um outro aluno opina dizendo “que há um consenso quanto ao aspecto preditivo, o problema é a probabilidade”.

Esta interação nos permitiu perceber que o aspecto probabilístico da MQ é vista por um aluno, indevidamente, como uma fraqueza da teoria, algo que não reflete o significado da probabilidade tal como entendemos sob a ótica da complementaridade.

Um único aluno, contudo, se contrapõe à ideia de associar probabilidade como um problema da teoria quântica ortodoxa, e reconhecendo uma necessidade genuína de utilização da complementaridade, declara: “todo o meio acadêmico hoje aceita essa teoria como muito bem formulada, apesar da probabilidade, como eles (os colegas) estão dizendo, ainda assim, todo mundo aceita que se eu faço uma medida, você vai fazer a mesma medida. Só que em termos de probabilidade cria uma exatidão, mesmo que seja a exatidão da probabilidade”.

Prosseguindo o diálogo, o professor questiona se “há algum tipo de controvérsia ligada à MQ”.

Os alunos ficam em silêncio, e um deles diz: “talvez dualidade”. Um outro fala que “se tem, não tenho conhecimento”, revelando não terem consciência sobre a controvérsia de interpretação dos fundamentos dos quanta, que coexiste com um êxito preditivo de aceitação geral.

Estas observações registradas, no primeiro momento do curso, propiciaram informações significativas sobre o conhecimento prévio dos alunos, em relação à MQ, e foram de grande valia para a construção de estratégias didáticas que permitissem atuar na zona de desenvolvimento proximal.

Convém registrar que a observação foi contínua, durante o processo de ensino, e as filmagens das aulas constituíram-se como instrumento fundamental de registo de dados.

5.2 ENTREVISTAS

5.2.1 Entrevista nº 1 – Alexandre

Esta entrevista tem como objetivo investigar como o aluno compreende a dualidade onda partícula na perspectiva da interpretação da complementaridade e como utiliza o quadro mental corpuscular para tratar da difração, em regime de baixa intensidade; investigar o significado de objetividade que o aluno externa acerca da MQ na perspectiva da complementaridade e o significado de antirrealismo acerca da MQ, na interpretação da complementaridade.

Visando compreender como o aluno caracteriza um fenômeno ondulatório ou corpuscular, o professor-pesquisador (P), referindo-se ao experimento da dupla fenda, pergunta se:

P: (...) aquele fenômeno, você deixar um elétron passar uma fenda mesmo, que você chame de difração. Você acha que o fenômeno é ondulatório ou corpuscular?

ALEXANDRE: Eu acho que é corpuscular porque eu já tou dizendo claramente que é um elétron, partícula...

P: Mas o que lhe garante que é corpuscular?

ALEXANDRE: Porque o parâmetro de interferência desaparece.

P: Há, então, aproveitando eu vou fazer uma pergunta: (...) imagine você que eu tenha aqui uma chegada pontual de elétron.

Antes de concluir a pergunta, o professor frisa a chegada pontual do elétron ou do fóton no anteparo, mesmo no fenômeno ondulatório e pergunta:

É isso que é a dualidade? O fato de chegar pontualmente e ter a interferência?

Aqui há uma intenção explícita do pesquisador em saber se o aluno abstrai a ideia de que a chegada pontual (no caso específico do fenômeno ser ondulatório) nada tem a ver com a dualidade, a qual se expressa pela necessidade de arranjos experimentais complementares e excludentes para exaurir a descrição da matéria e da radiação.

P: Entendeu a pergunta?

ALEXANDRE: Sim, eu tou botando fóton a fóton.

P: Fóton a fóton, ou elétron por elétron, como queira.

O professor solicita que se considere que no experimento houve o aparecimento de interferência e insiste na pergunta: é por conta disso que se fala em dualidade?

ALEXANDRE: Não.

P: Então me diga onde é que tá o fundo do raciocínio de quem acha que é por causa disso.

ALEXANDRE: É porque a pessoa fica tentando fazer imagens mentais do que que tá passando ali entre a fenda e o que acontece na placa que recebe o experimento. Então, quando você fala em passar um fóton e a pessoa fica pensando se vai passar em outro e vai passar em outra fenda, ela já perdeu o fio da meada.

P: Mas eu quero saber o seguinte: pra você o que é a dualidade?

ALEXANDRE: A dualidade

P: Repare que você não está associando a dualidade com a justaposição de interferência e chegada pontual do ente quântico, né isso?

ALEXANDRE: Eu acho que a dualidade ela tem a ver com o fato do observador interferir no que é observável.

P: De que maneira?

ALEXANDRE: Da seguinte maneira: quando ele olha com as duas fendas abertas, mesmo sendo pontual, (...) mesmo sendo a chegada pontual, ele observa um padrão de interferência.

P: Certo.

Aqui fica evidente que o aluno associa que o fenômeno envolvendo o objeto quântico necessita explicitar as condições de observação. O aluno, apesar de ter sido provocado pelo professor-investigador, não cedeu, e não atribui a dualidade onda partícula a uma junção de um quadro mental de onda (interferência) mais quadro mental partícula (chegada pontual). Referindo-se ao padrão de interferência, ele declara que:

ALEXANDRE: Então, só por ter montado com duas fendas abertas e estar esperando que apareça aquele padrão ali ele já está interferindo na observação, mesmo ele botando pontual.

O professor-pesquisador foca sua entrevista, agora, no aspecto antirrealista da MQ bohriana.

P: Tá, agora por que Bohr dá uma conotação antirrealista a isso, que você tá descrevendo aí, que é uma coisa experimental?

ALEXANDRE: Porque eu vou colocar assim da maneira que eu acho que Einstein vê, Einstein eu acredito me corrija se eu tiver errado, achava que o observador ele sempre não deveria interferir no que é observável, sempre há uma maneira de o observador não interferir no que é observável, então passando ali um fóton que tem duas barreiras abertas, o observador deveria ser capaz de saber em qual delas passa, entendo que seja isso me corrija, se eu tiver errado.

De fato, Einstein não acreditava que o estado quântico devesse conter todas as informações do sistema. Nessa perspectiva, ele esperava recuperar uma suposta incompletude da MQ e poder, uma vez não “perturbando” o sistema, dizer por qual fenda passou (supondo as duas abertas).

P: Você acha que Bohr pensa ao falar em dualidade das partículas na existência de ondas reais?

ALEXANDRE: Não

P: E por que ele fala em onda?

ALEXANDRE: Porque a onda da ideia de fenômeno de interferência (...)

P: (...) Pra complementaridade o que importa são os resultados experimentais e evidentemente as predições que levam a você concluir se aquele fenômeno é compatível com o quadro mental ondulatório ou corpuscular. (...) o que é objetividade pra você? Como conciliar uma visão de Bohr numa Mecânica Quântica antirrealista e objetiva, o que é isso?

ALEXANDRE: Objetiva no meu ponto de vista tem a ver com algo que você possa medir, observar o resultado daquilo ali e tirar conclusões daquele resultado ali, se houve interferência se não houve interferência. Então, eu acredito que objetividade tem a ver com o fato de que se consegue medir e que outros conseguem reproduzir os experimentos, conseguir essas mesmas medidas, os mesmos resultados, basta você dizer a ele “o eu fiz assim da mesma maneira”.

P: O que que você precisa fazer pra sempre ter um padrão de interferência num fenômeno como esse?

ALEXANDRE: O da dupla fenda?

P: Sim.

ALEXANDRE: Manter as duas fendas abertas.

P: Perfeito.

Novamente o aluno reconhece que o arranjo experimental e as condições de observação necessitam ser definidas, para que se especifique o que obter de registro experimental.

Visando perceber se aluno compreende que o antirrealismo pode existir juntamente com a noção de objetividade na MQ, o professor provoca perguntando: tem um padrão de interferência que você pode comunicar aos outros. E por que o nome antirrealismo não é estranho, não é contraditório (...)?

ALEXANDRE: Essa ideia de antirrealismo tem a ver com o fato de que eu consigo medir, mas não consigo dizer como foi o fenômeno em si. Se passou uma partícula e foi lá bateu ou passou aqui em qual fenda passou, porque se for isso o antirrealismo tá ligado a isso ao fato, que eu não consigo dizer qual fenda passou mas eu consigo dizer, mostrar o resultado medido (...)

A ideia do aluno, a nosso ver, ainda que de forma embrionária, traz à tona uma ideia de que não observamos os elétrons, fazemos apenas registros experimentais, envolvendo-os. Nesta perspectiva, o elétron estaria para além das observações, uma ideia antirrealista.

Visando insistir na compreensão, por parte do aluno, acerca do antirrealismo implícito na interpretação de Bohr, o professor-pesquisador procura saber se o aluno atribui uma ontologia ligada “a onda” na perspectiva da complementaridade. Para isso, procura-se observar se o aluno atribui, equivocadamente, uma onda real que propaga entre fendas e anteparo, no contexto do experimento da dupla fenda.

P: Eu lhe pergunto só pra você entender isso, você acha que existe uma onda propagando ali durante a entre as fendas e o anteparo?

ALEXANDRE: Se eu ficar num ponto de vista clássico, sim, num ponto de vista clássico, a fonte onda passou ali.

P: Você acha que Bohr aceita essa ideia de onda clássica? (Referia-me a uma questão ontológica, no contexto quântico).

ALEXANDRE: Não, eu acho que não.

P: É isso que é um antirrealismo.

Note-se que não há, em Bohr, qualquer compromisso ontológico com ondas ou partículas reais e o aluno enfatiza um traço marcante da interpretação da complementaridade: a preocupação em fazer previsões e ter registros experimentais, mas que devem ser comunicados em linguagem clássica.

Uma conclusão que nos parece plausível é que, ao falarmos de quadros mentais ondulatórios e corpusculares, e dos resultados experimentais, foi possível agir na zona de desenvolvimento proximal, para que o aluno se apropriasse da ideia de que não há uma ontologia na MQ bohriana. Consideramos adequada a forma como o aluno construiu a ideia de

dualidade onda-partícula, compreendendo a ideia de que a definição dos fenômenos inclui também, além do objeto quântico, o arranjo experimental e as condições de observação.

5.2.2 Entrevista nº 2 – Alexandre

Esta entrevista visa compreender como o aluno Alexandre internalizou o conceito científico de momento de dipolo magnético induzido e a propriedade dos átomos de prata de possuírem um momento de dipolo permanente, tendo em vista o aspecto processual do ensino-aprendizagem. Além disso, buscou-se investigar o conhecimento prévio sobre a noção de estado quântico e o princípio quântico da superposição de estados. Tendo em vista os pressupostos teóricos desta pesquisa, o professor considerou necessário agir na zona de desenvolvimento proximal do aluno para que ele fosse capaz de utilizar os conceitos científicos adequados que permitissem um amadurecimento de suas funções psicológicas superiores, a abstração em particular, para compreender as razões conceituais subjacentes aos resultados experimentais macroscópicos, envolvendo limalha de ferro em campo magnético não homogêneo e dos resultados microscópicos ocorridos no aparato de Stern-Gerlach, com ênfase na ideia de quantização do momento de dipolo magnético para os átomos de prata.

A entrevista foi concedida pelo aluno Alexandre em data posterior à apresentação em sala de aula do BLOCO 1 (Pressupostos Teóricos da Mecânica Clássica) e anterior à apresentação do BLOCO 4 (Sistemas de dois níveis e postulados da MQ).

Buscando atingir os objetivos, organizou-se a entrevista em torno de três eixos específicos.

- 1) como o aluno justifica os resultados experimentais da limalha de ferro, interagindo com o campo magnético, depositando-se na lâmina de vidro;
- 2) como o aluno busca explicar os resultados experimentais com átomos de prata interagindo com campo magnético num aparato Stern-Gerlach, depositando-se na placa coletora;
- 3) como o aluno constrói a noção de Estado Quântico a partir do aparato do Stern-Gerlach.

P: (...) Alexandre, me diga, me descreva como é que você compreendeu esse experimento e quais foram as coisas que lhe chamaram atenção sobre o experimento com limalhas de ferro em campo magnético não homogêneo. Fale à vontade e dê a resposta mais completa possível.

ALEXANDRE: Eu compreendi bem a configuração, a ideia geral, que foi a questão de colocar um campo que é não homogêneo, colocando ali dois ímãs de tamanhos e formas diferentes. Eh, compreendi, também, o papel da limalha,

ela servia ali pra que ela pudesse formar um dipolo e esse dipolo se alinhasse com esse campo pra poder ter uma configuração no papel. Isso ficou bem claro, ela estaria simulando um sistema microscópico, mas de uma maneira que a gente pudesse ver. Claro que ela não vai ter as mesmas características de um sistema microscópico, como o senhor mostrou, mas a gente consegue ver.

P: Mas por que você disse que ela estaria simulando algo microscópico?

ALEXANDRE: Porque microscopicamente a gente também, como o senhor mostrou, pode ter um dipolo com um elétron girando em torno de uma carga central, como o átomo (...), se tiver um elétron girando em torno de um átomo eu também formo um dipolo, e ali, a limalha de ferro, ela também tinha esse papel de formar um dipolo, porque já que a gente queria que o mesmo experimento fosse feito com coisas de tamanho diferente(...). Então essa ideia de fazer um experimento macroscópico, mas que também pode ser visto de um ponto de vista microscópico ficou bem claro pra mim (...)

Note-se que na descrição do aluno há, explicitamente, uso da palavra “giro” ao referir-se ao movimento dos elétrons, o que equivaleria a aceitar um modelo clássico para o elétron. O aluno, inclusive, gesticula com a mão em um movimento, simbolizando o giro de um elétron em torno do núcleo. Por isso, mobilizamos nossa atenção para detectar se é o caso de uso informal da linguagem, ou se o aluno ainda não percebeu que a descrição do elétron em torno do núcleo não é mais possível em termos de trajetória, com posição e momento bem definidos a cada instante.

P: Referindo-se a tela de vidro na Figura 51 o professor pergunta: (...) como é que você justifica esse resultado experimental aqui?

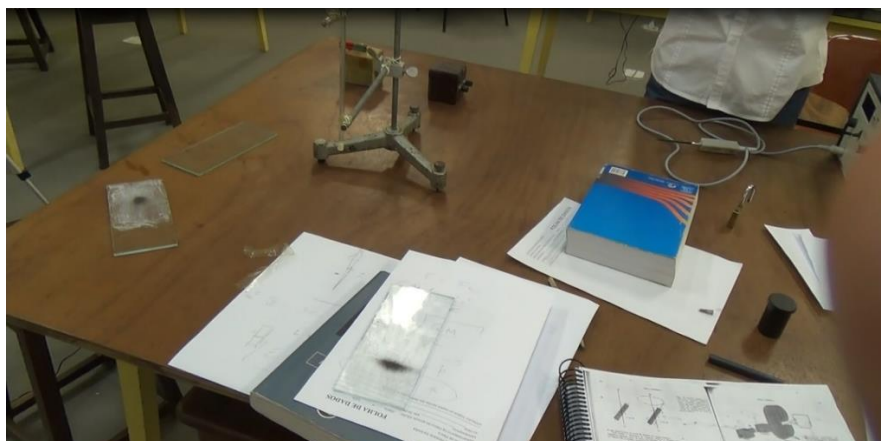


FIGURA 46 – Configuração das limalhas de ferro, na lâmina, depois de passarem por um campo magnético não homogêneo.

Fonte: Acervo do autor.

ALEXANDRE: Como a gente tem um campo magnético que não é uniforme, a gente vai ter ali (...) duas forças magnéticas (...) competindo entre si. É um tendendo a alinhar o dipolo em uma posição e a outra tendendo a alinhar na outra. Aí você vai ter uma resultante que vai fazer com que o dipolo vá pra uma determinada direção (...)

É importante ter em mente que as limalhas de ferro não têm momento de dipolo permanente, mas os átomos de prata têm. Investigaremos, adiante, de que forma poderemos agir na zona de desenvolvimento proximal do aluno para que ele, com a nossa ajuda, seja capaz de compreender os resultados experimentais com átomos de prata que ao passarem num campo magnético não homogêneo se dividem em duas componentes.

O professor então pergunta:

P: (...) a limalha de ferro tem momento magnético permanente?

ALEXANDRE: Não, o momento magnético dela vai ser induzido no momento que ela entrar em contato com o campo no momento que ela desceu aqui no tubinho e entrou em contato com o campo magnético (...)

A percepção de que o campo é induzido é importante, pois conforme veremos a seguir o aluno contrasta esta condição com o momento magnético permanente do átomo de prata, que ele próprio reconhece.

P: E o átomo de prata?

ALEXANDRE: Sim, esse tem momento de dipolo permanente.

P: Como é que você sabe?

ALEXANDRE: Porque como ali no átomo de prata eu já tenho um elétron girando, um elétron girando naquele átomo de prata eu já garanto que ali vai ter um dipolo pela teoria clássica, mesmo ela já diz que uma carga elétrica girando ela gera um campo magnético, na própria teoria clássica a gente tem isso.

Esta observação nos faz considerar a possibilidade de o aluno estar falando de “giro” apenas para poder dizer que o Eletromagnetismo Clássico é suficiente para compreendermos o conceito de dipolo magnético, sem necessariamente estar equivocado quanto à inadequação do modelo de trajetória para o elétron de um átomo.

P: O que você entende, com suas próprias palavras, por momento magnético?

ALEXANDRE: Bom, eu entendo que seja uma grandeza associada à capacidade ou não dessa substância do átomo ou da limalha se alinhar com o campo, interagir com o campo.

P: Tá, nós falamos hoje sobre vaporizar átomos de prata (...) o que eu lhe mostrei no desenho (...) lhe causou algum tipo de surpresa, ou não causou? Estamos diante de algum tipo de novidade?

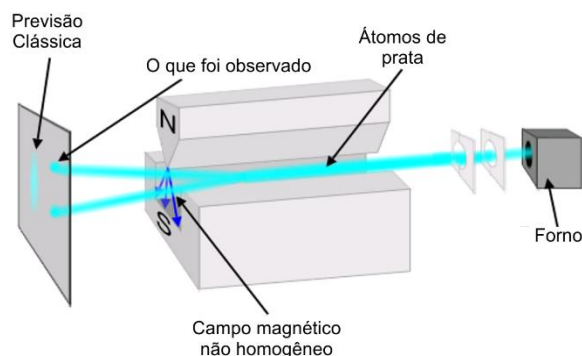


FIGURA 47 – Aparato Stern-Gerlach.

Fonte: Disponível em <https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/2/29/Stern-Gerlach_experiment.PNG>. Acesso em 7 mar. 16.

ALEXANDRE: Causou muita surpresa, eu pensei que não veria uma configuração dividida em duas, eu achei que não seria assim.

P: E a que você atribui essa seleção de duas manchas? (...) você jogou um feixe, vaporizou um feixe, e na hora que eles entram no campo magnético não homogêneo, você só tem ou eles rumando pra cima ou rumando pra baixo (...), a que você atribui este resultado experimental?

ALEXANDRE: Ao momento de dipolo.

P: Ao que do momento de dipolo? (...)

ALEXANDRE: Veja. Aí eu fiquei um pouquinho confuso, porque o momento de dipolo das limalhas eu tinha várias limalhas que quando eram jogadas no campo, elas iam se alinhando aos pouquinhos.

P: Sim.

ALEXANDRE: Várias então eu poderia ter diversas configurações. Nos átomos de prata, pelo que eu entendi, eu não consigo ter várias configurações.

P: Por quê?

ALEXANDRE: Eu acho que (...) da própria natureza.

P: Por que só tem duas?

ALEXANDRE: Da própria natureza da matéria mesmo, do átomo.

P: Ham.

ALEXANDRE: A própria natureza dele não permite, microscópica.

P: (...) essa natureza microscópica tem alguma influência em alguma particularidade no momento magnético do átomo de prata? (...) como é que você pode justificar (...) uma mancha continua e lá (refiro-me ao experimento feito com átomos de prata) ter tido uma mancha descontinua? (...)

O professor finalmente refere-se a duas manchas separadas por um espaço onde não chegam átomos de prata e pergunta:

P: O que justifica isso?

ALEXANDRE: Pelo que me parece, (...) quando você usa os átomos de prata há uma grande influência da quantização do momento de dipolo.

P: Você começa a explicar. Quantização de quê?

ALEXANDRE: Do momento de dipolo magnético. (...) Pela figura que você me mostrou que só tinham duas me parece que não tem não há possibilidade de ter outros valores ali.

P: Devido à quantização?

ALEXANDRE: Sim, o senhor me disse que é devido à quantização

P: E de que grandeza?

ALEXANDRE: Momento de dipolo magnético.

P: O momento de dipolo magnético tá correlacionado com momento angular?

ALEXANDRE: Sim, a expressão que a gente desenvolveu ali mostrou que sim, que é uma relação de quanto maior é um, maior é o outro (...)

Visando criar um ambiente propício ao intercâmbio de significados que possa amadurecer funções psicológicas superiores, o professor solicita do aluno que faça uma síntese do que mais lhe chamou atenção nos dois experimentos.

P: O que mais me chamou atenção foi o fato de um mesmo experimento ter dois resultados e que esses dois resultados são diferentes exclusivamente porque eu uso macroscópico e microscópico, foi isso que me chamou mais atenção, como é que duas coisas só porque eu fui pro microscópico me deu uma coisa totalmente diferente e quando eu pego a teoria clássica e tento explicar o macroscópico bate certinho consigo justificar. O senhor mostrou os vetores força atuando, mostrando qual era a tendência da limalha se alinhar com as linhas de campo e no caso do micro, se eu tentar fazer essa mesma coisa, eu sei que não vai dar certo, isso que me chocou muito.

P: Que bom!

Longe de subestimar as abstrações da MQ, o professor, ao dizer “que bom”, coloca-se numa posição franca de atribuir um amadurecimento do aluno no estudo da nova teoria, ainda em fase embrionária.

A seguir uma conjectura, por parte do aluno, que nos permite agir na zona de desenvolvimento proximal, para colocar a ideia de que a dimensionalidade de um sistema quântico nem sempre é 2, como no caso dos átomos de prata. O aluno questiona:

ALEXANDRE: Por que só dois? Eu fiquei pensando assim por que só dois, não podiam ter três, quatro? (...) eu pensei que ia ser uma figura diferente dessa, tudo bem...

P: Essa é uma boa pergunta, viu? Eu já lhe adianto o seguinte: nós vamos começar a tratar de sistema de dois níveis, mas vamos tratar também de sistema de três níveis onde três possibilidades...

ALEXANDRE: São possíveis (conclui o aluno).

Aqui parece haver uma tomada de consciência, por parte do aluno, de que a depender do sistema em questão as possibilidades de redução de estado⁴⁶, falando em termos de formalismo mínimo, mudam. O próprio aluno intui, com a ajuda do professor, que existem sistemas com diferentes possibilidades de quantização: pode-se ter $1/2$, 1 , dentre outros. Neste momento, percebe-se que a zona de desenvolvimento proximal se movimenta, pois mesmo não tendo sido mencionados outros sistemas físicos, o próprio aluno vê a possibilidade de outras quantizações, que não apenas com spin $1/2$.

ALEXANDRE: Eu achei que a figura (52), eu tinha certeza que ia dar alguma coisa diferente disso, mas eu não achei que ia dar dois, eu achei que ia ser assim um montinho maior e outros menores acompanhando.

P: Mas é interessante a sua colocação, a sua colocação é muito interessante e eu aproveito pra reafirmar: nem todo sistema é um sistema de dois níveis, esse de prata vai ser mas, por exemplo, quando a gente tiver discutindo uma situação que você vai ver, que tá lá no Richard Feynman com spin inteiro, spin um, você vai ver que nós vamos ter três possibilidades...

ALEXANDRE: Então, o senhor quer me dizer que há duas possibilidades, porque eu tava lidando com dois spins diferentes, um meio e menos um meio (...)

P: Sim.

ALEXANDRE: Vê teoricamente no Segundo Grau (o aluno refere-se ao Ensino Médio).

A referência do aluno indica que lembrou da propriedade de spin, através do estudo no Ensino Médio.

Vislumbrando a possibilidade de agir na zona de desenvolvimento proximal do aluno, o professor busca conectar os significados intercambiados até o presente momento com os valores possíveis de medida da grandeza física componente de spin.

P: Sim, no caso dos valores $\frac{\hbar}{2}$ e $-\frac{\hbar}{2}$, certo, já lhe adianto, que lá na frente você vai ter um com \hbar , 0 e $-\hbar$. Aí não é mais com átomo de prata (...) Agora, no final, eu falei de preparação de estado (...) você podia comentar o que você capturou dessa fala?

ALEXANDRE: Me parece que já tá bem delineado o que é um estado quântico. Já tá um pouquinho encaminhado (...)

Referindo-se ao aspecto objetivo do estado quântico, o aluno pontua que o estado quântico é uma coisa tão objetiva quanto o estado clássico: “Quando a gente fala de estado clássico a gente fala de uma grandeza, associa uma grandeza física a uma determinada partícula

⁴⁶ Sempre que possível evitaremos falar de “colapso”, pois de acordo com a interpretação da complementaridade, o que ocorre durante a redução de estado, não pode ser descrito como um fato objetivo.

(...) eu pego uma partícula, analiso a posição, a massa da partícula, a velocidade, a quantidade de movimento (...) vai ser o estado inicial, por exemplo (...).”

E continua:

ALEXANDRE: O que eu entendi ali da questão do átomo de prata, eu também tenho um estado definido ali. Agora *a gente não falou o nome da grandeza...*

Aqui o aluno deixa claro a sua expectativa (não compartilhada na MQ ortodoxa) de que o estado quântico deva ser representado por uma grandeza física. Sabe-se, contudo, que o estado quântico não é um observável físico, mas sim um vetor de um espaço vetorial complexo que diz algo de objetivo sobre uma dada preparação objetiva que ocorre em laboratório.

P: Em que momento é que você tem o estado do átomo de prata ali bem definido?

ALEXANDRE: Quando você faz o experimento de Stern-Gerlach, você separa essas duas possibilidades.

P: Certo.

ALEXANDRE: Que a gente viu que a gente associou a *up* e *down*, aí o senhor comentou que eu posso pegar uma daquelas partes ali da separação e utilizar para fazer um experimento. A outra eu posso barrar aí naquele momento quando...

P: Eu usei a palavra filtrar, lembra?

ALEXANDRE: Sim, usou a palavra filtrar.

P: O que é uma filtragem então? Me diga aí.

ALEXANDRE: É você ter um estado definido, é separar as duas coisas, escolher uma e utilizar, o que eu entendo de filtragem, por exemplo, eu lembro logo da óptica. Você tem, por exemplo, uma cor monocromática, você passa por um filtro um sistema policromático de cores e deixa passar só aquela que você quer.

É importante perceber que o aluno se utiliza de um conhecimento prévio (filtragem no contexto da óptica clássica) para externar que a filtragem implica deixar “passar só aquela que você quer”, uma ideia extensiva a uma filtragem no contexto quântico.

P: No caso do *SG* que eu ainda nem discuti, mas já sinalizei hoje, você tá preparando o quê ali, quando você bota aquele furo?

ALEXANDRE: Você está escolhendo só o *up* no caso e barrando o *down*, ali eu entendi que aquilo ali é o estado agora.

É importante perceber que o aluno, neste estágio da entrevista, compartilha de forma adequada a noção de filtragem.

P: Agora, você mede o estado ou o estado é um observável, você mede ele?

ALEXANDRE: Não falou nada de medida, não foi nada falado de medida, mas eu entendi que o simples fato de você saber que aquele estado de cá (referindo-se ao *up*) é diferente do estado de cá (referindo-se ao *down*) já posso usar aquele objetivamente pra adquirir alguma medida eu posso associar uma medida a isso.

Aqui aparece de forma ainda pouco amadurecida a ideia de que se filtrarmos um certo estado, ilustremos como uma componente $|S_z; +\rangle$, só para fixarmos ideia, equivale a dizer que medimos o observável componente de spin no valor de $+\frac{\hbar}{2}$. A fala do aluno, contudo, ainda não expressa de forma adequada a diferença entre estado quântico e observável, mas já começa a haver uma associação (mesmo que pouco amadurecida) sobre esses conceitos quânticos.

P: A minha pergunta, deixa eu ser mais claro, o estado quântico, quando você preparou ele de *SG*, a um observável, tipo energia?

ALEXANDRE: Sim, é um observável, eu acredito que sim.

P: Ou ele ilustra uma preparação?

ALEXANDRE: Eu acho que ele é um observável.

Novamente fica explícito o significado incorreto que o aluno atribui ao estado quântico de ser um observável.

Ele prossegue dizendo:

ALEXANDRE: Só é você associar a algum número, não sei se a um número real (...)

P: Eu só lhe adianto uma coisa. Quando você mede alguma coisa, você tem sempre que expressar isso através de número real?

ALEXANDRE: Número real, eu não posso usar um número imaginário?

Aqui surge uma associação entre grandezas físicas medidas em escala microscópica com números complexos, que precisa de investigação, sobre o significado que os números complexos desempenham na MQ. É o que se tenta fazer a seguir.

P: Imagine se eu dissesse a você a energia vale i joules, isso tem algum sentido?

ALEXANDRE: Não, acho que não.

O aluno sorri!

P: Não, agora o que talvez você tá querendo dizer é que eu preciso de um espaço vetorial complexo pra definir os meus estados, que tem uma correlação com qual objetivo que eu fiz no laboratório em termo de preparação. (Esta conjectura decorre de termos frisado que o estado quântico faz parte de uma álgebra de espaço vetorial complexo, único momento do curso em que se falou nos números complexos).

A seguir consegue-se capturar o conhecimento prévio acerca da noção de observável:

ALEXANDRE: (...) quando você separa ali naquele dois estados ali e me diz eu vou fazer experimentos SG, vou separar aqui duas componentes uma *up* e uma *down*, se você me perguntar o que aquilo ali eu não sei dizer o que aquilo que você pegou, que você filtrou, eu não sei dizer o que é aquilo mas eu sei que ele é observável.

A fala do aluno reúne as expressões *up* e *down* como componentes que estão sendo separadas, mas embora ele seja capaz de perceber que a separação de caminhos dos átomos de prata nos permite fazer filtragens (se colocarmos furos em lugares adequados), não percebe que preparar um átomo no estado *up* equivale a medir o observável componente de spin, conforme esperado, dado que a ideia de componente de spin até o presente momento ainda não foi apresentada. Uma conclusão importante é que preciso intervir na zona de desenvolvimento proximal para compartilhar, os significados $|S_z;+\rangle$ da componente $S_z = \frac{\hbar}{2}$, expressando a ideia de que quando se faz uma filtragem do estado $|S_z;+\rangle$ e fizermos a medida da componente de spin S_z encontraremos $\frac{\hbar}{2}$. Sendo este experimento um sistema de dois níveis, podemos representar $|S_z;+\rangle$ pela matriz $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, que tão somente exprime, de forma objetiva, uma dada preparação experimental. Esta conjectura (de que o aluno não consegue identificar o observável que está em pauta) está baseada na fala do aluno, que ao ouvir falar na componente de spin diz “ter dado significado para mim”!

P: Eu só lhe digo uma coisa, se você botou um furinho lá e você vai deixar passar o...

ALEXANDRE: Eu só sei que eu observo?

P: Você sabe o seguinte que você ali diante de uma grandeza chamada de componente de spin que no caso se for *up* é \hbar cortado sobre dois em unidades SI.

Uma conclusão importante que terá implicações nos novos compartilhamentos (que deve incluir um cuidado do próprio professor) é que o uso coloquial da palavra estado, inclusive nos livros, às vezes pode causar confusão entre o ente vetorial estado quântico $|S_z;+\rangle$ e os valores possíveis associados ao observável físico (cujos autovalores são denotados por S_z). Será também necessário estar atento entre a notação de autovalor para a notação que caracteriza o observável, no caso componente de spin, dado por um operador hermitiano \hat{S}_z . O que se mede é o observável, os autovalores serão os valores possíveis, advindos da medida deste observável.

ALEXANDRE: Aí você deu um significado pra isso pra mim agora.

P: Agora o que eu quero dizer é não confunda o valor que você tá medindo $\left(\frac{\hbar}{2}\right)$ referente a componente de spin com a preparação que é descrita por aquele vetor, o vetor não é um observável, o estado quântico não é um observável, o estado quântico lhe diz respeito a uma preparação objetiva como você mesmo disse aqui, você fez até uma analogia com a luz, né, você deixa um...

ALEXANDRE: Monocromático e policromático.

P: Exatamente.

ALEXANDRE: Então é um observável.

P: É como dissesse assim repare “deixei passar a luz vermelha” é um exemplo é o seu estado.

ALEXANDRE: Certo.

P: Agora é claro que se você deixou passar a luz vermelha, você pode medir a frequência dela.

ALEXANDRE: Isso.

P: Entendeu, mas quando você diz preparei nesse estado você quer dizer selecionei isso.

ALEXANDRE: É isso.

P: Entendeu?

ALEXANDRE: É isso que me deixa intrigado.

P: Eu quero só frisar...

ALEXANDRE: Falta alguma coisa, eu tento explicar responder com o clássico e não consigo.

P: Eu só quero frisar que o estado refere-se a uma preparação objetiva que você fez.

A forma intrigada com que o aluno se reporta ao estado quântico indica que ele esperava que este estado pudesse ser descrito em termos de grandezas físicas conhecidas da Mecânica Clássica. De fato, ele não vai conseguir “com o clássico”, no dizer do próprio aluno.

Na tentativa de buscar mais informações sobre significados atribuídos, o professor continua:

P: um buraco e passou por ali você sabe que você então tá preparando um estado *up*, entendeu? Agora a questão é que se ele chegou lá é que a gente ainda vai ver isso como *up*, você vai associar isso ao que você mediu a componente de spin em *z* que vale \hbar , mas não confunda esse valor que é um valor real.

ALEXANDRE: (...) essa questão de quantização agora tá ficando um pouquinho mais claro pra mim, anteriormente eu pensava que a física quântica lidava com grandezas diferentes da mecânica, eu pensava que não ficava falando o tempo todo de velocidade de massa de energia, momento, eu tou vendo que fala das mesmas coisas, isso já é um alívio, porque me parece que não é uma novidade pra mim (...)

Um aspecto crucial que o aluno mostra claramente ter percebido é que falar de MQ não significa esquecer a Mecânica Clássica, tendo em vista que as mesmas variáveis dinâmicas que

são medidas em uma são também medidas na outra teoria (a exceção do spin, que não tem análogo clássico). O aluno parece perceber que estamos construindo uma nova Mecânica.

P: Perfeito, o que você tá percebendo é que a gente tá construindo uma nova mecânica.

ALEXANDRE: E tá sendo um tratamento de choque.

P: Mas continua sendo uma mecânica, uma nova mecânica.

ALEXANDRE: Eh a cada nova ideia que o senhor coloca aí, experimento (...) eu fico assim sem conseguir responder inicialmente aí quando entra a palavra quantização no meio aí eu começo a perceber que tem uma certa lógica por trás daquilo ali... (...)

Aqui se percebe que o aluno ainda se refere bastante à Velha Mecânica Quântica para ilustrar a quantização, talvez por isso ainda persista, no início do curso, algo nebuloso, tendo em vista que a abordagem aqui preconizada não parte da velha MQ, mas sim de ideias da MQ já em seu formato final, e na formulação algébrica.

5.2.3 Entrevista nº 3 – Antônio

Esta entrevista teve como objetivo analisar se e como ocorreu o processo de internalização dos significados implícitos na teoria quântica do processo de medida, de acordo com a interpretação da complementaridade.

Levando em conta a perspectiva sócio-interacionista de Vygotsky, o diálogo entre professor e o aluno Antônio envolveu bidirecionalidade. Acreditamos que o contexto da entrevista interferiu na zona de desenvolvimento proximal, sendo, portanto, parte do processo ensino-aprendizagem. Acreditamos ainda, como o próprio nome sugere, que o processo de internalização não ocorre num dado instante bem definido, e não se dá por um simples acúmulo de informações, tendo uma dimensão eminentemente processual.

O aluno é convidado a ir até o quadro, onde estão desenhadas, esquematicamente, as questões descritas na proposta didática, ilustradas a seguir, numeradas de 1 até 4, sobre as quais se desenrola a entrevista.

5.2.3.1 Definição de sistemas de três níveis para o observável componente de spin

P: Antônio, eu queria eu você me dissesse o que você entende por sistema de três níveis. Eu vou colocar aqui um aparato, um aparato S , um aparato T , que eu girei, e um aparato S' que é idêntico a S . Certo? Essas são as situações experimentais que eu quero analisar com você [...].

$$\begin{array}{ccc} \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\} & \left\{ \begin{array}{c} +| \\ 0 \\ -| \end{array} \right\} & \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\} \\ S & T & S' \end{array} \quad (130)$$

$$\begin{array}{ccc} \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\} & \left\{ \begin{array}{c} +| \\ 0 \\ -| \end{array} \right\} & \left\{ \begin{array}{c} +| \\ 0 \\ -| \end{array} \right\} \\ S & T & S' \end{array} \quad (131)$$

$$\begin{array}{ccc} \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\} & \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\} & \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\} \\ S & T & S' \end{array} \quad (132)$$

$$\begin{array}{ccc} \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\} & \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\} & \left\{ \begin{array}{c} +| \\ 0 \\ -| \end{array} \right\} \\ S & T & S' \end{array} \quad (133)$$

$$\left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_S \xrightarrow{N} \left\{ \begin{array}{c} +| \\ 0 \\ -| \end{array} \right\}_T \xrightarrow{\gamma N} \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_{S'} \xrightarrow{\eta N} \quad (134)$$

$$\left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_S \xrightarrow{N} \left\{ \begin{array}{c} +| \\ 0 \\ -| \end{array} \right\}_{T, 0 < \gamma < 1} \xrightarrow{\gamma N} \left\{ \begin{array}{c} +| \\ 0 \\ -| \end{array} \right\}_{S'} \xrightarrow{\beta(\gamma N)} \quad (135)$$

$$\left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_S \xrightarrow{N} \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_{T, 0 < \eta < 1} \xrightarrow{N} \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_{S'} \xrightarrow{N} \quad (136)$$

$$\left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_S \xrightarrow{N} \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_T \xrightarrow{N} \left\{ \begin{array}{c} +| \\ 0 \\ -| \end{array} \right\}_{S'} \xrightarrow{0} \quad (137)$$

$$\begin{array}{c}
 \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\} \xrightarrow{N} \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\} \xrightarrow{\gamma N} \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\} \xrightarrow{\beta(\gamma N)} \\
 S \qquad \qquad T \qquad \qquad S' \\
 0 < \gamma < 1
 \end{array} \tag{138}$$

$$\begin{array}{c}
 \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\} \xrightarrow{N} \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\} \xrightarrow{N} \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\} \xrightarrow{N} \\
 S \qquad \qquad T \qquad \qquad S' \\
 0 < \eta < 1
 \end{array} \tag{139}$$

P: Bom, primeiro: o que é que você entende por sistema de três níveis?

ANTONIO: Sistema de três níveis é um sistema no qual os estados possíveis dos autoestados de um determinado sistema [...] são três. Obviamente, sem contar o estado de superposição desses três estados possíveis. É bastante similar ao de dois níveis, só que ao invés de ser dois, são três. Ou seja, são estados quantizados nos quais apenas há três possibilidades de ...

P: Quantos autovalores eu associo a esse...

ANTONIO: Como são três autoestados, a gente vai ter três autovalores, associados aos autovetores que representam esses autoestados.

P: Bom você respondeu à pergunta, acrescentou uma coisa que é muito, eu diria, essencial na Mecânica Quântica [...] Você aproveitou ainda pra falar de que o estado é descrito por uma combinação linear desses autoestados. Portanto, é um estado de superposição. [...] Nós estamos tratando aqui de partículas agora de spin 1. Quais seriam os autovalores associados a esse [...] observável?

ANTONIO: São mais $\pm\hbar$ e 0.

O aluno faz questão de referir-se aos sistemas de dois níveis para falar do princípio quântico de superposição. Como o utiliza naturalmente para os sistemas sistema de três níveis, interpretamos como uma sinalização de generalização, princípio para além da dimensionalidade. Isso revela que o aluno não necessita mais de um exemplo específico, no caso o aparato *SG*, com átomos de prata, para utilizar o princípio da superposição.

Refere-se de forma adequada ao conceito de quantização, tendo em vista que o sistema quântico em estudo tem autovalores que são múltiplos de \hbar . Porém, ao falar em estado quantizado, não usa uma linguagem adequada, pois o estado é descrito por um vetor, para o qual não há sentido dizer que é quantizado, dando-nos a impressão de que a linguagem informal do aluno o faz atribuir indevidamente valores ao estado, quando os valores estão associados ao que se pode medir. A inferência de que se expressa de forma imprecisa, ao invés de cometer um equívoco, será revelada mais adiante, quando o aluno esclarece que não medimos o estado, mas sim o observável. É possível perceber, logo a seguir, que ele claramente associa os valores

possíveis de medir com os autovalores. Reconhece que não se mede estado quântico, mas sim os observáveis, no caso, os componentes de spin.

P: Ok, tudo bem, eu queria que você fosse até o quadro, por favor, e me dissesse o que tá acontecendo ali de um ponto de vista experimental. Me faça só a gentileza, para a gente começar a analisar, coloque aí que [...] N [...] partículas. [...].

O aluno vai até o quadro e, mostrando-se tranquilo, começa a escrever, enquanto dialoga. A pedido do professor, escreve a letra N , que representa o número de átomos que é selecionado pelo aparato S , conforme Esquema (140) a seguir. Mais adiante o aluno denota as frações de partículas que passam por T e S' de γ e η .

$$\left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_S \xrightarrow{N} \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_T \xrightarrow{\gamma N} \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_{S'} \xrightarrow{\eta N} \quad (140)$$

5.2.3.2 Estado quântico, observáveis, autovalores e medida do observável componente de spin

Antes de focar em questões diretamente ligadas ao experimento, o professor pergunta:

P: Já que você falou em autovalores, aproveitando, como é que você define o que [...] são autovalores?

ANTONIO: Autovalores são valores que a gente associa ao autovetor de que esse autovetor representa autoestado, não é? Ou seja: é a quantificação desse estado.

Note-se que, embora o aluno continue falando de quantificação de estado indevidamente, é possível concluir que, quando questionado, externa a ideia de que o estado quântico não é passível de mensuração, e declara que o que se mede são os observáveis.

P: Mas você mede estado?

ANTONIO: Não, não. É só uma...

P: Venha cá, você mede o quê em Mecânica Quântica?

ANTONIO: Nós medimos os observáveis.

P: Pronto, você mede observáveis, quando você mede, desculpe a redundância, você tá fazendo medidas.

ANTONIO: Sim.

P: Os valores possíveis dessas medidas são...

O aluno não espera o professor concluir e afirma:

ANTONIO: Os autovalores

P: Autovalores, perfeito. Portanto eu quero chamar atenção que o que você mede é observável. [...]

ANTONIO: Sim, sim.

P: Autovalor é o rotulo que você dá aos valores possíveis que você vai encontrar, se você se dispuser a fazer a medida. Tá claro isso? [...] O que você mede então?

ANTONIO: Os observáveis.

P: Os observáveis, perfeito. No caso do curso aqui, até agora, quais foram os observáveis que você estudou?

ANTONIO: Observáveis que estudamos foram os componentes de spin.

P: Certo, esses componentes de spin são observáveis de espectro discreto ou contínuo?

ANTONIO: Discreto, pois eles têm apenas dois valores possíveis [...].

P: Ok, no *SG* para átomo de prata. E você pode me dar exemplo de observáveis de espectro contínuo?

ANTONIO: Posição, por exemplo.

É importante pontuar que o aluno revela um amadurecimento, percebido pela forma incisiva de se pronunciar, respostas rápidas. Compartilha (e externa) o que são autovalores, com a devida percepção de que o que medimos são os observáveis e que os autovalores são todos os valores possíveis de serem medidos (de um certo observável). Reconhece e diferencia com exemplos concretos observáveis de espectro discreto dos de espectro contínuo.

P: Ok, vamos lá. Então ali, você filtrou N átomos, N partículas de spin um, pronto...

$$\left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\} \xrightarrow{N} \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\} \xrightarrow{\gamma N} \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\} \xrightarrow{\eta N} \quad (141)$$

$S \qquad T \qquad S'$

ANTONIO: Isso.

P: De spin um. E aí, me diga, me descreva o que tá acontecendo no aparato 1.

Aparato 1

$$\left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\} \rightarrow N \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\} \rightarrow \gamma N \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\} \rightarrow \eta \alpha N \quad (142)$$

ANTONIO: Certo, no primeiro aparato a gente tem que um certo, um feixe de partículas ou partículas individuais são, são lançadas ...

P: Gostei do “individuais”! Você tá dizendo que a Mecânica Quântica...

ANTONIO: É pra eventos, para eventos de muitas partículas ou para...

P: Ela vale pra sistemas individuais, a Mecânica Quântica?

ANTONIO: Sim, sim!

Cabe registrar que o sim do aluno, repetido duas vezes, é bastante enfático. Entretanto, convém refletir que, ao afirmar simplesmente que a MQ vale para eventos individuais, não significa que o aluno, de modo geral, internalizou a novidade conceitual, introduzida pela regra de Max Born, da interpretação probabilística do estado ψ , que foi acolhida na interpretação da Complementaridade e que rompe com o determinismo. É importante frisar que também usamos probabilidade em MC, por uma questão epistêmica, também para eventos individuais, como no caso de um lançamento de uma moeda. Do ponto de vista do ensino-aprendizagem, é preciso investigar mais profundamente qual é o significado atribuído pelo aluno ao papel da probabilidade, no contexto da MQ, na interpretação de Copenhague. Por isso, utilizamos intencionalmente a experiência de Feynman que permitiu o significado dado à amplitude de probabilidade pelo aluno, e que será discutida ulteriormente, na seção amplitudes interferentes.

ANTONIO: Essas análises, inclusive que fazemos são análises individuais, né? Ou seja, cada um, por exemplo átomos de prata, cada um desses antes de passar por SG ele está em estado de superposição e apenas depois da interação...

P: Perfeito, agora é claro que em condições reais é difícil de você manipular com átomos individuais, isso é outra conversa.

ANTONIO: É, não chegou nesse...

P: Já chegou viu!

ANTONIO: Já chegou?

P: Já

ANTONIO: Como átomos individuais, já?

P: Prêmio Nobel de 2012 [...] vou lhe mostrar, foi com fótons individuais.

ANTONIO: Pô, caramba! Fótons né, não são nem átomos.

O aluno externa empolgação e sorri!

P: Em baixíssima temperatura perto do zero kelvin. [...]

O professor se referia ao trabalho do francês Serge Haroche, referente ao prêmio Nobel.

ANTONIO: Zero kelvin já é um grande feito, já é um grande feito.

P: Com certeza.

Gesticulando com as mãos e apontando para o aparato $\begin{Bmatrix} + \\ 0 \\ - \end{Bmatrix}_S$ do desenho esquemático a

seguir,

$$\begin{Bmatrix} + \\ 0 \\ - \end{Bmatrix}_S \quad \begin{Bmatrix} + \\ 0 \\ - \end{Bmatrix}_T \quad \begin{Bmatrix} + \\ 0 \\ - \end{Bmatrix}_{S'} \quad (143)$$

declara:

ANTONIO: Então, quando um átomo, por exemplo, interage com esse aparato, interage com esse aparato daqui (referindo-se ao aparato S), ele tem estado de superposição que é representado justamente por essas três possibilidades, a superposição é a combinação linear desses três estados possíveis. Depois da interação, há três estados possíveis, no entanto, é feita uma seleção, ou seja, uma filtragem, só é permitida passar a informação desse estado possível aqui, que é o estado $(+S)$, seria o $+\hbar$.

Neste momento, o aluno externa explicitamente que antes da medida o que temos, em geral, é um estado de superposição e que para termos propriedades, grandezas físicas, de valores bem definidos é preciso interagir com o sistema, uma ideia subjacente à interpretação da complementaridade. Na informalidade da fala, logo depois, contudo, aluno refere-se corretamente ao estado filtrado $|+\rangle$ e afirma “seria o \hbar ”. Cabe perguntar, quem seria o \hbar . Seria uma medida de $|+\rangle$? Não, pois não medimos estado quântico. O aluno, neste momento da entrevista, não é explícito, não diz claramente que estamos medindo a componente de spin. Mais adiante, o aluno dará evidências que estado quântico não é um observável, embora o estado quântico seja algo objetivo que corresponde ao que, de fato, está ocorrendo no laboratório e que pode ser comunicado sem ambiguidades. Um estado $(+S)$ não é um estado $(+T)$.

P: Uma pergunta: este estado $|+\rangle$, pra S é a mesma coisa que $|+\rangle$ pra T , que foi girado?

ANTONIO: Não, não, não.

O aluno aponta para o canal $+$ (mais) do aparato S , que corresponde a $(+S)$, na linguagem compartilhada em sala de aula. Aponta, logo em seguida, para os canais $+$ (mais), 0 (zero) e $-$

(menos), na configuração T , $\left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_T$, que correspondem, na linguagem compartilhada em sala de

aula, a $(+T)$, $(0T)$ e $(-T)$. Referindo-se ao estado $(+S)$, ele esclarece que o estado $(+S)$ é diferente do estado $(+T)$.

ANTONIO: No caso é bem interessante, porque esse estado $|+\rangle$, aqui, ele vai ser uma combinação linear desse estado mais $(+)$, zero (0) e menos $(-)$ para o aparato em T , ou seja, o aparato na configuração T .

“Na configuração S , ele tem uma, um número de possibilidades, que são justamente essas, e essas possibilidades não são iguais às de cá [...] parece menos representação mas são...”

A conversa, neste momento, se dá com os seguintes signos dispostos no quadro:

$$\left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_S \quad \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_T \quad \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_{S'} \quad (144)$$

Visando negociar significados de tal modo que professor e aluno possam compartilhá-los, o professor, ao não compreender com clareza a resposta anterior, pergunta: “Você pode repetir esta parte?”

Apontando para os três canais do aparato S , o aluno declara:

ANTONIO: Essas possibilidades aqui, $+$ (mais), 0 (zero) e $-$ (menos) do aparato S são estados diferentes dos estados representados aqui na configuração T .

P: Ok, tá claro.

A mediação envolveu gestos do aluno, apontando para um ou mais canais. O significado implícito de cada gesto de apontar, neste contexto, é o de representar um estado quântico, sem precisar escrevê-lo no quadro. Assim, por exemplo, ao apontar para o canal mais $+$ do aparato S , o aluno refere-se ao estado $(+S)$.

ANTONIO: Portanto, quando o estado $|+\rangle$ é selecionado aqui (o aluno aponta para o

desenho esquemático $\left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_S$, da Esquema 144) e esse $|+\rangle$, esse número de

partículas é selecionado nesse estado, interage com o aparato na configuração T , as partículas da configuração são uma combinação linear dessas possibilidades aqui $(|+\rangle, |0\rangle, |-\rangle)$ nessa configuração T .

P: Portanto eu lhe pergunto: poderia dar $|+\rangle$, aí, (referindo-se a configuração T) ao $|0\rangle$ ou $|-\rangle$?

$$\left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_S \xrightarrow{N} \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_T \xrightarrow{\gamma N} \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_{S'} \xrightarrow{\eta N} \quad (145)$$

ANTONIO: Poderia, poderia, qualquer uma dessas possibilidades é possível, é possível na configuração T . O aluno responde apontando para cada rótulo $+$, $-$ e 0 , presentes no desenho esquemático do aparato T .

Após a concordância do professor, continua:

E a partir desse momento, esses átomos, essas partículas selecionadas aqui, na configuração $|+\rangle$, quando interage com o T , o aparato na configuração T , elas são selecionadas, é feita uma seleção, só deixando passar aquelas partículas que têm esse estado $|0\rangle$. Portanto, vai ser uma fração das partículas que chegou ao aparato T .

Esta afirmação do aluno revela compreensão do que significa um aparato só aceitar um determinado estado, no caso o aparato T que só aceita $(0T)$.

Note-se também que a expressão fração, utilizada pelo aluno, mostra a compreensão de que no processo de preparação nem todas as partículas serão selecionadas. Ao apontar para o $+$ e 0 e $-$, no aparato T , fica evidente o reconhecimento do aluno de que existem três probabilidades associadas: uma de aceitação (no canal que está aberto) e as outras duas de absorção dos átomos ou partículas nas chapas bloqueadoras.

P: Bote uma fração já que você falou em fração.

ANTONIO: Eu posso colocar um γN como sendo [...]

Escreve a fração γN , logo a direita do aparato T , obtendo:

$$\left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_S \xrightarrow{N} \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_T \xrightarrow{\gamma N} \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_{S'} \xrightarrow{\eta N} \quad (146)$$

P: Certo. Venha cá, quando você faz isso você tem acesso a como estava o estado depois que saiu do primeiro?

Nesse momento, o aluno conclui a escrita da fração ηN , como aparece a seguir.

$$\left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_S \xrightarrow{N} \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_T \xrightarrow{\gamma N} \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_{S'} \xrightarrow{\eta N} \quad (147)$$

ANTONIO: Oi?

P: Quando você faz essa segunda seleção aí ...

ANTONIO: Sim...

P: Pra $|+\rangle$, desculpe pra $|0\rangle$, você tem acesso a de que estado ele saiu de S' ?

Note-se que a questão formulada tem como objetivo saber do aluno se as partículas se lembravam, depois de passar pelo aparato T , que ao saírem de S estavam no estado $(S+)$. O aluno responde, mostrando o vínculo conceitual entre a filtragem e destruição de informação.

$$\left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_S \xrightarrow{N} \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_T \xrightarrow{\gamma N} \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_{S'} \xrightarrow{\eta N} \quad (148)$$

ANTONIO: Quando é feita essa seleção aqui? Não. Quando é feita essa seleção, a informação anterior, no caso, é destruída, ou seja, [...], para qualquer um desses, eu teria um estado de superposição no aparato T , seja se fosse tanto o $|+\rangle$ como o $|0\rangle$ eles teriam um certo γ vezes N de átomos que iriam ser no estado $|0\rangle$, aqui na configuração T por exemplo, mas, o importante aqui, é que, essa configuração mais $(+)$, ela não vai ser diferente, vamos dizer assim, de uma configuração $|0\rangle$ quando interage com o aparato T , ou seja todos esses aqui são [...] combinações lineares [...] desses estados aqui, no aparato da configuração T .

Uma primeira ideia que nos chamou a atenção, percebida através do discurso e dos gestos do aluno, que inclui o apontar também para os canais do aparato S , é a ênfase ao princípio quântico de superposição, sem o qual seria impossível compreender este experimento. Ele vai além do que foi perguntado e enfatiza, corretamente, que qualquer um dos estados $(+S)$, $(0S)$ ou $(-S)$ são, individualmente, um estado quântico de superposição dos autoestados $(+T)$, $(0T)$ e $(-T)$. Revela compreender também que a filtragem feita no aparato T destrói a informação do estado do sistema quântico em questão, quando sai do aparato S . O aluno, então, deixa claro que quando se faz a medida do componente de spin, há uma redução de estado e que depois de passar, pelo segundo aparato, os átomos não têm memória de qual estado estavam ao sair de S , no dizer metafórico de Feynman. Contudo, o aluno diz claramente e de maneira equivocada

que, independentemente da preparação em S , a probabilidade da fração γN ir para os canais $(+T)$ ou $(0T)$ ou $(-T)$ é a mesma. Porém, em geral, $|\langle +T|+S \rangle|^2 \neq |\langle 0T|+S \rangle|^2 \neq |\langle -T|+S \rangle|^2$.

P: Ok, vamos pro debaixo: (Esquema 149).

$$\left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_S \xrightarrow{N} \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_T \xrightarrow{N} \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_{S'} \xrightarrow{0}, \quad (149)$$

ANTONIO: [...] a gente tem partículas saindo daqui com estado $+$, chega aqui no aparato na configuração T .

Para compreendermos os significados mencionados, convém registrar que ao falar do

estado $+$ o aluno aponta para o aparato $\left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_S$, referindo-se ao estado $(+S)$.

Na sequência, referindo-se inicialmente a $(+T)$, $(0T)$ e $(-T)$, ao apontar para os canais abertos $+$, 0 e $-$ do aparato T , declara: “Esses estados são combinação linear nesse estado (refere-se, apontando para $(+S)$ do aparato)”.

Reporta-se ao estado $(+S)$ como uma combinação linear de $(+T)$, $(0T)$ e $(-T)$. Note-se ainda, a seguir, que o aluno registra, gesticulando e apontando para o filtro T (de canais abertos), que é a ausência de filtragem em T (aparato com canais abertos), que preserva o estado de superposição, não havendo perda de informação e que por isso nenhum dos átomos

selecionados no aparato $\left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_S$ será aceita no aparato $\left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_{S'}$.

Apontando para o aparato T , o aluno afirma: “como não tem uma filtragem aqui, todos os estados são considerados, ou seja, passam a informação. Em nenhum, nesse estados, se perdem, portanto o que vai sair do aparato T vai ser um número N também”.

P: Não houve nenhuma preparação aí.

ANTONIO: Isso.

Apontando para o filtro T e, logo em seguida, para o aparato S' , o aluno prossegue afirmando:

ANTONIO: Não houve nenhuma preparação aqui e quando chegam aqui, como o aparato S' é idêntico ao aparato S [...] e ao aparato S' ele vai receber esses estados, mas aqui o que pra ele seria o mais, quando chega aqui o estado mais

é barrado, portanto o que seria 100% do que passaria em S linha é barrado, portanto é perdido que o estado zero aqui não tem é [...] O estado zero aqui ele não participa da composição do estado mais, o estado $|+\rangle$.

P: Perfeito.

ANTONIO: Então o que vai passar aqui é zero átomos.

P: Perfeito!

A análise do discurso do aluno permitiu perceber internalizações que foram amadurecendo no percurso de ensino dos sistemas de dois níveis até o conteúdo tratado, nesta entrevista, sobre sistemas de três níveis. A entrevista foi desencadeada a partir de questões gerais, conforme planejamento didático. O primeiro aspecto geral que nos chamou a atenção foram as respostas ágeis e claras do aluno. Em particular, observamos que os conceitos de estado quântico, preparação de estados, autoestados e o princípio de superposição foram conceitos que se revelaram mais amadurecidos, quando comparados à fase de ensino dos sistemas de dois níveis. A ideia estável de que um autoestado no aparato S é a combinação linear dos autoestados do aparato T mostrou-se presente em toda a entrevista, revelando discernimento a respeito do aspecto vetorial do estado quântico, uma ideia abordada no início do curso. A ideia de probabilidade, referindo-se a uma questão não epistêmica, parece ter sido compreendida. Um outro resultado importante é que a metáfora, utilizada por Feynman, está presente na fala do aluno, ao expressar significado compatível com o fato de que uma vez destruída a informação, mediante uma filtragem, é impossível conhecer a história pregressa da partícula. Utilizamos simbologias diferentes para tratar da teoria quântica de medida, e os resultados mostraram que a capacidade de abstração, acerca dos conceitos citados, foi ampliada. Registre-se ainda que a perda de informação foi compreendida pelo aluno, como algo que nada tem a ver com a interação do campo magnético, mas sim com a interação com a chapa bloqueadora. No processo de ensino, pôde-se observar que conceitos fundamentais da Mecânica Quântica parecem ser internalizados de modo eficaz, quando são apresentados e discutidos a partir do processo de medida.

5.2.3.3 Compartilhando a teoria quântica do processo de medida: discussão dos experimentos mentais com partículas de spin um

A interação social descrita a seguir tem como objetivo analisar como os significados implícitos na teoria quântica do processo de medida foram compartilhados e internalizados no contexto da sala de aula.

O compartilhamento destes significados se deu partir das questões apresentadas no Capítulo 4, que têm na sua essência o papel de estimular a discussão crítica, numa abordagem prospectiva, que se adianta ao desenvolvimento de princípios e conceitos científicos a partir de experimentos mentais idealizados por Richard Feynman. A atividade mediada, a partir desses experimentos, teve como fio condutor a conexão entre teoria e experimentação, no sentido de conectar resultados objetivos da medida com princípios e conceitos científicos, sem os quais seria impossível prever resultados de uma medida em um contexto experimental bem definido. A via de mão dupla, desta vez num estágio de maior amadurecimento, com sistemas de três níveis.

Mostraremos, então, como utilizamos o princípio quântico da superposição, filtragem seletiva, preparação de estados e medida da variável dinâmica componente de spin, autovalores, autoestados, num espaço vetorial complexo com três dimensões. Neste encontro com sete alunos e professor, buscou-se maior nível de generalidade do conceito de estado quântico e preparação de estado, via filtragem seletiva, distinguindo as situações em que se faz medida (e se infere heurísticamente uma trajetória – retrodição –, configurando um fenômeno corpuscular, daquelas quando não se faz medida, onde há recombinação de feixes sem destruição de informação – fenômeno ondulatório), de acordo com o referencial epistemológico da complementaridade. Colocou-se aparatos dispostos em série, estando um deles girado, de modo a promover a aprendizagem de que, dado o caráter vetorial do estado quântico, um estado ($+S$) num certo aparato não corresponde, em geral, a um estado ($+T$) no aparato seguinte. Pela primeira vez no curso, propõe-se uma abordagem quantitativa das amplitudes interferentes, com aparatos dispostos em série, um deles com canais abertos. Buscando evidenciar a distinção entre o uso de probabilidade em um sentido epistêmico para um evento individual e determinístico, como no caso do lançamento de uma moeda, e o uso genuíno e irreduzível da amplitude de probabilidade, por exemplo, associada a partículas em escala atômica e subatômica, fez-se uso dos produtos das amplitudes interferentes, que é igual a zero. Utilizando-se a metáfora *os átomos não têm memória*, discutiu-se a perda de informação prévia a uma filtragem.

Durante a aula, o professor incentivou os alunos a falar sem receios, buscando intervir nas zonas de desenvolvimento proximal, que se movimentam ao longo do processo. O registro de

eventuais repetições na fala de alunos que expressam dúvidas, convicções, perplexidade, alegria, sorrisos e brincadeiras reveladores foram, intencionalmente, deixadas na transcrição da gravação coletiva. Gestos frequentes, apontando para os canais dos filtros, mostraram-se indispensáveis, para a caracterização dos autoestados. Assim, por exemplo, ao apontar para o canal (+) de um filtro T , os alunos referiam-se ao autoestado $(+T)$. Dessa forma, a mediação envolveu muitos gestos e o experimento esquematicamente representado nos slides e no quadro, permitiu, através do simbólico, estimular processos psicológicos superiores, como atenção deliberada, abstração, memória lógica, capacidade de comparar e diferenciar. Como o processo de internalização passa por dois estágios, um interpessoal e outro intrapessoal, adotaremos como ponto de partida a seleção de trechos considerados importantes na construção coletiva de significados para, em seguida, analisarmos, através de entrevista individual, o relato da internalização.

A seguir, será descrita a atuação pedagógica.

5.2.3.4 Apresentação dos sistemas de três níveis

P: [...] na aula passada eu apresentei o sistema de três níveis [...] Como o próprio nome diz, sistema de três níveis [...] têm três autovalores [...]. No caso de spin um, os valores que meço são $+\hbar, 0$ e $-\hbar$.

5.2.3.5 Filtragem e a inferência heurística de uma trajetória (fenômeno corpuscular)

O professor retoma a questão da filtragem, estudada nos sistemas de dois níveis, no contexto de partículas de spin um que entram num campo magnético não homogêneo. Apontando para os rótulos que representam os autoestados $(+S)$, $(0S)$ e $(-S)$, declara: “Quando você fizer a medida, você pode filtrar esse, esse e esse”. Refere-se aos desenhos a seguir como metáforas, ilustrando um estado de superposição [...] e a “opção de filtrar qualquer um dos três autoestados, a depender [...] de onde se coloquem as chapas bloqueadoras”. E afirma, referindo-se a cada átomo que entrou no campo magnético “ele estava num estado de superposição”, destacando a validade do princípio da superposição para eventos individuais.

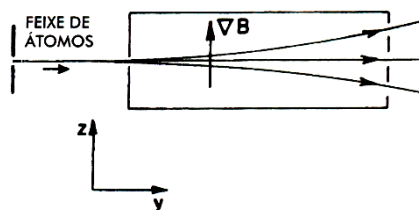


FIGURA 48 – Num experimento de Stern-Gerlach, átomos de spin um são divididos em três feixes.

Fonte: Feynman, Leighton & Sands (2008, p. 5-1).

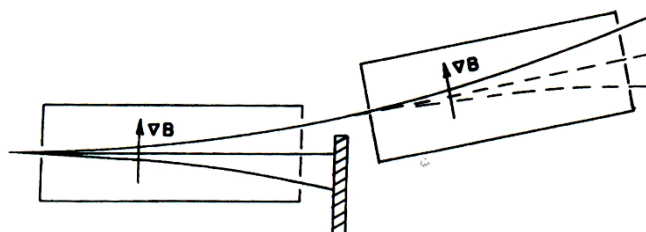


FIGURA 49 – Os átomos de um dos feixes são enviados para dentro de um segundo aparato idêntico.

Fonte: Feynman, Leighton & Sands (2008, p. 5-1).

O professor explicita, baseado nos slides, que antes da medida, esses sistemas quânticos não estão, em geral, num estado polarizado (ou purificado), mas sim num estado de superposição que pode ser expresso pelo ket $|\psi\rangle = a|+1\rangle + b|0\rangle + c|-1\rangle$. Destaca que a separação dos feixes ocorre em virtude da interação com o campo magnético, mas que a filtragem no estado polarizado $|+\rangle$, por exemplo, ocorre pela interação das partículas com as placas que bloqueiam os canais zero (0) e menos (–).

As ideias discutidas até aqui, compartilhadas em sala de aula, pavimentaram caminho para enunciar questões que nortearam a mediação.

A primeira questão colocada, conforme consta no planejamento, refere-se a um experimento idealizado de uma filtragem seletiva seguida de uma medida. A pergunta visa capturar o significado internalizado pelo aluno sobre medida de um observável de uma partícula de spin, explorando a noção de preparação de um estado seguido de uma medida, introduzindo a necessidade da utilização da probabilidade na predição do valor medido.

QUESTÃO 1

Apontando para o canal mais (+) da figura do slide a seguir, o professor pergunta: “[...] Se destruir essas informações aqui (referindo-se a (0S) e (−S)), e botar o mesmo SG, eu vou ter quanto por cento de certeza que eu vou obter esse +h?” (+ħ)

$$\left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\} \quad (150)$$

$S \quad S$

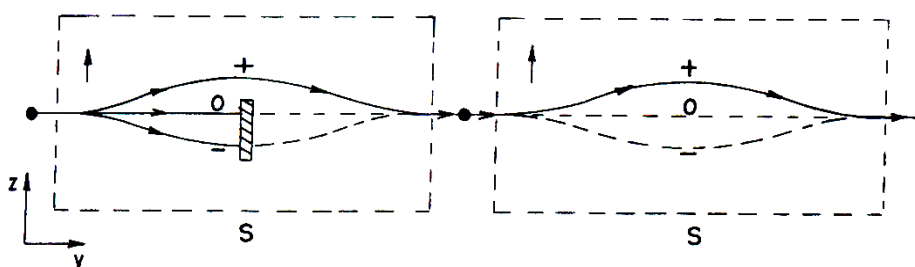


FIGURA 50 – O aparato “melhorado” de Stern-Gerlach como filtro.

Fonte: Feynman, Leighton & Sands (2008, p. 5-3).

O professor refere-se a uma situação em que o primeiro aparato S filtra partículas no estado $|+\rangle$.

Alexandre responde: 100%.

A resposta do aluno, de 100%, capturado no vídeo, mostrou sua segurança, neste arranjo experimental, quanto à certeza de que o único valor possível de medir é \hbar , mesmo estando diante de uma teoria que tem como um dos pilares o princípio da incerteza. Esta situação sugere que a discussão de conceitos quânticos, a exemplo da probabilidade de medir um certo valor de um observável, adquire maior potencialidade para a internalização quando emerge de um experimento, mesmo sendo ele uma idealização. Estamos, aqui, considerando a revisão de literatura apresentada no Capítulo 2, quando identificamos o relato de pesquisadores que apontaram dificuldades na aprendizagem do significado da probabilidade na predição de eventos quânticos. Acrescente-se que, na investigação do conhecimento prévio dos alunos desta turma sobre o papel da probabilidade, havia um quase consenso equivocado de que o uso de probabilidade em MQ não poderia ser tomado como conceito que desse um aspecto preditivo a esta teoria.

Visando preparar os alunos para situações envolvendo recombinação de feixes, para trabalhar com filtros de canais abertos, conforme planejado, apresentamos um fenômeno onde as partículas se mantêm em estado de superposição, sem perda de informação, configurando um fenômeno ondulatório. O professor afirma: “[...] Aqui [...] vocês estão percebendo que não houve filtragem. Quando não tem filtragem, não tem destruição. [...] Isso equivale a um fenômeno ondulatório.” E coloca o slide, conforme aparece no planejamento:

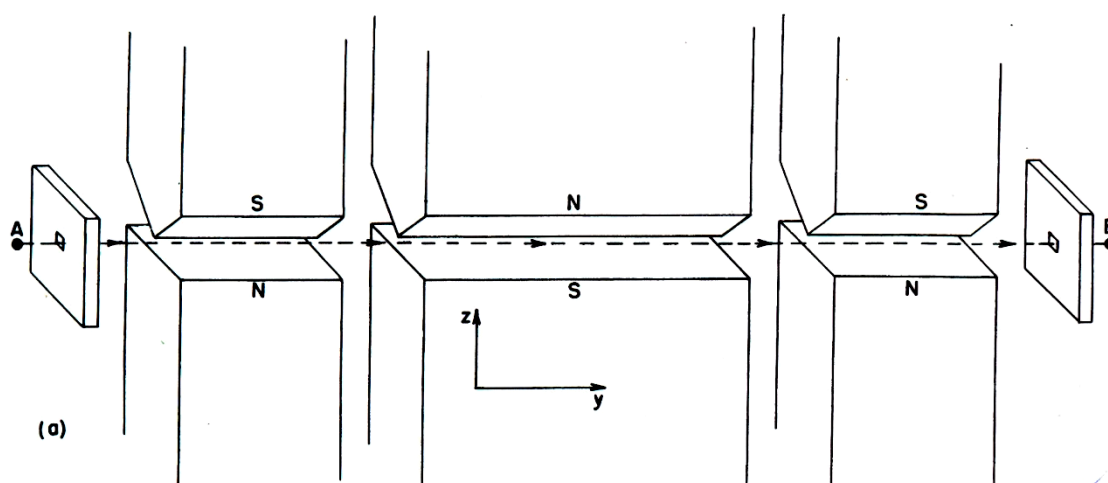


FIGURA 51 – (a) Uma modificação imaginada de um aparato de Stern-Gerlach;

Fonte: Feynman, Leighton & Sands (2008, p. 5-2).

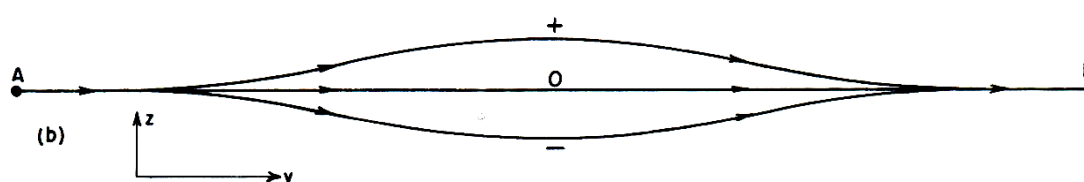


FIGURA 52 – (b) Os caminhos dos átomos de spin um.

Fonte: Feynman, Leighton & Sands (2008, p.5-2).

A seguir, contrasta esta situação experimental com aquelas que envolvem filtragem, dizendo: “Porque quando você filtra, você pode recuperar heurísticamente, lá da [...] complementaridade a ideia de trajetória. [...] Vocês devem lembrar da retrodição [...]”.

5.2.3.6 Estado de superposição para partículas individuais

“É importante perceber que um feixe com partículas individualmente preparadas num estado ψ [...] não corresponde a uma mistura, em outras palavras, não há átomos entrando no mais, outros entrando no zero, e outros entrando no menos, tá claro isso? Muito bem, aqui está o estado de superposição, supondo os kets normalizados [...]: $|\psi\rangle = a|+\rangle + b|0\rangle + c|-\rangle$.”

5.2.3.7 Amplitude de probabilidade

Para amadurecer a noção de amplitude de probabilidade, envolvendo filtros S e S' com campos magnéticos de mesma direção, são feitas perguntas, a partir do esquema (151) a seguir:

$$\left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_S \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_S, \quad (151)$$

P: Pessoal, se eu preparo no estado $(+S)$, a amplitude de probabilidade de eu encontrar $(+S)$ é quanto? $\langle +S | +S \rangle = ?$

RAFAEL e ALFREDO: Cem por cento, (os demais seis alunos) ficam em silêncio, sem objeções aparentes.

P: Se eu preparar no S e colocar menos S' ? $\langle -S | +S \rangle = ?$

ALEXANDRE e ALFREDO respondem: Zero

A linguagem informal “colocar menos S ” significa, no contexto da sala de aula, utilizar um aparato que só aceita átomos no estado $(-S)$. Isto é explicitado com gestos que apontam para o rótulo $(-S)$ do esquema apresentado (151).

P: Menos S pra encontrar o mais S' ? $\langle +S | -S \rangle = ?$

Zero. (Respondem Alexandre e Alfredo).

P: Estou supondo que os aparatos não tiveram giro.

5.2.3.8 Experimento com filtros não paralelos: um estado (+S) não é um estado (+T)

Atendendo aos objetivos do planejamento didático, relataremos como foram compartilhadas e internalizadas situações mais gerais, onde o aparato T é girado, fazendo com que o autoestado (+S) não seja o mesmo autoestado (+T), enfatizando o aspecto vetorial do estado quântico e a conveniência da mudança de base.

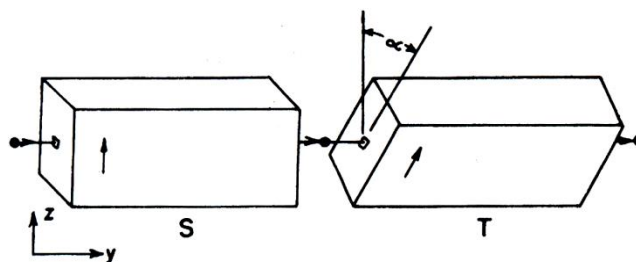


FIGURA 53 – Dois filtros tipo Stern-Gerlach em série; o segundo está inclinado de um ângulo α com relação ao primeiro.

Fonte: Feynman, Leighton & Sands (2008, p. 5-5).

QUESTÃO 2

Quando giramos o segundo aparato de modo a tornar o campo não paralelo ao primeiro, o estado (+S) é o mesmo estado (+T)? Seguem os símbolos utilizados na mediação em torno do problema proposto.

$$\left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_S \quad \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_T, \quad (152)$$

P: O negócio é o seguinte: eu joguei um monte de átomos, [...] de partículas, não vem ao caso, que tem spin um [...] Que é que eu fiz aqui me digam?

ANTONIO diz: Fez a seleção.

CARLOS: Você filtrou.

O professor, pela primeira vez, informa uma hipótese a ser assumida, a de considerar o aparato, aponta para o slide e afirma:

P: Esse aparato T , ele está girado.

$$\left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_S \xrightarrow{N} \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_T \xrightarrow{\alpha N} \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_{S'} \xrightarrow{\beta \alpha N} . \quad (153)$$

CARLOS: Obviamente!

P: Não! Podia não estar! É porque eu chamei de letra T ?

O aluno declara:

CARLOS: Não, é porque você ia filtrar o zero.

P: Grande sacada.

Note-se que se o aluno percebe que uma partícula preparada no estado $(+S)$ pode ser aceita num estado $(+0T)$. Isso permite considerar que há indícios do entendimento de que o estado $(+S)$ não é o estado $(+T)$.

Note-se que Carlos revela entendimento físico de que uma vez filtrado o estado $(+S)$ do primeiro aparato, com o canal aberto para o autoestado $(0T)$, este aceitará átomos do primeiro aparato.

Aproveita-se para registrar que se T não tivesse sido girado, o autoestado $(0T)$, seria igual a $(0S)$. Neste caso $(0T)$ não seria aceito, pois o primeiro aparato seleciona apenas átomos no estado $(+S)$. Tendo os dois aparatos os mesmos estados de base, um autoestado num primeiro aparato não poderia ser um estado de superposição dos autoestados do outro aparato. Um vez girado, $0 < \langle 0T | +S \rangle < 1$, como os canais (0) e $(-)$ estão fechados, e há um número grande partículas, por hipótese, haverá de fato um feixe de partículas passando por $(0T)$.

O professor considera necessário compartilhar que se há um canal aberto para selecionar um autoestado, não significa que, em eventos individuais, este resultado seja consumado, uma vez que a teoria quântica é probabilística, abrindo possibilidade para, em eventos individuais, a partícula ser absorvida pela placa bloqueadora. Por isso, o professor prossegue dizendo:

P: O que eu quero dizer a você é o seguinte: [...] esse sistema [aponta para o aparato T [...] aqui [...] só aceita o zero $(0T)$. Agora não significa dizer que um átomo que saia daqui, referindo-se a $(+S)$ vai pra cá, referindo-se a $(0T)$. Ele tem uma probabilidade de vir pra cá $(0T)$, uma outra de vir pra cá $(+T)$ e uma outra de vir pra cá $(-T)$. Agora se ele vier pra cá $(0T)$, aí ele vai passar. Esse tá girado (T) , mas esse (S) e esse (S') não, esse e esse são iguais. (Por hipótese).

A expressão informal “vier pra cá”, já compartilhada, no contexto da interação, significa ser aceito nos respectivos autoestados.

5.2.3.9 Compartilhando os significados físicos de α , β e γ

O estudo dos significados de α , β e γ foi mediado a partir do mesmo arranjo ou experimento idealizado com três filtros dispostos em série, conforme ilustra o esquema a seguir:

$$\left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_S \xrightarrow{N} \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_T \xrightarrow{\alpha N} \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_{S'} \xrightarrow{\beta \alpha N} . \quad (154)$$

$$\left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_S \xrightarrow{N} \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_T \xrightarrow{\alpha N} \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_{S'} \xrightarrow{\gamma \alpha N} . \quad (155)$$

Inicialmente N partículas são selecionadas no estado (+S). Por hipótese, S e S' são aparatos idênticos, enquanto que o aparato T foi girado e aceita somente partículas no estado (0T). A questão levantada pelo professor foi: quais os significados físicos de α , β e γ ?

Apontando para o αN do slide o professor pronuncia explicitamente: “[...] Aqui tem um αN [...] o que quer dizer isso? [...] Que nem todos...”

Os alunos respondem quase que simultaneamente:

ANTONIO: que nem todas as partículas que saem...

RAFAEL: uma fração de N vai passar aí...

ALEXANDRE: uma fração dessas partículas conseguem ...

ANTONIO: α está entre zero e um. ($0 < \alpha < 1$).

Note-se que apesar das falas rápidas dos alunos, capturadas pelo vídeo, não terem sido concluídas, por terem falado quase que ao mesmo tempo, é possível perceber uma convergência do grupo para o entendimento de que apenas uma fração de N passará para o aparato T . A própria ilustração seguramente deve ter ajudado nas respostas dos alunos. Estes discursos (dados que estão sendo analisados) não permitem, contudo, inferir se o aluno já identifica α como uma probabilidade e se já relaciona este número com conceitos implícitos na teoria quântica do processo de medida, em particular com o conceito de autoestado e do princípio da superposição. Por isso, prosseguimos com a investigação do significado físico de α e β . Tendo em vista que, neste contexto experimental, cada autoestado do aparato S é uma combinação linear dos

autoestados referentes aos filtros do aparato T , e vice versa, antecipamos que a compreensão do estado quântico de superposição também será investigado para partículas de spin um.

Visando agir na zona de desenvolvimento proximal do aluno, o professor busca, a partir da interação social, algo que considera o aluno capaz de fazer com a ajuda do professor, qual seja relacionar os números α e β com os conceitos de autoestado, probabilidade, amplitude de probabilidade e com o princípio da superposição. Isso significa que estamos partindo do pressuposto de que tais conceitos estão relativamente bem amadurecidos, mas a conexão com α e β é considerada nova. No compartilhamento de significados, o professor coloca outras questões inter-relacionadas, visando criar um ambiente propício para a articulação de conceitos e princípios com o foco na medida.

Para mediar a discussão e promover a articulação crítica destes conceitos, o professor, referindo-se a α , interroga: “Certo, eu queria que vocês escrevessem aí, em notação de Dirac, que fração é essa?”

O professor tenta sinalizar de que α está associado a alguma probabilidade dizendo: “Alguém tem alguma dúvida que isso (α) aqui tá associado com uma certa probabilidade?” “Isso aqui, (aponta para $(+S)$), não é uma superposição de estados $(+T)$, $(0T)$ e $(-T)$? (aponta para o slide) A mecânica quântica não é probabilística?”

Prossegue dizendo: “Você prepara um estado e associa uma certa probabilidade do vetor ser ‘reduzido’ ou ‘colapsado’ (como alguns chamam) para um...”

Antônio interrompe, se antecipa, e diz: “autoestado”.

P: [...] Então como é que vocês exprimiriam esse α ?

RAFAEL: [...] α é a probabilidade de alguma coisa preparada no estado [...] $(S+)$ atingir [...] o estado $(0T)$ [...]

P: [...] É agora eu quero saber o seguinte. [...] Esse estado [...] $(0T)$ é o estado $(0S)$?

Carlos sorri e Alexandre responde: Não.

P: Foi girado?

ANTONIO: Sim.

O aluno Rafael, sorrindo, passa um papel para o colega Alexandre que olha para o conteúdo do que está escrito. Posteriormente, o professor tem acesso ao conteúdo do que Rafael escreveu corretamente: $\alpha = |\langle 0T | +S \rangle|^2$ $\gamma = |\langle 0S | 0T \rangle|^2$ $\beta = |\langle +S | 0T \rangle|^2$.

5.2.3.10 O significado físico de β

Passemos agora a discutir como foi compartilhado o significado de β .

$$\left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_S \xrightarrow{N} \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_T \xrightarrow{\alpha N} \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_{S'} \xrightarrow{\beta \alpha N} . \quad (155)$$

P: E agora? Observe bem, agora eu já tenho o que aqui? (Referindo-me à fração que passa por T).

CARLOS: αN .

$$\left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_S \xrightarrow{N} \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_T \xrightarrow{\alpha N} \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_{S'} \xrightarrow{\beta \alpha N} . \quad (156)$$

Neste momento a atenção é voltada para a filtragem que é feita no aparato T , que só aceita (0T), seguida do aparato S' que só aceita partículas no estado (+S).

Tendo em vista que (0T) é a combinação linear de (+S'), (0S') e (−S') o professor, referindo-se a (0T) afirma:

P: Sim, mas agora isso pode vir a ser mais (+), pode vir a ser zero (0), que está barrado, e pode vir [...] a ser menos (a linguagem informal “isso” refere-se, neste contexto social, ao autoestado (0T)). Como o professor aponta para o slide, torna-se, na aula, desnecessário escrever os autoestados com a letra que denota o aparato. Assim, quando falei há pouco em estado +, refiro-me (+S).

Referindo-se, agora, à fração que passa pelo aparato S' , o professor afirma: “Mas, agora não pode mais ser o αN ”.

Alexandre, balança a cabeça, sinaliza, corretamente, que não pode ser “a mesma fração”.

P: Não pode ser mais a mesma fração αN . Por que? Porque beta é o que?

$$\left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_S \xrightarrow{N} \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_T \xrightarrow{\alpha N} \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_{S'} \xrightarrow{\beta \alpha N} . \quad (157)$$

ANTONIO: É fração dessas partículas no estado de (0T). [...].

O professor interrompe e diz: “Que foram preparados aonde?” e Antônio responde: “Que foram preparados em S' .”

Percebendo o equívoco do aluno, o professor cria um ambiente que suscita reflexão e repete a frase, para que o grupo volte a falar, e diz: “Que foram preparados...”

Bruno interrompe a sequência, afirmando corretamente: “em (0T)”.

“Foram preparados em (0T), para obter o que? O (+S)”, conclui o professor, colaborando com a construção de significado acerca de β . Aqui é importante lembrar que o aparato S é idêntico ao aparato S' , de modo que (+S) é o mesmo estado (S').

Note-se que ao dizer que foram preparados em S' , o aluno Antônio não utiliza a sequência correta, pois a escrita do bracket é da direita para esquerda, ou seja, o aluno deveria ter dito que uma vez preparada no estado (0T) somente serão aceitas partículas no estado (+S).

Isso, particularmente para este aluno, que teve, ao longo do curso, uma participação bastante satisfatória, mostra que a própria notação do bracket, usada em MQ, necessita de um processo de maturação. Para que esta ordem seja utilizada de forma correta, é preciso atenção às noções de “estado preparado” e “estado aceito”, atentos à ordem de contemplá-los no bracket $\langle +S' | 0T \rangle$, signo matemático que representa a amplitude de probabilidade de que uma vez tendo sido preparado o sistema no autoestado (0T) obter-se-á o autoestado (+S).

O professor chama atenção, mais uma vez, da ordem correta ser $\langle +S | 0T \rangle$, ao invés de $\langle 0T | +S \rangle$.

Como os aparatos S e S' são idênticos, poderíamos dizer também que $\langle +S' | 0T \rangle = \langle +S | 0T \rangle$.

$$\left\{ \begin{matrix} + \\ 0 \\ - \end{matrix} \right\}_S \xrightarrow{N} \left\{ \begin{matrix} + \\ 0 \\ - \end{matrix} \right\}_T \xrightarrow{N} \left\{ \begin{matrix} + \\ 0 \\ - \end{matrix} \right\}_{S'} \xrightarrow{N}, \quad (158)$$

$$\left\{ \begin{matrix} + \\ 0 \\ - \end{matrix} \right\}_S \xrightarrow{N} \left\{ \begin{matrix} + \\ 0 \\ - \end{matrix} \right\}_T \xrightarrow{N} \left\{ \begin{matrix} + \\ 0 \\ - \end{matrix} \right\}_{S'} \xrightarrow{0}, \quad (159)$$

P: Agora eu quero saber o seguinte.... [...] Qual é a mudança que tem aqui dessa preparação toda pra essa? (Compara-se 158 com 159)

CARLOS: O estado final, a filtragem

P: Exatamente, então o que vai mudar aqui?

CARLOS: Só o valor de beta que vai virar um outro.

P: Quer dizer a probabilidade de sair do zero para o mais é diferente de sair do zero para o zero. (Referindo-me a sequência 158 e 159).

RAFAEL: Talvez. (Suscita uma dúvida).

P: Então quem é o gama (γ)?

ALEXANDRE: Gama é a probabilidade uma vez preparada com (0T) obter o (0S) [...]

Risos de Carlos, Antônio e de Bruno, face a forma *professoral* com que o aluno Rafael fala do significado de γ . Percebemos uma empolgação, dado que o aluno Carlos faz questão de repetir, desta vez mais preocupado com o conteúdo do que com o elogio ao colega, dado que para de sorrir. E o professor exclama: “Perfeito [...]”

Percebemos, então, que o grupo mostra a internalização de α , β , e γ como probabilidades de obter um certo autoestado a partir de uma preparação num dado autoestado.

5.2.3.11 Dispositivo com filtro de canais abertos

P: Eu vou dar um tempo para vocês pensarem, [...] vocês vão ver uma coisa agora aqui, é o seguinte eu queria passar a palavra [...] para você. Quanto é que você acha que vai passar nesse aparato aqui? (Referindo-me a S')

$$\left\{ \begin{matrix} + \\ 0 \\ - \end{matrix} \right\}_S \xrightarrow{N} \left\{ \begin{matrix} + \\ 0 \\ - \end{matrix} \right\}_T \xrightarrow{N} \left\{ \begin{matrix} + \\ 0 \\ - \end{matrix} \right\}_{S'} \xrightarrow{N}, \quad (160)$$

CARLOS: “Neste aparato, não posso afirmar”.

RAFAEL: “Você já sabe, responda, vá lá”.

Cria-se uma nova situação, na nossa interpretação, com o bom desempenho de Carlos, por parte dos alunos, que, nesse momento, em particular, têm maior domínio de conteúdo do que ele para solucionar as questões propostas. Passam a mediar a situação, colocando-se como parceiros mais capazes. Há uma conduta do grupo de colaboração e respeito (tanto que o Carlos sorri, sem constrangimentos o tempo todo, aberto às contribuições). Os alunos se empenham em, de forma rápida, familiarizar o colega com o problema em questão. Longe de causar um entrave, esta conduta dos alunos cria uma atmosfera descontraída e ao mesmo tempo resolutiva. Tudo isso, naturalmente, cria nas zonas de desenvolvimento proximal um ambiente propício à reflexão crítica, tratando seriamente as discussões sem enveredar para brincadeiras desvinculadas de significado físico.

Repentinamente ouvimos a voz de Rafael que, em fala egocêntrica, declara, olhando para o papel que está em sua mesa: “então vamos lá. A gente tem um primeiro S . No segundo, botou no T sem selecionar nada e no terceiro selecionou ($S+$). Então vai passar tudo que estava no início”.

Neste momento, o aluno Carlos (que não presenciou a discussão da aula anterior) olha para Rafael e registra a fala do colega de que N átomos vão passar.

$$\left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_S \xrightarrow{N} \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_T \xrightarrow{N} \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_{S'} \xrightarrow{N}, \quad (161)$$

Apoiado na fala do colega Carlos diz: “Claro!”

$$\left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_S \xrightarrow{N} \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_T \xrightarrow{N} \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_{S'} \xrightarrow{N}, \quad (162)$$

$$\left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_S \xrightarrow{N} \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_T \xrightarrow{N} \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_{S'} \xrightarrow{0}, \quad (163)$$

5.2.3.12 Experimentos contendo filtros com canais abertos

Buscando criar um clima de reflexão em torno de uma situação nova, filtros com canais abertos, o professor buscou mobilizar os alunos para perceberem, no dizer de Feynman, o *mistério da MQ*. Sem subestimar este mistério, ao contrário, buscou-se compartilhar ideias implícitas na teoria quântica do processo de medida a partir dos experimentos. Esta estratégia perpassa por todo o curso, mas está sendo enfatizada, levando em conta o pressuposto vygotskyano de que o processo de internalização pode ser um processo lento.

O professor, buscando colaboração e bidirecionalidade, deixa os alunos à vontade e diz: “Eu vou dar um tempo para vocês pensarem”.

Direcionando a palavra ao aluno que não pôde estar presente em aula passada, o professor pergunta: “Quanto é que você acha que vai passar neste aparato aqui?”

$$\left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_S \xrightarrow{N} \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_T \xrightarrow{N} \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_{S'} \xrightarrow{0}, \quad (164)$$

Carlos: “Claro!”

Visando investigar além de uma resposta dissilábica, o professor, referindo-se ainda ao Esquema 164, pergunta:

P: O que é você está vendo aqui?

CARLOS: [...]. O do meio não influencia em nada.

P: Como é que você percebeu isso?

CARLOS: Não faz filtragem nenhuma.

P: Não destruiu informação, né? [...] Então vão chegar quantos aqui?

P: E aqui?

$$\left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_S \xrightarrow{N} \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_T \xrightarrow{N} \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_{S'} \xrightarrow{0}, \quad (165)$$

BRUNO: E o primeiro dá quanto? (Bruno provoca o colega)

CARLOS: O primeiro dá N eu já disse.

RAF provoca: E o segundo, está como?

Capturamos, na interação social, uma dúvida inicial do aluno Carlos, ao afirmar, referindo-se a pergunta, que “eu posso lhe responder com um termo probabilístico na frente, não posso dizer que vai passar tanto, não é? que disse apenas que uma fração atravessaria o aparato S' ”.

CARLOS: “Então vai passar a ser zero. [...] É porque você fez uma filtragem em + e agora você está botando outro SG, numa posição S também, vindo do zero, então não vai passar nada. Ou seja, é como se o do meio não existisse. [...] Não passa nada”.

Estamos levando em conta a linguagem oral e sua informalidade que no processo de interação caracteriza-se por uma estratégia específica que pode ser verbal (palavras, frases etc.) ou não-verbal (olhares, gestos etc.). Portanto, ao dizer vindo do zero não vai passar nada, na linguagem formal equivaleria a dizer: como o único canal de S' que está aberto é o zero, obviamente não passará nada, pois a preparação inicial foi $S+$, como corretamente assinalou o aluno.

$$\left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_S \xrightarrow{N} \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_T \xrightarrow{N} \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_{S'} \xrightarrow{0}, \quad (166)$$

P: Eu gostaria que vocês me traduzissem em termos de brackets, é uma pergunta sutil essa, que a probabilidade de chegada alguma aqui vai dar zero. Como é que vocês representariam isso matematicamente?

Após alguns minutos de silêncio total, o professor percebe a necessidade de intervir, partindo do nível real de conhecimento dos alunos.

5.2.3.13 Amplitudes interferentes

A interação social descrita a seguir visa mostrar como se deu o compartilhamento e a internalização dos conceitos científicos-matemáticos de amplitudes interferentes e do aspecto intrinsecamente probabilístico da MQ, como conceitos essenciais para predizerem resultados experimentais em escala atômica.

O professor recorre à montagem experimental idealizada, considerada uma situação problema de alto grau de inclusividade, que contempla a ideia de *mistério quântico*, no dizer de Feynman.

$$\left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_S \xrightarrow{N} \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_T \xrightarrow{N} \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_{S'} \xrightarrow{0}, \quad (167)$$

Solicita, como novo ponto de partida, a expressão matemática, na notação de Dirac, que descreve o fato de nenhuma partícula atravessar o aparato S' .

Na conversa entre os alunos, alguns trechos revelam como ocorreu o processo de interação entre eles, diante do solicitado pelo professor.

ANTONIO: Sim professor, a gente pode representar como a gente está representando ali? Por que aí a gente vai ter que fazer, por exemplo, um pra cada [...] autoestado desse do T .

BRUNO: Pegar um pedaço e multiplicar... Isso aí é a mesma coisa do T não existir não, velho, [...] Vai do S pro S .

ANTONIO: Mas é isso, a gente pode não fazer ou fazer um pra cada autoestado do T .

$$\left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_S \xrightarrow{N} \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_T \xrightarrow{\alpha N} \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_{S'} \xrightarrow{\gamma \alpha N}. \quad (168)$$

$$\left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_S \xrightarrow{N} \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_T \xrightarrow{N} \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_{S'} \xrightarrow{N}, \quad (169)$$

$$\left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_S \xrightarrow{N} \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_T \xrightarrow{N} \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_{S'} \xrightarrow{0}, \quad (170)$$

P: [...] Vocês lembram que Feynman disse que o único mistério da Mecânica Quântica é [...] abrir as duas fendas e em certos lugares não aparecer nada de elétrons? [...]

CARLOS: Ah tá, sim, sim, sim!

O professor considerou a importância de fazer a mediação situacional, a partir de questões, e neste contexto com auxílio de signos auxiliares, como lembrar informações e experiências acumuladas ao longo do curso, para possibilitar o intercâmbio entre os alunos. Como pode ser que, indo de (168) para (170) – abrindo mais canais – deixamos menos átomos passarem? Este está relacionado com o mistério antigo e profundo da mecânica quântica – a interferência de amplitudes. Vimos que poderíamos ter menos elétrons em alguns lugares com ambas as fendas abertas do que com uma fenda aberta. Funciona quantitativamente desta maneira. Podemos escrever a amplitude com que um átomo atravessará T e S' no aparato de (169) como uma soma de amplitudes, uma para cada um dos três feixes em T .

Convém salientar que, neste momento, o aluno registra, com suas próprias palavras, que $(+S)$ é um estado de superposição de $(+T)$, $(0T)$ e $(-T)$, e como os canais em T estão abertos, sem chapas bloqueadoras, não haverá filtragem.

5.2.3.14 A abordagem quantitativa

P: Eu vou fazer uma conta aqui, eu vou dar uma ideia para vocês (mostra a conta) quer comentar isso aqui, é um trabalho em grupo.

Escreve no quadro: $\langle 0S | +T \rangle \langle +T | +S \rangle$.

Colocando-se como alguém mais experiente, o professor intervém na zona de desenvolvimento proximal, pelas motivações justificadas, pois no que pese os alunos perceberem a necessidade de fazer duas contas, eles não explicitam essas passagens. Propõe-se, então, que uma das possibilidades a ser considerada seja $\langle 0S | +T \rangle \langle +T | +S \rangle$. A expectativa do professor é que as outras duas contas sejam escritas como $\langle 0S | 0T \rangle \langle 0T | +S \rangle$ e $\langle 0S | -T \rangle \langle -T | +S \rangle$ e o que a soma de todos esses termos, levando em conta todos os autoestados $(+T)$, $(0T)$ e $(-0T)$ seja igual a zero.

BRUNO: Eu pra escrever aquilo ali de T , não um T sem filtrar nada de $(S+)$, primeiro a gente tem que fazer uma filtração e depois multiplica os dois aí.

ALEXANDRE: Tem lógica.

BRUNO: Ele tá fazendo aqui vai sair agora! [...]

Referindo-se à etapa, quando as partículas passavam pelo aparato T com canais abertos, o professor pergunta:

P: [...] Vocês concordam que aqui há um estado de superposição? Que ele está passando?

$$\left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_S \quad (171)$$

BRUNO: Sim.

P: Então isso tem que entrar.

Referindo-se aos autoestados do aparato T , que têm que entrar na conta, o professor procura colaborar com as ideias de Antônio e agora também de Bruno, de que para a probabilidade de aceitar partículas, no segundo aparato, seja zero, tem-se de levar em conta as amplitudes interferentes. Bruno responde: “A gente faz duas contas e multiplica”.

A interação dos alunos mostra uma concordância em se fazer “duas contas” que levem em conta o aparato T . Percebe-se, portanto, que, na interação dos alunos, é preciso que se leve em conta o que ocorre de S para T e de T para S' . Ocorre que, como o próprio Antônio frisou “um pra cada [...] autoestado desse do T .”

5.2.3.15 Recombinação de feixes na perspectiva da complementaridade: uma dúvida capturada a partir da fala de dois alunos

A despeito da recombinação de feixes descrita pelo professor, de acordo com a interpretação da complementaridade, Carlos declara:

CARLOS: Quando você passa no SG [...] ele vai dividir o feixe, tá bom? A questão é a seguinte: se eu joga N partículas, filtro pra passar só no mais [...] ($S+$). Aí vou ter um feixe de partículas ali pra passar só no $+$, aí esse feixe vai entrar no T e esse feixe vai dividir em três feixes, entendeu? [...] Eu tou falando [...] que vai ter uma quantidade s de partículas pra $(+)$, e uma quantidade de t de partículas que vai pra zero, e uma quantidade q de partículas que vai pra menos. A questão é como eu vou pegar essas três partículas e vou botar num interferômetro pra passar só no zero.

P: Na perspectiva da complementaridade, [...] você não está perturbando o sistema aí.

CARLOS: Ou seja, ele passa por ali sem sentir nada?

P: É! Você não tá fazendo nenhuma medida aí. Você não tá fazendo nenhuma preparação, ou seja, você tá num estado de superposição aqui, você não destruiu nada aqui. [...]

A fala do aluno indica não haver compreendido a ideia de recombinação de feixes, ao menos na interpretação da Complementaridade. O aluno raciocina como se estivesse passando

feixes por três caminhos diferentes. Se não estamos fazendo filtragem, não podemos sequer ver ou inferir trajetórias. A inferência de uma trajetória pressupõe medida de posição. Se der para ver as trajetórias, significa que o sistema já teve sua posição medida, de forma que não haverá interferência na hora de recombinar.

O aluno raciocina como se estivesse adotando uma teoria de variáveis escondidas, em desacordo com o referencial epistemológico ensinado para fins de interpretação da Mecânica Quântica. É importante frisar que este aluno revelou compreensão da complementaridade no contexto da dupla fenda. A nossa conclusão é que o aluno mudou a utilização da interpretação da MQ em função do experimento apresentado. A recombinação dos feixes pode ocorrer (interferência), mas não se pode ver as trajetórias.

Carlos vai ao quadro e escreve finalmente:

$$\langle 0S|+T\rangle\langle +T|+S\rangle + \langle 0S|0T\rangle\langle 0T|+S\rangle + \langle 0S|-T\rangle\langle -T|+S\rangle = 0 \quad (172)$$

Essa conta aqui, que vocês fizeram, o Prêmio Nobel fez (*Lectures*). E olha o que ele diz aqui por favor:

5.2.3.16 Amplitudes interferentes

CARLOS: Como pode ser que, indo de (173) [...] para (175) – abrindo mais canais – deixamos menos átomos passarem?

$$\begin{array}{c} \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\} \\ S \end{array} \xrightarrow{N} \begin{array}{c} \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\} \\ T \end{array} \xrightarrow{\alpha N} \begin{array}{c} \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\} \\ S' \end{array} \xrightarrow{\beta \alpha N} . \quad (173)$$

$$\begin{array}{c} \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\} \\ S \end{array} \xrightarrow{N} \begin{array}{c} \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\} \\ T \end{array} \xrightarrow{\alpha N} \begin{array}{c} \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\} \\ S' \end{array} \xrightarrow{\gamma \alpha N} . \quad (174)$$

$$\begin{array}{c} \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\} \\ S \end{array} \xrightarrow{N} \begin{array}{c} \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\} \\ T \end{array} \xrightarrow{N} \begin{array}{c} \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\} \\ S' \end{array} \xrightarrow{0} , \quad (175)$$

Ao analisar o papel do efeito do filtro T , o aluno Bruno afirma:

$$\left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_S \xrightarrow{N} \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_T \xrightarrow{N} \left\{ \begin{array}{c} + \\ 0 \\ - \end{array} \right\}_{S'} \xrightarrow{0}, \quad (176)$$

BRUNO: [...] É porque T não tem influência... [...]

Antônio corretamente afirma: o estado de superposição se mantém.

Bruno revela concepção de mudança de estado na presença de um filtro girado:

BRUNO: A dúvida ainda tá na minha cabeça. Não aceitei isso ainda não! Minha cabeça tá aí no T [...] vamos supor [...] no ângulo aqui 30 [...] pra mim vai T em S [...] os três de T você entende vai T todo vai chegar em S . (O aluno no vídeo refere-se ao último aparato, que ele chamou de S , mas que no desenho é S').

O professor-pesquisador interrompe:

P: Agora nós nunca tínhamos matematicamente mostrado o quanto a probabilidade desempenha em Mecânica Quântica.

ANTONIO: É!

P: Eu estou somando amplitudes ali que dão zero, quer dizer que está tendo ali uma interferência de amplitudes.

ANTONIO: E o negócio é que nenhuma daquelas coisas é zero.

Como se pode perceber, o aluno Antônio se apropria, através dos significados matemáticos explicitados pelas amplitudes interferentes, do caráter radicalmente novo da probabilidade no contexto da teoria quântica. A utilização do princípio da superposição para prever amplitudes de probabilidade, no contexto das filtragens, revelou-se bastante adequada. A percepção, em particular, de que um estado $(+S)$ é uma combinação linear dos autoestados $(+T)$, $(0T)$, $(-T)$ conferiu aos alunos, em geral, a percepção do que precisam fazer, em termos de arranjos experimentais idealizados, para preparar, com auxílio de chapas bloqueadoras, um dado estado quântico. Percebemos, contudo, que mesmo reconhecendo a generalidade do princípio da superposição quântica de estados, alguns alunos tiveram, inicialmente, dificuldade de utilizá-lo na resolução de problemas experimentais idealizados, envolvendo aparatos girados com todos os canais abertos. A dificuldade de reconhecer uma recombinação de feixes, num aparato girado, foi percebido pelo professor, ao considerar os significados compartilhados por dois alunos entre si, que revelaram divergência com o que haviam pensado na aula anterior.

Além do áudio, ao analisar os gestos gravados no vídeo, pode-se ver o aluno segurar uma caneta e, com uma das mãos, associa o objeto ao aparato T e, a partir daí, a direção até chegar

ao que associa ao aparato S' . Finalmente, argumenta e conclui que sendo assim há uma chance, sim, de aceite no canal zero ($0S'$), discordando assim do que anteriormente se tinha dito, que átomo algum passaria pelo terceiro aparato. Note-se que o aluno utiliza a ideia de que existem três autoestados de T que, em sua linguagem informal, irão chegar em S' . Ocorre, contudo, que há uma recombinação de feixes, de modo que, em momento algum ocorre mudança na direção do estado e por isso mesmo é impossível obter-se ($0T$), tendo preparado o sistema no estado ($+S$). Resumidamente, o aluno ainda não se apropriou do que seja uma recombinação de feixes.

5.2.3.17 Compartilhando o significado de Recombinação de Feixes

BRUNO: Quando ele filtrou aqui?

BRUNO: Quando ele filtrou aqui, NT.

Um aluno pergunta: “Quando faz a filtragem ele passa no T e não filtra nada nada não, não é?”

Ouve-se uma resposta: “Quando ele passa...”

Outro aluno responde: “Não”.

P: Não entendi, a figura que ilustra isso claramente é essa aqui. Pessoal talvez uma figura resolva a vida de vocês, vocês concordam comigo que não houve filtragem aqui? Isso é uma forma de você dizer que houve uma recombinação agora, se você mudar o aparato tipo assim aí você vai dizer que esse estado aqui é um estado mais

A mediação feita com o auxílio do experimento mental proposto por Richard Feynman revelou um salto qualitativo e quantitativo no desenvolvimento dos alunos, em razão da aprendizagem de conceitos científicos implícitos da teoria quântica do processo de medida. Os entes abstratos do espaço vetorial complexo, como vetor de estado e sua projeção, produto interno entre dois vetores, números complexos, foram conectados de forma concreta com o que ocorre dentro do laboratório: filtrações seletivas, medidas da variável dinâmica componente de spin e a predição desses resultados em termos irredutivelmente probabilísticos. Consideramos, portanto, que o que denominamos de via de mão dupla foi compreendido, no sentido de que a MQ, tal como qualquer outra teoria física, faz previsões e pode ser testada objetivamente. Além disso, podemos extrair dados de um laboratório úteis para a aplicação de uma teoria, o que não deve ser confundido com criar uma teoria física a partir de uma coleção de dados empíricos.

Um outro resultado que nos chamou a atenção foi a forma natural com que os alunos, em geral, utilizaram o princípio da superposição neste contexto experimental. Na discussão sobre as diversas possibilidades de filtragem, os alunos revelaram compreender que um autoestado é

uma combinação linear dos três autoestados correspondentes ao aparato girado, e vice-versa. A naturalidade pode ser aferida se levarmos em conta que, na apresentação da superposição quântica no contexto dos sistemas de dois níveis, houve um conflito no grupo motivado pela fala de Rafael, que considerou o princípio da superposição como um mero artifício teórico desprovido de teor explicativo, elaborado para acomodar os resultados experimentais das filtragens apresentadas. Naquela ocasião, as gargalhadas foram aos poucos sanadas, à medida que o aluno esclarecia o seu ponto de vista. Neste novo contexto experimental, contudo, o próprio aluno já não mais se mostrava incomodado com a ideia de princípio quântico de superposição. Uma observação importante refere-se à repetição em contextos diferentes, revelando que torna o entendimento do conceito mais inclusivo.

Foi possível verificar que a apresentação dos sistemas de três níveis contribuiu para um avanço na generalização e abstração dos conceitos científicos e de noções matemáticas abstratas (filtragem, amplitude de probabilidade, princípio da superposição, autoestado, combinação linear, redução de estado e medida de uma variável dinâmica).

Considerando a análise dos dados apresentados, aliados às observações do professor durante as aulas, foi possível verificar algumas das internalizações quanto às amplitudes interferentes que trazem um conceito novo, o caráter irredutivelmente probabilístico da MQ. No início do curso já se fazia distinção do uso de probabilidade na MQ em relação à MC, argumentando que não era a ignorância humana a responsável pelo uso de probabilidade para prever resultados de uma medida em um contexto experimental bem definido no mundo quântico, e que a necessidade de usarmos probabilidade se prendia também a eventos individuais. Ocorre que na Mecânica Clássica também se usa probabilidade para eventos individuais, porém determinísticos. O uso de uma matemática com amplitudes de probabilidade interferentes distingue, finalmente, os fenômenos indeterministas da MQ, uma indeterminação genuína que o próprio experimento impõe, e que não pode ser alterada por aperfeiçoamento do aparelho, do ponto de vista da complementaridade. A observação do processo de aprendizagem fortalece-se, especialmente, quando se atingiu mais da metade do curso, diante da compreensão de que os signos matemáticos dos kets $|+S\rangle$, bras $\langle 0T|$ e brackets $\langle 0T|+S\rangle$ e $|\langle 0T|+S\rangle|^2$, presentes na teoria quântica, têm significados objetivos de um ponto de vista experimental e remetem às ideias de preparação de estado, amplitude de probabilidade de, uma vez preparada a partícula no estado $|+S\rangle$, obtê-la no estado $|0T\rangle$. Dessa forma a conclusão é que foi construído e internalizado, que é da natureza do próprio experimento que fazemos, mesmo para eventos

individuais, o uso de amplitude de probabilidade, neste caso, números complexos. Para Bohr, contudo, a forma de expressar tais resultados deve ser feita em linguagem clássica. Desta forma, como parte da análise desta interação social, pode-se mencionar também a naturalidade com que os alunos lidam com a expressão fenômeno corpuscular (quando há retrodição) e fenômeno ondulatório, quando há recombinação dos feixes, não sendo possível inferir uma trajetória, reflexão compreendida nos marcos antirrealistas ortodoxos.

5.2.4 Entrevista nº 4 – Rafael

Visando entender o significado da gargalhada do aluno Carlos, decorrente da fala de seu colega Rafael, o professor-pesquisador delimita o objetivo de compreender, ao longo desta entrevista, como e quais significados implícitos na teoria quântica do processo de medida, ligados à fala de Rafael, desencadearam, em Carlos, a gargalhada, observado em sala e na filmagem coletiva. O intercâmbio de significados referente a este contexto ocorreu numa fase do curso de implementação do “tratamento de choque”, no dizer de Sakurai, quando os alunos da disciplina foram convidados a compreender as razões pelas quais eram obtidos os resultados experimentais apresentados na Figura 54.

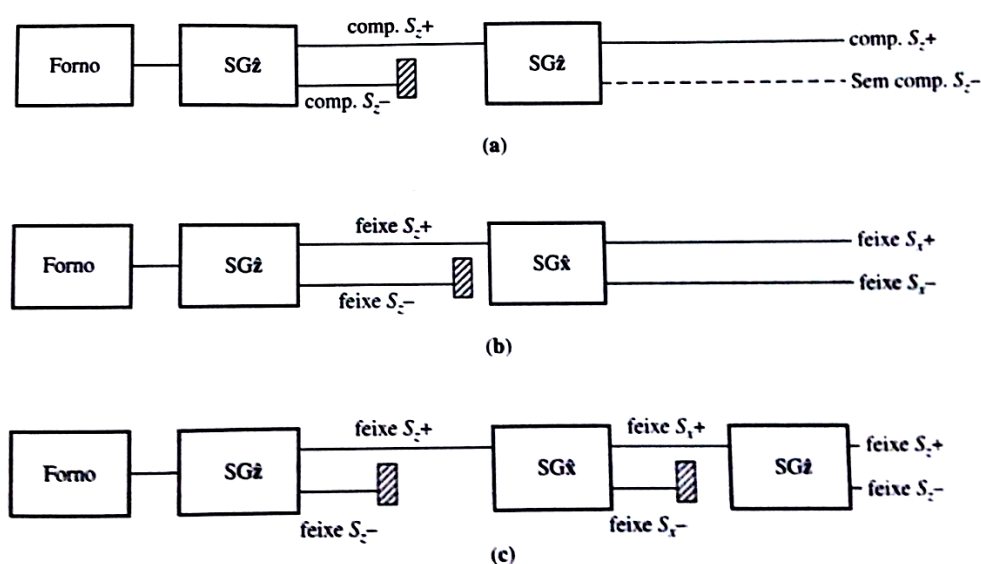


FIGURA 54 – Experimentos de Stern-Gerlach sequenciais.

Fonte: Sakurai & Napolitano (2013, p. 5).

Ainda nesta entrevista, será abordado como os aspectos epistemológicos tiveram um peso crucial no ambiente de explosão da gargalhada e descontração entre alunos e professor, dada a

ênfase e sinceridade da fala do aluno Rafael. Além disso, foi possível capturar significados construídos pelo aluno, na tentativa de compreender o princípio da superposição quântica. Percebemos, ainda, a necessidade de entender os mecanismos cognitivos que levaram o aluno a “compreender” o reaparecimento da $S_z -$, emergente no último aparato SG_z , ilustrado na Figura 54.c, e não ter compreendido o resultado experimental referente ao fato de nunca ser observado o componente $S_z -$ como componente emergente do segundo aparato SG_z .

Acrescente-se que foi possível, através dos pressupostos teóricos, intervir na zona de desenvolvimento proximal do aluno, e ajudá-lo a compreender o princípio da superposição, mediado pelo estudo da polarização da luz, e a necessidade de um espaço vetorial complexo para dar conta dos resultados experimentais descritos na Figura 54.

É importante reiterar que as entrevistas permitem intervenções na zona de desenvolvimento proximal do aluno a fim de amadurecer ideias, não sendo uma coleta neutra de dados, intervindo de forma prospectiva na fala do aluno.⁴⁷

Como ponto de partida, o professor-pesquisador busca compreender como o aluno interpreta a gargalhada do colega e sua conexão com o conteúdo da MQ e sua epistemologia.

RAFAEL: O que aconteceu aí foi que eu tava procurando uma justificativa física para o uso do espaço vetorial (...). Mas, na verdade, não existe justificativa física. Ninguém entende a Mecânica Quântica, do porque ela acontece e sim o que a gente tem os resultados (...), e a justificativa para ela usar aquilo ali (o aluno refere-se aos vetores que caracterizam os estados quânticos), é justificativa fenomenológica, é justificativa experimental, é uma matemática que se mostrou necessária para atender àquela demanda. (...) a forma vetorial veio para se adequar ao experimento que tava sendo visto, ou seja, o que eu conclui com isto aí, foi que ninguém entende Mecânica Quântica, ninguém entende as *causas* e os *motivos* e o *porquê que ela ocorre*, (...) a gente só descreve o que a gente consegue ver dela, mas a gente não entende realmente como essas coisas funcionam (...) o que gera essas coisas (...) o âmagio da coisa a gente não sabe.

O aluno faz ainda uma inferência a respeito do comportamento da turma e da gargalhada desencadeada pelo aluno Carlos, declarando que:

RAFAEL: O riso foi justamente isso, foi uma confirmação de todo mundo. Quando eu falei que ninguém, que ninguém sabia, todo mundo deu risada, porque todo mundo acha que pensa a mesma coisa, que ninguém sabe.

É importante perceber que o aluno reconhece haver uma consistência entre a MQ e os resultados experimentais descritos na Figura 54. Por outro lado, o aluno reclama de uma suposta

⁴⁷ O tratamento de choque, expressão utilizada pelo Sakurai (2013), consiste em colocar os alunos diante da situação genuinamente quântica, descrita pela Figura 54, que só pode ser compreendida à luz do princípio da superposição de estados quânticos.

falta de causalidade na teoria quântica e argumenta que a matemática implícita na MQ serve simplesmente para acomodar dados experimentais.

Há, neste momento, uma inferência do professor-pesquisador de que o aluno não percebe que a matemática subjacente ao princípio da superposição confere-lhe um aspecto preditivo fundamental. A justificativa do pesquisador para tal inferência é que o aluno utiliza a expressão “acomodar dados experimentais”, como se a teoria não tivesse o poder de previsibilidade.

P: Tá, você traz à tona uma questão de que existe resultado experimental e é necessário (...)

O aluno interrompe e conclui:

RAFAEL: Justificá-los.

P: (...) Bom, (...) primeiro eu queria que você descrevesse o (...) que você entendeu daquele sistema de dois níveis. Você na sua fala se refere a resultados experimentais. Que resultados experimentais são estes? (...)

O aluno, então, refere-se ao experimento sequencial emblemático de SG da Figura 54.c, e relata que não teve dificuldade de compreender o reaparecimento da componente $S_z -$, no terceiro experimento, Figura 54.c, bloqueada após passar pelo primeiro $SG\hat{z}$, e que passa pelo segundo aparato $SG\hat{z}$. Entretanto, o aluno revela que não compreendeu porque a componente $S_z -$ não emergia do segundo aparato $SG\hat{z}$ da Figura 54.a, afirmando:

RAFAEL: Era aquela (...) primeira do diagrama, (referindo-se a Figura 54.a) que era aquela a gente pega (...) os átomos de prata e joga no $SG\hat{z}$, filtra, a gente mata os *downs* e passa só +. Depois a gente joga em outro $SG\hat{z}$, de novo, e aí só sai o mais. Era essa que não entrava em minha cabeça, eu imaginei que o estado da superposição depende da direção.

Nesta fala, fica explícita sua dúvida, qual seja, o fato de só passar pelo segundo $SG\hat{z}$ a componente $S_z +$, conforme experimento descrito na Figura 54.a, curiosamente uma situação bem mais simples de intuir do que a situação dramática, no dizer de Sakurai, do reaparecimento de $S_z -$, descrito na Figura 54.c. Por isso, o pesquisador, longe de subestimar a questão, procura lançar um olhar de dentro de um “cristal”, metáfora utilizada para caracterizar um olhar numa perspectiva mais aberta, sem a preocupação de ter de capturar de modo homogêneo, em outros instrumentos, a forma como o aluno está construindo significados sobre o princípio da superposição, visando cristalizar, ao invés de triangular. O pesquisador passa a ter como foco de análise quais razões conceituais seriam responsáveis pelo “entendimento do terceiro experimento” e incompreensão do primeiro.

O pesquisador, referindo-se à situação ilustrada pela Figura 54.c, prossegue:

P: Você tá se reportando a uma situação experimental onde eu bloqueei a componente $S_z -$ e deixei passar o $S_z +$, SG_z . E aí só apareceu ...

RAFAEL: Mais, completa o aluno.

P: Mais. Você revelou surpresa com isso? (...)

RAFAEL: Não.

P: Então, qual foi a surpresa?

RAFAEL: Porque como o que aconteceu no terceiro, quer quando a gente sai o z , quando a gente filtra o *down* e joga no x , aparece de novo o *up down*.

P: *Up down* de x .

RAFAEL: (...) e depois a gente filtra o *down* x e aparece depois *up down* de z , então o que foi que eu imaginei, que o estado, ele preserva todas as informações, tem todas as potencialidades, antes de passar pelo SG , independente da direção que eles estavam, então da mesma forma que a gente mudou pro lado (ele refere-se a olhar para o aparato ao lado do outro, independente da ordem), apareceu *up down* de x , a gente muda pro outro, apareceu *up down* de z , a gente mudou de novo pro outro, vai aparecer *up down* de x de novo, independente da filtragem que você fez, isso é uma coisa de direção, como foi uma coisa de direção só, apenas, eu imaginei que mesmo a gente passando por um z e depois por um z de novo, esse estado aqui, mesmo que filtrado, ele também preserva todas as informações, então quando ele for passar pelo experimento de novo ela vai se dividir de novo, ele vai *up down* de novo (...)

Nesta etapa da entrevista, o pesquisador-professor consegue perceber como o aluno construiu a ideia de superposição quântica através da frase verbal por ele elaborada; “o estado preserva todas as informações, eles têm todas as potencialidades, antes de passar pelo Stern-Gerlach”. O aluno insinua, corretamente, que o estado contém todas as informações do sistema quântico considerado, mas faz uma generalização incorreta sobre o que denomina de “potencialidades”. Para compreender a construção de significados em processo, por parte do aluno, o foco será a descrição dos resultados experimentais, ilustrados na Figura 54, comparando-os com os argumentos que o aluno utiliza para explicar o que entende como “potencialidades”. Considere-se um sistema de átomos, preparado no estado $S_x +$, e submetido a um aparato SG_z , conforme ilustra a Figura 54.c. O conjunto de “possibilidades”, contudo, se restringe a obter $S_z +$ ou $S_z -$, independentemente da história pregressa dos átomos. O aluno não percebe, neste momento da entrevista, que a ideia de várias “potencialidades”, no contexto do experimento descrito pela Figura 54.a, não é sinônimo de aceitar a possibilidade do aparecimento de $S_z -$ ao emergir do segundo aparato SG_z , tendo em vista que esta componente $S_z -$ já havia sido bloqueada ao emergir do primeiro aparato SG_z . Isso permite ter 100% de certeza de que o estado subsequente só pode ser $S_z +$, conforme se observa no segundo aparato

da Figura 54.a. Tudo se passa, de acordo com o argumento equivocados do aluno, como se um estado pudesse colapsar para qualquer estado. O professor-pesquisador, então, lança-se à tarefa de agir na zona de desenvolvimento proximal, para que o aluno passe a compartilhar de que as possibilidades não podem ser quaisquer.

RAFAEL: O que foi que eu não entendi. (Tenta explicar o aluno)...

P: Sim.

RAFAEL: Na mecânica quântica, a gente trabalha com resultados experimentais, a gente não trabalha com o porquê (...) então a minha dúvida não é com relação a como a gente trabalha, a minha dúvida é o porquê, a origem ou como surge aquilo ali, e isso ninguém sabe responder. (...)

O professor-pesquisador, para provocar a reflexão do aluno neste sentido, busca um novo rumo centrado em conceitos ligados ao princípio da superposição.

P: Mas essa fenomenologia está ligada ao princípio da superposição quântica e aí é que eu vou, agora a gente vai poder chegar a uma, vamos dizer assim, eu vou tentar compartilhar significados com você. Você disse uma coisa, que no terceiro experimento você não fica surpreso de aparecer $S_z +$ ou $S_z -$ que você tá dizendo que $S_x +$ contém essas possibilidades.

RAFAEL: Sim.

P: Você está me dizendo, com outras palavras, que esse estado $S_x +$ é uma superposição de que estados?

RAFAEL: Do $S_z +$ e menos.

P: Pronto.

RAFAEL: Como seria do $S_y +$ e menos e como seria minha cabeça se $S_x +$ e menos, com a continuação linear de $S_x +$ e menos também.

RAFAEL: De $S_x +$ e $S_x -$ pra mim todas as possibilidades estariam abertas, por isso que eu achei estranho não acontecer no primeiro.

Note-se que o aluno, apesar de considerar que um estado $S_x +$, por exemplo, seja um estado de superposição de $S_y +$ e $S_y -$, ou de $S_z -$ e $S_z +$, corretamente, também considera a possibilidade de $S_z +$ ser uma superposição de $S_z -$ e $S_z +$, revelando sua construção equivocada.

P: E se alguém lhe dissesse assim é porque a concorrente $S_x +$ é um estado de superposição de $S_z +$ e $S_z -$.

RAFAEL: Isso não é um porquê, isso é um porquê, vamos fazer assim, é um porquê que vem depois da consequência, o porquê que eu tou procurando é o porquê que vem antes.

P: Estou entendendo o que você está dizendo, compreendo, agora você reconhece que há uma distinção entre o que tá acontecendo no 5 (o professor refere-se a Figura

5.c) e no 1 (o professor refere-se a Figura 5.1), do seguinte ponto de vista: no final do experimento três você tem componente $S_x +$. No primeiro experimento o que você tem é $S_z +$ dando (...) Você (...) estaria esperando o quê?

RAFAEL: Que saísse $S_z +$ e $S_z -$ na ideia inicial, depois quando ele faz a analogia da polarização da luz aí já entendi que não vai aparecer (o aluno refere-se ao não aparecimento de porque a gente consegue fazer a analogia do polarizador), aí eu consegui entender bem o quê que vai aparecer e o quê que não vai aparecer, mas a minha ideia inicial era que aparecesse.

P: E se eu dissesse $S_x +$ é uma superposição de $S_z +$ com $S_z -$ mas $S_z +$ não é uma superposição de $S_z +$ e $S_z -$, você acha o que?

RAFAEL: (...) não sei se é uma superposição, mas eu imaginava que deveria ser (...)

P: Então você criou, você criou na verdade, uma ideia do que devesse ser um princípio de superposição pelo que eu estou entendendo.

RAFAEL: Sim

P: Então, me diga o quê que você entende que devesse ser esse tal princípio de superposição (...).

RAFAEL: Seria simplesmente a descrição de cada estado, trazendo a si mesmo as possibilidades infinitas da situação (...).

O processo de internalização do princípio da superposição quântica revela uma percepção do aluno incompleta, mas já apresenta avanços. Neste estágio do processo de ensino-aprendizagem, o aluno refere-se à superposição quântica de estados, de forma difusa, ao argumentar que “todas as potencialidades” de colapso são factíveis. A despeito disso, não percebe que ao preparar átomos de prata no estado $S_z +$, antes deles entrarem no segundo aparato SG_z , torna-se impossível considerar a possibilidade desses átomos de prata emergirem do segundo aparato SG_z no estado $S_z -$. Esta componente foi bloqueada e destruída, conforme ilustra a Figura 54.a. Convém lembrar que o aluno enfatiza a sua falta de compreensão acerca da situação experimental descrita pela Figura 54.a. É fundamental, para compreender as ideias que permeiam a estrutura cognitiva do aluno, capturar a natureza do argumento do aluno ao dizer que “compreendeu” o reaparecimento da componente $S_z -$, no experimento descrito pela Figura 54.c, depois de ter sido destruída no primeiro aparato SG_z . O aluno não se mostra surpreso com os átomos não terem memória, no dizer de Feynman. Aí está a razão pelo qual ele aparenta achar intuitivo que reapareça a componente $S_z -$ no experimento descrito pela Figura 54.c. O aluno não percebe a diferença que há entre o que se passa, de fato, no último aparato SG_z da Figura 54.a, com relação ao que se passa no o último aparato SG_z da Figura 54.c. A sua forma de utilizar o princípio da superposição, até o presente momento, não leva em conta as combinações são possíveis. O aluno utiliza indiscriminadamente a expressão “todas as

possibilidades”. Registre-se, finalmente, que os estados $|S_z;+\rangle$ e $|S_z;-\rangle$ são ortogonais, logo $\langle S_z;-|S_z;+\rangle=0$. As possibilidades corretas podem ser assim descritas:

$$|S_x;\pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|+\rangle \pm \frac{1}{\sqrt{2}}|-\rangle \quad (177)$$

$$|S_y;\pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|+\rangle \pm \frac{i}{\sqrt{2}}|-\rangle \quad (178)$$

Aqui há uma compreensão, por parte de Rafael, mediada pela fala de Carlos, sobre a polarização, que desperta em Rafael uma tomada de consciência, no dizer de Vygotsky, o compartilhamento com o professor acerca do significado físico do princípio da superposição, na medida em que ele reconhece quais são os resultados possíveis de serem obtidos com as filtragens analisadas e esquematizadas na Figura 54.

Buscando criar uma interação social entre o aluno, professor e a voz de Carlos, no contexto da sala de aula, através de um vídeo que levei para esta entrevista, o professor busca agir dentro da zona de desenvolvimento proximal do aluno, para que ele possa compreender o princípio da superposição de forma mais completa.

Assistindo vídeo...

P: O professor-pesquisador solicita que o aluno diga, com suas próprias palavras, o que significa afirmar que “a gente pode representar o estado de spin no átomo de prata por um vetor em um novo tipo de espaço vetorial bidimensional” e que mostre “como é que o espaço vetorial bidimensional necessário para descrever o estado de spin dos átomos de prata precisa ser um espaço vetorial complexo”.

RAFAEL: Essa conversa (...) a gente tinha visto no início de hoje.

P: E a fala dita lhe chama atenção por alguma coisa?

RAFAEL: De novidade não, como assim? (...)

P: Alguma coisa, é que...

RAFAEL: O que ele falou aí foi justamente o que você realmente tava querendo ouvir, não tou dizendo que ele fez... O que você tava querendo do nosso entendimento nessas aulas.

P: E o que eu tava querendo?

RAFAEL: Foi justamente que a gente entendesse a necessidade de se representar os átomos, o estado de spin dos átomos de prata e a necessidade de se utilizar o espaço vetorial complexo.

P: Você acha que você entendeu o porquê?

RAFAEL: Sim.

P: Entendeu?

RAFAEL: Acho que sim.

P: Justifique, então agora eu quero ouvir de você.

RAFAEL: Essa necessidade que você tava querendo, isso era o que você tava querendo da gente, que a gente conseguisse entender o porquê e o que ele reproduziu na fala dele foi justamente o que ele conseguiu entender da necessidade de se representar esse espaço vetorial (...)

P: Mas eu quero saber de você, quero agora que você me diga, me mostre que você entendeu isso.

RAFAEL: Porque quando a gente faz, a gente primeiro parte do princípio da superposição, a gente pega pelos resultados experimentais, a gente verifica experimentalmente que o estado de spin $S_x +$ é uma superposição do estado de $S_z +$ e $S_z -$, ou estado de $S_z +$ é uma superposição de $S_x +$ e $S_x -$, isso é uma coisa que a gente verifica. E a forma da gente construir essa superposição matematicamente é um espaço vetorial e representar isso pela forma de vetores e a combinação linear entre eles, quando a gente faz essa ligação linear nas primeiras dimensões com x e z . Mas como só tem dois estados de spin que é *up* e *down*, quando a gente faz essa combinação com um dos elementos, a gente esgota todas as possibilidades matemáticas de fazer qualquer outra combinação. Então se a gente esgotou todas as possibilidades matemáticas, eu até comento ali, foi o meu comentário nas limitações reais. (Ele esclarece, arguido pelo professor, que a limitação real mencionada refere-se ao corpo dos reais, de um ponto de vista matemático).

E acrescenta, em tom de arremate que:

RAFAEL: (...) a gente esgotou as limitações ou as possibilidades e os números reais, e a gente tem que escrever, a gente sabe também que o S_y também é uma superposição, mas eu não posso mais escrever, porque já esgotei as possibilidades reais, então é necessário um espaço complexo para que possa definir essa possibilidade, pra que possa descrever essas possibilidades.

O pesquisador insiste e pergunta:

P: Uma pergunta: $S_y +$ é o mesmo estado de $S_x +$?

RAFAEL: Não.

P: Não. E com relação a ideia de representar o estado por um vetor? (...)

RAFAEL: Eu acho que esse também foi mais ou menos isso, esse negócio de representar por um vetor veio da necessidade dos resultados experimentais, os resultados foram apresentados de tal forma que só poderiam ser descritos com combinação de vetores, só poderiam ser descritos não numa soma algébrica, a matemática para descrever aqueles resultados precisava ser uma matemática vetorial, precisava ter uma combinação linear, que essa combinação vai trazer o principal princípio da mecânica quântica que é o princípio da superposição, então essa combinação de vetores ela vai tá associada ao princípio superposição.

Interpretamos que este salto não pode se dar por um mero acúmulo de informações. Utilizando a teoria de Vygotsky, neste caso concreto, mediados pelo professor, que ao recorrer ao vídeo, selecionado por uma observação e pela fala de Carlos, permitiram um salto “descontínuo”, ao agir na zona de desenvolvimento proximal do aluno. Neste momento da entrevista, ele revela amadurecimento acerca do princípio da superposição, expressando-se de forma rápida e fluida. O aluno reconhece a possibilidade de escrever os estados como

combinação linear de outros estados possíveis, e diz, explicitamente, que tanto $S_x +$ pode ser escrito como combinação linear de $S_z +$ e $S_z -$, quanto também $S_z +$ pode ser escrito como combinação linear de $S_x +$ e $S_x -$. Note-se que, em boa parte da entrevista, o aluno associa a ideia de superposição com possibilidades quaisquer, dentre elas superposições não permitidas, como $S_z +$ e $S_z -$. A nova percepção do aluno, contudo, não se deu de forma direta, foi mediada pela polarização da luz. Esta conclusão nos faz crer que um caminho viável para a internalização de que os estados de spin necessitam de um espaço vetorial complexo pode ocorrer com um estudo preliminar da polarização da luz. Desta forma, torna-se compreensível porque o aluno achava a terceira situação experimental, onde reaparecia a componente $S_z -$ como mais trivial do que a primeira. Ocorreu que para ele o reaparecimento desta componente não feria o princípio da superposição, pois o aluno já havia percebido a ideia de possibilidades, que nada tinha a ver com a história pregressa dos átomos. Contudo, a ideia de que qualquer possibilidade era possível, fazia-o ter um entendimento parcial da superposição. O reconhecimento do estado quântico, como vetor, foi preponderante para que a analogia com a polarização da luz tornasse sua compreensão satisfatória.

Serão apresentados, em síntese, os pontos específicos mais expressivos, revelados, ao longo da entrevista, sobre a TQPM:

- 1) a percepção inicial do aluno de fatos experimentais exigirem uma estrutura matemática para simplesmente acomodar os dados, não se apropriando do aspecto preditivo implícito no princípio da superposição;
- 2) a concepção do aluno de que a MQ não é compreensível, embora esteja de acordo com a teoria e dados experimentais;
- 3) uma visão de que um estado quântico, numa dada direção, deve abarcar todo o tipo de possibilidades;
- 4) o surgimento de uma percepção adequada do princípio da superposição, mediada pelo estudo da polarização da luz, através de uma ação mediada pelo professor na zona de desenvolvimento proximal, durante a própria entrevista, que trouxe à tona a interação social do grupo com a fala de Carlos na condição de mais experiente;
- 5) a compreensão de que um espaço vetorial real é insatisfatório para acomodar resultados experimentais, envolvendo estados de spin dos átomos de prata;
- 6) o reconhecimento do professor-pesquisador de que o estudo da polarização da luz contribui para o amadurecimento das funções psicológicas superiores, em particular, da percepção e abstração.

5.2.5 Entrevista nº 5 – Carlos

Dando sequência à análise de dados, indissociáveis da interação social, define-se como objetivo desta entrevista investigar as razões que levaram o aluno Carlos a dar gargalhada no momento em que se discutia o princípio da superposição. Como houve uma interface entre esta entrevista e a anterior, acredita-se que a análise do intercâmbio de significados, provenientes da discussão pós-gargalhada, possa ampliar a compreensão de como se deu o processo de internalização acerca das noções de estado quântico, filtragem, o princípio da superposição e sua relação com a estrutura matemática dos espaços vetoriais complexos.

P: Duas perguntas que eu quero lhe fazer (...), uma é que você deve ter visto a reação do seu colega Marcio, dizendo que na verdade (...) a questão não é com ele, mas é que ninguém entende, refiro-me à MQ, em particular, ao princípio da superposição.

CARLOS: Sim.

P: Aí, você deu uma risada.

CARLOS: Sim.

P: Minha pergunta é: o que essa risada quis expressar em termos conceituais, ou seja, a risada tem conexão com a física? (...)

CARLOS: Tem dois motivos aí. Um de ser audacioso (...)

P: Ele está inconformado, qual é a leitura que você faz?

CARLOS: Eu acho que ele não entendeu de fato o que é a superposição, e não tem é o poder de abstrair (...)

P: Mas porque que você tá dizendo que ele (...) não entendeu?

CARLOS: É porque, simplesmente, a gente não tá preocupado em saber o quê que tá ali, o quê que tem ali (...)

O “ali” refere-se a uma ontologia, a um “mundo ali”, sobre o qual Carlos não revela interesse em conhecer. O aluno assume uma posição pragmática nos seus gestos e na sua fala, declarando que não é tarefa da MQ dizer o que o que é o estado de superposição, mas sim descrever o estado de superposição e como se prepara um estado. É muito importante perceber, contudo, que ele não toca no assunto sobre se existem conceitos científicos que não foram ainda amadurecidos pelo aluno Rafael, referentes ao princípio da superposição. O que é possível capturar, neste estágio da entrevista, é que a forma carregada de emoção do aluno Carlos sugere uma pré-disposição a uma interpretação instrumentalista. Note-se, inclusive, que o aluno não valoriza as noções de onda e partícula, próprias da interpretação da complementaridade⁴⁸, apontando claramente a sua intenção de simplesmente usar a teoria quântica.

⁴⁸ Registre-se, contudo, que uma discussão mais aprofundada sobre a interpretação da complementaridade só ocorre num momento posterior à realização da entrevista, não sendo, pois, o foco da investigação neste momento.

Provocando o aluno para tentar capturar novos significados, o professor-pesquisador diz que Rafael pode sim achar que é do interesse da teoria quântica se preocupar com questões que vão além, e que desejaria conhecer o suposto “objeto” que está no estado de superposição. O aluno responde pragmaticamente: “Pra ele tentar criar uma nova, uma nova mecânica! (...) pelo menos é uma opinião minha”.

Visando interferência discreta, o professor-pesquisador responde: “Tô entendendo seu ponto de vista, sim”.

O aluno insiste, declarando que:

CARLOS: (...) não é uma preocupação da mecânica quântica, pelo menos no meu entender, (...) querer saber como é que é o estado da superposição, **eu não quero olhar pro estado da superposição**. O meu interesse tá em simplesmente eu querer preparar um determinado estado como a gente vem falando nessas aulas, de um modo que seja objetivo, e que todo mundo consiga preparar (...) esse mesmo estado em qualquer laboratório (...)

A ideia fundamental da via de mão dupla, explicitada na introdução da tese, é externada pelo aluno, que reconhece, ainda em estágio inicial do curso, que a linguagem da MQ é carregada de objetividade. O aluno exemplifica que uma vez caracterizado um procedimento objetivo de preparação, ele pode ser concretizado em laboratório. Embora ele não utilize essas palavras, fica implícito na fala do aluno o reconhecimento de que a comunicação não ambígua dos humanos acerca dos resultados experimentais é o que caracteriza a objetividade da MQ, uma ideia que vem sendo destacada pelo professor a cada aula, dentro das zonas de desenvolvimento proximais em contínuo movimento. Pode-se, ainda nesta entrevista, perceber que o aluno já é capaz de utilizar conceitos científicos que dão sustentação à sua fala sobre objetividade, ao conectar o princípio da superposição aos resultados experimentais estudados através dos experimentos sequenciais de Stern-Gerlach.

Ao perceber que a conversa toma um rumo para questões epistemológicas e ontológicas, o professor-pesquisador aproveita para trazer à tona uma observação do aluno Eduardo, registrada em vídeo, que sustentou não saber o que é o elétron.

O aluno Carlos, diante desta nova provocação, traz à tona uma ideia importante subjacente à MQ: a necessidade de interagir com os sistemas físicos para compreender as propriedades observacionais, sem um compromisso ontológico, declarando:

CARLOS: Eh, termina sendo a mesma resposta que eu tava dando, que a intenção da gente não é saber como é (...) não é saber se o elétron no caso (...) se ele é onda ou se ele é partícula, não tô querendo saber o que ele é de fato, (...) tô esperando saber é: (...) se eu interagir com ele (o aluno refere-se ao sistema físico que queira se considerar) de determinada forma, como é que ele vai reagir a essa experimentação minha, entendeu?

É a linguagem do aluno “como é que ele vai reagir”, referindo-se ao sistema físico, que expressa a necessidade de, em MQ, fazer experimentos (interações) para conhecer as propriedades do sistema. Sua posição é excessivamente pragmática, ao dizer que “não quer saber se é onda ou partícula”, uma atitude aceitável, porém incompatível com os pressupostos da complementaridade, que será aprofundada ao longo do curso e da pesquisa. A propósito de não haver uma ontologia na MQ bohriana, o aluno parece corroborar a ideia quando se mostra relutante em falar do elétron em si mesmo.

P: Me dê um exemplo experimental que busque o que você acabou de falar.

CARLOS: Se for a questão da dupla fenda eu não tô a fim de saber como é que o elétron sai do meu canhão e chega até lá, eu não tô querendo saber se ele vem descrevendo uma trajetória clássica, eu não tô querendo saber se ele vem como onda, eu não tô querendo saber se ele vai na minha casa e volta, eu não tô querendo saber nada disso.

P: Você está querendo o quê?

CARLOS: Eu tou querendo saber simplesmente (...) que ele sai do meu canhão e a partir do momento que eu interajo com ele deixando duas fendas abertas (...) se a partir do momento que eu interajo com ele, como é que ele vai se comportar (...)

É importante perceber que, tomando por base a fala deste aluno, o estudo futuro do experimento da dupla fenda, na perspectiva da complementaridade, necessitará de uma mediação que aproxime o aluno da ideia da necessidade de uma linguagem clássica, para transmitir resultados de uma medida em um contexto experimental bem definido, com o cuidado de explicitar que recorrer aos quadros mentais ondulatórios e corpusculares não significa um compromisso com uma ontologia de ondas reais ou partículas reais.

O professor volta-se para aspectos conceituais da MQ e solicita ao aluno que argumente sobre as seguintes ideias:

P: (...) eu vou me referir a sua fala de uma maneira mais direta. Nós discutimos o experimento Stern-Gerlach (...), que argumento você utilizaria pra mostrar que o estado quântico é descrito por um vetor? E aí eu não entendi muito porquê você foi recorrer à mecânica clássica, uma coisa a gente já discutiu: existe o estado tanto na mecânica clássica quanto na mecânica quântica e esses dois conceitos estão ligados à ideia de preparação objetiva no laboratório.

CARLOS: Sim, sim, isso.

P: Tudo bem, mas a minha pergunta agora é uma pergunta estritamente quântica, ou seja, (...) que argumento você usaria pra dizer que o estado quântico é descrito por um vetor em mecânica quântica? (...)

CARLOS: Eu acho que talvez seja a parte de um, nesse caso vinculado ao estado de dois níveis simplesmente por conta da (...) da superposição, a questão de eu representar ele como um vetor cai bem, porque (...) o vetor eu posso simplesmente falar que existe eh uma superposição. E o vetor eu posso representá-lo como ações de n vetores. Então a partir do momento que eu faço isso é conveniente pra mim, vendo que eu fazendo um experimento surge duas opções, sendo que eu lancei apenas

uma, teoricamente, isso daí pra mim remete é de forma mais suave, digamos assim, esse estado como um vetor, porque eu consigo abarcar toda minha informação e considerar ele como um estado de superposição ou alguma coisa que possa somar dois estados, entendeu? Que tem o meu inicial acho que é mais ou menos por aí.

Um aspecto importante que o aluno externa é que “com um vetor eu consigo abarcar toda minha informação”. Trata-se de uma ideia necessária para compreender que a MQ oferece uma descrição completa de um sistema, uma das teses da escola de Copenhague.

Sobre a necessidade de um espaço vetorial complexo o aluno declara:

CARLOS: (...) só deixando mais claro o que eu quero falar, é que se eu pego meu experimento e coloco ele alinhado com o eixo x eh e coloco pra ele, meu feixe sair teoricamente também do meu eixo z meu experimento SG do eixo z e eu boto ele eh, a linha do eixo x né eu obtenho uma resposta lá do *up down* e acho que quando faço isso com o eixo y eu também tenho a mesma resposta então eu tenho que diferenciar esses dois resultados considerando que esses eixos não são iguais. Então, eu só consigo fazer isso adotando o espaço que não é o espaço que a gente trabalha na outra mecânica, não é o espaço real, é o espaço imaginário, eu creio que seja mais ou menos por isso.

Note-se que o aluno percebe a necessidade de um espaço vetorial complexo, com o argumento de ter de encontrar uma forma de diferenciar os estados S_x e S_y .

5.2.6 Entrevista nº 6 – Alexandre

A entrevista tem como objetivo investigar como o aluno construiu significados sobre o estado quântico e o princípio de superposição. Em seguida, buscou-se capturar como o aluno construiu a ideia de que é necessário um espaço vetorial bidimensional complexo para descrever o estado de spin dos átomos de prata, interagindo com um campo magnético não homogêneo. A noção de filtragem como procedimento objetivo foi também investigada. É importante pontuar que, de acordo com os pressupostos teóricos e metodológicos deste estudo, deve-se estar, permanentemente, atento a qualquer conhecimento prévio que possa ser capturado, de modo a ampliar a compreensão de como conceitos quânticos são internalizados, numa perspectiva processual. É importante lembrar que a apresentação dos experimentos sequenciais de Stern e Gerlach mediou o intercâmbio de significados acerca do princípio da superposição.

Registre-se que, de repente, a fala do aluno Rafael acontece. Por isso, o entrevistado é solicitado a comentar o assunto. Ele então retoma o exemplo do experimento do Stern-Gerlach, destacando o reaparecimento da componente S_z –, após passar pelo segundo aparato $SG\hat{z}$,

conforme ilustra a Figura 54, a seguir. O aluno entrevistado Alexandre, então, ao falar sobre o princípio da superposição, afirma:

ALEXANDRE: É isso que eu entendi, que o vetor serve para demonstrar uma superposição de estado (...) aquele vetor ali, ele vai ter componentes, (...) essas componentes elas estão implícitas ali naquele estado, por exemplo, o S_x pode ser escrito com uma superposição do $S_z +$ ou $S_z -$ (...) O S_x que é a componente que sai do SG depois que você passa de um determinado eixo, ele é uma superposição do $S_z +$ e do $S_z -$, coisas que a gente não consegue obter se a gente pensar classicamente.

Veja a figura a seguir:

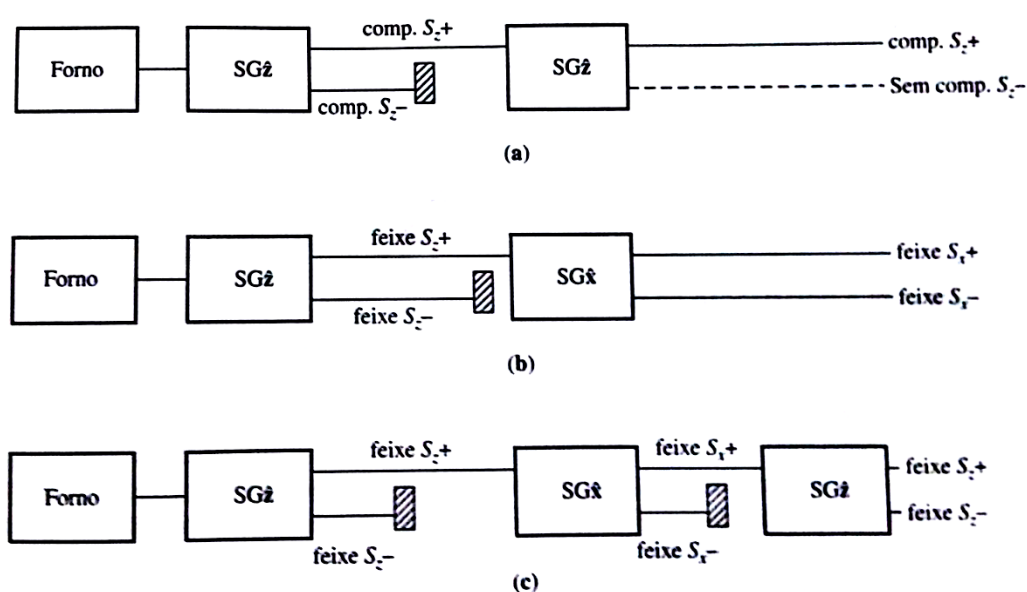


FIGURA 55 – Experimentos de Stern-Gerlach sequenciais.

Fonte: Sakurai & Napolitano (2013, p. 5).

Referindo-se a uma situação clássica, pontua:

ALEXANDRE: (...) usando um vetor você consegue obter essa superposição, mas ficou mais claro quando colocou no quadro comparando com o campo elétrico, ficou bem mais claro de onde é que veio essa ideia.

Tendo em vista que o campo elétrico é uma grandeza física e que o estado quântico não é um observável, o pesquisador se propõe a investigar até que ponto o aluno, de fato, se apropriou, como ele próprio disse, da ideia de que a interpretação dos resultados experimentais não é possível “se a gente pensar classicamente”. Visando, portanto, capturar como estas ideias de “clássico” e “quântico” estão permeando a estrutura cognitiva do aluno, o professor solicita ao aluno explicar de que forma a ideia de vetor é útil

ALEXANDRE: Eu tive o privilégio de ter a aula das ondas, né, no laboratório de Física Básica IV, eu tive o privilégio de fazer um experimento em que o professor colocava uma grade a 45° , enquanto ele jogava ali uma radiação, (...) micro-ondas, ele fazia o experimento com duas cornetas.

O professor-pesquisador busca capturar o conhecimento prévio e a forma como ele é útil ao aluno, criando um ambiente para que ele possa falar sem interrupções:

ALEXANDRE: Física Básica IV, aí o professor (...) colocava as cornetas nas inclinações sugeridas (...) a 90° . Quando ele colocava as duas paralelamente, 100% da radiação que era proveniente de uma corneta chegava na outra, mas quando ele colocava elas na fase de 90° , obviamente não passava nada, porque não tinha polarização, e aí a componente não conseguia, não tinha o mesmo eixo da antena que captava a radiação. Os eixos eram completamente distintos, então dava zero, mas quando ele colocava a grade era um murmurinho na sala. Ninguém conseguia responder (...) ele colocava uma grade a 45° aparecia a corneta, conseguia captar novamente a radiação, ele colocava as cornetas a 90° , uma emitindo e a outra captando defasado, entre 90° não captava nada, quando ele colocava a grade a 45° , reaparecia aí (...)

O aluno retoma o contexto do curso e afirma que “utilizamos a aula aí pra explicar o comportamento quântico”, não tentando partir do clássico, mas mostrando que “tem um análogo, a componente E_y a componente E_x , no campo produzindo um vetor e esse vetor poderia ser representado como uma superposição desses dois. No caso da mecânica clássica a gente dizia que era uma componente do vetor (...). No caso da Mecânica Quântica, a gente diz que é superposição”.

O aluno prossegue dizendo:

ALEXANDRE: No caso do experimento que o professor fez com a grade, a gente dizia claramente decomposição do vetor em dois outros vetores horizontais. Você tinha um vetor inclinado que poderia ser decomposto num vetor assim e no outro vetor assim, e a corneta tava captando justamente a componente do vetor e no caso da mecânica quântica quando a gente passa no Stern-Gerlach a componente S_x e lá do outro lado aparece o S_z^+ e o S_z^- , novamente o *up* e o *down*, a gente não tem uma componente, no caso do campo elétrico, na verdade, a gente tem uma superposição, mas que é análogo a essa questão da componente, eu compreendi isso.

Note-se que o aluno percebe que a superposição quântica é diferente de uma superposição clássica, embora em ambas se fale em componentes.

Ele acrescenta: “E isso inclusive foi chocante para mim, porque, eu falo assim, não é um vetor realmente como o campo elétrico que é uma entidade física, a gente tá falando ali de dois feixes (...)”

Um resultado fundamental aparece neste trecho, no qual o aluno revela uma tomada de consciência de que o estado quântico não é um observável. Como evidência disso temos a

percepção e abstração do aluno de associar que o campo elétrico é uma grandeza física e que o vetor de estado deve ter um outro significado em MQ.

O aluno enfatiza que:

ALEXANDRE: Porque o que entendi bem do campo elétrico é uma componente do campo, é uma grandeza física o campo elétrico, que tá ali. Você tem uma componente, a corneta pega e mede aquela componente, o valor daquela componente, tanto que a corrente elétrica que o equipamento registra lá. (..) quando ele bota a grade a 45° dá um valor inferior, mostrando que realmente aquilo é uma componente, é uma fração daquele vetor que veio inclinado e no caso da superposição ali é duro mostrar que não é componente...

É importante perceber que o aluno frisa enfaticamente que a componente de um campo está ligada a ideia de mensuração. Inferimos que ele tem consciência de haver uma distinção fundamental quanto ao significado do vetor em MQ. É importante pontuar que, nesta etapa da entrevista, ele ainda não fora apresentado à ideia de operador hermitiano como ente matemático representativo dos observáveis.

O professor-pesquisador, então, prossegue dizendo:

P: Agora onde é que a leitura do Sakurai melhorou mais essa sua compreensão? (...)

ALEXANDRE: O argumento que ele utilizou no campo elétrico eu já compreendia bem por causa desse experimento da grade.

A ideia externada pelo aluno de que a inclinação da grade afeta resultados experimentais tem um significado importante: o de identificar concepções que permitem, ulteriormente, agir na zona de desenvolvimento proximal, mostrando que o giro de um aparato Stern-Gerlach afeta a preparação do estado quântico de spin. Ou seja: um estado (+S) não é um estado (+T), de modo que a probabilidade $|\langle +T | +S \rangle|^2$ pode assumir valores entre 0 e 1, a depender da inclinação α .

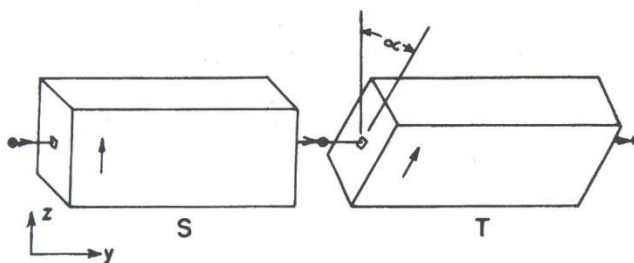


FIGURA 56 – Dois filtros tipo Stern-Gerlach em série; o segundo está inclinado de um ângulo α com relação ao primeiro.

Fonte: Feynman, Leighton & Sands (2008, p. 5-5).

O conhecimento prévio do aluno nos encorajou também a realizar um experimento com grade, atuando na zona de desenvolvimento proximal do aluno, para introduzir elementos

novos, como as amplitudes de probabilidade de se detectar um fóton a partir de uma dada preparação (feita com o auxílio da grade).

Mais uma vez o aluno traz à tona de que há uma distinção quanto ao significado do vetor campo elétrico para o vetor que descreve o estado de um sistema quântico. A tomada de consciência do aluno, no dizer de Vygotsky, é traduzida particularmente pela sua surpresa, sinalizando que as funções psicológicas superiores do aluno estão em processo de desenvolvimento, considerando a aprendizagem acerca do significado de estado quântico, revelada em suas intervenções.

ALEXANDRE: Aqui, porque lá pra mim, é claro, tá medindo uma grandeza física uma componente de uma grandeza física, e aqui a gente não tá medindo uma componente de spin até porque spin eu nem compreendi direito que grandeza é essa física, eu sei que é uma grandeza física, mas eu não tenho uma compreensão clara dela como eu tenho da campo elétrico. Então fica pra mim estranho aparecer esses dois feixes que são componentes aí. Depois que eu associei não, ele não tá falando que são componentes, a linguagem que ele tá dizendo é que é útil para explicar a superposição nesse estado.

Foi possível observar que o aluno não se apropriou do conceito do observável componente de spin intrínseco. Resta saber se a dúvida refere-se à falta de percepção acerca do significado do observável componente de spin, em particular, ou se decorre de uma falta de compreensão acerca do que sejam os observáveis. Como interpretar uma percepção adequada do estado por um mesmo aluno que não se apropria da grandeza que está sendo medida? Parece-nos que a ideia já amadurecida pelo aluno é que o estado está ligado tão somente a uma filtragem, mas que não tem ainda a percepção de que, ao se fazer uma filtragem, está sendo feita uma medida de um observável.

Convém registrar o desenvolvimento do argumento referente aos estados em diferentes direções.

ALEXANDRE: E aí quando o senhor falou da questão do S_y é que ficou mais claro ainda de que não é componente, é a superposição. Mesmo se fosse componente eu não teria como responder o S_y porque o S_x dá, você pega o S_x e decompõe pra z, mas e o S_y ? Como é que eu vou fazer? Se realmente é componente não tem como, componentes têm duas ali, não tem como aí, quando veio pro S_y eu falei realmente é superposição, porque não teria como pensar como eu penso com campo elétrico completamente.

É importante perceber, no discurso do aluno, que ele usa o termo “componente” para tratar de uma grandeza física, a exemplo da componente de um campo elétrico. Mas quando aborda a superposição quântica, ele não se refere a esta expressão, mesmo ciente do caráter vetorial do estado quântico.

P: Você pode é ilustrar isso com mais detalhes, essa coisa do S_y ?

ALEXANDRE: (...) O vetor e as componentes do S_x , $S_z +$ e $S_z -$, até aí minha cabeça tava tranquila com essa linguagem, tá muito boa eu tô entendendo o que é que quer dizer isso. Mas aí, no final da aula, veio o questionamento: o S_y como é que eu vou representar aí? Realmente ficou uma pulga atrás da orelha. Eu fiquei sem ter como responder. No campo elétrico, é tranquilo eu pensar nessas duas componentes e trazer quem sabe a superposição de dois pro S_z , mas quando veio S_y , meu irmão, eu falei pô não tem como, a não ser que eu pense o seguinte: se eu falar do S_x eu não posso falar do S_y , quando eu botar o S_y , o S_y vai ser uma superposição do $S_z +$ e do $S_z -$ e eu esqueço o S_x , e quando eu falar no S_x , $S_z +$ e $S_z -$, e eu esqueço o S_y .

Perceba que o aluno, intuitivamente, refere-se ao princípio da incerteza, mediado pelo experimento de Stern-Gerlach, da impossibilidade de termos S_x, S_y, S_z simultaneamente bem definido, e mesmo duas delas. Contudo, há outro aspecto envolvido nesta discussão: o aluno deseja saber como será possível usar a ideia de vetor para acomodar adequadamente três componentes, de modo que o professor instiga: “E aí?”

A partir daí surge toda uma discussão em torno, novamente, da polarização, no caso, circular.

ALEXANDRE: (...) é uma tábua de salvação, há uma tábua de salvação, mas aí quando entrou a questão número complexo, aí tirou o chão de novo, porque número real eu meço, a componente eu meço do campo elétrico, dá pra medir a componente do campo elétrico, tanto que na corneta vinha lá a marcação da corrente elétrica, que voltou a passar, e o S_y com complexo, como é que eu vou medir?

A pista revelada pelo o aluno, refere-se a um incômodo em medir algo complexo, de fato impossível, o que nos faz perceber que a ideia de observável, numa estrutura teórica de números complexos, para o aluno ainda é uma ideia pouco amadurecida, embora ele tenha a intuição correta de que não faz sentido medir nada complexo, de um ponto de vista matemático.

O professor, então, problematiza:

P: Você já tem uma resposta pra isso?

ALEXANDRE: Talvez, eu não sei, talvez, vamos seguir.

P: Ok.

P: Comente: (...) um estado físico, por exemplo, o átomo de prata com uma orientação de spin bem definida é representado por um vetor de estado e espaço vetorial complexo. (...) o estado é descrito por um vetor, o estado quântico, e que é necessário trabalhar num espaço vetorial complexo pra dar conta daqueles resultados experimentais que foram discutidos em sala, é com respeito ao *stangeit* então agora eu queria que você respondesse com suas próprias palavras, é tanto uma pergunta como a outra, embora você aqui já se reportou a isso várias vezes, mas olhando o vídeo lembrando das conversas,

agora em tom de arremate eu queria que você respondesse essas duas perguntas com suas próprias palavras como aliás tá fazendo aqui agora.

ALEXANDRE: Bom com relação à primeira pergunta (...) essa questão de eu passar o feixe S_z pelo SG e obter passar pelo SG em x e aparecer novamente o *up down* do $S_z +$ e $S_z -$, e usar o vetor pra explicar isso pra mim ficou bem claro de que o vetor ou o espaço vetorial ele tem essa capacidade né de nos dar a possibilidade de mostrar a superposição, porque o vetor é um ente que nos permite essa decomposição e porque o vetor faz com ele certas operações que nos permite obter resultado que aparentemente eram ocultos, porque fica parecendo que é uma coisa fantasma que apareceu ali do nada, o estado reapareceu de novo, na verdade, o estado não reapareceu de novo, eu não sei se eu tô falando correto, não é estado eu quis dizer estado, componente vou repetir a frase novamente. Não é que a componente reapareceu de novo, é porque, na verdade, nós tínhamos um ente no espaço vetorial que poderia ser descrito como uma decomposição de vetores e o uso do vetor proporciona responder bem, porque a componente estava ali presente na hora da medida, na hora que eu fiz a medida, porque ela apareceu porque o estado S_x ele é um vetor que pode ser decomposto em outros dois vetores, por isso que apareceu ali, por isso que há necessidade do uso do vetor, porque o vetor me permite isso, outra entidade matemática talvez também permita isso, mas não tanto quanto um vetor que fica bem claro o espaço vetorial e (...)

De fato, o que o aluno percebe é que aquela informação foi destruída. Não há uma memória, no dizer do Feynman. Como é natural para o aluno admitir que $S_x +$ é um estado de superposição de $S_z +$ e $S_z -$, o aluno não se identifica com a palavra “reapareceu”. O que importa objetivamente é que há a presença no experimento de $S_z -$ ao sair do último aparato.

P: E com relação a ele ter que ser complexo é a segunda e última pergunta.

ALEXANDRE: Pois bem, essa questão de ser complexo, bom deixa eu pensar, bem pra dar uma resposta bem sucinta que não seja tão longa. Quando a gente pensa no nosso espaço tridimensional no caso do campo elétrico, quando a gente pensa no espaço plano S_y , por exemplo, se eu tiver um vetor no campo elétrico inclinado de 45° , eu posso decompor ele na direção x e na direção y com um E_x e um E_y . No caso se eu tiver um vetor e eu chamar esse vetor de E_z eu posso decompor ele em E_x e E_y , chamar esses dois vetores da decomposição deles, simples assim, mas no caso do nosso experimento a gente tá falando de mais de uma decomposição quando eu falo só do S_x está $S_z +$, tranquilo vai ficar análogo a esse caso que eu tenho o E_z pra E_x e E_y , no caso do S_x eu tenho $S_z +$ e $S_z -$, no caso quântico do feixe passa em SG mas quando eu coloco o S_y aí o meu espaço já não é suficiente, esse espaço que eu tou utilizando que envolve apenas números reais ele não vai dá conta dessa questão vai ficar faltando alguma coisa e eu acho que o espaço vetorial complexo ele entra justamente pra responder isso pra mostrar que há possibilidade de haver mais superposição.

P: Mas o quê que lhe convenceu a isso? Que com a introdução do espaço vetorial complexo você amplia as suas possibilidades? (...)

ALEXANDRE: O que me convenceu foi quando colocou a onda polarizada circularmente que aí eu saía daquele espaço bidimensional em que eu tinha um plano né, x e y , um inclinado, e decompondo fui pra um espaço maior e de mais possibilidades aí aquilo ali me convenceu

P: Mas você tá atento que esse espaço é bidimensional?

ALEXANDRE: Sim, sim, mas a resposta utilizando um numérico complexo continua sendo bidimensional isso é fato.

P: Como é que você diria, como é que você argumentaria que continua sendo bidimensional?

ALEXANDRE: Porque continua tendo duas componentes, eu continuo tendo duas componentes, mas pra diferenciar uma da outra eu introduzi o imaginário. (...) Veja que todo número real é imaginário, todo número real é imaginário, então eu tava descrevendo o x só com números reais, mas aí eu ampliei essa descrição, quando coloquei número imaginário a descrição do x ela também é um número imaginário, só que é um número complexo.

Finalizando a entrevista, o professor pede ao aluno que aponte distinções no processo de medida da MC em relação a MQ.

Um aspecto bastante esclarecedor que faz parte da resposta do aluno será transcrita:

ALEXANDRE: O que mais me intriga é (...), na preparação, se eu fizer uma preparação clássica, meu estado tá com umas variáveis ali bem definidas, por exemplo, eu vou dar um tiro, por exemplo, com um canhão. Aí alguém me pergunta: qual é o estado inicial? Como o senhor bem dá ênfase, ali meu estado inicial é (...) a velocidade inicial com que a bala ela saia, sai do canhão, posso dizer também a quantidade de movimento que já vai entrar à massa vezes a velocidade, e aí meu estado tá definido.

O aluno prossegue dizendo que:

ALEXANDRE: Eu falei quais são as variáveis, agora quando eu vou falar ali, vou fazer uma preparação no estado quântico, um experimento *SG*, eu passo o feixe de átomos de prata pelo *SG* num campo não homogêneo e aí eu separo naquelas duas componentes de spin, mas quando eu vou analisar vou passar por outro *SG*.

P: Uma pergunta: quando você fez essa preparação, essa preparação é algo objetivo?

ALEXANDRE: Sim, sim, eu vou concluir. Aí quando eu for passar por outro *SG*, agora em outra inclinação, barrando uma (...), filtrando uma delas, eu digo que isso aqui é um estado, esse *up* que eu deixei passar $S_z +$, eu digo que isso é um estado. (...) depois que eu passar lá no *SG* em x e que eu pegar a medida lá, é que eu vou dizer sobre o resultado, o estado de cá é apenas uma preparação, eu não preciso me preocupar tanto em falar de valores, eu sei preparar, é objetivo eu sei preparar, mas eu não preciso ter a mesma preocupação que eu tinha na mecânica clássica de dizer tudo sobre esse estado inicial, porque, na verdade, quando eu separei o *up* ali, eu já tô dizendo tudo.

Uma conclusão é que nesta fase, quando ainda não foram introduzidos os observáveis, percebe-se que apesar de o aluno referir-se de forma adequada ao princípio da superposição, ele, claramente, ainda não percebe que o observável está sendo medido. Associa de forma adequada o estado quântico à ideia de preparação, ao se reportar ao experimento sequencial de Stern-Gerlach *on*, no primeiro aparato, se filtra *up*, por exemplo. O aluno reconhece, explicitamente que se este procedimento for feito, colocando os átomos de prata num aparato

igual subsequente, teremos a certeza que ele continuará neste mesmo estado. Mas note-se que, em momento algum, ele associa esta preparação com uma medida de componente de spin na direção considerada.

5.2.7 Prova individual

Um dos instrumentos de coleta de dados foi a Prova individual. Este instrumento foi utilizado após a conclusão do estudo dos sistemas de dois níveis. Foquei meu olhar na análise de como os alunos utilizam conceitos científicos quânticos para operacionalizar, em termos formais, a MQ, mas esta análise não se restringiu a aspectos formais da teoria quântica, sendo incluídas questões epistemológicas e conceituais. O pesquisador não acredita ser possível analisar o processo de construção de significados através, exclusivamente, de repostas quantitativas. Um aluno, por exemplo, que faz corretamente os cálculos de probabilidade relacionados à medição da componente de spin dos átomos de prata, numa dada direção, mas não percebe que o uso de probabilidade na teoria cinética dos gases prende-se à ignorância de informações, dentre outras razões, é porque não compartilhou adequadamente do significado da probabilidade no contexto da MQ, de acordo com a interpretação da complementaridade. Capturar a internalização de significados construídos pelos alunos mobiliza a “olhar de dentro de um cristal” as “múltiplas refrações”, levando em conta a resposta nas dimensões epistemológicas, conceituais e formais, para permitir uma análise global, que responda ao problema de pesquisa. Pode-se destacar, como objetivos deste instrumento: analisar como o aluno externa o significado da objetividade bohriana; analisar como os alunos comparam a discussão teórica feita pelo físico Asher Peres com as ideias bohrianas de objetividade e antirrealismo; analisar a compreensão do aluno sobre a impossibilidade de se falar em realidade objetiva, de modo geral, antes da medição; capturar o significado da constante de Planck, no contexto do processo de medida, na perspectiva da Complementaridade; investigar o significado que o aluno externa acerca das noções de estado quântico, vetor de estado, preparação de estado (filtragem seletiva), princípio da superposição, observáveis, autovalores, autovetores, valor médio e probabilidade de medida no contexto da interpretação da complementaridade; investigar como os alunos calculam as probabilidades de obter resultados de medida do observável componente de spin, em sistemas de dois níveis, a partir de uma dada preparação experimental.

Serão analisados os dados referentes às provas individuais de três alunos dos oito que se submeteram à avaliação. O critério de seleção das provas, objeto de análise, foi ter o aluno concedido, voluntariamente, entrevista. As razões que justificam este critério foram: a) ter a possibilidade de avaliar o que o aluno é capaz de fazer através do diálogo com o professor (caso da entrevista) e o que é capaz de fazer de forma autônoma; b) ampliar a compreensão das comunicações expressas, no momento do discurso, e as impressas, que exigem do aluno reflexão sobre seu próprio processo de construção de conhecimentos; c) validar, através dos instrumentos adotados, a fidedignidade dos dados e dos conhecimentos construídos.

As razões apresentadas têm suporte em um dos principais fundamentos da pesquisa qualitativa: o conhecimento não se reduz a um rol de dados isolados, são importantes para a interpretação dos significados os diferentes contextos em que são produzidos.

A prova individual constou de cinco questões sobre os conteúdos da TQPM, já explicitados, e encontra-se no Apêndice B na íntegra.

A seguir, será apresentada a análise de dados das respostas dos alunos às questões formuladas.

QUESTÃO 1:

Leia atentamente o texto que segue, de autoria do físico Asher Peres. Em seguida responda às questões 1, 2 e 3, levando em conta o texto e as discussões feitas em grupo, referentes à teoria quântica do processo de medida.

TEXTO DE ASHER

“Que é uma medição?”

A ciência é baseada na observação da natureza. A maior parte das pessoas acredita que existe uma realidade objetiva que é parcialmente desconhecida por nós. Para adquirirmos conhecimento sobre ela nos valem as medições. Numa medição algum aparato é levado a interagir com um sistema físico, de tal modo que uma propriedade é replicada numa propriedade do aparato. Como deve haver uma interação entre o aparato e o sistema, medir uma propriedade causa, necessariamente, um distúrbio em suas outras propriedades. (Isto é verdadeiro mesmo na física clássica). No entanto, a particular propriedade que o sistema visa medir seria fielmente nele replicada de modo que a medição deveras produzirá informação que existe no aparato, previamente à interação dela com o sistema observado. Isto costuma ser verdade, mesmo no caso de medições destrutivas, naturalmente irreprodutíveis.

Infortunadamente, a teoria quântica é incompatível com a proposição segundo a qual ‘medições’ são processos por meio dos quais descobriremos alguma propriedade desconhecida, embora preexistente da realidade. Por exemplo, considere uma partícula

de spin $\frac{3}{2}$ tal que $S_x^2 + S_y^2 + S_z^2 = \frac{15}{4}$, em unidades de \hbar . Se, digamos, medimos

uma componente de spin, S_x , o resultado sempre estará em torno de $\pm \frac{1}{2}$ ou $\pm \frac{3}{2}$.

Somos levados a conclusão que S_x é forçado a ficar entre os valores $\pm \frac{1}{2}$ ou $\pm \frac{3}{2}$, por conta do ato de medir. Esses valores não existem em alguma “realidade objetiva” previamente a medição, mas são criados, por ela. Se a medição não é uma realidade preexistente, então o que é uma medição? Tal como repetidamente enfatizado por Bohr,

ela é essencialmente um processo macroscópico, o resultado do qual é descrito numa linguagem clássica.

‘A despeito de o fenômeno descrito transcender o escopo da Física Clássica, consideração de todas as evidências deve ser expressa em termos clássicos. O argumento é simples que pela palavra ‘experimento’, queremos nos referir a uma situação em que podemos falar mais dos experimentos que houvermos realizado e daquilo que com ele aprendemos, numa forma em que o arranjo experimental o resultado das observações, seja expresso em linguagem não ambígua, mediante, a utilização adequada da terminologia da Física Clássica’. (Bohr, 1949, p. 644 apud PERES, 1984).

Quaisquer dúvidas que o leitor possa ter sobre este ponto, mediante o acesso a artigos relativos à Física Experimental: nunca observamos diretamente o spin de um único elétron, nem a polarização de um único fóton. Ao invés disso operamos com um equipamento complexo, envolvendo mecanismos de amplificação irreversível.” (Asher)

1.A) O que significa Objetividade na perspectiva da interpretação da Complementaridade? Justifique sua resposta e transcreva fragmentos do texto que ilustrem sua resposta.

RESPOSTA DE CARLOS

1.A) Ao fazer uma medida de um observável na mecânica quântica, aferimos um valor, valor este que pode ser reproduzido por qualquer um que reproduza o experimento com as mesmas condições, assim podemos dizer que esta é uma medida objetiva. Notamos no fragmento do texto: “numa forma em que o arranjo experimental o resultado das observações, sejam expressos em linguagem não ambígua”, o caráter objetivo da mecânica quântica de acordo com a interpretação da complementaridade.

Ao escolher do texto de Asher a expressão “linguagem não ambígua”, o aluno revela compreender a noção de objetividade na perspectiva de Bohr, tendo em vista que um ponto essencial da epistemologia do dinamarquês é a necessidade de uma linguagem (clássica) para os humanos transmitirem conhecimento acerca de um registro experimental. Ao falar em aferição de uma medida, o aluno, com suas próprias palavras, traz à tona a ideia de reprodutibilidade de medida, desde que seja “com as mesmas condições”, mas não diz o que estaria sendo reproduzido: as probabilidades de obter os valores possíveis do observável em questão ou os valores da medida? Como sabemos, mesmo mantendo o mesmo estado inicial para um dado sistema quântico, podemos predizer apenas a probabilidade de obter os valores possíveis do observável em questão. Note-se ainda que ao falar em experimento e “mesma condição”, pode-se conjecturar, por exemplo, que quando se fixa as mesmas condições de observação na dupla fenda, com fendas abertas, tem-se, em 100% dos casos, o registro de um fenômeno ondulatório, desde que se aguarde o término do experimento. De modo análogo, se for deixada apenas uma fenda aberta, tem-se sempre o registro de um fenômeno corpuscular (desde que aguardemos o experimento terminar). Note-se que, neste exemplo, “com as mesmas condições” de observação, tem-se sempre um registro experimental ou de “interferência” ou de “interferência borrada”. De todo modo, mesmo sem uma explicitação desta natureza, o aluno

revela uma percepção adequada acerca da conexão entre a “não ambiguidade” da linguagem que surge a partir da especificação do experimento que está sendo feito, na medida em que captura do texto de Asher expressões chaves como “não ambiguidade” e “experimento”.

RESPOSTA DE ANTÔNIO

- 1.A) Objetividade, neste contexto, significa o conjunto de resultados experimentais em uma configuração experimental específica.

Para ilustrá-lo: “... numa forma em que o arranjo experimental das observações, sejam expressas em linguagem ambígua, mediante, a utilização adequada da terminologia da física clássica”.

Ao falar em “configuração experimental específica”, o aluno revela compreensão acerca da necessidade de explicitar as condições experimentais para comunicar resultados de uma medida de forma não ambígua. Recorre às palavras do próprio Bohr para exprimir a noção de objetividade, que não pode prescindir da linguagem clássica para transmitir resultados experimentais.

RESPOSTA DE ALEXANDRE

- 1.A) Na perspectiva da interpretação da complementaridade a objetividade tem a ver com a possibilidade não ambígua.

O fragmento do texto que ilustra é ‘... O argumento é simples que pela palavra experimento, queremos nos referir a uma situação que podemos falar mais dos experimentos que houvermos realizados e daquilo que com ele aprendemos numa forma em que o arranjo experimental e o resultado das observações sejam expressos em linguagem não ambígua mediante a utilização adequada da terminologia...’ (Bohr)

O aluno identifica um ponto essencial na caracterização de objetividade, na perspectiva de Bohr, ao referir-se à expressão não ambígua, ponderando, através de palavras utilizadas pelo próprio Bohr, que a natureza é que nos diz quais experimentos podemos realizar, não sendo, pois, uma questão de gosto. Desta forma, o aluno revela uma percepção adequada acerca da objetividade bohriana.

- 1.B) **O que caracteriza o antirrealismo da interpretação de Bohr? É possível identificar este caráter antirrealista em algum fragmento do texto, na fala de Asher?**

RESPOSTA DE CARLOS

- 1.B) Para Bohr, a mecânica quântica, apesar de evocar muitas vezes descrições clássicas como trajetória e até mesmo onda, não trata de partículas reais, apesar de medirmos algo real. Note na fala de Asher o caráter antirrealista: “somos levados à conclusão de que S_x é forçado a ficar entre os valores $\pm 1/2$ ou $\pm 3/2$, por conta do ato de medir”.

O aluno traz à tona a percepção correta de que para Bohr é necessário se comunicar usando uma linguagem clássica, mas no que pese a Física Clássica tratar de uma ontologia, com ondas e partículas, o mesmo não ocorre com a MQ, interpretada à luz da complementaridade. E o aluno reconhece isso, ao dizer que “apesar de muitas vezes evocar descrições clássicas como trajetória e até mesmo onda, não trata de partículas reais, apesar de medirmos algo real”. As palavras do aluno são reveladoras de uma internalização de antirrealismo num estágio amadurecido. Ele contextualiza o que é “real” e o que “não é real”. Ao referir-se a “medir algo real”, parece claro que faz referência ao fato de que os resultados de uma medida não podem ser abstrações, mas sim números. Note-se, ainda, que o aluno revela uma tomada de consciência amadurecida, quando argumenta sobre o antirrealismo ao dizer que: “Note na fala de Asher o caráter antirrealista: ‘somos levados à conclusão de que s_x é forçado a ficar entre os valores $\pm 1/2$ ou $\pm 3/2$, por conta do ato de medir’. Isso mostra a percepção do aluno de que numa perspectiva antirrealista não é aceitável uma realidade física com propriedades pré-existentes e independentes da medida. Convém pontuar que ao falar em “propriedades reais” não há contradição alguma do aluno, com relação ao seu adequado entendimento sobre antirrealismo, dado que ele tem o discernimento de que as propriedades observacionais só ganham sentido físico (reais, no seu dizer) quando se realiza uma medida.

RESPOSTA DE ANTÔNIO

1.B) O aluno Antônio não respondeu.

RESPOSTA DE ALEXANDRE

1.B) Levando-se em conta a segunda⁴⁹ interpretação da complementariedade: dualidade onda-corpúsculo; referente ao experimento da dupla-fenda de Young, no qual ao deixarmos as duas fendas abertas o resultado obtido é compatível com o quadro mental ondulatório. Ao deixarmos uma fenda aberta borra-se o padrão de interferência e inferimos a trajetória. Bohr afirma que não trata-se de partículas ou ondas reais, nem tampouco há um compromisso em descrever o que ocorre entre a fenda e o aparato que capta o fóton, pois não há mais como citado no 1º parágrafo do texto “... uma realidade objetiva que é parcialmente desconhecida por nós.”

O autor ainda concluiu afirmando no outro trecho: “... valores não existem em alguma realidade objetiva previamente à medição, mas são criados por ela. Se a medição não é uma realidade preexistente, então o que é uma medição?”

O caráter antirrealista da interpretação colocado no fragmento do texto diz respeito ao fato de não fazer sentido falar sobre uma realidade objetiva independente do observador.

⁴⁹ Ao falar em segunda interpretação da complementariedade, o aluno refere-se ao segundo tipo de complementariedade, conforme mencionado na fundamentação epistemológica: a dualidade onda-partícula.

A forma como o aluno externa a ideia de antirrealismo é adequada e amadurecida, pois articula várias ideias do texto de Asher, numa sequência fluida e esclarecedora. Destaca a ideia de dualidade onda-partícula e a necessidade de quadros mentais ondulatório e corpuscular para transmitir resultados experimentais, com o cuidado de revelar que para Bohr não existem ondas reais ou partículas reais. O aluno conclui tocando exatamente em um ponto essencial: não há uma realidade objetiva que independa do observador a ser descoberta, é preciso haver uma medição para criar os resultados da medida.

QUESTÃO 2:

“Infelizmente, a teoria quântica é incompatível com a proposição segundo a qual ‘medições’ são processos por meio dos quais descobriremos alguma propriedade desconhecida, embora preexistente da realidade”, sustenta Asher.

Ele acrescenta: “Por exemplo, considere uma partícula de spin $\frac{3}{2}$ tal que

$S_x^2 + S_y^2 + S_z^2 = \frac{15}{4}$, em unidades de \hbar . Se, digamos, medimos uma componente

de spin, S_x , o resultado sempre estará em torno de $\pm\frac{1}{2}$ ou $\pm\frac{3}{2}$. Somos levados

à conclusão que S_x é forçado a ficar entre os valores $\pm\frac{1}{2}$ ou $\pm\frac{3}{2}$, por conta do ato de medir. Esses valores não existem em alguma ‘realidade objetiva’ previamente a medição, mas são criados, por ela”.

PERGUNTA: Tais pronunciamentos, de Asher, se opõem à ideia de objetividade bohriana? Justifique sua resposta, indicando o princípio da MQ que não permite falar em realidade objetiva previamente à medição.

RESPOSTA DE CARLOS

- 2) Não. O princípio da superposição evidencia que antes da medição temos nosso estado como uma superposição de estados e que este, após a medição “se reduz” ao estado medido, mas isso não se opõe a ideia bohriana, pois esta diz que o resultado da observação é expressa de forma não ambígua, ou seja, trata de objetividade posteriormente à medição.

O ponto crucial a ser destacado é a forma como o aluno externa a compreensão de que o princípio da superposição é incompatível, segundo a interpretação da complementaridade, com a ideia de propriedades físicas bem definidas anteriores à medição⁵⁰.

RESPOSTA DE ANTÔNIO

- 2) O aluno Antônio não respondeu.

⁵⁰ A não ser quando o estado é o próprio autoestado da variável dinâmica que está sendo medida.

REPOSTA DE ALEXANDRE

- 2) Os pronunciamentos de Asher não se opõem à ideia de objetividade bohriana, e o princípio da MQ que não permite falar em realidade objetiva previamente à medição diz respeito ao fato de que o aparato de medição (independentemente da sofisticação) em experimentos quânticos introduz uma perturbação incontrolável no processo o qual é inerente aos fenômenos quânticos, com isso os valores encontrados são criados no ato de medir, processo no qual o observador não é sujeito passivo, mero espectador, mas criador dessa realidade objetiva.

É importante perceber a tomada de consciência do aluno sobre o papel do observador, que passa a conhecer mediante aparelho de medida interagindo com o objeto quântico. Em seguida, conclui adequadamente, ressaltando que estes valores são criados no ato da medição. Note-se que o aluno consegue expressar-se de forma a externar, adequadamente, que antirrealismo não é uma ideia que se opõe à objetividade. A nossa interpretação é que na visão do aluno fica implícito que é preciso interagir com o sistema físico para fazer com que “uma realidade que só existiria para além da observação”, ganhe atributos físicos que são criados na medição.

QUESTÃO 3:

Do mesmo modo que C (velocidade da luz no vácuo) é uma constante física que significado absoluto, invariável, para a teoria da Relatividade, a constante de Planck, $h=6,67 \times 10^{-34}$ J·s fixa um valor absoluto referente precisão que podemos medir certas grandezas físicas. Explique o significado físico desta constante de acordo com a interpretação da complementaridade.

RESPOSTA DE CARLOS

- 3) A constante de Planck é muito importante na mecânica, não apenas por conta da quantização, mas por estar ligada à precisão na qual podemos medir determinados observáveis e como a interpretação da complementaridade trata de medições, a objetividade vem “estretar” a precisão dessas medições.

Um ponto fundamental é o reconhecimento do aluno de que a constante de Planck tem um significado que expressa uma precisão com a qual se pode realizar certas medidas. A utilização da palavra “estretar”, quando o aluno se refere à objetividade, soa como se a própria natureza regulasse a precisão com que os humanos podem fazer certas medidas, não mais com precisão arbitrária. A análise processual revela uma tomada de consciência por parte do aluno acerca do significado da constante de Planck.

RESPOSTA DE ANTÔNIO

- 3) O aluno não respondeu.

RESPOSTA DE ALEXANDRE

- 3) De acordo com a interpretação da complementariedade, a constante de Planck, seu valor diminuto, estabelece limites aos experimentos de medida (processo macroscópico). No que diz respeito a observáveis incompatíveis, por exemplo, não é possível determinar simultaneamente posição e momento, apesar de que alguns físicos acreditem que um elétron num dado instante de tempo possua uma posição e um momento bem definidos (a despeito da incapacidade do equipamento e do observador aferi-los com precisão). Para MQ a constante de Planck estabelece essa incapacidade de medição simultânea como uma característica própria da natureza, tanto da matéria como da radiação.

O aluno reconhece a ligação genuína entre a constante de Planck e a limitação na medição simultânea de observáveis incompatíveis de acordo com a complementariedade.

O ponto a destacar é que diferentemente do início do curso, quando os alunos só conseguiam se reportar à constante de Planck no contexto da MQ velha, eles agora, de modo geral, conectam esta constante fundamental com o processo de medida.

QUESTÃO 4:

Qual a distinção que você estabelece entre vetor de estado e observável hermitiano?

RESPOSTA DE CARLOS

- 4) O aluno Carlos não respondeu.

RESPOSTA DE ANTÔNIO

- 4) Vetor do estado é o ente que matematicamente comporta todas as informações, de um determinado sistema. Um observável, em física, é um ente físico passível de mensuração. Na MQ, os observáveis são descritos por entes matemáticos chamados de operadores hermitianos. Portanto, o vetor de estado é uma linguagem matemática para descrever um ente físico e o observável é um ente físico descrito, exclusivamente, para o operador hermitiano que é sua “forma” matemática.

Assim, pode-se observar que o aluno deu resposta adequada, com a ressalva de que o aluno não refere-se à ideia de operador hermitiano.

RESPOSTA DE ALEXANDRE

- 4) O vetor de estado é um ente matemático que se refere a uma preparação objetiva de um experimento, enquanto que um observável é algo que pode ser medido e associado a um valor real. Por exemplo, ao prepararmos um Stern-Gerlach $|S_z, +\rangle$ temos um vetor de estado, e ao aferirmos a componente de spin $S_z = \frac{\hbar}{2}$ temos um observável componente de spin.

O aluno revela percepção adequada entre a distinção estado quântico e sua representação de observável.

QUESTÃO 5:

Considere o sistema físico descrito pelos observáveis cuja base ortonormalizada é formada pelos autokets $|1\rangle$ e $|2\rangle$ do operador que representa a componente de spin S_z . Nesta base, \hat{S}_x e \hat{S}_z são representados pelas matrizes:

$$\hat{S}_x = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \hat{S}_z = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (179)$$

Suponha que no tempo $t = 0$ o sistema encontra-se no estado $|\psi\rangle = a|1\rangle + b|2\rangle$, onde $|a|^2 + |b|^2 = 1$ (a e b são constantes)

5.A) Quais os possíveis resultados da componente de spin \hat{S}_x ? E para o observável \hat{S}_z ? Estes observáveis são compatíveis?

RESPOSTA DE CARLOS ⁵¹

5.A) Os possíveis resultados serão expressos pelos autovalores desses observáveis, onde os autovalores são encontrados a partir das igualdades:

$$\text{Det}(S_x - \lambda I) = 0, \text{ para o observável } S_x \quad (180)$$

$$\text{Det}(S_y - \lambda I) = 0, \text{ para o observável } S_y \quad (181)$$

Assim, temos para S_x :

$$\text{Det} \left(\begin{pmatrix} 0 & \frac{\hbar}{2} \\ \frac{\hbar}{2} & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{pmatrix} \right) = 0 \Rightarrow \lambda = \pm \frac{\hbar}{2} \quad (182)$$

E para S_y :

$$\text{Det} \left(\begin{pmatrix} 0 & \frac{-i\hbar}{2} \\ \frac{i\hbar}{2} & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{pmatrix} \right) = 0 \Rightarrow \lambda = \pm \frac{\hbar}{2} \quad (183)$$

Logo, os possíveis resultados, tanto para o observável S_x , quanto para observável S_y , são: $\frac{\hbar}{2}$ e $-\frac{\hbar}{2}$.

E para verificar se os mesmos são compatíveis, devemos verificar se:

$$[S_x, S_y] = 0 \quad (184)$$

Assim, considerando: $[S_x, S_y] = S_x S_y - S_y S_x$, temos:

$$\begin{aligned} & \begin{pmatrix} 0 & \frac{\hbar}{2} \\ \frac{\hbar}{2} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & \frac{-i\hbar}{2} \\ \frac{i\hbar}{2} & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & \frac{-i\hbar}{2} \\ \frac{i\hbar}{2} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & \frac{\hbar}{2} \\ \frac{\hbar}{2} & 0 \end{pmatrix} = \\ & \begin{pmatrix} \frac{i\hbar^2}{4} & 0 \\ 0 & \frac{-i\hbar^2}{4} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \frac{-i\hbar^2}{4} & 0 \\ 0 & \frac{i\hbar^2}{4} \end{pmatrix} = \\ & \begin{pmatrix} \frac{i\hbar^2}{2} & 0 \\ 0 & \frac{-i\hbar^2}{2} \end{pmatrix} \neq 0 \end{aligned} \quad (185)$$

Logo, se $[S_x, S_y] \neq 0$, eles são observáveis incompatíveis.⁵²

⁵¹ Na prova de Carlos os observáveis fornecidos na questão 5 foram S_x e S_y , ao invés de S_z e S_x .

⁵² A resolução da questão revela que o aluno cometeu apenas um lapso ao escrever, na resposta final, o comutador igual a zero, uma vez que o comutador (diferente de zero) a ideia de observáveis incompatíveis.

A observação do professor-pesquisador, acerca do processo do desenvolvimento deste aluno, é que sua solução correta vem acompanhada de significados físicos adequados.

RESPOSTA DE CARLOS

- 5.A) Continuação – A probabilidade de se obter o valor de $\frac{\hbar}{2}$, levando em consideração que este está associado ao ket $|1\rangle$ do estado inicial $|\psi\rangle = a|1\rangle + b|2\rangle$, é dada por:

$$\text{Prob}\left(\frac{\hbar}{2}\right) = |\langle 1|\psi\rangle|^2 \quad (186)$$

$$= |\langle 1|(a|1\rangle + b|2\rangle)|^2 \quad (187)$$

$$= |\langle 1|a|1\rangle + \langle 1|b|2\rangle|^2 \quad (188)$$

$$= |a\langle 1|1\rangle + b\langle 1|2\rangle|^2 \quad (189)$$

Mas, considerando a base ortonormalizada, ou seja, $\langle 1|1\rangle = 1$ e $\langle 1|2\rangle = 0$, temos:

$$\text{Prob}\left(\frac{\hbar}{2}\right) = |a|^2 \quad (190)$$

Já a probabilidade de se obter o valor $-\frac{\hbar}{2}$, levando em consideração que este está associado ao ket $|2\rangle$, é dado por:

$$\text{Prob}\left(-\frac{\hbar}{2}\right) = |\langle 2|\psi\rangle|^2 \quad (191)$$

$$\text{Prob}\left(-\frac{\hbar}{2}\right) = |\langle 2|(a|1\rangle + b|2\rangle)|^2 \quad (192)$$

$$= |\langle 2|a|1\rangle + \langle 2|b|2\rangle|^2 \quad (193)$$

$$= |a\langle 2|1\rangle + b\langle 2|2\rangle|^2 \quad (194)$$

Mas, se: $\langle 2|1\rangle = 0$ e $\langle 2|2\rangle = 1$, temos $\text{Prob}\left(-\frac{\hbar}{2}\right) = |b|^2$.

Solução correta.

RESPOSTA DE ALEXANDRE

$$5.A) \quad S_x = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (195)$$

$$\begin{vmatrix} -\alpha & \frac{\hbar}{2} \\ \frac{\hbar}{2} & -\alpha \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \alpha^2 = \left(\frac{\hbar}{2}\right)^2 \quad \alpha_1 = -\frac{\hbar}{2} \quad (196)$$

$$\alpha = \pm \frac{\hbar}{2} \quad \alpha_2 = \frac{\hbar}{2}$$

$$\text{Para } \hat{S}_z = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (197)$$

$$\begin{vmatrix} \frac{\hbar}{2} - \alpha & 0 \\ 0 & -\frac{\hbar}{2} - \alpha \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \alpha^2 = \left(\frac{\hbar}{2}\right)^2 \quad \alpha_1 = -\frac{\hbar}{2} \quad (198)$$

$$\alpha_2 = \frac{\hbar}{2}$$

Verificando a compatibilidade

$$\hat{S}_x \hat{S}_z - \hat{S}_z \hat{S}_x = 0 \quad (199)$$

$$\begin{pmatrix} 0 & \frac{\hbar}{2} \\ \frac{\hbar}{2} & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{\hbar}{2} & 0 \\ 0 & -\frac{\hbar}{2} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \frac{\hbar}{2} & 0 \\ 0 & -\frac{\hbar}{2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & \frac{\hbar}{2} \\ \frac{\hbar}{2} & 0 \end{pmatrix} = 0 \quad (200)$$

Estruturação da questão correta, erros de cálculo que não comprometem a forma de utilizar o comutador.

5B) Qual o valor médio em $t = 0$ do observável S_z

RESPOSTA DE CARLOS ⁵³

5.B) O valor médio do observável S_y é dado por:

$$\langle \psi | S_y | \psi \rangle = \langle \psi | S_y | (a|1\rangle + b|2\rangle) \rangle = \langle \psi | (aS_y|1\rangle + bS_y|2\rangle) \rangle \quad (201)$$

Considerando a base ortonormalizada, ou seja, $|1\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ e $|2\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, temos:

$$S_y|1\rangle = \begin{pmatrix} 0 & \frac{-i\hbar}{2} \\ \frac{i\hbar}{2} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{i\hbar}{2} \end{pmatrix} = \frac{i\hbar}{2}|2\rangle \quad (202)$$

$$S_y|2\rangle = \begin{pmatrix} 0 & \frac{-i\hbar}{2} \\ \frac{i\hbar}{2} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{-i\hbar}{2} \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{-i\hbar}{2}|1\rangle \quad (203)$$

$$\text{Assim, } \langle \psi | (aS_y|1\rangle + bS_y|2\rangle) = \quad (204)$$

$$\langle \psi | (a\frac{i\hbar}{2}|2\rangle - b\frac{i\hbar}{2}|1\rangle) = \quad (205)$$

Considerando que:

$$\langle \psi | = a^* \langle 1 | + b^* \langle 2 | \quad (206)$$

Temos:

$$\langle \psi | (a\frac{i\hbar}{2}|2\rangle - b\frac{i\hbar}{2}|1\rangle) = \quad (207)$$

$$(a^* \langle 1 | + b^* \langle 2 |) (a\frac{i\hbar}{2}|2\rangle - b\frac{i\hbar}{2}|1\rangle) = \quad (208)$$

$$a^* a \frac{i\hbar}{2} \langle 1 | 2 \rangle - a^* b \frac{i\hbar}{2} \langle 1 | 1 \rangle + b^* a \frac{i\hbar}{2} \langle 2 | 2 \rangle - b^* b \frac{i\hbar}{2} \langle 2 | 1 \rangle = \quad (209)$$

$$-a^* b \frac{i\hbar}{2} + b^* a \frac{i\hbar}{2} \quad ; \quad \langle 1 | 2 \rangle = 0 \quad (210)$$

$$\langle 1 | 1 \rangle = 1 \quad (211)$$

$$\langle 2 | 2 \rangle = 1 \quad (212)$$

$$\langle 2 | 1 \rangle = 0 \quad (213)$$

Assim, o valor médio será dado por:

$$\langle \psi | S_y | \psi \rangle = a^* b \frac{i\hbar}{2} + b^* a \frac{i\hbar}{2} \quad (214)$$

Pode-se observar que a solução proposta está correta, entretanto o aluno esquece de inserir o menos na resposta final.

⁵³ Na prova de Carlos o cálculo do valor médio se refere a S_y

RESPOSTA DE ANTÔNIO

$$5.A) \quad \det(\hat{S}_x - \lambda I) = 0 \quad (215)$$

$$\begin{vmatrix} -\lambda & \hbar/2 \\ \hbar/2 & -\lambda \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \lambda^2 - \left(\frac{\hbar}{2}\right)^2 = 0 \quad (216)$$

$$\lambda_1 = +\frac{\hbar}{2} \quad (217)$$

$$\lambda_2 = -\frac{\hbar}{2} \quad (218)$$

$$\det(\hat{S}_x - \lambda I) = 0 \quad (219)$$

$$\begin{vmatrix} \frac{\hbar}{2} - \lambda & 0 \\ 0 & -\frac{\hbar}{2} - \lambda \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \left(\frac{\hbar}{2} - \lambda\right)\left(-\frac{\hbar}{2} - \lambda\right) = 0 \quad (220)$$

$$\lambda_3 = +\frac{\hbar}{2} \quad (221)$$

$$\lambda_4 = -\frac{\hbar}{2} \quad (222)$$

Para observáveis A e B serem compatíveis:

$$A \cdot B = B \cdot A \quad (223)$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (224)$$

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \quad (225)$$

Portanto tais observáveis não são compatíveis.

A probabilidade é dada por $P(+\hbar/2) = |\langle 1|\psi\rangle|^2$ e $P(-\hbar/2) = |\langle 2|\psi\rangle|^2$.

$$\hat{S}_z|1\rangle = \frac{\hbar}{2}|1\rangle \quad (226)$$

$$\begin{pmatrix} \hbar/2 & 0 \\ 0 & -\hbar/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \quad (227)$$

$$\frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} a \\ -b \end{pmatrix} = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{matrix} a = a = 1 \\ b = -b = 0 \end{matrix} \Rightarrow |1\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (228)$$

$$\begin{pmatrix} \hbar/2 & 0 \\ 0 & -\hbar/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \quad (229)$$

$$\frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} a \\ -b \end{pmatrix} = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} -a \\ -b \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{matrix} a = a = 1 \\ b = b = 0 \end{matrix} \Rightarrow |2\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (230)$$

$$P(+\hbar/2) = |\langle 1|\psi\rangle|^2 \quad (231)$$

$$= |\langle 1|(a|1\rangle + b|2\rangle)|^2 \quad (232)$$

$$= |a\langle 1|1\rangle + b\langle 1|2\rangle|^2 \quad (233)$$

$$P(+\hbar/2) = |a|^2 \quad (234)$$

$$P(-\hbar/2) = |\langle 2|\psi\rangle|^2 \quad (235)$$

$$= |\langle 2|(a|1\rangle + b|2\rangle)|^2 \quad (236)$$

$$= |a\langle 2|1\rangle + b\langle 2|2\rangle| \quad (237)$$

$$P(-\hbar/2) = |b|^2 \quad (238)$$

Resposta correta.

RESPOSTA DE ALEXANDRE

$$5.A) \quad P\langle \hat{S}_z | \psi \rangle = |\langle S_z | a|1\rangle + b|2\rangle|^2, \text{ onde } |a|^2 + |b|^2 = 1 \quad (239)$$

$$= |\langle \hat{S}_z | a|1\rangle|^2 + |\langle \hat{S}_z | b|2\rangle|^2 \quad (240)$$

$$= |a|^2 + |b|^2 \quad (241)$$

5.B) Qual o valor médio em $t = 0$ do observável S_z

$$\langle \hat{S}_z \rangle_\psi = \langle \psi | \hat{S}_z | \psi \rangle \quad (242)$$

$$\text{Sendo } \hat{S}_z | \psi \rangle = \frac{\hbar}{2} (a|1\rangle + b|2\rangle) \quad (243)$$

$$\text{Temos, } \langle \hat{S}_z \rangle_\psi = \frac{\hbar}{2} \langle \psi | (a|1\rangle + b|2\rangle) \quad (244)$$

$$= \frac{\hbar}{2} a \langle \psi | 1 \rangle + \frac{\hbar}{2} b \langle \psi | 2 \rangle \quad (245)$$

$$= \frac{\hbar}{2} a (\langle 1|a\rangle + \langle 2|b\rangle \langle 1|1\rangle) + \frac{\hbar}{2} b (\langle 1|a\rangle + \langle 2|b\rangle \langle 2|2\rangle) \quad (246)$$

Utilizando a correspondência dual: $c_\alpha |\alpha\rangle + c_\beta |\beta\rangle = c_\alpha^* \langle \alpha| + c_\beta^* \langle \beta|$

E como $a \cdot a^* = |a|^2$

$$\langle \hat{S}_z \rangle_\psi = \frac{\hbar}{2} |a|^2 + \frac{\hbar}{2} |b|^2 \quad (247)$$

Como $|a|^2 + |b|^2 = 1$

$$\langle \hat{S}_z \rangle_\psi = \frac{\hbar}{2} |a|^2 + \frac{\hbar}{2} (1 - |a|^2) \quad (248)$$

$$\langle \hat{S}_z \rangle_\psi = \frac{\hbar}{2} \quad (249)$$

Resposta: A resposta teria de ser dada em função de a ou de b . Dessa forma, deve-se pontuar que até a correspondência dual a solução encontra-se correta, ocorrendo posteriormente um erro algébrico de sinal.

Estruturação da resposta errada.

5.B) (Resposta de Alexandre)

$$\langle S_z | \psi | S_z \rangle = \langle S_z | \hat{S}_z | a | 1 \rangle + \langle S_z | \hat{S}_z | b | 2 \rangle \quad (250)$$

$$\hat{S}_z | a | 1 \rangle = \begin{pmatrix} \frac{\hbar}{2} & 0 \\ 0 & -\frac{\hbar}{2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\hbar}{2} \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{\hbar}{2} | a | 1 \rangle \quad (251)$$

$$\hat{S}_z | b | 2 \rangle = \begin{pmatrix} \frac{\hbar}{2} & 0 \\ 0 & -\frac{\hbar}{2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{\hbar}{2} \end{pmatrix} = -\frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = -\frac{\hbar}{2} | b | 2 \rangle \quad (252)$$

$$\langle S_z | \psi | S_z \rangle = \langle S_z | \frac{\hbar}{2} | a | 1 \rangle + \langle S_z | -\frac{\hbar}{2} | b | 2 \rangle \quad (253)$$

$$\langle S_z | \psi | \hat{S}_z \rangle = a \frac{\hbar}{2} \langle S_z | 1 \rangle - b \frac{\hbar}{2} \langle S_z | 2 \rangle \quad (254)$$

$$\langle S_z | \psi | \hat{S}_z \rangle = a^2 \frac{\hbar}{2} - b^2 \frac{\hbar}{2} \quad \text{normalizado } |a|^2 + |b|^2 = 1 \quad (255)$$

$$|b|^2 = 1 - |a|^2 \quad (256)$$

$$= a^2 \frac{\hbar}{2} - (1 - |a|^2) \cdot \frac{\hbar}{2} \quad (257)$$

$$= 2|a|^2 \frac{\hbar}{2} - \frac{\hbar}{2} \quad (258)$$

$$= (2|a|^2 - 1) \frac{\hbar}{2} \quad (259)$$

Resposta de Alexandre: Estruturação errada da resolução na primeira linha, onde escreve:

$$\langle S_z | \psi | S_z \rangle = \langle S_z | \hat{S}_z | a | 1 \rangle + \langle S_z | \hat{S}_z | b | 2 \rangle \quad (260)$$

5.C) Supondo que sejam feitas medidas sequências de S_x e S_z , mostre esquematicamente, através de filtros, se ocorre destruição de alguma informação ao se fazerem as medidas sequenciais. A ordem dos observáveis que estão sendo medidos é importante no resultado final? Explique baseado nas discussões de sala de aula.

RESPOSTA DE CARLOS

5.C) Considerando um aparato Stern-Gerlach, orientado em S_x , temos, neste caso, que os possíveis valores (mostrado em 5.a) são $\frac{\hbar}{2}$ e $-\frac{\hbar}{2}$. Assim, teríamos em primeiro caso:

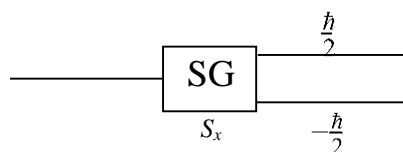


Figura 1

Considerando, agora, que foi colocado um Stern-Gerlach orientado em S_y , temos dois casos possíveis:

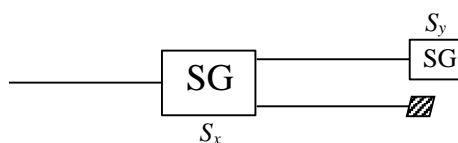


Figura 2

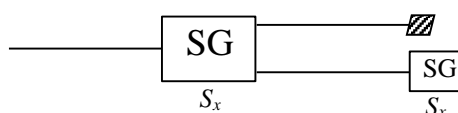


Figura 3

Mas, nos dois casos, teremos valores iguais a $\frac{\hbar}{2}$ e $-\frac{\hbar}{2}$ (mostrado em 5.a). Logo:



Figura 4

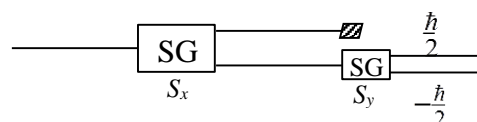


Figura 5

Sendo assim, como nos dois casos os valores dos observáveis são $\frac{\hbar}{2}$ e, não importaria a ordem. Na medida, o estado é reduzido a um dos valores e ele não carrega consigo informação alguma de “estado inicial”.

O que se pode perceber é que o aluno revela, de forma adequada, que as duas únicas possibilidades de medida do observável componente de spin em x são: $\frac{\hbar}{2}$ ou $-\frac{\hbar}{2}$. Em seguida, no exemplo 2, o aluno introduz uma placa que bloqueia a passagem de uma componente de S_x , admita, a componente a $S_x -$, e, no exemplo três, bloqueia-se a outra componente, ou seja, $S_x +$. Nos exemplos 4 e 5, o aluno ilustra, finalmente, o princípio da superposição de forma adequada de um ponto de vista qualitativo. Na Figura 4, ele põe a chapa bloqueadora para filtrar uma componente (admita $S_x -$), e a outra ($S_x +$) é submetida a um aparato SG_y . O aluno revela que as duas únicas possibilidades de medida do observável em questão são: $+\frac{\hbar}{2}$ e $-\frac{\hbar}{2}$.

É importante pontuar que, em se tratando de observáveis incompatíveis, a ordem com que as filtrações são feitas altera as informações que se obtêm ao final do experimento. O aluno, contudo, não explora esta característica que poderia esclarecer melhor o significado que

5.D) PROFESSOR ESQUEMA SEM VISIBILIDADE

A colocação dos filtros 1 e 2 quando uma das componentes de spin nos leva a crer que houve destruição de informação, no entanto a experiência nos mostra que cada uma das componentes de spin que estão sendo medidas são combinações lineares das outras componentes (superposição) de modo que a componente (informação) aparentemente perdida reaparece na sequência, o observador na maneira, como ele arranja o experimento a realidade objetiva (medida), por exemplo, no 1º caso ao passar o feixe de átomos de prata no SG alinhado no eixo S_z e após tomar a componente *down* de S_z (filtro) e deixar passar apenas a componente *up* em outro filtro também alinhado em S_z obteremos com 100% de chance S_z *up*, mas quando o observador introduz o aparato SG na sequência alinhado em S_x , a componente S_z *down* reaparece mostrando que a ordem dos observáveis não é relevante.

- 5.E) Preparação do estado no caso do SG quer dizer um arranjo experimental bem definido, objetivo, ou seja, vou submeter o feixe de átomos de (...) ao aparato SG em seguida vou barrar o componente *down* e deixa passar, apenas a UP. (Informação bem clara que pode ser passada a o/ou físico numa linguagem $|S_z, +\rangle$), como no caso do SG, temos apenas 2 níveis há 2 valores possíveis de

medida $\frac{\hbar}{2}$ e $-\frac{\hbar}{2}$ que são os autovalores, associados a um vetor de estado no

caso do S_x , $|S_x\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|+\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|-\rangle$. O valor médio ou valor esperado no caso no

qual temos 50% de chance de dar UP ou *down* é zero, esse valor está vinculado aos autovalores e suas probabilidades que podem ser distintas dependendo do arranjo experimental SG.

Num caso mais geral de componente de spin no SG $|u\rangle = \cos\frac{\theta}{2}e^{i\frac{\mu}{2}} + \sin\frac{\theta}{2}e^{i\frac{\mu}{2}}$

Para $\mu = 0$, teremos que a probabilidade será depender da configuração dos filtros (θ) e será dada por $\cos^2\frac{\theta}{2}$ e $\sin^2\frac{\theta}{2}$.

5.2.8 Considerações

Os dados colhidos e analisados neste capítulo, através dos instrumentos observação, entrevista e prova, nos permitiu capturar, em “diversos ângulos”, significados internalizados sobre a teoria quântica do processo de medida dos alunos pesquisados, tanto no âmbito conceitual, epistemológico quanto formal. Tais dados foram analisados a luz da teoria de Vygotsky. A observação teve início no primeiro dia de aula, quando iniciou-se a investigação sobre como os alunos internalizaram o significado da teoria quântica do processo de medida. Nesta ocasião, investigamos o conhecimento prévio sobre os conceitos de estado, evolução e medida tanto no contexto da MC quanto da MQ. Neste primeiro estágio do processo de interação social foi possível capturar que os alunos fizeram uma associação da MQ com ideias de quantização provenientes da MQ Velha. Percebemos, contudo, que os alunos não

compartilhavam do significado físico da constante de Planck \hbar , enquanto constante fundamental da Física que estabelece um limite absoluto para a precisão com que medimos certas grandezas que se afiguram como incompatíveis. A consciência do êxito preditivo da MQ, suas aplicações tecnológicas, e as questões epistemológicas ligadas à teoria quântica, bem como a controvérsia sobre a interpretação dos seus fundamentos, mostrou-se praticamente ausente nos alunos. Num primeiro momento do curso, reapresentamos a MC, com ênfase nas noções de estado, evolução e medida, visando estreitar a zona de desenvolvimento proximal, e poder generalizar esses pilares da MC, para o contexto de construção de nova mecânica, capaz de poder prever, em termos probabilísticos, no universo atômico e subatômico, as mesmas variáveis dinâmicas que prevíamos com a MC.

Uma vez apresentada a interpretação da complementaridade como nossa fundamentação epistemológica, buscou-se discutir o significado de objetividade e de antirrealismo implícitos nesta interpretação e investigar a forma como se deu a internalização desses significados pelos alunos.

Nessa perspectiva buscou-se compartilhar que os humanos podem, através da MQ, transmitir e prever, sem ambiguidades, resultados de uma medida em um contexto experimental bem definido, e que não há uma realidade pré-existente com propriedades bem definidas a serem descobertas. *Levando-se em conta os nossos pressupostos teóricos, resolvemos na condição de professor-pesquisador intervir nas zonas de desenvolvimento proximal, ao longo de todo o curso, buscando compartilhar e articular conceitos científicos, princípios físicos e entes abstratos do espaço de Hilbert necessários para uma comunicação não ambígua entre humanos acerca das predições e resultados de uma medida em um contexto experimental bem definido.* Em sintonia com a proposta didática, com ênfase na ideia de via de mão dupla, buscou-se investigar, ao longo de todo o processo, como os alunos internalizaram os conceitos científicos compartilhados, quais sejam, estado quântico, vetor de estado, princípio quântico da superposição, preparação de estado, autovalores e autovetores, observáveis compatíveis, observáveis incompatíveis, espectro de observáveis, probabilidade de medir variáveis dinâmicas e valor médio.

Levando-se em conta a observação, as entrevistas e a Prova, foi possível perceber que o relato dos alunos mostrou uma tomada de consciência de que os entes abstratos do espaço vetorial complexo, começando pelo estado quântico, o vetor de estado e filtragem seletiva, dizem respeito a conceitos físico-matemáticos que estão associados a preparações objetivas que podem ser comunicadas sem ambiguidades. O uso recorrente, particularmente nas entrevistas, ao experimento do Stern-Gerlach, para tratar do significado físico destes entes do espaço de Hilbert, nos fez concluir que a mediação via experimento SG torna estes conceitos científicos mais

intuitivos. Um outro resultado importante é que a internalização do princípio da superposição foi também mediada pela polarização da luz, que permitiu a tomada de consciência de que um estado não pode ser descrito por uma combinação de quaisquer autoestados. Esta conclusão nos faz crer que um caminho viável para a internalização de que os estados de spin necessitam de um espaço vetorial complexo pode ocorrer com um estudo preliminar da luz.

Registre-se que a ideia de preparação de estados e filtragem passou a fazer parte do vocabulário natural do aluno, mostrando um avanço se levarmos em conta que uma das ponderações de um dos alunos, no início do curso, era de não ter ideia de como funciona a MQ. Um passo importante para operacionalizar a MQ foi a tomada de consciência do alunado, de modo geral, de que os cálculos de probabilidade de medida vindouros não poderiam prescindir das noções de estado e preparação de estado. É importante ter em conta que ao reformularmos a apresentação da MC, com ênfase na noção de estado clássico, evolução e medida, tivemos uma preocupação recorrente de dizer que estávamos construindo uma nova Mecânica, também baseada nas noções de estado (agora em alto grau de abstração), evolução e medida, sempre com o cuidado de estender a noção de estado para a MQ. Nas provas individuais percebemos uma tomada de consciência importante acerca da possibilidade dos humanos de transmitirem esse procedimento experimental, qual seja de fazer uma filtragem seletiva. Registre-se finalmente que ao tratar dos sistemas de três níveis percebemos ter sido este o momento do curso onde o aluno se referia à ideia de estado, preparação e filtragem com maior familiaridade e naturalidade.

Observamos, finalmente, que a internalização adequada da interpretação da complementaridade despertou em parte da turma uma predileção por interpretações realistas. A conclusão, a nosso ver, é que a apresentação da interpretação da complementaridade, talvez por seu aspecto antirrealista, despertou o interesse dos alunos para a controvérsia dos quanta.

CONCLUSÃO

Para responder ao problema de pesquisa desta tese, tendo como suporte teórico da proposta didática os princípios da teoria de Vygotsky, foram analisados, de forma processual, os dados colhidos, através da observação, ao longo do curso, além das entrevistas e prova individual.

Pode-se concluir, considerando os dados analisados, que:

a) Ocorreu o processo de internalização, ao longo do curso, de conceitos científicos e princípios da teoria quântica do processo de medida, na perspectiva da interpretação da complementaridade, salientando-se que alguns alunos passaram do estágio de aprendizagem potencial para aprendizagem real, compartilhando dos mesmos significados que a academia. Para outros alunos este amadurecimento dos conceitos científicos e princípios físicos foi parcial;

b) é possível e viável ensinar teoria quântica do processo de medida a alunos de graduação em física, da licenciatura e bacharelado.

Espera-se que esta pesquisa seja continuada não só para o enriquecimento deste estudo, mas também para propiciar novas investigações sobre o ensino da teoria quântica do processo de medida na graduação.

REFERÊNCIAS

- ALVEZ-MAZZOTTI, A.J.; GEWANDSZNADJER, F. **O método nas ciências naturais e sociais**: pesquisa quantitativa e qualitativa. São Paulo Pioneira, 1998, 203 p.
- ASPECT, Alain. Closing the Door on Einstein and Bohr's Quantum Debate. In: **Revista Physics**, nº 8, Dez. 2015.
- AUSUBEL, David Paul; NOVAK, Joseph Donald; HANESIAN, Helen. **Psicologia Educacional**. Trad. Eva Nick. Rio de Janeiro: Interamericana, 1980.
- BAILY, Charles; FINKELSTEIN, Noah D. Teaching and understanding of quantum interpretations in modern physics courses. Colorado: Department of Physics (University of Colorado). In: Physical review special topics – **Physics education research**. nº 6, 2010, p. 1-11.
- BAO, Lei; REDISH, Edward F. Understanding probabilistic interpretations of physical systems: A prerequisite to learning quantum physics. In: **American Journal of Physics – American Association of Physics Teachers**. 70 (3), Março 2002, p. 210-217.
- BERNSTEIN, Jeremy. More about Bohm's quantum. In: **American Journal of Physics – American Association of Physics Teachers**, nº 79 (6), Jun. 2011, p. 601-606.
- BOGDAN, Robert; BIKLEN, Sari. **Investigação qualitativa em educação**: uma introdução à teoria e aos métodos. Coleção Ciências da Educação. Vol. 12. Porto (Portugal): Editora Porto. 1994.
- BOHM, David. **Quantum Theory**. New York: Prentice Hall. 1951, 646 p.
- BOHR, Niels. (1928). O postulado quântico e o recente desenvolvimento da teoria atômica. In: PESSOA JR., Osvaldo (org.). **Fundamentos da Física 1** – Simpósio David Bohm. São Paulo: Ed. Livraria da Física. 2000, p. 135-159.
- BOHR, Niels. (1935). A descrição da realidade física fornecida pela mecânica quântica pode ser considerada completa?, trad. C.W. Abramo. In: **Cadernos de História e Filosofia da Ciência 2**, 1981, p. 97-106.
- BOHR, Niels. **Atomic Theory and the Description of Nature** – Four Essays with an Introductory Survey. Cambridge: Cambridge University Press, 1961.
- BOHR, Niels. Discussion with Einstein on Epistemological Problems in Atomic Physics, [1949]. In: **SCHILPP**, 1957, p. 199-241.
- BOHR, Niels. In: EINSTEIN, Albert. **Philosopher-Scientist**. P.A. Schilp. Evanston, IL: Library of Living Philosophers, 1949, p. 209.
- BUHLER, Charlotte. The first year of life. Nova Iorque: Day, 1930. In: VIGOTSKY, Lev Semenovich. **A formação social da mente**: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores. 7 ed. São Paulo: Martins Fontes, 2007.

CARVALHO NETO, Rodolfo Alves de; Ileana Maria Greca; FREIRE JUNIOR, Olival; RIVELINO, Roberto M. **Processo de medida em Mecânica Quântica**: possíveis implicações para o ensino no contexto do bacharelado. UNICAMP, 2011. (Apresentação de Trabalho/Congresso)

CASSINELLO, Andrés; GALLEGÓ, Antonio. The quantum mechanical picture of the world. In: **American Journal of Physics**, 73 (3), 2005, p. 273-281.

CASTRILLÓN, Jhonny; FREIRE JR., Olival; RODRÍGUES, Boris. Mecánica cuántica fundamental, una propuesta didáctica. In: **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 36, n. 1, 1505 (2014) p. 1-12.

COHEN-TANNOUDJI, Claude; DIU, Bernard; LALOË, Franck. **Quantum Mechanics**. v. 1. Paris: Hermann, 1977.

COLE, Michael; SCRIBNER, Sylvia. Introdução. In: Vygotsky, L.S. **A formação social da mente**. 2 ed. São Paulo: Martins Fontes, 2007, p. 1-18.

CROTTY, Michael. **The foundations of social research**: meaning and perspective in the research process. Thousand Oaks, London: SAGE Publications, 2003, 248 p.

CUSHING, James T. **Quantum mechanics**: historical contingency and the Copenhagen hegemony. Chicago: Chicago University Press, 1994, 328 p.

DEHLINGER, D.; MITCHELL, M. W. Entangled photon apparatus for the undergraduate laboratory. In: **American Journal of Physics** – American Association of Physics Teachers, 70 (9), Set. 2002a, p. 898-902.

DEHLINGER, D.; MITCHELL, M. W. Entangled photons, nonlocality, and Bell inequalities in apparatus for the undergraduate laboratory. In: **American Journal of Physics** – American Association of Physics Teachers, 70 (9), Set. 2002b, p. 903-910.

DIRAC, Paul. **Quantum Mechanics**. 4 ed. Londres: Oxford University Press, 1958.

DONNELLY, Thomas D.; GROSSMAN, Carl. Ultrafast phenomena: A laboratory experiment for undergraduates. In: **American Journal of Physics** – American Association of Physics Teachers, 66 (8), Ago. 1998, p. 677-685.

DRISCOLL, Marcy P. **Psychology of learning and instruction**. Boston, USA: Allyn and Bacon, 1995, 409 p.

EINSTEIN, Albert; PODOLSKY, Boris; ROSEN, Nathan. (1935), A descrição da realidade física fornecida pela mecânica quântica pode ser considerada completa?, trad. C. W. Abramo, em **Cadernos de História e Filosofia da Ciência** 2. 1981, p. 90-96.

ENGELS, F. **Dialectics of Nature**. New York: New York publishers, 1940.

EVERETT III, Hugh (1957). “Relative State” Formulation of Quantum Mechanics. **Review of Modern Physics**, 29, 1957, p. 454-62. Republicado em Wheeler & Zurek, op. cit., 1983, p. 315-23.

FERRARI, Christian; BRAUNECKER, Bernd. Entanglement, which-way measurements, and a quantum eraser. In: American Association of Physics Teachers – **American Journal of Physics**, 78 (8), Ago. 2010.

FEYNMAN, Richard P.; LEIGHTON, Robert B.; SANDS, Matthews. **Lectures on Physics: Mainly electromagnetism and matter**. Vol. III. California: Addison-Wesley Publishing Company, 1964.

FEYNMAN, Richard P.; LEIGHTON, Robert B.; SANDS, Matthews. **Lições de física de Feynman**: a edição definitiva. Vol. III. Porto Alegre: Bookman, 2008.

FOLSE, H. J. **The philosophy of Niels Bohr**. Amsterdã: North Holland, 1985.

FREIRE JR. Olival. **David Bohm e a controvérsia dos quanta**. Campinas: Unicamp-CLE, 1999.

FREIRE JR., Olival. **The quantum dissidents**: Rebuilding the foundations of Quantum Mechanics (1950-1990). New York: Springer, 2015, 356 p.

FREITAS, Fábio; FREIRE JR., Olival. A formulação dos ‘estados relativos’ da teoria quântica. In: **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 30, nº 2, 2307 9, 2008, p. 1-15.

FREITAS, Maria Teresa de Assunção. **Vygotsky e Bakhtin**: Psicologia e Educação – Um Intertexto. 1 ed. São Paulo: Ática. 1995, 168 p.

GALVEZ, E. J.; HOLBROW, C. H.; PYSHER, M. J.; MARTIN J. W.; COURTEMANCHE, N. Interference with correlated photons: Five quantum mechanics experiments for undergraduates. In: **American Journal of Physics** – American Association of Physics Teachers, 73(2), 2005, p. 127-140.

GARTON, Alison F. **Social interaction and the development of language and cognition**. Hillsdale, US: Lawrence Erlbaum, 1992.

GASPAR, Alberto. **A teoria de Vygotsky e o ensino de Física**. Trabalho apresentado no IV Encontro de Pesquisa em Ensino de Física. Florianópolis, 25-27 Mai. 1994.

GOFF, Allan. Quantum tic-tac-toe: A teaching metaphor for superposition in quantum mechanics. In: American Association of Physics Teachers – **American Journal of Physics**. nº 74, Nov. 2006, p. 962-973.

GOMES, Gerson G.; PIETROCOLA, Maurício, O experimento de Stern-Gerlach e o spin do elétron: um exemplo de quasi-história. In: **Revista Brasileira de Ensino de Física**. v. 33, nº 2, 2011, p. 1-11.

GRECA, Ileana Maria; FREIRE JR., Olival. Does an Emphasis on the Concept of Quantum States Enhance Students’ Understanding of Quantum Mechanics? In: **Science & Education**, 12 (5-6), 2003, p. 541-557.

GRECA, Ileana Maria; FREIRE JR., Olival. Meeting the Challenge: Quantum Physics in Introductory Physics Courses. In: **Science & Education**, Handbook, 2015, 38 p.

GRECA, Ileana Maria; MOREIRA, Marco Antônio. Uma revisão de literatura sobre estudos relativos ao ensino da Mecânica Quântica introdutória. In: **Investigações em Ensino de Ciências**, Porto Alegre: v. 6, n. 1, p. 29-56, mar, 2001.

GRECA, Ileana Maria; MOREIRA, Marco Antônio; HERSCOVITZ, Victoria E. Uma proposta para o ensino de Mecânica Quântica. Porto Alegre: Instituto de Física (UFRGS). **Revista Brasileira de Ensino de Física**. Vol. 23, nº 4. Dez 2001, p. 444-457.

GUBA, Egon G.; LINCOLN, Yvonna S. Competing paradigms in qualitative research. In: DENZING, N. K & LINCOLN (Eds.), *Handbook of qualitative research*. Thousand Oaks, CA: Sage, 1994, p. 105-117.

HADZIDAKI, Pandora. ‘Quantum Mechanics’ and ‘Scientific Explanation’ an explanatory strategy aiming at providing ‘understanding’. In: **Science & Education**. nº 17, 2008a, p. 49-73.

HADZIDAKI, Pandora. The Heisenberg microscope: a powerful instructional tool for promoting meta-cognitive and meta-scientific thinking on quantum mechanics and the “nature of science”. In: **Science & Education**, 17(6), 2008b, p. 613-639.

HEISENBERG, Werner. **A parte e o todo: encontros e conversas sobre física, filosofia, religião e política**. Rio de Janeiro: Contraponto. 1996.

HEISENBERG, Werner. **Física e filosofia**. Trad. J. L. Ferreira. (Original em alemão, 1958). Brasília: Ed. UnB. 1987.

HEISENBERG, Werner. **The physical principles of the Quantum Theory**. Trad. Carl Eckant & F. C. Hoyt. Chicago: University of Chicago Press. 1930.

HOBSON, Art. Electrons as field quanta: A better way to teach quantum physics in introductory general physics courses. In: American Association of Physics Teachers – **American Journal of Physics**, nº 73 (7), Jul. 2005, p. 630-634.

JAMMER, Maxx. **The philosophy of quantum mechanics: the interpretations of quantum mechanics in historical perspective**. New York: John Wiley & Sons, 1974.

JORDAN, P. Quanten-physikalische Be-mer-kungen zur Biologie und Psychologie, Erkenntnis 4. 1934, p. 215-252. In: **JAMMER, Maxx**. op. cit. (nota 3), 1974, p. 161.

KALKANI, George; HADZIDAKI, Pandora; STAVROU, Dimitrios. An Instructional Model for a Radical conceptual change towards Quantum Mechanics concepts. In: Wiley Periodicals Inc. – **Science Education** (83), 2003, p. 257-280.

KARAKOSTAS, Vassilios; HADZIDAKI, Pandora. Realism vs. Constructivism in Contemporary Physics: The impact of the debate on the understanding of Quantum Theory and its instructional process. In: **Science & Education**. nº 14. Atenas, Grécia: Department of Philosophy and History of Science (University of Athens). 2005, p. 607-629.

KAUARK-LEITE, Patrícia. Redefinindo a curvatura do arco: aspectos transcendentais da racionalidade quântica. In: **Revista Analytica**. Rio de Janeiro, vol. 17, nº 1, 2013, p. 59-78.

LALOË, Franck. Do we really understand quantum mechanics? Strange correlations, paradoxes, and theorems. In: American Association of Physics Teachers – **American Journal of Physics**, 69 (6), 655-701, 2001.

LANDÉ, A. **New Foundations of Quantum Mechanics**. Cambridge University Press, 1965.

LAPLACE, P.S. **Ensaio filosófico sobre as probabilidades**, 1812.

LÉVY-LEBLOND, Jean-Marc. On the nature of quantons. In: **Science & Education**, nº 12. Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 2003, p. 495-502.

LINCOLN, Yvonna S.; GUBA, Egon G. **Naturalistic Inquiry**. Newbury Park, California: Sage Publications, 1985.

LONDON, F.W.; BAUER, E. (1939), **La Théorie de l'Observation em Mécanique Quantique**, Paris: Hermann. Tradução para o inglês: The Theory of Observation in Quantum Mechanics, in: WHEELER; ZUREK (1983), op.cit., p. 217-59.

LOPES, José Leite. **A Estrutura Quântica da Matéria: do Átomo pré-Socrático às partículas elementares**. Rio de Janeiro: UFRJ. 2 ed. 1993, 800 p.

LÜDKE, Menga; ANDRÉ, Marli E. D. A. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986, 99 p.

MATTHEWS, M. R. História, Filosofia e Ensino de Ciências: A Tendência Atual de Reaproximação. In: **Caderno Catarinense de Ensino de Física**, v. 12, n. 3: 164-214. 1995

MCKAGAN, S.B.; PERKINS, K.K.; DUBSON, M.; MALLEY, C.; REID, S.; LEMSTER, R.; WIEMAN, C.E. Developing and researching PhET simulations for teaching quantum mechanics. In: American Association of Physics Teachers – **American Journal of Physics**. nº 76, Abr./Mai 2008, p. 406-417.

MELO, C. A. M.; PIMENTEL, B. M.; RAMIREZ, J. A. Teoria algébrica de processos da medida em sistemas quânticos. São Paulo: **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 33, n. 3, 3306, 2011, p. 1-13.

MERMIN, N. David. From Cbits to Qbits: Teaching computer scientists quantum mechanics. Ithaca (New York): American Association of Physics Teachers – **American Journal of Physics**. nº 71 (1). Jan. 2003. p. 23-30.

MONTENEGRO, Roberto Luiz; PESSOA JR., Osvaldo. Interpretações da Teoria Quântica e as concepções dos alunos do curso de Física. In: **Investigações em Ensino de Ciências**. v. 7 (2). 2002, p. 107-126.

MOREIRA, Marco Antônio. **A teoria da aprendizagem significativa e sua implementação em sala de aula**. Brasília: Editora UnB (Universidade de Brasília), 2006, 186 p.

MOREIRA, Marco Antônio. **Teorias de aprendizagem**. São Paulo: EPU. 1999.

MÜLLER, Rainer; WIESNER, Hartmut. Teaching quantum mechanics on an introductory level. In: **American Journal of Physics – American Association of Physics Teachers**. nº 70, Mar. 2002, p. 200-209.

NIKOLIĆ, Hrvoje. Would Bohr be born if Bohm were born before Born? In: **American Journal of Physics**, 76 (2), 2008, p. 143-146.

NORTON, John D. Little boxes: A simple implementation of the Greenberger, Horne, and Zeilinger result for spatial degrees of freedom. In: **American Journal of Physics** – American Association of Physics Teachers, 79(2), Fev. 2011, p. 182-188.

NUSSENZVEIG, H. Moysés. Curso de Física básica: Ótica, Relatividade, Física Quântica. v. 4. São Paulo: Editora Edgard Blücher Ltda. 2002, 437 p.

OLIVEIRA, Marta Kohl de. Vygotsky, alguns equívocos na interpretação do seu pensamento. In: **Cad. Pesq. São Paulo**, n. 81, maio 1992, p. 67-74.

OSTERMANN, Fernanda; PRADO, Sandra Denise. Interpretações da mecânica quântica em um interferômetro virtual de Mach-Zehnder. In: *Revista Brasileira de Ensino de Física*. v. 27, nº 2, 2005, p. 193-203.

PENROSE, R. (1986). **The Emperor's New Mind – Concerning Computers, Minds, and Laws of Physics**. Oxford: Oxford University Press. Tradução para o português: **A Mente Nova do Rei – Computadores, Mentes e as Leis da Física**. Trad. W. Dutra. Rio de Janeiro: Campus, 1991.

PEREIRA, Alexsandro P.; OSTERMANN, Fernanda. Sobre o ensino de Física moderna e contemporânea: Uma revisão da produção acadêmica recente. In: **Investigações em Ensino de Ciências**. v. 14, 2009, p. 393-420.

PEREIRA, Alexsandro Pereira de; OSTERMANN, Fernanda. A aproximação sociocultural à mente, de James V. Wertsch, e implicações para a educação em ciências. In: **Ciência & Educação**. v. 18, nº 1, 2012, p. 23-39.

PERES, Asher. What is a state vector? In: **American Journal of Physics**. 52 (7). Jul. 1984, p. 644-650.

PESSOA JR., Osvaldo. **Conceitos de Física Quântica**. 1 ed., vol. 1. São Paulo: Editora Livraria de Física, 2003.

PESSOA JR., Osvaldo. **Conceitos de Física Quântica**. 1 ed., vol. 2. São Paulo: Editora Livraria de Física, 2006.

PESSOA JR., Osvaldo. **Física quântica**: entenda as diversas interpretações da física quântica. Apostila. Disponível em <<http://www.fflch.usp.br/df/opessoa/Vya-Quantica-Tudo.pdf>>. Acesso em 5 mar. 2016. São Paulo: Site Vya Estelar. 2007. 175 p.

PESSOA JR., Osvaldo. Interferometria, Interpretação e Intuição: uma Introdução Conceitual à Física Quântica. In: **Revista Brasileira de Ensino de Física**, vol. 19, nº 1, Mar. 1997.

PESSOA JR., Osvaldo. Kant quântico. In: SILVA, Pires da; J.C.S. (org.) **Filosofia e consciência social**. Salvador: Quarteto, 2004, p. 309-323.

PESSOA JR., Osvaldo. O problema da medição em Mecânica Quântica: um exame atualizado. Campinas: Unicamp. In: **Cadernos de História e Filosofia da Ciência**. Série 3. Jul-dez 1992. p. 177-217.

PESSOA JR., Osvaldo. O sujeito na Física Quântica. In: OLIVEIRA, E.C. (org.). Epistemologia, Lógica e Filosofia da Linguagem – Ensaios da Filosofia Contemporânea. **Núcleo de Estudos Filosóficos – UEFS**. Feira de Santana: Editora UEFS. 2001, p.157-96.7

REDISH, E. F. Understanding probabilistic interpretations of physical systems: A prerequisite to learning quantum physics. In: **American Journal of Physics**, 2002, p. 210-217.

RICCI, Trieste Freire; OSTERMANN, Fernanda; PRADO, Sandra Denise. O tratamento clássico do interferômetro de Mach-Zehnder: uma releitura mais moderna do experimento da fenda dupla na introdução da física quântica. Porto Alegre: Instituto de Física (UFRGS). In: **Revista Brasileira de Ensino de Física**. v. 29, nº 1. 2007, p. 79-88.

RICHARDSON, Laurel; ST. PIERRE, Elizabeth Adams. Writing: Method of inquiry. In: DENZIN, Normam K.; LINCOLN, Yvonna S. **The Stage handbook of Qualitative Research**. 3 ed. London, New Delhi: Sage Publications. 2005, p. 959-978.

RIVIÈRE, Angel. **El sujeto de la psicología cognitiva**. Madrid: Alianza, 1987, 111 p.

SAKURAI, Jun John. **Modern quantum mechanics**. Hawaii: Addison-Wesley, 1994.

SAKURAI, Jun John; NAPOLITANO, Jim. **Mecânica Quântica moderna**. 2 ed. Porto Alegre: Bookman, 2013.

SINGH, Chandralekha. Interactive learning tutorials on quantum mechanics. In: **American Journal of Physics**, 76 (4 & 5), 2008b, p. 400-405.

SINGH, Chandralekha. Student understanding of quantum mechanics at the beginning of graduate instruction. In: **American Journal of Physics**, 76 (3), 2008a, p. 277-287.

STAPP, Henry Pierce. The Copenhagen Interpretation. In: **American Journal of Physics**. v. 40. Ago. 1972, p. 1098-1116.

THORN, J. J.; NEEL, M. S.; DONATO, V. W.; BERGREEN, G. S.; DAVIES, R. E.; BECK, M. Observing the quantum behavior of light in an undergraduate laboratory. In: **American Journal of Physics** – American Association of Physics Teachers, 72 (9), Set. 2004, p. 1210-1219.

TIPLER, Paul A. **Física Moderna**. Rio de Janeiro: Editora Guanabara Dois. 1981.

TITCHENER, E. Livro-texto de psicologia. Moscou, 1914. In: VIGOTSKY, Lev Semenovich. **A formação social da mente: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores**. 7 ed. São Paulo: Martins Fontes, 2007, p. 67.

TUMULKA, R. Understanding Bohmian mechanics: A dialogue. **American Journal of Physics**, 72(9), 1220-1226, 2004.

VIGOTSKY, Lev Semenovich. **A formação social da mente: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores**. 7 ed. São Paulo: Martins Fontes, 2007.

VON WEIZSÄCKER, C.F. A mecânica quântica e a filosofia de Kant. In: **Para uma Concepção Física do Universo**. Atlântida, Lisboa, 1945, (orig. 1944), p. 113-171.

VYGOTSKY, Lev Semenovich. **A construção do pensamento e da linguagem**. 2 ed. Tradução: Paulo Bezerra. São Paulo: Editora WMF Martins Fontes. 2010.

VYGOYSKY, Lev Semenovich. **A construção do pensamento e da linguagem**. São Paulo: Editora Martins Fontes, 2001.

WERTSCH, James V. **Vygotsky y la formacion social de la mente**. Barcelona: Paidós, 1988.

WHEELER, John Archibald. The ‘past’ and the ‘delayed-choice double-slit experiment’. In: MARLOW, A.R. (org.). **Mathematical Foundations of quantum theory**. New York: Academic Press, 1978, p. 9-48.

WIGNER, E.P. (1962). Remarks on the Mind-Body Question. In: Good, I. J. (org.). **The Scientist Speculates**, Heinemann. Londres: In: WHEELER & ZUREK (1983), op cit., p. 168-81.

ZHU, Guangtian; SINGH, Chandralekha. Improving students’ understanding of quantum measurement. I. Investigation of difficulties. In: **Physical Review Special Topics – Physics Education Research** 8, 2012a, p. 1-8.

ZHU, Guangtian; SINGH, Chandralekha. Improving students’ understanding of quantum measurement II. Development of research- based learning tools. Local: **Physical Review Special Topics – Physics Education Research** 8, 2012b, p. 1-13.

ZHU, Guangtian; SINGH, Chandralekha. Improving students’ undestanding of quantum mechanics via the Stern-Gerlach experimemente. In: American Association of Physics Teachers – **American Journal of Physics**. Nº 79, Mai. 2011, p. 499-507.

APÊNDICE A – CONTEÚDO PROGRAMÁTICO DA DISCIPLINA FIS116 (TÓPICOS DE FÍSICA MODERNA)

DISCIPLINA: TÓPICOS DE FÍSICA MODERNA – SEMESTRE 2014-2
A TEORIA QUÂNTICA DO PROCESSO DE MEDIDA DE ACORDO COM A
INTERPRETAÇÃO DA COMPLEMENTARIDADE
(CARGA HORÁRIA: 68h)
SEGUNDA FEIRA E QUARTA FEIRA; 18h30min às 20h30min
PRÉ-REQUISITO: FÍSICA IV
PROFESSOR: RODOLFO CARVALHO

CONTEÚDO PROGRAMÁTICO

- 1) Pressupostos teóricos da Mecânica Clássica.
 - 1.1) O conceito de estado clássico, evolução de estado clássico, segunda lei de Newton, determinismo clássico e trajetória de uma partícula.
 - 1.2) Variáveis dinâmicas.
- 2) Quantização e a interpretação da complementaridade.
 - 2.1) Significado do quantum de ação na perspectiva da complementaridade.
 - 2.2) Tipos de complementaridade.
 - 2.3) Experimento da dupla fenda com interferência de elétrons e fótons.
- 3) Experimento com limalhas de ferro em um campo magnético não homogêneo.
 - 3.1) Momento de dipolo magnético.
- 4) Experimento do SG com átomos de spin $\frac{1}{2}$ (Sistemas de dois níveis) e postulados da Mecânica Quântica.
 - 4.1) Estado quântico.
 - 4.2) Superposição quântica de estados.
 - 4.3) Preparação de estados (Filtragem).
 - 4.4) Espaço de estados.
 - 4.5) Observáveis compatíveis.
 - 4.6) Operadores hermitianos.
 - 4.7) Observáveis incompatíveis.
 - 4.8) Espectro de observáveis.
 - 4.9) Probabilidade da medida e valores médios.
 - 4.10) Princípio da incerteza.
- 5) Experimento do SG com partículas de spin um.
- 6) Polarização de micro-ondas.
- 7) A controvérsia interpretativa dos quanta e o problema da medição na perspectiva da complementaridade: um pseudoproblema.

REFERÊNCIAS:

COHEN-TANNOUDJI, Claude; DIU, Bernard; LALOË, Franck. **Quantum Mechanics**. v. 1. Paris: Hermann, 1977.

FEYNMAN, Richard P.; LEIGHTON, Robert B.; SANDS, Matthews. **Lectures on Physics: Mainly electromagnetism and matter**. Vol. III. California: Addison-Wesley Publishing Company, 1964.

FEYNMAN, Richard P.; LEIGHTON, Robert B.; SANDS, Matthews. **Lições de física de Feynman: a edição definitiva**. Vol. III. Porto Alegre: Bookman, 2008.

PERES, Asher. What is a state vector? In: **American Journal of Physics**. 52 (7). Jul. 1984, p. 644-650.

PESSOA JR., Osvaldo. **Conceitos de Física Quântica**. 1 ed., vol. 1. São Paulo: Editora Livraria de Física, 2003.

PESSOA JR., Osvaldo. **Conceitos de Física Quântica**. 1 ed., vol. 2. São Paulo: Editora Livraria de Física, 2006.

PESSOA JR., Osvaldo. O problema da medição em Mecânica Quântica: um exame atualizado. Campinas: Unicamp. In: **Cadernos de História e Filosofia da Ciência**. Série 3. Jul-dez 1992. p. 177-217.

PESSOA JR., Osvaldo. O sujeito na Física Quântica. In: OLIVEIRA, E.C. (org.). Epistemologia, Lógica e Filosofia da Linguagem – Ensaios da Filosofia Contemporânea. **Núcleo de Estudos Filosóficos – UEFS**. Feira de Santana: Editora UEFS. 2001, p.157-96.7

SAKURAI, Jun John. **Modern quantum mechanics**. Hawaii: Addison-Wesley, 1994.

SAKURAI, Jun John; NAPOLITANO, Jim. **Mecânica Quântica moderna**. 2 ed. Porto Alegre: Bookman, 2013.

TIPLER, Paul A. **Física Moderna**. Rio de Janeiro: Editora Guanabara Dois. 1981.

APÊNDICE B – Prova

UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA

Prova de Tópicos de Física Moderna

Professor: Rodolfo Carvalho

Leia atentamente o texto que segue, de autoria do físico *Asher Peres*. Em seguida, responda às questões 1, 2 e 3, levando em conta o texto e as discussões feitas em grupo, referentes à teoria quântica do processo de medida.

“Que é uma medição?”

A ciência é baseada na observação da natureza. A maior parte das pessoas acredita que existe uma realidade objetiva que é parcialmente desconhecida por nós. Para adquirirmos conhecimento sobre ela nos valemos das medições. Numa medição algum aparato é levado a interagir com um sistema físico, de tal modo que uma propriedade é replicada numa propriedade do aparato. Como deve haver uma interação entre o aparato e o sistema, medir uma propriedade causa, necessariamente, um distúrbio em suas outras propriedades. (Isto é verdadeiro mesmo na física clássica). No entanto, a particular propriedade que o sistema visa medir seria fielmente nele replicada de modo que a medição deveras produzirá informação que existe no aparato, previamente à interação dela com o sistema observado. Isto costuma ser verdade, mesmo no caso de medições destrutivas, naturalmente irreprodutíveis.

Infortunadamente, a teoria quântica é incompatível com a proposição segundo a qual ‘medições’ são processos por meio dos quais descobriremos alguma propriedade desconhecida, embora preexistente da realidade. Por exemplo, considere uma partícula de spin $\frac{3}{2}$ tal que $S_x^2 + S_y^2 + S_z^2 = \frac{15}{4}$, em unidades de \hbar . Se, digamos, medimos uma componente de spin, S_x , o resultado sempre estará em torno de $\pm \frac{1}{2}$ ou $\pm \frac{3}{2}$. Somos levados a conclusão que S_x é forçado a ficar entre os valores $\pm \frac{1}{2}$ ou $\pm \frac{3}{2}$, por conta do ato de medir. Esses valores não existem em alguma “realidade objetiva” previamente a medição, mas são criados, por ela. Se a medição não é uma realidade preexistente, então o que é uma medição? Tal como repetidamente enfatizado por Bohr, ela é essencialmente um processo macroscópico, o resultado do qual é descrito numa linguagem clássica.

‘A despeito de o fenômeno descrito transcender o escopo da Física Clássica, consideração de todas as evidências deve ser expressa em termos clássicos. O argumento é simples que pela palavra ‘experimento’, queremos nos referir a uma situação em que podemos falar mais dos experimentos que houvermos realizados e daquilo com que ele aprendemos, numa forma em que o arranjo experimental o resultado das observações, sejam

expressos em linguagem não ambígua, mediante, a utilização adequada da terminologia da Física Clássica.’ (Bohr)

Quaisquer dúvidas que o leitor possa ter sobre este ponto, mediante o acesso a artigos relativos à Física Experimental: nunca observamos diretamente o spin de um único elétron, nem a polarização de um único fóton. Ao invés disso operamos com um equipamento complexo, envolvendo mecanismos de amplificação irreversível.” (Asher)

QUESTÃO 1

- A. O que significa Objetividade na perspectiva da interpretação da Complementaridade? Justifique sua resposta e transcreva fragmentos do texto que ilustrem sua resposta.
- B. O que caracteriza o antirrealismo da interpretação de Bohr? É possível identificar este caráter antirrealista em algum fragmento do texto, na fala de Asher?

QUESTÃO 2

“Infelizmente, a teoria quântica é incompatível com a proposição segundo a qual ‘medições’ são processos por meio dos quais descobriremos alguma propriedade desconhecida, embora preexistente da realidade”, sustenta Asher.

Ele acrescenta: “ Por exemplo, considere uma partícula de spin $\frac{3}{2}$ tal que

$S_x^2 + S_y^2 + S_z^2 = \frac{15}{4}$, em unidades de \hbar . Se, digamos, medimos uma

componente de spin, S_x , o resultado sempre estará em torno de $\pm \frac{1}{2}$ ou $\pm \frac{3}{2}$.

Somos levados a conclusão que S_x é forçado a ficar entre os valores $\pm \frac{1}{2}$ ou

$\pm \frac{3}{2}$, por conta do ato de medir. Esses valores não existem em alguma ‘realidade objetiva’ previamente a medição, mas são criados, por ela”.

PERGUNTA: Tais pronunciamentos, de Asher, se opõem a ideia de objetividade bohriana? Justifique sua resposta indicando o princípio da MQ que não permite falar em realidade objetiva previamente à medição.

QUESTÃO 3

Do mesmo modo que c (velocidade da luz no vácuo) é uma constante física que significado absoluto, invariável, para a teoria da Relatividade, a constante de Planck, $\hbar = 6,67 \times 10^{-34} J.s$ fixa um valor absoluto referente à precisão que podemos medir certas grandezas físicas. Explique o significado físico desta constante de acordo com a interpretação da complementaridade.

QUESTÃO 4

Qual a distinção que você estabelece entre vetor de estado e observável hermitiano?

QUESTÃO 5

Considere o sistema físico descrito pelos observáveis cuja base ortonormalizada é formada pelos autokets $|1\rangle$ e $|2\rangle$ do operador que representa a componente de spin S_z . Nesta base, \hat{S}_x e \hat{S}_z são representados pelas matrizes:

$$\hat{S}_x = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \hat{S}_z = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Suponha que no tempo $t = 0$ o sistema encontra-se no estado $|\psi\rangle = a|1\rangle + b|2\rangle$, onde $|a|^2 + |b|^2 = 1$ (a e b são constantes)

- A. Quais os possíveis resultados da componente de spin \hat{S}_x ? E para o observável \hat{S}_z ? Estes observáveis são compatíveis? Qual a probabilidade de medir as componentes de spin $+\frac{\hbar}{2}$ e $-\frac{\hbar}{2}$?
- B. Qual o valor médio em $t = 0$ do observável S_z ?
- C. Supondo que sejam feitas medidas sequenciais de S_x e S_z , mostre esquematicamente, através de filtros, se ocorre destruição de alguma informação ao se fazerem as medidas sequenciais. A ordem dos observáveis que estão sendo medidos é importante no resultado final? Explique baseado nas discussões de sala de aula.
- D. Utilizando-se deste experimento sequencial, mostre o que entendeu por Preparação de Estado (Filtragem seletiva), autovalores, autovetores, valor médio e probabilidade de medida no contexto da interpretação de Copenhagen.