

UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA  
UNIVERSIDADE ESTADUAL DE FEIRA DE SANTANA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO,  
FILOSOFIA E HISTÓRIA DAS CIÊNCIAS  
DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

O ITINERÁRIO CIENTÍFICO DE LOUIS DE BROGLIE EM BUSCA  
DE UMA INTERPRETAÇÃO CAUSAL PARA A MECÂNICA  
ONDULATÓRIA

*Paulo Vicente Moreira dos Santos*

Salvador-Bahia

Janeiro 2010

# O ITINERÁRIO CIENTÍFICO DE LOUIS DE BROGLIE EM BUSCA DE UMA INTERPRETAÇÃO CAUSAL PARA A MECÂNICA ONDULATORIA

*Dissertação apresentada ao colegiado do Programa de Pós-Graduação em Ensino, Filosofia e  
História das Ciências como requisito parcial para obtenção do Título de Mestre.*

## Banca examinadora

---

Prof. Dr. Aurino Ribeiro Filho (Orientador)

---

Prof. Dr. Olival Freire Jr. (Co-orientador)

---

Prof. Dr. José Luis de Paula Barros Silva

---

Prof. Dr. Dionícarlos Soares de Vasconcelos

SANTOS, P. V. M.

“O ITINERÁRIO CIENTÍFICO DE LOUIS DE BROGLIE EM BUSCA DE  
UMA INTERPRETAÇÃO CAUSAL PARA A MECÂNICA ONDULATÓRIA”  
/ Paulo Vicente Moreira dos Santos. Salvador-Ba, 2010.

**Orientador:** Dr. Aurino Ribeiro Filho (UFBa). **Co-orientador:** Dr.  
Olival Freire Jr. (UFBa).

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação  
em Ensino, Filosofia e História das Ciências, 115 páginas.

**Palavras-Chave:** Mecânica Ondulatória; Interpretação da Mecânica  
Quântica; Teoria da Dupla Solução; Física Quântica Não Linear.

# Resumo

Os trabalhos desenvolvidos por Louis de Broglie são sempre lembrados entre os físicos e historiadores, principalmente, por atribuir uma natureza ondulatória às partículas materiais, particularmente para o elétron. No entanto, a verdadeira dimensão do seu trabalho está disponível em mais de trinta livros, cento e cinquenta notas e artigos, nos quais registrou detalhadamente a evolução de suas concepções sobre a teoria quântica. Em 1927, ele desenvolveu a Teoria da Dupla Solução e uma versão simplificada que ele denominou Teoria da Onda Piloto, cujo objetivo era resgatar o determinismo e a causalidade que haviam sido abandonadas pelo formalismo desenvolvido por Schrödinger e a interpretação probabilista de Max Born. Porém, de Broglie não conseguiu justificativas matemáticas suficientes e aceitou a interpretação que chamava de “puramente probabilista”, por cerca de vinte e cinco anos. Em 1951, sob a influência de David Bohm e J. P. Vigié, de Broglie retomou o seu programa de pesquisa em busca de uma interpretação causal para a Mecânica Ondulatória. Após este retorno, ele se tornou um impiedoso crítico da interpretação probabilista e, ao mesmo tempo, apresentou as suas novas ideias em cerca de doze livros e mais de sessenta artigos, nos quais duas ideias parecem fundamentais: a primeira se refere a considerar a partícula como um pacote de ondas não deformadas (*ondes à bosse*) que obedece a uma equação de propagação não linear, que Georges Lochak relacionou posteriormente com os sólitons; a segunda ideia está relacionada à termodinâmica da partícula isolada, na qual tentava fazer uma comparação entre três princípios fundamentais da Física, o de Fermat, o de Maupertuis e o de Carnot. Esta dissertação tem por objetivo analisar os principais trabalhos de Louis de Broglie relacionados à teoria da dupla solução e a sua relação com o desenvolvimento de uma interpretação causal para a mecânica ondulatória.

# Abstract

The works developed by Louis de Broglie are always remembered between the physicists and historians only for attributing a wave nature for material particles, particularly for the electron. However, the true dimension of his work is available in more than thirty books, one hundred and fifty notes and papers, where he registered at great length the evolution of his conceptions on the quantum theory. In 1927, he developed the Theory of Double Solution and a simplified version which he called theory of pilot wave, whose objective was to recover the determinism and the causality that had been abandoned for the formalism developed by Schrödinger and the probabilistic interpretation of Max Born. De Broglie did not obtain enough mathematical justifications and accepted the interpretation that he called “purely probabilistic” for about twenty five years. In 1951, under the influence of David Bohm and J. P. Vigièr, de Broglie retook his program of research in search of a causal interpretation for the wave mechanics. After this return, he became an unrelenting scornee of the probabilistic interpretation, and at the same time he presented his new ideas in about twelve books and more than sixty papers, in which two ideas seem basic: the first refers to consider the particle as a not deformed wave packet (*ondes a bosse*) that it obeys a nonlinear propagation equation, that Georges Lochak related, later, with solitons; the second refers with thermodynamics of the isolated particle, in which he tried to make a comparison between three basic principles of the physics, of Fermat, of Maupertuis, and of Carnot. The aim of this dissertation is to analyze the main works of Louis de Broglie related with the Theory of the Double Solution and its relation with the development of a causal interpretation for the wave mechanics.

# Sumário

<b>Resumo</b>	<b>iv</b>
<b>Abstract</b>	<b>v</b>
<b>Apresentação</b>	<b>1</b>
<b>Introdução</b>	<b>6</b>
<b>1 Louis de Broglie e o nascimento da Mecânica Ondulatória</b>	<b>13</b>
1.1 A formação inicial de Louis de Broglie . . . . .	13
1.2 Os primeiros passos em direção à Mecânica Ondulatória . . . . .	14
1.3 O formalismo matemático de Schrödinger . . . . .	21
1.4 A Teoria da Dupla Solução . . . . .	25
1.5 O congresso Solvay de 1927 e a Teoria da Onda Piloto . . . . .	30
1.6 O abandono do programa causal . . . . .	35
<b>2 Louis de Broglie retoma seu programa de pesquisa em busca de uma interpretação causal para a Mecânica Ondulatória</b>	<b>40</b>
2.1 A influência de Bohm e Vigier . . . . .	40
2.2 As críticas à interpretação puramente probabilista . . . . .	46
2.3 Uma tentativa de interpretação causal e não linear da Mecânica Ondulatória . . . . .	55
2.3.1 Analisando os artigos de 1951-1953 . . . . .	55
2.3.2 Análise do livro <i>Non-Linear Wave Mechanics</i> , DE BROGLIE, 1960 . . . . .	60
2.4 A termodinâmica da partícula isolada . . . . .	78
<b>Considerações Finais</b>	<b>82</b>
<b>Anexo 1: Citações</b>	<b>85</b>
<b>Lista de publicações após 1951</b>	<b>98</b>

*Sumário*

vii

**Referências Bibliográficas**

**104**

# Apresentação

Esta seção tem por objetivo contextualizar a presente dissertação, esclarecer como o problema de pesquisa foi formulado e delimitado, bem como justificar os métodos e a bibliografia escolhida.

O meu interesse pela mecânica quântica foi despertado no final do curso da graduação em Física e aumentou após a disciplina Fundamentos de Física Moderna, ministrada pelo Prof. Dr. Aurino Ribeiro Filho, no primeiro semestre de 2006. Ingressei no Programa de Pós-Graduação em Ensino, Filosofia e História das Ciências no primeiro semestre letivo de 2007, com um projeto de dissertação que estava relacionado à análise da aprendizagem dos principais conceitos da mecânica quântica, utilizando experimentos virtuais e simulações interativas. Quando o projeto de pesquisa foi elaborado, eu pretendia fazer o trabalho de campo com os estudantes do terceiro ano da escola em que eu trabalhava, porém, eu tinha sido convocado para ser professor do Centro Federal de Educação Tecnológica da Bahia (CEFET-Ba), em regime de dedicação exclusiva, e, por isso, fui desligado da escola anterior. O Prof. Dr. Aurino Ribeiro Filho, orientador desta dissertação, percebeu as dificuldades que eu poderia encontrar durante o trabalho de campo e questionou se eu estava disposto a encará-las e superá-las dentro do tempo exíguo destinado à dissertação. Ele me deixou completamente à vontade para decidir, ao mesmo tempo em que propôs que o trabalho fosse direcionado para aspectos que envolvessem a história da mecânica quântica.

Assim, um novo projeto de pesquisa foi definido com o título “As contribuições da física-matemática para a aplicação da mecânica quântica aos sistemas não-lineares”. A teoria quântica é uma teoria essencialmente linear, no entanto, diversos problemas de aplicação envolvendo superfluidez, ferromagnetismo, óptica quântica, dentre outros, requerem modificações nas equações originais, introduzindo termos não lineares, para a sua completa descrição. Iniciei



a pesquisa iniciada através da análise do livro *Non-Linear Wave Mechanics - A Causal Interpretation* de Louis de Broglie, no qual ele sugeriu que as modificações na equação de Schrödinger da mecânica ondulatória poderiam ser comparadas com a propagação das ondas solitárias da hidrodinâmica. Posteriormente analisei os artigos originais que deram origem ao livro.

As investigações iniciais desta pesquisa foram apresentadas em uma comunicação oral no *XI Seminário Nacional de História da Ciência e Tecnologia*, realizado em outubro de 2008, em Niterói-RJ. No entanto, quando esta comunicação ocorreu, a pesquisa já havia sido delimitada meses antes, após uma sugestão do Prof. Dr. Olival Freire Jr, co-orientador desta dissertação. Freire, após retornar do *Second International Conference on the History of Quantum Physics*, Utrecht, Holanda, analisou meu projeto de pesquisa e apontou que, devido à importância deste personagem para a história da Física Quântica, um estudo historiográfico sobre o trabalho de Louis de Broglie após 1950 poderia ajudar a preencher uma “lacuna na história da ciência”.

Louis de Broglie deixou de ser meu ponto de partida nesta investigação e passou a ser meu objeto de pesquisa. Seus trabalhos costumam ser lembrados por físicos e historiadores principalmente por atribuir um caráter ondulatório às partículas materiais e com isto, tendo influenciado Schrödinger a desenvolver a mecânica ondulatória. Outro aspecto muito bem registrado foi a sua resistência inicial em aceitar o abandono da causalidade e do determinismo que são inerentes à moderna teoria quântica, sua conversão à interpretação probabilista e seu retorno à busca por uma interpretação causal na década de 1950, influenciado por David Bohm e J. P. Vigiier.

Passei a buscar fontes primárias e secundárias que abordassem a vida e obra de Louis de Broglie após 1950. Nesta busca, encontrei o artigo de Georges Lochak: *The Evolution of Ideas of Louis de Broglie on the Interpretation of Wave Mechanics*, que nos mostra a extensão do trabalho de Louis de Broglie. Segundo Lochak, após 1951, o autor aqui em estudo publicou doze livros e mais de sessenta artigos, divulgando suas novas ideias e criticando a interpretação puramente probabilista da mecânica ondulatória. Diante de uma obra tão grande, eu precisava escolher os principais textos para construir minha narrativa em relação ao trabalho deste físico. O citado artigo de Lochak me ajudou nesta escolha, pois ele identifica que, após o retorno à busca por uma interpretação causal, a obra de Louis de Broglie consistiu em dois aspectos: i) uma tentativa de interpretação causal e não linear para a mecânica ondulatória e, ii) justificar

a interpretação probabilista através da termodinâmica da partícula isolada. Minha busca pelos textos originais se concentrou nestes dois aspectos que serão discutidos detalhadamente na presente dissertação.

Em virtude da minha limitação na leitura dos originais, em francês, trabalhei com as traduções dos livros para a língua inglesa, porém, os artigos foram consultados no original, graças à valiosa ajuda do Prof. Dr. Aurino Ribeiro, sempre disponível durante todo o período do desenvolvimento desta dissertação.

Os resultados iniciais da investigação em torno da obra de Louis de Broglie foram apresentados no *Workshop: Teoria Quântica - Estudos históricos e implicações culturais*, realizado em dezembro de 2008, em Campina Grande, Paraíba. O artigo decorrente desta comunicação foi aceito para integrar o livro que será publicado com os trabalhos apresentados no Workshop. Agradeço os comentários de Joan Bromberg que, ao analisar o artigo, deu sugestões importantes que foram adicionadas a este trabalho. Dentre elas, solicitou a referência ao trabalho de outros historiadores sobre os estudos de de Broglie e, para tal, enviou-me referências de sua biblioteca pessoal. Solicitou também a busca em base de dados por fontes secundárias, a exemplo da *ISIS Critical Bibliographies*.

Seguindo esta sugestão, realizei uma busca no banco de dados da *ISIS* e *Web of Science* e não encontrei literatura secundária que discutisse os trabalhos de Louis de Broglie após 1951, confirmando a suspeita de Freire Jr. em relação à falta de estudos históricos sobre este importante personagem. Mesmo assim, esta busca me levou a algumas fontes interessantes como, por exemplo, a resenha de Dominique Pestre em relação ao livro *Louis de Broglie: Un itinéraire scientifique by Louis de Broglie*. Após a análise do livro, Pestre aponta que, do ponto de vista historiográfico, existe muito trabalho a ser realizado e identifica três possíveis áreas de pesquisa: 1) refinar as características, origens e efeitos das bases intelectuais e culturais de de Broglie entre os anos 1910 e 1920; 2) estudar os trabalhos desenvolvidos pelos membros da escola formada por de Broglie entre os anos 1930 e 1970, buscando entender as razões que levaram à marginalização destes trabalhos; 3) considerar a maneira, institucional e intelectual, de como outra espécie de física teórica foi introduzida na França no final da década de 1940 e 1950.

O presente estudo não segue nenhuma das três áreas indicadas por Pestre (1988).

Pretendemos analisar os trabalhos de Louis de Broglie relacionados com a sua tentativa de propor uma interpretação causal para a mecânica ondulatória. Inicialmente, concentramo-nos sobre os textos publicados após 1951, porém, para compreender as razões que levaram este autor a abandonar as suas concepções e depois retomá-las, precisamos analisar os seus trabalhos publicados até a sua comunicação no Quinto Congresso Solvay, realizado em 1927, e as críticas que ele recebeu no referido evento.

Iniciaremos a dissertação com uma breve introdução histórica do desenvolvimento dos conceitos da teoria quântica, citando os principais personagens e as suas contribuições para o desenvolvimento da teoria. Neste contexto, pretendemos localizar os trabalhos desenvolvidos por Louis de Broglie e destacar a sua importância no desenvolvimento da Mecânica Ondulatória.

No capítulo 1 faremos uma breve apresentação de Louis de Broglie, de sua formação, do seu interesse pela Física, dos seus principais trabalhos que conduziram ao desenvolvimento da Mecânica Ondulatória. Analisaremos o artigo de 1927, em que de Broglie propõe, pela primeira vez, a Teoria da Dupla Solução (TDS) como uma alternativa ao formalismo desenvolvido por Schrödinger e a interpretação puramente probabilista. Dedicaremos uma parte deste capítulo para analisar a sua comunicação no quinto Congresso Solvay de 1927 e a sua recepção pelos presentes, particularmente as críticas feitas por Pauli. Este capítulo tem por objetivo compreender as motivações de de Broglie ao elaborar a teoria da dupla solução e o que o levou a abandoná-la por cerca de vinte e cinco anos.

No capítulo 2 discutiremos os principais aspectos da pesquisa desenvolvida por Louis de Broglie entre 1951 e 1965. Na década de 1950, ele tentou desenvolver uma interpretação causal e não linear para a Mecânica Ondulatória ao reconsiderar a teoria da dupla solução. Analisaremos os principais artigos publicados entre 1951 a 1955 que formaram a base do livro publicado em 1956, intitulado *Une Tentative D'interprétation Causale et non Linéaire de la Mécanique Ondulatoire - La théorie de la double solution*. Na década de 1960, de Broglie introduziu uma nova ideia, com o objetivo de justificar a probabilidade presente na Mecânica Ondulatória através da concepção da existência de termostatos escondidos, responsáveis por provocar nas partículas um movimento randômico, a esta teoria ele chamou de *A termodinâmica da partícula isolada*.

Concluiremos a presente dissertação discutindo a importância do trabalho desenvolvido

por Louis de Broglie durante o período que ele chamou de “o mais belo de sua vida”. Analisaremos ainda a influência destas ideias sobre outros pesquisadores, que também pensaram no desenvolvimento de um formalismo não linear para a mecânica quântica como uma forma de resolver os paradoxos presentes no formalismo usual.

# Introdução

A teoria quântica costuma ter seu nascimento datado de 14 de dezembro de 1900, data em que Planck<sup>1</sup> fez sua comunicação numa sessão da Sociedade Alemã de Física, na qual apresentou uma fórmula que conseguia descrever a curva empírica obtida na análise do espectro de emissão de um corpo negro. Para isto, ele precisou de uma hipótese inusitada, a saber, a de que a energia total de um único oscilador, responsável por emitir a radiação, somente podia possuir valores múltiplos de uma energia mínima. Em artigo publicado no *Annalen der Physik*, em 1901, ele reapresentou os resultados de sua comunicação e mostrou que a energia elementar, ou *quantum de energia*  $\epsilon$ , deveria ser diretamente proporcional à frequência do oscilador  $\nu$ , tal que  $\epsilon = h\nu$ , em que  $h$  é uma constante universal<sup>2</sup> que ele determinou como sendo igual a  $6,55 \times 10^{-27} \text{erg} \cdot \text{s}$ , introduzindo uma constante que iria revolucionar a Física do século XX (PLANCK, 1901). A introdução do quantum de ação  $h$  foi a maior contribuição de Planck para o desenvolvimento da teoria quântica, pois a ideia da descontinuidade da energia somente iria ganhar força no trabalho de Einstein<sup>3</sup> de 1905 (DARRIGOL, 2003).

Em seu célebre artigo *Sobre um ponto de vista heurístico concernente à produção e transformação da luz*<sup>4</sup>, publicado em 1905, comumente conhecido como artigo sobre o efeito fotoelétrico, Einstein utilizou o conceito do *quantum* de energia para explicar o processo de interação entre a radiação luminosa e a matéria. Ele propôs que, neste processo, uma forma de radiação monocromática de frequência  $\nu$  se comporta como se fosse constituída de pequenos grãos<sup>5</sup>, cada um possuindo um quantum de energia  $\epsilon = h\nu$ . A ideia de descontinuidade da radiação luminosa proposta por Einstein pode ser considerada como extremamente radical e

---

<sup>1</sup>Max Karl Ernst Ludwig Planck (1858 – 1947), físico alemão.

<sup>2</sup>Atualmente no S.I.  $h = 6,62 \times 10^{-34} \text{J} \cdot \text{s}$ .

<sup>3</sup>Albert Einstein (1879 – 1955), físico alemão.

<sup>4</sup>Über einen die Erzeugung und Verwandlung des Lichtes betreffenden heuristischen Gesichtspunkt.

<sup>5</sup>Estes grãos, ou pacotes de energia, foram denominados de “fótons” por G. N. Lewis em 1926.

ousada, pois diversos trabalhos anteriores - Huygens<sup>6</sup>, Young<sup>7</sup>, Fresnel<sup>8</sup> e Maxwell<sup>9</sup> - já haviam consolidado a luz como uma forma de radiação eletromagnética que se propagava continuamente pelo espaço. Os físicos consideravam que, sendo os aspectos ondulatórios e corpusculares completamente excludentes, não seria possível compreender, dentro do quadro teórico da Física Clássica, um fenômeno físico que apresentasse simultaneamente os dois aspectos (JAMMER, 1966).

O estudo do espectro de emissão e de absorção da luz por diversas substâncias acumulou bastante evidência a favor da descontinuidade dos processos atômicos. Foi baseado nas evidências experimentais obtidas da espectroscopia e para salvar o modelo atômico de Rutherford<sup>10</sup> da “catástrofe atômica” que, em 1913, Bohr<sup>11</sup> utilizou novamente o conceito de quantização. Ele propôs que a estabilidade do átomo poderia ser justificada se considerasse que os elétrons somente ocupassem órbitas cujo momento angular fosse quantizado, ou seja, as órbitas deveriam obedecer à relação  $L = n\hbar$ , em que  $L$  é o momento angular e  $\hbar = h/2\pi$ . O processo de emissão ou absorção de luz somente ocorreria quando o elétron “saltasse” de uma órbita para a outra.

Os estudos realizados no período de 1900 até 1925, em relação à espectroscopia, absorção e espalhamento de radiação pela matéria, produziram evidências da necessidade de reformulação dos conceitos fundamentais da Física Clássica, ou da criação de um novo arcabouço teórico que fosse capaz de explicar o comportamento do mundo subatômico. Neste período, os modelos teóricos precisavam ser continuamente ajustados às evidências experimentais, usando o conceito de quantização ao mesmo tempo em que se usava a Física Clássica, porém, estes modelos sempre apresentavam falhas e novos ajustes precisavam ser feitos. Por exemplo, o modelo de Bohr conseguia explicar as principais linhas espectrais do hidrogênio, porém, falhava quando este gás era submetido a um campo elétrico externo. Neste período, a teoria quântica recebeu a contribuição de muitos cientistas: no campo teórico, por exemplo, além de

---

<sup>6</sup>Christiaan Huygens (1629 – 1695), holandês.

<sup>7</sup>Thomas Young (1773 – 1829), britânico.

<sup>8</sup>Augustin-Jean Fresnel (1788 – 1827), francês.

<sup>9</sup>James Clerk Maxwell (1831 – 1879), escocês.

<sup>10</sup>Ernest Rutherford (1871 – 1937), neozelandês.

<sup>11</sup>Niels Henrik David Bohr (1885 – 1962), dinamarquês.

Bohr, Sommerfeld<sup>12</sup>, Ehrenfest<sup>13</sup>, Kramers<sup>14</sup>, e Slater<sup>15</sup>; no campo experimental, Millikan<sup>16</sup>, Rutherford, Stark<sup>17</sup>, Zeeman<sup>18</sup>, Compton<sup>19</sup>, dentre outros.

A teoria quântica precisava de uma formulação consistente, e no período de 1925 a 1926, ela ganhou três formulações importantes, duas delas desenvolvidas com motivações completamente distintas. A primeira formulação foi devido a Heisenberg<sup>20</sup>, que foi guiado pela teoria atômica de Bohr e procurou dar atenção somente a grandezas que pudessem ser testadas experimentalmente, tais como: a) as frequências e as intensidades espectrais do átomo; b) os níveis de energia dos átomos que podem nos ser revelados pelas experiências de choque eletrônico, tal como a experiência de Franck-Hertz, bem como por espectroscopia. Heisenberg foi capaz de mostrar que as equações de movimento clássicas podiam ser escritas em termos das componentes de Fourier e transladadas em um sistema completo de equações para as amplitudes quânticas, cujo quadrado indica a intensidade espectral (RAMOS, 2003). Contando com o apoio de Born<sup>21</sup> e Jordan<sup>22</sup>, Heisenberg desenvolveu a formulação matricial para a Mecânica Quântica, conhecida como a Mecânica das Matrizes, e Pauli<sup>23</sup> utilizou-a para resolver o problema do átomo de hidrogênio.

Em 1926, Schrödinger<sup>24</sup> desenvolveu uma segunda formulação para a teoria quântica baseada nos trabalhos desenvolvidos por Louis de Broglie na sua tese de doutoramento defendida em 1924. De Broglie havia proposto que toda partícula material deveria possuir uma onda  $\Psi$ , caracterizada por uma frequência dada por  $\nu = E/h$  e comprimento de onda  $\lambda = h/p$ , sem, no entanto, escrever a equação de propagação da onda. Porém, ele foi capaz de deduzir a condição de quantização do elétron dada de forma *ad hoc* por Bohr em 1913. Em uma série de artigos publicados em 1926, Schrödinger apresentou a equação de propagação para a onda  $\Psi$

---

<sup>12</sup>Arnold Johannes Wilhelm Sommerfeld (1868 – 1951), alemão.

<sup>13</sup>Paul Ehrenfest (1880 – 1933), austríaco.

<sup>14</sup>Hendrik Anthony Kramers (1894 – 1952), neerlandês.

<sup>15</sup>John Clarke Slater (1900 – 1976), americano.

<sup>16</sup>Robert Andrews Millikan (1868 – 1953), americano.

<sup>17</sup>Johannes Stark (1874 – 1957), alemão.

<sup>18</sup>Pieter Zeeman (1865 – 1943), alemão.

<sup>19</sup>Arthur Holly Compton (1892 – 1962), americano.

<sup>20</sup>Werner Karl Heisenberg (1901 – 1976), alemão.

<sup>21</sup>Max Born (1882 – 1970), alemão.

<sup>22</sup>Pascual Jordan (1902 – 1980), alemão.

<sup>23</sup>Wolfgang Ernst Pauli (1900 – 1958), austríaco.

<sup>24</sup>Erwin Rudolf Josef Alexander Schrödinger (1887 – 1961), austríaco

e a aplicou para resolver o átomo de hidrogênio, obtendo as soluções para o caso estacionário, cujos resultados apresentavam boa concordância com os dados experimentais.

Em setembro de 1925, Dirac<sup>25</sup> recebeu uma pré-publicação do trabalho de Heisenberg que deu origem à Mecânica das Matrizes. Dirac não compreendeu o trabalho de imediato, porém, ele observou que a ideia fundamental estava baseada na não comutatividade das grandezas  $x$  e  $y$ , que representam as coordenadas e o momentum de um sistema dinâmico, então, em geral,  $xy$  não é igual a  $yx$ . Dirac lembrou que, na Mecânica Clássica, existe um objeto matemático denominado parêntesis de Poisson que possui as mesmas características do parêntesis comutador de Heisenberg. Partindo desta analogia entre o parêntesis comutador da Mecânica Matricial com o parêntesis de Poisson da Mecânica Clássica, Dirac foi capaz de introduzir, em 1926, a terceira formulação da teoria quântica, conhecida como Teoria das Representações ou Teoria das Transformações (SANTANA, RIBEIRO FILHO, VIANNA, 2000).

A Mecânica Matricial e a Mecânica Ondulatória foram desenvolvidas com motivações completamente distintas, porém, eram capazes de produzir os mesmos resultados<sup>26</sup>. Ainda em 1926, Schrödinger e Carl Eckart<sup>27</sup> mostraram, de forma independente, que as duas formulações eram completamente equivalentes (JAMMER, 1966). Porém, de acordo com Darrigol (2003), a formulação ondulatória de Schrödinger produziu maior sucesso entre os físicos quânticos, pois eles possuíam melhores métodos para resolver equações de onda, do que para diagonalizar matrizes infinitas. Além do sucesso do ponto de vista operacional, a Mecânica Ondulatória possuía mais uma vantagem sobre as outras formulações, pois permitia interpretar a quantização dos fenômenos subatômicos em termos de ondas estacionárias.

Não parecia haver discordância entre os cientistas em relação às formulações matemáticas desenvolvidas para a mecânica quântica, pois todas davam conta de explicar com a mesma precisão e elegância os dados obtidos experimentalmente. O mesmo não pode ser dito

---

<sup>25</sup>Paul Adrien Maurice Dirac (1902 – 1984), britânico.

<sup>26</sup>Num ensaio publicado no livro *New Perspectives in Physics*, de Broglie criticou os autores modernos ao preferir usar o termo “mecânica quântica” ao invés de “mecânica ondulatória”, pois para ele a Mecânica Ondulatória seria a responsável por todo o desenvolvimento matemático da moderna teoria quântica. Ele se referiu a estes autores como sendo *crianças pequenas que desconhecem seus pais* (DE BROGLIE, 1962, p.156). Nesta dissertação, usaremos o termo “mecânica ondulatória” sempre que estivermos nos referindo ao formalismo de de Broglie-Schrödinger e, eventualmente, “mecânica quântica” para se referir à teoria quântica de modo geral.

<sup>27</sup>Carl Henry Eckart (1902 – 1973), americano.



em relação à interpretação da função de onda  $\Psi$  que, como resultado imediato da sua definição, constitui uma função essencialmente complexa e não pode representar diretamente uma grandeza física real, tal como a vibração de algum meio. Além disso, para sistemas de partículas, a onda  $\Psi$  se propaga em um espaço abstrato, denominado espaço de configuração. Deste modo, esta função  $\Psi$  que é solução de uma equação de movimento linear, a equação de Schrödinger, não pode ser considerada como descrevendo uma realidade objetiva e sim representando apenas uma avaliação das probabilidades possíveis em um processo de medida (DE BROGLIE, 1960).

Uma importante questão que surge em relação à interpretação probabilística da função de onda  $\Psi$  é se ela constitui em uma representação “completa”, não tendo sentido ir além e procurar uma descrição objetiva da realidade, ou se, ao contrário, a descrição do fenômeno é “incompleta” e deve dar lugar a uma descrição mais profunda e detalhada da realidade (DE BROGLIE, 1960).

Com o objetivo de se contrapor à interpretação puramente probabilista, de Broglie elaborou em 1927 um artigo intitulado *La mécanique ondulatoire et la structure atomique de la matière et du rayonnement*<sup>28</sup>, no qual ele propôs, pela primeira vez, a Teoria da Dupla Solução (DE BROGLIE, 1927A). Nesta teoria, de Broglie considerou que a interpretação probabilística da onda  $\Psi$  era correta e deveria ser mantida para um sistema de partículas, porém, ela não era capaz de dar conta de eventos individuais. Para descrever a partícula de modo objetivo, deveria existir outra onda, que ele chamou de “onda-u”, envolvendo uma singularidade móvel, que seria a verdadeira representação da partícula. Ao ser convidado para apresentar sua teoria no 5º Congresso Solvay, por não possuir justificativas matemáticas suficientes, ele optou por usar uma versão simplificada, à qual chamou de teoria da onda piloto. No entanto, considerações posteriores, que discutiremos no capítulo 1, obrigaram de Broglie a abandonar a sua teoria logo no ano seguinte, entrando assim para o grupo que ele chamava de “puramente probabilistas”.

Foi somente vinte e cinco anos depois, em 1951, após receber a pré-publicação de um artigo do físico americano David Bohm<sup>29</sup>, que de Broglie tentou retomar seu programa de pesquisa em busca de uma interpretação causal para a Mecânica Ondulatória. O artigo de Bohm possuía alguns aspectos que remetiam à teoria da onda piloto e exerceu forte influência

---

<sup>28</sup>Nesta dissertação utilizamos a tradução para o inglês *The Wave Mechanics and the Atomic Structure of Matter and Radiation* publicado em *Selected Papers on Wave Mechanics*, Broglie, L. e Brillouin L.. p.113-138.

<sup>29</sup>David Joseph Bohm (1917 – 1992), físico norte-americano.

sobre de Broglie. Neste mesmo ano, ele publicou uma nota discutindo o trabalho de Bohm e indicando a retomada de seu programa de pesquisa em torno da Teoria da Dupla Solução (TDS)<sup>30</sup>. A TDS voltou refinada em certos pontos e acompanhada de uma hipótese que de Broglie considerava fundamental; a de que a onda-u, responsável por descrever a partícula objetivamente, deveria obedecer a uma equação de propagação não-linear. Esta hipótese foi levantada após uma sugestão de J. P. Vigiér<sup>31</sup> apontando uma semelhança entre a dedução da sua fórmula guia<sup>32</sup>, que determina a velocidade de uma partícula, e as equações de Einstein da Relatividade Geral.

Nos anos seguintes, de Broglie publicou uma série de artigos na revista *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences*, rediscutindo a teoria da onda piloto, a teoria da dupla solução e a possibilidade de uma interpretação causal e não linear da Mecânica Ondulatória. Estes trabalhos culminaram com a publicação, em 1956, do livro *Une Tentative d'Interprétation Causale et Non Linéaire de la Mécanique Ondulatoire - la Théorie de la Double Solution*, traduzido para o inglês em 1960, sob o título, *Non-Linear Wave Mechanics - A Causal Interpretation*, no qual apresentou o que chamou de “sugestões corajosas que podem ter grandes conseqüências”. De Broglie reconheceu que sua dificuldade em desenvolver estas sugestões residia no fato de que, naquela época, ainda não havia métodos matemáticos bem desenvolvidos para resolver equações diferenciais não lineares, de modo que ele esperava que jovens talentosos com boa percepção física e habilidade matemática pudessem construir a verdadeira microfísica do futuro (DE BROGLIE, 1960).

A hipótese de que a teoria quântica pudesse ser substituída por outra que fosse essencialmente não linear não foi descartada nem mesmo por Heisenberg, um dos maiores defensores da doutrina copenhaguense, que em 1967 declarou num artigo publicado na revista *Physics Today*:

Interações entre a matéria e campos são geralmente não lineares, tanto que problemas não lineares têm um papel central na física. Pelo fato de a não linearidade ser tão básica na natureza, é possível que mesmo uma teoria tão fundamentalmente

---

<sup>30</sup>Conforme veremos, de Broglie considerava que a teoria da onda piloto constituía uma forma simplificada da TDS e apresentava problemas conceituais.

<sup>31</sup>Jean-Pierre Vigiér (1920 – 2004), físico francês, trabalhou com De Broglie entre 1948 e 1960.

<sup>32</sup>Em francês *formule du guidage*, em inglês *guidance formula*, aqui traduziremos sempre como *fórmula guia*.

linear como a teoria quântica, no final das contas, tenha que ser substituída por uma não linear. (HEISENBERG, 1967, p.27)<sup>33</sup>

Outros autores também apontaram a não linearidade como uma possibilidade de se reinterpretar a teoria quântica, restabelecendo a causalidade e eliminando os paradoxos que ainda permanecem no formalismo linear. Dentre estes autores, destacamos: Abner Shimony (1979), Bagchi (1980), MacKinnon (1981), Weinberg (1989), Jones (1994), Croca (2002), e os chineses Pang e Feng (2005). Estes últimos advogam que, interpretando a função de onda  $\Psi$  como sendo um sóliton que obedece a uma equação de propagação não linear, seria possível construir uma Mecânica Quântica Não Linear, que não enfrentaria as mesmas dificuldades conceituais do formalismo linear padrão. Eles reconhecem o pioneirismo de de Broglie e identificam que seu maior erro foi o fato de tentar conciliar o formalismo linear com a sua proposta de não linearidade. Estes trabalhos, que não serão discutidos na presente dissertação, atestam a importância de se resgatar, do ponto de vista histórico, a obra desenvolvida por Louis de Broglie após o seu retorno à busca de uma interpretação causal para a Mecânica Ondulatória.

---

<sup>33</sup>Em caso de dúvidas quanto a tradução, consulte as citações originais no anexo 1.

# Capítulo 1

## Louis de Broglie e o nascimento da Mecânica Ondulatória

### 1.1 A formação inicial de Louis de Broglie

Louis-Victor-Pierre-Raymond de Broglie, príncipe francês<sup>1</sup>, nasceu em 15 de outubro de 1892, descendente de família nobre, que teve participações importantes em batalhas e guerras defendendo a monarquia francesa. Aos dezoito anos, obteve o título de Licenciado em História, porém, logo depois, interessou-se pela Física, particularmente pela Física Quântica e pelas Teorias da Relatividade, após ler os rascunhos dos trabalhos apresentados na 1ª Conferência Solvay, em 1911, cujos anais foram editados por Paul Langevin<sup>2</sup> em colaboração com Maurice de Broglie<sup>3</sup>. Maurice obteve seu doutorado em Física em 1908 e possuía, em casa, um laboratório de espectroscopia e difração de raios X, onde Louis de Broglie teve seus primeiros contatos com os fenômenos envolvendo os *quanta* de luz (ROSA, 2004).

A partir de 1911, Louis de Broglie passou a aprofundar seu conhecimento de Física estu-

---

<sup>1</sup>Inicialmente os de Broglie's receberam o título hereditário de Duque, posteriormente todos os Broglie's foram condecorados "príncipes" pela participação da família na Guerra dos Sete Anos (1756 – 1763). Após a morte do seu irmão Maurice de Broglie, Louis de Broglie se tornou o VII Duque de Broglie.

<sup>2</sup>Paul Langevin (1872 – 1946), físico francês.

<sup>3</sup>Louis-Cesar-Victor-Maurice de Broglie (1875 – 1960), irmão mais velho de Louis de Broglie

dando os trabalhos de Henry Poincaré<sup>4</sup>, Hendrik Lorentz<sup>5</sup>, Paul Langevin, Ludwig Boltzmann<sup>6</sup>, Josiah Gibbs<sup>7</sup>, Albert Einstein e Max Planck.

Em 1913, obteve o título de Licenciado em Ciências e, em outubro do mesmo ano, ingressou no serviço militar, quando foi trabalhar na companhia de telegrafia e, por causa deste trabalho no desenvolvimento das comunicações por rádio, de Broglie foi poupado de ser enviado à frente de batalha, onde muitos jovens morreram. Ele esteve, por cerca de cinco anos, em meio a aparelhos que produziam, emitiam e recebiam ondas eletromagnéticas, o que permitiu que se familiarizasse com os conceitos de trem de ondas, modulação, sintonia e batimentos, conceitos estes que viriam a ser utilizados, posteriormente, em sua Mecânica Ondulatória (ROSA, 2004).

Após o final da I Grande Guerra Mundial, Louis de Broglie pôde retornar aos estudos que tinham despertado o seu interesse pela Física. Em 1920, dedicou-se ao trabalho experimental com raios X, no laboratório particular de seu irmão. Seu interesse pelo tema foi tão grande que o levou a frequentar, na condição de ouvinte, alguns dos cursos ministrados por Paul Langevin, no *Collège de France*, que já ensinava a seus estudantes a hipótese dos *quanta* de luz de Einstein. Além disto, frequentou também os cursos de Matemática ministrados por Émile Borel. Ele estudou também os trabalhos de Bohr, Sommerfeld, Einstein, dentre outros. Baseado nestes estudos, de Broglie se convenceu de que era necessária a elaboração de uma teoria que fosse capaz de descrever simultaneamente as naturezas ondulatória e corpuscular da radiação (ROSA, 2004).

## 1.2 Os primeiros passos em direção à Mecânica Ondulatória

Os primeiros artigos de Louis de Broglie referentes à teoria quântica foram publicados em 1922<sup>8</sup>. Neste ano, ele publicou dois artigos sobre os *quanta* de luz, momento em que se

---

<sup>4</sup>Jules Henri Poincaré (1854 – 1912), matemático, físico e filósofo francês.

<sup>5</sup>Hendrik Antoon Lorentz (1853 – 1928), físico holandês.

<sup>6</sup>Ludwig Eduard Boltzmann (1844 – 1906), físico austríaco.

<sup>7</sup>Josiah Willard Gibbs (1839 – 1903), físico, químico e matemático americano.

<sup>8</sup>Para uma análise detalhada dos trabalhos iniciais de Louis de Broglie até a sua tese de doutoramento (1922 – 1924), veja ROSA, 2004.

preocupou em analisar os mesmos como partículas relativísticas, tentando associar fenômenos ondulatórios com este tipo de modelo. Baseado em sua familiaridade com a espectroscopia de raios X e após discussões com seu irmão mais velho, Maurice de Broglie, ele ficou convencido da natureza dual dos raios X, que em determinados experimentos exibiam um caráter ondulatório, sofrendo interferência e difração e em outros possuíam um caráter corpuscular por retirar elétrons de uma superfície metálica, mesmo com baixa intensidade.

Em 1923, de Broglie resolveu estender a dualidade onda-partícula para a matéria, particularmente para os elétrons. Esta conjectura foi baseada em duas importantes observações: a primeira estava relacionada às condições de quantização das órbitas eletrônicas no modelo atômico de Bohr-Sommerfeld. Em seu discurso, realizado durante a cerimônia na qual ele recebeu o prêmio Nobel, de Broglie declarou:

[. . .] a determinação dos movimentos estáveis dos elétrons no átomo envolve números inteiros, e até agora os únicos fenômenos que envolvem números inteiros em física foram aqueles de interferência e de autovibrações. Isso sugeriu a ideia para mim que elétrons não poderiam ser representados como simples corpúsculos, mas também deveria haver uma periodicidade relacionada com eles. Eu, então, cheguei à seguinte conclusão que guiaram meus estudos: para ambos, matéria e radiação, luz em particular, é necessário introduzir o conceito corpuscular e o conceito ondulatório ao mesmo tempo. Em outras palavras, a existência de corpúsculos acompanhados por ondas tem de ser considerada em todos os casos. (DE BROGLIE, 1929, p.4)

A segunda observação estava relacionada a um princípio de simetria:

Já que para a luz existem os aspectos corpuscular e ondulatório unidos pela relação  $\text{Energia} = h \text{ vezes a frequência}$ , onde  $h$  é a constante de Planck, então é natural supor que, para a matéria existem os aspectos corpuscular e ondulatório, tendo este último sido até então desconhecido. Estes dois aspectos devem ser unidos por fórmulas gerais em que aparece a constante de Planck, e deve conter como caso especial aquelas relações aplicadas para a luz. (DE BROGLIE, 1960, p. 3)

Estas ideias foram publicadas em três notas na revista *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de Paris*, e também em dois artigos publicados em inglês, um na revista *Nature* e

outro na revista *Philosophical Magazine*. Na primeira nota intitulada “*Ondes et quanta*”<sup>9</sup> ele propôs que qualquer partícula teria um fenômeno periódico interno. No referencial de repouso da partícula, de massa de repouso  $m_0$ , o fenômeno possui frequência  $\nu_0 = m_0 c^2 / h$ . Ele propôs ainda que as órbitas fechadas são estáveis somente se as ondas fictícias permanecerem em fase com a oscilação interna do elétron. Desta hipótese ele foi capaz de derivar as condições de quantização de Bohr-Sommerfeld (BACCIAGALUPI e VALENTINI, 2006).

A segunda nota, intitulada “*Quanta de lumière, diffraction et interférences.*”<sup>10</sup>, possui um caráter mais conceitual. De Broglie inicia por lembrar os resultados obtidos anteriormente, que o movimento de um corpo deve ser associado a uma onda senoidal não material. E acrescenta que a velocidade da partícula  $v$  é igual à velocidade de grupo da onda, que ele chamava de onda de fase. Ele afirma que o fenômeno da difração prova que os quanta de luz não podem sempre se propagar em linha reta, mesmo naquilo que chamamos de espaço vazio, e com isso ele propõe uma modificação no princípio da inércia (BACCIAGALUPI e VALENTINI, 2006).

Propomos adotar o seguinte postulado como a base da dinâmica de um ponto material livre: em cada ponto de sua trajetória, um corpo movendo-se livremente segue em um movimento uniforme o raio de sua fase, que é (em um meio isotrópico), a normal às superfícies de mesma fase. (DE BROGLIE, 1923, apud BACCIAGALUPI e VALENTINI, 2006, p.40)

Com isto, de Broglie estava propondo uma nova dinâmica, pois ao associar uma onda a cada ponto material, o movimento da partícula deveria ser guiado por esta onda, não obedecendo às leis usuais da mecânica clássica em suas formas newtoniana e relativística. A ideia principal desse artigo está relacionada à predição de que qualquer corpo em movimento pode sofrer difração:

[...] qualquer corpo em movimento pode, em certos casos, ser difratado. Um feixe de elétrons passando através de uma pequena abertura mostraria o fenômeno de difração. É nesta direção que talvez se verifique a confirmação experimental de

---

<sup>9</sup>C. R. Acad. Sci. 177: 507-510, 1923.

<sup>10</sup>C. R. Acad. Sci., 177 : 548 – 550, 1923.

nossas ideias. (DE BROGLIE, 1923, apud BACCIAGALUPI e VALENTINI, 2006, p.41)

A terceira nota, intitulada “*Les quanta, la théorie cinétique des gaz et le principe de Fermat*”<sup>11</sup>, é dividida em duas partes: na parte I, ele considera o tratamento estatístico de um gás de partículas acompanhado por ondas de fase; na parte II, mostra como o seu novo postulado dinâmico leva a uma unificação do princípio de Maupertuis, da ação mínima, ao princípio de Fermat, do tempo mínimo na óptica. Ainda em 1923, de Broglie terminou a redação de um artigo, em inglês, que sintetizava as três notas publicadas na revista *Comptes Rendus* e o submeteu à revista *Philosophical Magazine* com o título “*A tentative theory of light quanta*” (ROSA, 2004).

Tomando como referência os artigos citados, de Broglie elaborou a sua tese de doutorado que foi defendida em novembro de 1924, na Sorbonne, sob o título “*Recherches sur la théorie des quanta*” (DE BROGLIE, 2004).

O autor inicia a tese com um breve roteiro do desenvolvimento da Física entre os séculos XVI e XX, destacando o sucesso da Mecânica newtoniana em descrever os mais variados fenômenos da natureza, cujo formalismo foi refinado ao longo dos séculos XVIII e XIX até ganhar um formalismo elegante, baseado no princípio da ação mínima de Maupertuis<sup>12</sup> e na forma do princípio de ação estacionária de Hamilton<sup>13</sup>. Ele segue citando a Termodinâmica desenvolvida por Clausius, Boltzmann, Gibbs, Carnot, dentre outros, que logo foi interpretada em termos mecânicos, dando origem à mecânica estatística.

De Broglie chama a atenção para o desenvolvimento da óptica, a partir do século XVII, que despertou a atenção de muitos pesquisadores. Com o objetivo de explicar os fenômenos ópticos observados estes pesquisadores foram capazes de elaborar duas teorias completamente distintas entre si. Por um lado, Huygens defendia um modelo ondulatório para a luz, enquanto Newton,<sup>14</sup> defendia um modelo corpuscular. Porém, no início do século XIX, os trabalhos de Young e Fresnel estabeleceram que a luz possuía um caráter ondulatório.

---

<sup>11</sup>C. R. Acad. Sci.,177 : 630 – 632, 1923.

<sup>12</sup>Pierre-Louis Moreau de Maupertuis (1698 – 1759), matemático e filósofo francês.

<sup>13</sup>William Rowan Hamilton (1805 – 1865), físico, astrônomo e matemático irlandês.

<sup>14</sup>Sir Isaac Newton (1643 – 1727), físico inglês.



No século XIX, o estudo da eletricidade e do magnetismo fez surgir uma nova disciplina, que teve a contribuição de grandes cientistas e cujo ápice se deu com a síntese realizada por Maxwell unificando a óptica e o eletromagnetismo. Havia então uma grande expectativa para que o eletromagnetismo também pudesse ser explicado em termos mecânicos e ocorresse uma grande unificação das teorias físicas conhecidas até aquela época.

O autor cita os dois fenômenos que não podia ser explicadas no escopo das teorias físicas desenvolvidas até aquela época. Um deles era a interpretação do experimento de Michelson e Morley, que só pôde ser resolvido com o advento da teoria da relatividade restrita, desenvolvida por Einstein. O outro estava relacionado à explicação da distribuição de energia em função das frequências para a radiação emitida por um corpo negro, cujos resultados experimentais não estavam de acordo com a mecânica estatística e a teoria eletromagnética. Este último, só pôde ser resolvido com a hipótese de Max Planck em relação a troca de energia dos osciladores que emitem a radiação. Segundo Planck esta troca se daria somente em valores múltiplos de uma energia mínima, introduzindo assim o *quantum* de ação  $h$ .

Em seguida ele apresenta as principais contribuições para o desenvolvimento da teoria quântica citando Einstein, Bohr, Sommerfeld, Compton, Maurice de Broglie, Zeeman, Stark, dentre outros. Trabalhos estes que, para de Broglie, davam uma clara evidência de que a natureza exibia os aspectos ondulatório e corpuscular e de que seria necessário o desenvolvimento de uma teoria que fosse capaz de unificar estes dois aspectos antagônicos e revelar a natureza fundamental do *quantum*. Alguns destes trabalhos já haviam sido produzidos por ele nos anos anteriores, e a tese de doutorado tinha o objetivo de apresentar e discutir os resultados que foram obtidos com sucesso, bem como as possíveis deficiências de sua proposta.

A tese é dividida em sete capítulos nos quais de Broglie pretende apresentar as suas ideias em relação à natureza dual da matéria e da radiação luminosa, tendo como objetivo principal encontrar uma síntese entre as naturezas ondulatória e corpuscular.

Já no início do capítulo 1, vemos que de Broglie estava convencido de que era necessário associar um fenômeno periódico ao movimento das partículas materiais, em particular, ao movimento dos elétrons. Para ele, o princípio fundamental da teoria quântica estabelece que qualquer quantidade isolada de energia deve ser associada a uma certa frequência, que é

representada pela relação de Planck,

$$E = h \times \text{frequência}$$

em que  $h$  é a constante de Planck. No entanto, a relação fundamental da relatividade restrita de Einstein estabelece que a energia e a massa estão relacionadas por meio da expressão,

$$E = m_0 c^2$$

em que  $m_0$  é a massa de repouso e  $c$  é a velocidade da luz no vácuo. Comparando as duas expressões, ele conclui que cada elemento de energia de massa  $m_0$  está associado a um elemento periódico com frequência dada por,

$$\nu_0 = \frac{m_0 c^2}{h}$$

sendo medida no referencial de repouso do pacote de energia. Esta é a hipótese que de Broglie considera como sendo fundamental dentro da teoria que ele pretende desenvolver. Ao tentar interpretar o significado desta frequência, de Broglie questiona se ela representaria uma oscilação interna da partícula. Ele afirma que isto não é necessário e que esta oscilação se espalha por toda a extensão do espaço, pois, para ele, a energia de um elétron, por exemplo, é espalhada por todo o espaço, com uma forte concentração em uma região muito pequena.

No capítulo 2 ele mostra que a união do princípio da mínima ação de Maupertuis, que permite deduzir as equações da dinâmica, com o princípio de Fermat da óptica geométrica, que descreve as trajetórias dos raios de luz, implicava em determinar uma nova lei para a dinâmica, na qual a fase de uma onda guia determina a velocidade da partícula.

No capítulo 3, ele deduz as condições de quantização de Bohr para o elétron se movendo em uma órbita circular, ao reivindicar que o comprimento da órbita deve estar em ressonância com a onda, ou seja,  $l = n\lambda$  no caso de um comprimento de onda constante e  $\oint \frac{v}{v_{ph}} dl = n$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) para um caso geral, onde  $\nu$  é uma frequência e  $v_{ph}$  a velocidade de fase.

No capítulo 4, o autor considera o problema de dois corpos, em particular o caso do átomo de hidrogênio, com o objetivo de analisar melhor o movimento do elétron ao redor do núcleo e a influência da energia de interação mútua na massa própria das partículas. Ele discute as condições de quantização para o átomo de hidrogênio ao analisar duas ondas de fase, uma para o elétron e outra para o núcleo.

No capítulo 5, ele discute os “átomos de luz” com massa de repouso diferente de zero, baseado em seu primeiro artigo publicado em 1922. No entanto, ele considera que esta hipótese seria apenas provisória, pois se ela fosse confirmada, isto provocaria sérias modificações na teoria eletromagnética. De Broglie chega a estimar o limite máximo da massa de repouso dos átomos de luz como sendo  $10^{-24}g$ , porém, não leva esta hipótese adiante devido às dificuldades que ela apresenta. O restante do capítulo é dedicado a descrever os movimentos das partículas de luz, mostrando que todos os fenômenos explicados do ponto de vista ondulatório (efeito Doppler, reflexão, pressão da radiação) podem ser também justificados assumindo o caráter corpuscular.

No capítulo 6, de Broglie discute a difusão dos raios X pela matéria e dedica uma seção para analisar os trabalhos de Compton que haviam sido publicados em maio e novembro de 1923.

No capítulo 7 ele aplica a sua teoria à estatística dos gases e da radiação.

Na sua tese, de Broglie não propõe possíveis experimentos para testar a natureza ondulatória do elétron, tal como fez no seu segundo artigo de 1923, apenas mostra que a sua teoria é capaz de deduzir resultados experimentais já conhecidos e aceitos, dando-lhes uma nova interpretação de acordo com a sua proposta das ondas de matéria e em concordância com a teoria da relatividade.

Louis de Broglie defendeu a sua tese em 25 de novembro de 1924. A banca examinadora foi composta por Jean Perrin<sup>15</sup>, Paul Langevin, Elie Cartan<sup>16</sup> e Charles Mauguin<sup>17</sup> (MACKINNON, 1976). A banca reconheceu a originalidade do trabalho desenvolvido por de Broglie, porém, não acreditava na realidade física das ondas de matéria. Jean Perrin questionou se estas ondas poderiam ser verificadas experimentalmente e de Broglie afirmou que a difração de elétrons poderia ser verificada se cristais fossem utilizados como rede de difração (JAMMER, 1966, p.247). De Broglie sugeriu a Alexander Dauvillier, um dos colaboradores do seu irmão, que tentasse realizar o experimento de difração de elétrons, porém, ele não o fez, ou por estar ocupado com outras pesquisas ou por não acreditar nas ondas de matéria (BACCIALUPI; VALENTINI, 2006 p.54). Foi somente em 1927 que a confirmação experimental foi

---

<sup>15</sup>Jean Baptiste Perrin, (1870-1942), físico francês.

<sup>16</sup>Élie Joseph Cartan, (1869-1951), matemático francês.

<sup>17</sup>Charles Victor Mauguin, (1878-1958), mineralogista francês, considerado o fundador da escola francesa de cristalografia.

realizada pelos físicos Davisson<sup>18</sup> e Germer<sup>19</sup> e, de forma independente, pelo físico inglês George Thomson<sup>20</sup>.

Langevin comentou com Einstein sobre a tese de de Broglie e lhe encaminhou uma cópia. Segundo Wheaton (1991), Einstein teria reconhecido imediatamente o seu valor e escrito para Langevin dizendo que o físico francês “descobriu a ponta de um grande véu”, e isto teria colaborado para a aprovação da tese de de Broglie (WHEATON, 1991, p.297). No entanto, Rosa (2004, p. 130) chama à atenção que a aprovação da tese de de Broglie não foi influenciada pelo reconhecimento de Einstein, pois a carta enviada para Langevin foi datada de 16 de dezembro de 1924, sendo, portanto, posterior à defesa da tese. No entanto, é verdade que Einstein se interessou pela forma como de Broglie foi capaz de interpretar as regras de quantização de Bohr-Sommerfeld, pois isto estava de acordo com estudos que ele estava desenvolvendo.

No segundo artigo<sup>21</sup> sobre a teoria quântica de um gás ideal publicado em 1925, Einstein mostrou que as flutuações associadas à nova estatística de Bose-Einstein continham dois termos distintos que podiam ser interpretados como contribuições de ondas e de partículas. Ele argumentou que as contribuições, devido ao termo ondulatório, poderiam ser interpretadas em função das ondas de matéria e citou a tese de de Broglie. Foi através do artigo de Einstein que a tese de de Broglie se tornou conhecida fora da França e influenciou Schrödinger a desenvolver a mecânica ondulatória (BACCIAGALUPI e VALENTINI, 2006, p.57; DARRIGOL, 2003, p.346).

### 1.3 O formalismo matemático de Schrödinger

Schrödinger tinha interesse em mecânica estatística, leu o artigo de Einstein sobre a teoria quântica do gás ideal e direcionou sua atenção para a tese de de Broglie. Na ocasião, havia sido convidado por Debye para apresentar um colóquio sobre as ideias de de Broglie e

---

<sup>18</sup>Clinton Joseph Davisson (1881-1958), físico norte-americano.

<sup>19</sup>Lester Halbert Germer (1896-1971), físico norte-americano.

<sup>20</sup>George Paget Thomson (1892-1975), físico inglês.

<sup>21</sup>Quantentheorie des Einatomigen Idealen Gases, 2. Abhandlung. Sitzungsberichte der Preussischen Akademie der Wissenschaften, Physikalisch-Mathematische Klasse (1925), 3-14. Citado por BACCIAGALUPI e VALENTINI, 2006, p.57

suas possíveis implicações (JAMMER, 1966, p. 257). Nos meses que se seguiram ao colóquio, Schrödinger foi capaz de justificar a estatística de Bose-Einstein utilizando um sistema quantizado de ondas de matéria e se empenhou em generalizar as ideias de de Broglie (DARRIGOL, 2003, p.346).

A primeira equação de onda proposta por Schrödinger para as ondas de fase  $\psi(x, t)$  foi a equação de onda usual,

$$\nabla^2\psi = \frac{1}{v_{ph}^2} \frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} \quad (1.1)$$

em que  $v_{ph}$  é a velocidade de fase, dada por,

$$v_{ph}^2 = \frac{h_v}{m_0c} \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{hc - v}{m_0c^2}\right)^2 - 1}} \quad (1.2)$$

Ao considerar  $\psi$  como tendo uma dependência temporal do tipo  $e^{-2\pi i vt}$ , Schrödinger obteve a equação independente do tempo para os estados de energia do átomo de hidrogênio.

$$\nabla^2\psi = -\frac{4\pi^2v^2}{v_{ph}^2}\psi \quad (1.3)$$

Os autovalores obtidos desta equação relativística não estavam em concordância com os níveis de energia obtidos experimentalmente. Ao fazer uma aproximação não relativística, ele encontrou outra equação que reproduzia os corretos níveis de energia para o limite de baixas energias. Não é encontrado na literatura pesquisada o modo exato de como Schrödinger obteve a equação não relativística, reproduziremos aqui o que ele apresentou em uma versão de seu trabalho publicado na revista *The Physical Review*.

Schrödinger, inicialmente, faz uma analogia entre a óptica e a mecânica, que já havia sido proposta por Hamilton anteriormente. Ele começa por considerar uma partícula de massa  $m$ , se movendo em um campo de força conservativo  $V(x, y, z)$ , tratamento este que pode ser estendido para um ponto-imagem, e então escreve a função hamiltoniana da grandeza chamada ação ( $W$ )<sup>22</sup>, escrita em função da energia cinética ( $T$ ) e do potencial externo ( $V$ ).

$$W = \int_{t_0}^t (T - V) dt \quad (1.4)$$

---

<sup>22</sup>Na Física, ação é um funcional escalar que deve ser tornado extremo pelo movimento que ocorre em algum sistema, segundo o princípio de Hamilton. A unidade de medida da ação é aquela da energia vezes tempo.

O princípio de Hamilton estabelece que, de todas as trajetórias possíveis que levam a partícula de um ponto a outro, no mesmo intervalo de tempo, a trajetória real é aquela na qual a ação assume um valor estacionário, então, para a trajetória realmente assumida pela partícula teremos,

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \frac{1}{2m} \left[ \left( \frac{\partial W}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial W}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial W}{\partial z} \right)^2 \right] + V(x, y, z) = 0 \quad (1.5)$$

Este princípio mecânico corresponde ao bem conhecido *princípio de Fermat* da óptica geométrica, que estabelece que o caminho seguido por um raio de luz entre dois pontos  $A$  e  $B$ , é tal que o tempo decorrido entre a partida de  $A$  e a chegada em  $B$  é estacionário e, em geral, indica que a trajetória foi percorrida no tempo mínimo. Em seguida, Schrödinger estende a sua analogia para incluir a mecânica ondulatória: ele afirma que a concepção mecânica de trajetória para uma partícula é análoga à concepção dos raios na óptica geométrica. Esta concepção é meramente abstrata, pois, considerando o caso da luz atravessando um obstáculo cuja dimensão possui a mesma ordem de grandeza do seu comprimento de onda, a noção de raio de luz não é apropriada, sendo somente uma aproximação (SCHRÖDINGER, 1926).

Schrödinger leva adiante a analogia e apresenta a equação que indica os estados estacionários para uma partícula material de massa  $m$ .

$$\Delta\psi + \frac{8\pi^2m}{h^2}(E - V)\psi = 0 \quad (1.6)$$

escrevendo na forma usual,

$$\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\psi + (E - V)\psi = 0 \quad (1.7)$$

em que,

$$\Delta = \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \text{ é o operador laplaciano} \quad (1.8)$$

$\psi$  é a função de onda

$E$  é a energia total do sistema

$V$  é o potencial externo

$\hbar = h/2\pi$ , sendo  $h$  a constante de Planck.

A equação obtida por Schrödinger para os estados estacionários significou uma transcrição matemática das expressões para a frequência e velocidade de fase da onda de um elétron. Ele foi capaz de obter os autovalores desta equação e mostrar que no caso do átomo de hidrogênio eles estavam em boa concordância com os dados obtidos por espectroscopia. Ao adotar o formalismo de uma equação de onda, Schrödinger transformou a hipótese de de Broglie em uma rigorosa e poderosa técnica. A equação de Schrödinger, dependente do tempo,

$$i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m_0}\nabla^2\psi + V\psi \quad (1.9)$$

foi obtida em seu quarto artigo sobre Mecânica Ondulatória, completado em junho de 1926. Esta equação foi obtida ao considerar uma onda com dependência temporal  $\psi = ae^{-(i/\hbar)Et}$ , de tal modo que o termo  $E\psi$  pode ser escrito como sendo igual a  $i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t}$ . O preço a pagar para ter uma equação de onda de primeira ordem no tempo foi que  $\psi$  tinha que ser complexa (BACCIAGALUPI e VALENTINI, 2006, p.60).

Sendo  $\psi$  uma função complexa e, no caso geral, uma função das coordenadas generalizadas  $q_1 \cdots q_n$  e do tempo  $t$ , ela não pode representar o movimento ondulatório de uma partícula no espaço tridimensional. Schrödinger propôs que a carga do elétron não estaria concentrada em um ponto e sim que estaria espalhada por todo o espaço sendo proporcional à quantidade  $\psi^*\psi$ . No entanto, Born em seu estudo de espalhamento de partículas por meio de radiação  $\gamma$  mostrou que o módulo do quadrado da amplitude da onda  $\psi$  representava apenas uma densidade de probabilidade de encontrar a partícula numa determinada posição, ou seja,  $\psi$  por si só é desprovida de significado físico, porém  $\psi^*\psi dr = |\psi|^2 dr$  nos dá a probabilidade de encontrar a partícula numa dada região do espaço.

Schrödinger não somente adotou a ideia de de Broglie, de que os níveis quantizados de energia devem ser explicados em termos de ondas, como também de que a Mecânica Clássica era meramente o limite para comprimentos de onda curtos de uma teoria mais ampla. Ele inspirou-se e desenvolveu as ideias de de Broglie, porém discordava que a partícula fosse localizada no interior de uma onda estendida, de modo que removeu a trajetória da partícula da teoria de de Broglie e trabalhou somente com ondas contínuas, ou seja, ondas que não possuem uma singularidade que permitam a localização espacial da partícula (BACCIAGALUPI e VALENTINI, 2006, p.61).

## 1.4 A Teoria da Dupla Solução

Louis de Broglie discordava parcialmente do formalismo desenvolvido por Schrödinger e continuou seu trabalho entre 1925 e 1926 perseguindo duas ideias básicas: a primeira de que as partículas são pequenas regiões singulares no interior de um fenômeno ondulatório estendido; a segunda, que o movimento das partículas (ou singularidades) deve, de alguma forma, satisfazer a condição de equivalência entre o princípio de Maupertuis e o de Fermat.

O objetivo de de Broglie era desenvolver uma teoria que sintetizasse a dinâmica das partículas e a teoria das ondas e estivesse de acordo com o determinismo clássico. Enquanto os demais cientistas viam as teorias ondulatória e corpuscular como sendo contraditórias, de Broglie acreditava que era possível conciliá-las.

Quando duas teorias fundamentadas sobre ideias que nos parecem inteiramente diferentes dão conta com a mesma elegância de uma mesma verdade experimental, pode-se sempre perguntar se a oposição dos dois pontos de vista é de fato real e não é devida apenas à insuficiência de nossos esforços de síntese. (DE BROGLIE, 1925, p.25, apud ROSA, 2004, p.136)

Em 1927, de Broglie publicou um artigo no *Le Journal de Physique et le Radium* com o título *La mécanique ondulatoire et la structure atomique de la matière et du rayonnement*, no qual ele apresentou, pela primeira vez, a Teoria da Dupla Solução (DE BROGLIE, 1927A). Esta teoria consiste em considerar que as equações lineares da mecânica ondulatória devem admitir duas soluções distintas: a onda  $\psi$ , que é uma função contínua de significado puramente estatístico, e a onda-u, que é uma função que possui uma singularidade móvel; as coordenadas desta singularidade permitiriam recuperar a descrição determinística da partícula (JAMMER, 1966, p.292; DE BROGLIE, 1927A).

Para de Broglie era difícil conciliar o ponto de vista adotado por Schrödinger, ao representar as ondas de matéria somente por ondas contínuas, com a natureza corpuscular da matéria e da radiação, de modo que, no citado artigo, ele pretendia mostrar que as soluções contínuas davam somente uma visão estatística do fenômeno e que, para fazer uma descrição exata, seria necessário considerar ondas que admitissem singularidades.



Logo no início do artigo, de Broglie explicita uma particularidade dos seus trabalhos iniciais e da sua tese de doutoramento, que não costuma aparecer na maioria dos livros textos, a saber, a de que o objetivo da Mecânica Ondulatória era muito mais do que atribuir uma frequência e um comprimento de onda a uma partícula material. O que ele pretendia era criar uma nova dinâmica, que seria uma síntese entre a dinâmica de um ponto material e a teoria das ondas. O efeito desta síntese deveria introduzir a ideia de pontos de concentração de energia radiante em óptica que, segundo ele, estava sendo corroborada pelas evidências experimentais. Por outro lado, dever-se-ia introduzir concepções ondulatórias na dinâmica das partículas materiais para dar conta das condições de quantização envolvendo os fenômenos subatômicos (DE BROGLIE, 1927A).

A nova Mecânica, tal como concebida por Schrödinger, definiu os possíveis movimentos de uma partícula material por meio de equações de propagação, cuja forma depende do potencial ao qual está submetida. As probabilidades que são obtidas ao considerar somente soluções contínuas decorrem do fato de que as condições iniciais das partículas são completamente ignoradas, de modo que, para de Broglie, neste caso, faz sentido falar na probabilidade de encontrar uma partícula material, em um determinado instante e em certo elemento de volume. No entanto, de Broglie considerava que a partícula material deveria ocupar uma posição específica a cada instante de tempo, assim, uma teoria completa para descrever a estrutura atômica da matéria e da radiação deveria dar uma descrição determinista para fenômenos individuais (DE BROGLIE, 1927A).

De Broglie reconhece o sucesso obtido pelo formalismo de Schrödinger utilizando a mecânica ondulatória para obter os níveis de energia dos átomos, bem como a aplicação dada por Born no estudo do espalhamento de radiação pela matéria. Seu objetivo era ampliar a teoria de modo que ela pudesse dar conta de fenômenos individuais, deste modo, seria melhor representar cada partícula material por uma correspondente solução da equação de propagação, cuja amplitude deveria envolver um ponto singular, que seria a representação analítica da existência da partícula.

De Broglie pretendia justificar sua teoria mostrando que a equação de onda da mecânica ondulatória admite as duas soluções. Sua análise se inicia do caso mais geral, que consiste em considerar as ondas contínuas e a dinâmica de um ponto material sob o ponto de vista relativístico. Ele tenta resolver a equação de onda para os seguintes casos: a) sem a ação de

um campo externo; b) sob ação de um campo constante; c) sob ação de campos variáveis. Para todos os casos ele, primeiramente, resolve a equação de onda admitindo que o movimento de uma partícula material com massa de repouso  $m_0$  deve ser representado por uma onda  $u(r, t)$ , envolvendo uma singularidade móvel. Em seguida, ele analisa o movimento de um feixe de partículas, que deve ser descrito por uma função contínua, a mesma considerada por Schrödinger e representada por  $\Psi(r, t)$ .

Para o caso de não haver a ação de um campo externo, a partícula deveria obedecer à seguinte equação de propagação,

$$\nabla^2 u - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{4\pi^2 \nu_0}{c^2} u \quad (1.10)$$

em que,  $\nu_0 = \frac{m_0 c^2}{h}$ . Esta equação foi a primeira escrita e abandonada por Schrödinger e hoje é conhecida como equação de Klein-Gordon, válida somente para partículas de spin inteiro. No contexto da teoria da dupla solução, esta equação admite a solução,

$$u(x, y, z, t) = f(x, y, z, t) \cos \frac{2\pi}{h} \phi(x, y, z, t) \quad (1.11)$$

em que  $f(x, y, z, t)$  possui uma singularidade matemática num determinado ponto  $(x, y, z)$ , ou seja, a amplitude da onda deve assumir valores muito grandes.

Na formulação de Schrödinger a equação (1.10) possui uma solução contínua,

$$\Psi(x, y, z, t) = a \cos \frac{2\pi}{h} \phi'(x, y, z, t) \quad (1.12)$$

em que  $a$  é uma constante e  $\phi'$  a fase da onda  $\Psi$ .

De Broglie postula que as duas ondas sempre devem estar em fase, e chega a uma expressão que relaciona a amplitude das duas soluções.

$$\frac{1}{a} \nabla^2 a = \frac{1}{f} \square f \quad (1.13)$$

em que  $\square \equiv \nabla^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}$  é o operador de d'Alembert.

De Broglie admitiu que esta hipótese seria apenas provisória e que ela deveria ser confirmada, ou experimentalmente ou por raciocínio rigoroso. Mesmo não estando completamente confiante em sua hipótese, esta foi a única forma que ele encontrou para tentar reconciliar a estrutura atômica da matéria e da radiação com o sucesso da óptica clássica e da teoria de

Schrödinger. De Broglie, ao final do artigo, propôs uma versão simplificada na qual assumia a existência da partícula material e da onda contínua representada por  $\Psi$  como tendo realidades distintas e postulou que o movimento da partícula é determinado em função da fase da onda  $\Psi$ , através da sua fórmula guia, que dá a velocidade da partícula na onda, definida por meio da expressão relativística,

$$\vec{v} = -c^2 \frac{\vec{\text{grad}}\varphi + \frac{e}{c}\vec{A}}{\frac{\partial\varphi}{\partial t} - eV} \quad (1.14)$$

que em uma aproximação não relativística e na ausência de campo magnético a expressão assume a forma simplificada,

$$\vec{v} = -\frac{1}{m_0} \vec{\text{grad}}\varphi \quad (1.15)$$

em que  $\frac{\partial\varphi}{\partial t} - eV$  foi substituído por  $m_0c^2$ .

Esta expressão permite determinar a velocidade da partícula a partir do conhecimento da fase da onda (DE BROGLIE, 1927A, p.135).

Mas se não desejamos recorrer ao princípio da dupla solução, é permissível adotar o seguinte ponto de vista: assumimos a existência da partícula material e da onda contínua representada pela função  $\Psi$  como realidades distintas, e postulamos que o movimento da partícula é determinado como uma função da onda através da fórmula guia. A onda contínua é então pensada como dirigindo o movimento da partícula: é uma onda piloto. [...] Ao postular a fórmula guia nós evitamos ter que justificá-la pelo princípio da dupla solução; mas isto, acredito, pode ser somente uma atitude provisória. O corpúsculo sem dúvida deveria ser reincorporado dentro do fenômeno ondulatório e, provavelmente, seremos levados de volta a ideias análogas àquelas que foram desenvolvidas acima. (DE BROGLIE, 1927A, p.135).

Este artigo chamou a atenção de Pauli<sup>23</sup> que, numa carta a Bohr datada de 6 de agosto de 1927, disse:

---

<sup>23</sup>Wolfgang Ernst Pauli (1900 – 1958), austríaco.

No último número do *Journal de Physique*, apareceu um artigo de de Broglie .... de Broglie tenta reconciliar o completo determinismo dos processos físicos com o dualismo entre ondas e corpúsculos ... mesmo que este artigo de de Broglie não seja útil, ainda é muito rico em ideias e muito inteligente, e em um nível mais elevado do que os artigos infantis de Schrödinger, que até hoje pensa que pode .... abolir as partículas materiais. (Pauli, 1979, p404-5, apud BACCIAGALUPI e VALENTINI, 2006, p.61)

Pauli sugeriu a Bohr que se referisse ao artigo de de Broglie em sua palestra em Como, na Itália<sup>24</sup>. Porém, Bohr caracterizou o trabalho de de Broglie como uma tentativa de reconciliar os dois lados aparentemente contraditórios dos fenômenos quânticos, que ele já tinha, supostamente, resolvido com seu princípio da complementaridade. Além disso, Bohr considerava que a tentativa de resgatar a descrição determinística ao propor que as partículas ou os *quanta* de luz seriam singularidades em uma onda estendida, estaria baseada em conceitos clássicos e não ajudava a resolver as dificuldades fundamentais (BACCIAGALUPI e VALENTINI, 2006).

Para Bacciagalupi e Valentini (2006) este artigo de de Broglie, que tem sido ignorado por físicos e historiadores, assume uma maior importância, do ponto de vista histórico, nos dias atuais do que no passado, pois dele nasceu a teoria da onda piloto que foi aperfeiçoada pelo físico americano D. Bohm, reiniciando a busca de uma interpretação causal para a teoria quântica.

De Broglie, ao ser convidado para apresentar seu trabalho no quinto Congresso Solvay de 1927, optou por apresentar somente a teoria da onda piloto, por não encontrar justificativas matemáticas suficientes para a teoria da Dupla Solução.

---

<sup>24</sup>Congresso Internacional de Física em comemoração ao centenário da morte de Alessandro Volta, realizada em 16 de setembro de 1927.

## 1.5 O congresso Solvay de 1927 e a Teoria da Onda Piloto

A comunicação de Louis de Broglie no 5º Congresso Solvay, realizada no dia 25 de Outubro de 1927, teve o título *La nouvelle dynamique des quanta*<sup>25</sup>(DE BROGLIE, 1927B). Este trabalho tinha por objetivo principal apresentar a teoria da onda piloto como uma alternativa ao formalismo de Schrödinger, recuperando a descrição determinística dos fenômenos individuais. Esta comunicação é dividida em três partes. Na parte I, de Broglie apresenta as principais ideias presentes nos seus trabalhos iniciais, que levaram à interpretação das condições de quantização de Bohr-Sommerfeld, em termos de ondas estacionárias, e ao desenvolvimento da Mecânica Ondulatória por Schrödinger.

Conforme discutido anteriormente, segundo o formalismo de Schrödinger as ondas na nova Mecânica deveriam ser representadas por funções cujas amplitudes são contínuas e descritas por,

$$\Psi = a \cos \frac{2\pi}{h} \varphi \quad (1.16)$$

em que  $a$  é uma função contínua e  $\varphi$  sendo em primeira aproximação uma solução da equação de Jacobi.

O ponto material seria representado por grupos de onda de frequências muito próximas se propagando em direções contidas no interior de um cone muito estreito, de modo que o ponto material não seria realmente pontual, ele ocuparia uma região do espaço que seria no mínimo da ordem de magnitude do seu comprimento de onda. Para de Broglie, esta concepção encontrava dificuldades, pois

Uma vez que, em fenômenos subatômicos, a região na qual o movimento ocorre possui dimensões da ordem do seu comprimento de onda, então o ponto material não seria definido como um todo: para Schrödinger, o elétron no átomo está em algum sentido espalhado (“smeared out” [‘fondu’]), e não podemos falar de sua posição

---

<sup>25</sup>A comunicação original foi publicada em *Electrons et Photons*, Gauthier-Villars, Paris, 1928. Ver Jammer, 1966, p.357. Utilizamos a tradução publicada por Bacciagalupi e Valentini, 2006, p.374-407, *The new dynamics of quanta*.

ou velocidade. Esta maneira de conceber o ponto material parece levantar muitas dificuldades; se, por exemplo, o quantum de luz ultravioleta ocupa um volume cujas dimensões são da ordem de seu comprimento de onda é muito difícil conceber que este quantum possa ser absorvido por um átomo de dimensões mil vezes menor. (DE BROGLIE, 1927B, p.379)

Outra dificuldade apresentada por de Broglie em relação à Mecânica Ondulatória desenvolvida por Schrödinger se refere à dinâmica de sistemas de muitos corpos, pois neste caso a equação de onda descreve a propagação da onda em um espaço de configuração, que é um espaço abstrato que possui  $3N$  dimensões, sendo  $N$  o número de partículas do sistema sob consideração. Mesmo reconhecendo o sucesso obtido por este método ele diz:

Parece-me um pouco paradoxal construir um espaço de configuração com as coordenadas de pontos que não existem. Além do mais, se a propagação de uma onda no espaço possui um claro significado físico, não é o mesmo que a propagação de uma onda no espaço de configuração abstrato, para o qual o número de dimensões é determinado pelo número de graus de liberdade do sistema. (DE BROGLIE, 1927B, p.380)

Quanto à demonstração de Schrödinger, da equivalência entre a Mecânica Ondulatória e a Mecânica Quântica de Heisenberg, de Broglie se referiu como “uma transformação de admirável criatividade”. No entanto, como a equação de Schrödinger não era relativística, de Broglie defendeu que uma mais geral, para o caso de um ponto material simples, deveria estar de acordo com a Teoria da Relatividade tal como a equação de Klein-Gordon.

Por uma transformação de admirável criatividade, Schrödinger mostrou que a mecânica quântica, inventada por Heisenberg e desenvolvida por Born, Jordan, Pauli, etc, pode ser traduzida na linguagem da mecânica ondulatória. (DE BROGLIE, 1927B, p.380)

Na parte II da sua comunicação, de Broglie discute qual seria o provável significado das ondas contínuas  $\Psi$ . Para ele, cada onda  $\Psi$  determina uma classe de movimentos, sendo

cada um destes movimentos governado pela fórmula guia quando conhecemos a posição inicial da partícula. Se esta posição inicial é ignorada, a expressão relativística

$$Ka^2 \left( \frac{\partial \varphi}{\partial t} - eV \right) d\tau \quad (1.17)$$

em que  $K$  é uma constante e  $a$  é a amplitude, indica a probabilidade para a presença da partícula no elemento de volume  $d\tau$ , num determinado instante  $t$ . Considerando a aproximação newtoniana obtêm-se,

$$\text{constante} \times a^2 d\tau \quad (1.18)$$

que representa a interpretação probabilística de Born.

De Broglie não via razão para abandonar o determinismo dos fenômenos físicos individuais, pois os movimentos das partículas poderiam ser completamente determinados através da fórmula guia. A onda  $\Psi$  teria duas funções: seria uma onda piloto, responsável por guiar o movimento da partícula, e seria uma onda de probabilidade.

Para de Broglie, a nova dinâmica permitia interpretar o fenômeno de interferência obtendo os mesmos resultados da óptica ondulatória. Considerando a luz se propagando em uma região com obstáculos fixos espalhados, a propagação da onda depende da natureza e do arranjo dos obstáculos, porém, sua frequência permanece constante. A expressão (1.18) seria capaz de descrever as franjas claras e escuras que aparecem em um experimento deste tipo, onde a probabilidade de se localizar um *quantum* de luz na região escura seria nula e na região clara seria diferente de zero.

Ele retoma a discussão sobre a dinâmica dos sistemas de muitos corpos. Em relação à crítica que ele fez na parte I, referente ao paradoxo da construção de um espaço de configuração utilizando “as coordenadas de pontos que não existem” no formalismo de Schrödinger, isto poderia ser resolvido ao assumir que o ponto material sempre tem uma posição bem definida. Já em relação ao significado físico de uma onda se propagando em um espaço abstrato, a dificuldade permaneceria.

Ao analisar o significado das ondas em sistemas atômicos, de Broglie assumiu que seria possível atribuir uma velocidade e uma posição bem definida para um elétron em um átomo num determinado instante, de modo a dar significado às variáveis de um espaço de configuração.

O átomo de hidrogênio, em seus estados estáveis, deve ser descrito através da função,

$$\Psi_n = F(r, \theta) \cos \frac{2\pi}{h} \left( W_n - \frac{mh}{2\pi} \alpha \right) \quad (1.19)$$

escrita em coordenadas esféricas, onde  $m$  é um inteiro e  $W_n = m_0 c^2 - \frac{2\pi^2 m_0 e^4}{n^2 h^2}$ . Deste modo, o elétron estaria em movimento circular com velocidade dada pela fórmula guia,

$$v = \frac{1}{m_0 r} \frac{mh}{2\pi}. \quad (1.20)$$

A mecânica ondulatória de Schrödinger e o formalismo matricial de Heisenberg não conseguem descrever o que acontece com o elétron durante uma transição entre dois estados estacionários. De Broglie acreditava que a velocidade dos elétrons durante uma transição poderia ser determinada pela fórmula guia se a posição inicial da partícula fosse assumida como dada, alcançando assim uma possível representação visual da transição.

Ao concluir a parte II, de Broglie admitiu que as ideias consideradas nesta comunicação constituíam apenas um ponto de vista provisório e que o momento angular intrínseco do elétron (spin), proposto por Uhlenbeck<sup>26</sup> e Goudsmit<sup>27</sup> não pode ser explicado no arcabouço da Mecânica Ondulatória.

Até aqui temos considerado o movimento da partícula como ‘exterior’ à onda  $\Psi$ , seus movimentos sendo determinados somente pela propagação da onda. Isto é, sem dúvida, somente um ponto de vista provisório: a verdadeira teoria da estrutura atômica da matéria e da radiação deveria, parece-nos, incorporar as partículas no fenômeno ondulatório por considerar soluções singulares das equações de onda. Deveríamos então mostrar que existe uma correspondência entre as ondas singulares e as ondas  $\Psi$ , tal que os movimentos das singularidades estão conectados com a propagação das ondas pela fórmula guia. No caso de nenhum campo externo, esta dependência é facilmente estabelecida, mas não é no caso geral. (DE BROGLIE, 1927B, p.390)

Na parte III de sua comunicação, de Broglie apresenta alguns experimentos que, segundo ele, corroboravam com a nova dinâmica dos elétrons.

<sup>26</sup>George Eugene Uhlenbeck (1900 – 1988), físico holandês.

<sup>27</sup>Samuel Abraham Goudsmit (1902-1978), físico holandês naturalizado norte-americano.



Após a comunicação, seguiram as discussões em torno das ideias apresentadas por de Broglie, com perguntas e comentários realizados por Lorentz, Born, Brillouin<sup>28</sup>, Pauli, Schrödinger, Kramers e Ehrenfest. Einstein não fez nenhum comentário logo após a apresentação de de Broglie, porém, durante a discussão geral ele disse: “Eu penso que de Broglie está correto em buscar nesta direção”.

A análise das discussões nos mostra que a teoria da onda piloto foi amplamente discutida por uma grande parte dos presentes. No entanto, a maioria dos congressistas não deu apoio à teoria de de Broglie, nem mesmo aqueles que discordavam da interpretação probabilista.

No Congresso Solvay, enquanto uns poucos da “velha guarda” (Lorentz, Einstein, Langevin, Schrödinger) insistiram na necessidade de encontrar uma interpretação causal para a Mecânica Ondulatória - sem, contudo, colaborar em favor de meus esforços - Bohr e Born, juntamente com seus jovens discípulos (Heisenberg, Dirac, etc), assumiram categoricamente em favor da nova interpretação puramente probabilística que eles tinham desenvolvido, e eles não discutiram meu ponto de vista. Pauli foi o único a apresentar objeção à minha teoria, e ele fez isso ao examinar o caso de uma colisão entre uma partícula e um rotor, que Fermi havia estudado pouco tempo antes. (DE BROGLIE, 1960, p.175)

Embora de Broglie afirme que o único defensor da interpretação probabilista a fazer objeção foi Pauli, as atas do congresso contém uma crítica feita por Born. O físico alemão criticou a definição da trajetória de uma partícula introduzida por de Broglie, pois ela apresentaria dificuldades na análise da colisão de um elétron com um átomo. Brillouin saiu em defesa de de Broglie, afirmando que Born podia até duvidar da existência das trajetórias e assegurar que elas jamais poderiam ser observadas, porém, ele não podia provar que elas não existiam. Além disso, Brillouin afirmou que as fórmulas obtidas por de Broglie estavam em concordância com as de outros autores, a exemplo de Walter Gordon, que eram bem aceitas pelos físicos daquela época.

O comentário de Pauli também foi referente à concepção dos movimentos das partículas em trajetórias bem definidas, afirmando que esta concepção estaria baseada no princípio de

---

<sup>28</sup>Léon Nicolas Brillouin (1889 – 1969), físico francês.

conservação da carga, que implicaria em tornar possível introduzir um vetor velocidade, dependente do espaço e do tempo, e imaginar as partículas se movendo ao longo das linhas de corrente deste vetor. Isto é algo que já havia sido proposto anteriormente por Slater na óptica, ao considerar os *quanta* de luz se movendo ao longo das linhas do vetor de Poynting<sup>29</sup>. No entanto, segundo Pauli, esta representação não poderia ser satisfatoriamente desenvolvida (DE BROGLIE, 1927B, p.400).

Durante a discussão geral, Pauli retomou as críticas às ideias apresentadas por de Broglie, porém, inicialmente ele concordou que as ideias do físico francês estariam de acordo com a teoria de Born somente quando ocorriam colisões elásticas, falhando na descrição de fenômenos de colisões inelásticas. O exemplo utilizado por Pauli foi o rotor de Fermi<sup>30</sup>. Pauli mostrou que se as ideias de de Broglie fossem levadas em consideração, ou seja, se fenômenos individuais pudessem ser descritos de forma objetiva de acordo com a cinemática ordinária, então, o rotor depois da colisão não deveria possuir velocidade angular constante, contrariando a exigência da teoria quântica que o rotor deveria estar em um estado estacionário antes e depois da colisão. No entanto, segundo Pauli, os resultados obtidos no estudo do espalhamento de partículas estariam em completa concordância com a teoria de Born (BACCIAGALUPI e VALENTINI, 2006, p.511).

## 1.6 O abandono do programa causal

Uma ideia equivocada e amplamente divulgada consiste em afirmar que de Broglie abandonou a busca por uma interpretação causal devido às críticas que recebeu de Pauli no Congresso Solvay. Bacciagalupi e Valentini (2006, p.258) afirmam que, durante a discussão geral do Congresso, de Broglie conseguiu responder de forma satisfatória às objeções levantadas por Pauli. As verdadeiras razões que fizeram de Broglie abandonar a teoria da onda piloto foram

---

<sup>29</sup>O vetor de Poynting é um vetor cujo módulo representa a intensidade instantânea de energia eletromagnética e cuja direção e sentido são os da propagação da onda eletromagnética. Recebe o nome do físico inglês John Henry Poynting (1852 – 1914).

<sup>30</sup>O rotor de Fermi consiste no estudo do espalhamento de uma partícula que se move em um plano  $(x, y)$  ao interagir com outra partícula situada no mesmo plano, de tamanho desprezível, que gira com velocidade angular constante.

explicitadas no livro *Introduction à l'étude de la Mécanique ondulatoire*, que ele utilizava para ensinar, nos cursos que ministrava no Instituto Henri Poincaré, em Paris (DE BROGLIE, 1960, p.183).

Enumeramos a seguir as principais razões que levaram de Broglie a considerar a teoria da onda piloto como indefensável.

1. Na mecânica ondulatória uma partícula pode ser representada pela função  $\psi = ae^{i\frac{\varphi}{\hbar}}$ , na qual  $a$  e  $\varphi$  são reais. No entanto, a determinação de  $\varphi$  não é independente da determinação de  $a$ . Deste modo, se assumirmos o movimento da partícula sendo descrito por meio da fórmula guia (eq. 1.15), isto implica que este movimento depende de  $a(x, y, z, 0)$ , ou seja, da probabilidade da partícula ser encontrada neste ponto no instante  $t = 0$ . De Broglie conclui: “Este é mais um desvio das ideias clássicas que é aparente à primeira vista, de acordo com estas ideias é inconcebível que a ordem de precisão do nosso conhecimento possa influenciar o curso do movimento futuro.” (DE BROGLIE, 1930, p.121).
2. Considerando o caso de uma partícula e sua onda associada refletindo imperfeitamente em um espelho, uma parte da onda deve ser transmitida e a outra refletida, e a intensidade de cada parte da onda indica a probabilidade da partícula ter sido refletida ou transmitida. Se o experimento revelar a presença da partícula na parte transmitida, então a probabilidade de a partícula ter sido refletida deve ser zero e, conseqüentemente, a intensidade da parte refletida deve desaparecer. Para de Broglie, isto implica que a onda não é um fenômeno físico de acordo com as concepções clássicas, sendo somente uma representação de probabilidades. De Broglie conclui dizendo que “se a onda é meramente uma representação simbólica de uma probabilidade, torna-se muito mais difícil entender a onda guiando o movimento de uma partícula e como harmonizar isto com as velhas ideias da mecânica” (DE BROGLIE, 1930, p.120-121).
3. Analisando o movimento de uma partícula se propagando na ausência de campo externo, a partícula deve ser representada pela superposição de ondas planas monocromáticas. De acordo com a teoria da onda piloto, a cada instante  $t$  e em cada ponto do espaço  $(x, y, z)$ , a energia e o momento da partícula podem ser determinados, respectivamente, por meio das expressões  $\partial\varphi/\partial t$  e  $\overrightarrow{grad}\varphi$ . A teoria prevê que a energia e o momento variam de forma complicada a cada instante e isto não estava de acordo com as medições realizadas em

sistemas quantizados. As medições mostram que a energia sempre está relacionada com uma das frequências das ondas planas monocromáticas que constituem o trem de onda e não é determinada pela expressão  $\partial\varphi/\partial t$  (DE BROGLIE, 1930, p.121).

4. De Broglie mostrou que quando a teoria da onda piloto era aplicada aos fótons que incidem sobre um espelho, sendo transmitidos ou refletidos, os fótons poderiam, em algumas circunstâncias, possuir velocidade maior do que a velocidade da luz no vácuo e isto é inaceitável do ponto de vista relativístico (DE BROGLIE, 1930, p.132).

No livro *Non-linear wave mechanics* de Broglie fez um resumo das ideias presentes nas dificuldades apresentadas acima e em seguida afirmou:

Essas foram as considerações que me induziram, em 1928, a abandonar a teoria da onda piloto como indefensável. A forma original de minhas ideias, isto é, a teoria da Dupla Solução, não me parece enfrentar as mesmas dificuldades, mas eu tinha me convencido que sua justificativa matemática, se fosse possível, estava além de minhas capacidades. E quando eu fui indicado para ensinar na Faculdade de Ciências de Paris em novembro de 1928, eu não sentia ter o direito de ensinar um ponto de vista que não estava em condições de justificar. Então eu entrei para o grupo da interpretação puramente probabilista apresentada por Born, Bohr e Heisenberg. Apesar das críticas de poucos cientistas isolados tais como Einstein e Schrödinger, a interpretação puramente probabilista foi posteriormente adotada por quase todos os físicos teóricos. E ela também se tornou a interpretação ortodoxa da Mecânica Ondulatória. Para meu conhecimento, de 1928 até 1951, nenhuma tentativa séria foi feita para, efetivamente, construir qualquer outra interpretação mais estreitamente próxima das concepções clássicas. (DE BROGLIE, 1960, p.184)

Bacciagalupi e Valentini (2006) defendem que considerar a conversão de de Broglie à interpretação probabilista como ocorrida logo após o Congresso Solvay é outra concepção equivocada. Os autores argumentam que, no citado livro *Mécanique ondulatoire* (DE BROGLIE, 1930), de Broglie ainda se mostrava insatisfeito com a interpretação da mecânica ondulatória. As evidências apontam que de Broglie aceitou o formalismo matemático da teoria quântica, mas acreditava que um completo entendimento da dualidade onda-partícula ainda seria encontrado.

De acordo com Lochak (1982, p.943), para de Broglie abandonar a sua interpretação da mecânica ondulatória, implicava não somente uma ação dolorosa, mas também uma profunda reviravolta no seu pensamento, pois “ele também foi obrigado a adquirir novos modos de pensamento, que eram totalmente desconhecidos e até mesmo contrários aos seus instintos mais profundos”. Entre os anos de 1922 e 1927, de Broglie teve uma intensa atividade científica e publicou muitos artigos relacionados à teoria quântica, porém, o Congresso Solvay de 1927 parece ter provocado sobre ele um impacto profundo, pois durante os cinco anos seguintes ele não publicou nem uma simples nota.

Em 1931, de Broglie inaugurou um seminário que acontecia todas as terças-feiras às 3:00 pm, por cerca de quarenta anos. Durante este período, o seminário contou com a presença de visitantes ilustres, a exemplo de Max Born, George Darwin, Paul Dirac, Albert Einstein e Enrico Fermi (NYE, 1997, p.416). Nye (1997) citando Michel Eberhardt define de Broglie como um “homem solitário, quase marginal, que se preocupava mais com suas aulas do que em fazer uma escola.”

Em relação aos estudantes de Louis de Broglie, ou do que pode ser chamado de “escola” de Broglie, Abragam asperamente disse que, com poucas exceções, foram “discípulos que não eram do mais alto calibre intelectual e talvez nem sempre de alta honestidade intelectual.” A atmosfera era somente de adulação, eles reivindicavam o termo “mecânica ondulatória”, ao invés de “mecânica quântica”, como tema preferido. (NYE, 1997, p.416)

Essas palavras duras dirigidas pelo físico nuclear francês Anatole Abragam nos mostra o grau de marginalização que o trabalho de de Broglie sofreu dentro da França. Nye (1997) chama atenção ao fato de que outros cientistas, os quais discordavam da interpretação de Copenhague (Schrödinger, Einstein, Planck, Max von Laue) não sofreram o mesmo grau de marginalização. A autora atribui isto à posição social ocupada por de Broglie, em combinação com seu temperamento pessoal. Compreender as razões que levaram o trabalho de de Broglie à marginalização dentro e fora da França foi uma das linhas de pesquisa propostas por Pestre (1988) em relação à vida e obra do autor.

Prosseguindo na nossa análise em relação aos trabalhos de de Broglie em busca de uma interpretação causal, não localizamos nenhum trabalho publicado entre 1928 e 1950. Em

1951, após receber a pré-publicação dos artigos de David Bohm que viriam a ser publicados em janeiro de 1952 na revista *The Physical Review*, de Broglie publicou uma nota sobre a teoria da onda piloto na revista *C. R. Acad. Sci. de Paris*. Nos anos seguintes, ele publicou outras notas que marcaram seu retorno definitivo às suas concepções iniciais. Os principais trabalhos publicados entre 1951 e 1960 serão analisados no próximo capítulo.

## Capítulo 2

# Louis de Broglie retoma seu programa de pesquisa em busca de uma interpretação causal para a Mecânica Ondulatória

### 2.1 A influência de Bohm e Vigier

Em 1951, de Broglie recebeu o *pre-print* dos artigos de David Bohm, físico americano da Universidade de Princeton. Nestes artigos, Bohm havia desenvolvido uma teoria que tinha semelhanças com a teoria da onda piloto, abandonada por de Broglie em 1927. No entanto, Bohm afirmou em seu primeiro artigo que não teve conhecimento da teoria de de Broglie para desenvolver a sua interpretação da teoria quântica.

Depois que este artigo foi finalizado, foi chamada a atenção do autor para similar proposta de uma interpretação alternativa da teoria quântica, feita por de Broglie em 1926, mas posteriormente abandonada por ele em parte devido a algumas críticas feitas por Pauli e também por causa de objeções adicionais levantadas pelo próprio de Broglie (BOHM, 1952, p.167).

Freire (2005) argumenta que foram Pauli e Einstein que chamaram a atenção de Bohm para que ele desse crédito ao pioneirismo de de Broglie. Já que as propostas eram equivalentes, então Bohm deveria analisar as críticas que a teoria da onda piloto recebeu no Congresso Solvay de 1927 e as objeções feitas pelo próprio de Broglie em 1930. Após a análise do trabalho de de Broglie e das críticas de Pauli, Bohm elaborou o segundo artigo para responder a estas críticas e concluiu que de Broglie não obteve sucesso, porque não levou as suas ideias às conclusões lógicas.

Bohm havia resistido em aceitar a prioridade de de Broglie e, conforme relata Freire (2005, p.10), sugeriu a seguinte analogia a Pauli: “Se um homem encontra um diamante e então ele joga fora porque conclui falsamente que é uma pedra sem valor, e se a pedra é depois encontrada por outro homem que reconhece o seu verdadeiro valor, você não diria que a pedra pertence ao segundo homem? Eu penso que o mesmo se aplica a esta interpretação da teoria quântica”. No entanto, Bohm adotou a diplomacia e reconheceu a prioridade de de Broglie (FREIRE, 2005).

A primeira reação de de Broglie ao trabalho de Bohm foi negativa, pois ele conhecia os problemas que envolviam a teoria da onda piloto (LOCHAK, 1982). Antes da publicação dos artigos de Bohm, que ocorreu em janeiro de 1952, de Broglie publicou uma nota na revista *Comptes Rendus* intitulada *Remarques sur la théorie de l'onde pilote*, datada de 17 de setembro de 1951, na qual fez referência ao trabalho de Bohm.

Em um recente trabalho, que foi gentilmente fornecido pelo autor antes da publicação, o Sr. David Bohm reproduz exatamente a teoria da onda piloto que eu desenvolvi em uma série de estudos entre 1926 e 1928. Gostaria de recordar as razões que me fizeram abandonar esta interpretação da Mecânica Ondulatória. (DE BROGLIE, 1951, p.641)

Após relembrar os problemas que o fizeram abandonar a teoria da onda piloto, ele concluiu:

[...] a interpretação da mecânica ondulatória pela teoria da onda piloto, em que o trabalho do Sr. Bohm traz atenção, parece sempre encontrar dificuldades insuperáveis, principalmente devido à impossibilidade de atribuir à onda  $\Psi$  uma realidade física



ou de admitir que o movimento de um corpúsculo seja determinado por possíveis movimentos que não são realizados. (DE BROGLIE, 1951, p.644)

Embora tenha reagido negativamente ao trabalho de Bohm, de Broglie analisou cuidadosamente os artigos do físico americano e os considerou como sendo a única tentativa séria de construir uma interpretação causal para a teoria quântica, após vinte e cinco anos convivendo com os sucessos e paradoxos da interpretação puramente probabilista. Do mesmo modo, em sua comunicação, de 14 de janeiro de 1952, intitulada *Sur la possibilite d'une interpretation causale et objective de la Mécanique ondulatoire*, ele afirmou

O trabalho de Bohm é muito interessante e sua análise dos procedimentos de medições parecem suscetíveis de fornecer respostas às críticas que me haviam sido feitas em 1927, principalmente por Pauli. Mas esta teoria da onda piloto me parece enfrentar uma dificuldade fundamental que vai além das objeções de Pauli e me fizeram abandoná-la. (DE BROGLIE, 1952)

De Broglie reconheceu os méritos do trabalho de Bohm, porém considerava que existiam aspectos que seriam duvidosos e até mesmo indefensáveis. Ele concordava com Bohm quando este afirmou que a fórmula guia e o significado estatístico de  $\Psi$  poderiam não valer em escalas muito reduzidas ( $< 10^{-13}cm$ ), porém, ele considerava que a modificação proposta na equação de propagação parecia artificial. Em relação aos principais méritos do trabalho de Bohm apontados por de Broglie, podemos destacar:

1. a possibilidade de uma interpretação da Mecânica Ondulatória de modo diferente da interpretação puramente probabilista.
2. a obtenção dos mesmos resultados que de Broglie relativos ao movimento do elétron em sistemas quantizados.
3. a análise do caso da barreira de potencial, muito importante no estudo da emissão de radioatividade através de partículas  $\alpha$ .
4. as trajetórias muito complicadas eram descritas por uma probabilidade do tipo clássica, totalmente compatível com a causalidade.

5. no caso da onda  $\Psi$  formada por uma superposição de ondas estacionárias, Bohm mostrou que o potencial quântico, energia e momentum da partícula flutuam constantemente de modo muito rápido.
6. o desenvolvimento de uma teoria da medida, que inclui as coordenadas do aparelho de medição (DE BROGLIE, 1960).

Para de Broglie, este último ponto constitui a parte mais interessante do trabalho de Bohm, que foi desenvolvido no seu segundo artigo. De acordo com a visão de Bohm, a medida de certa quantidade observável, associada a um elétron, deve incluir não somente a posição do elétron, como também as coordenadas do aparelho de medição, de modo que o operador hamiltoniano do sistema deve ser escrito de forma que o aparelho de medição e a partícula estejam acoplados. Na teoria de Bohm, cada grandeza da partícula possui um valor bem definido em seu estado inicial, mas este valor é uma variável escondida, uma vez que cada tentativa de medi-la resulta em sua modificação (DE BROGLIE, 1960).

Mesmo reconhecendo a importância do trabalho de Bohm, de Broglie manteve a sua concepção em torno das dificuldades envolvendo a teoria da onda piloto. O maior problema consistia em atribuir uma realidade física para a onda  $\Psi$ . Para de Broglie como a onda  $\Psi$  é somente uma representação de probabilidades, ela deve possuir uma natureza subjetiva e não pode representar uma onda real se propagando num espaço tridimensional, sofrendo reflexão, refração e interferência. Como então conciliar com a visão adotada por Bohm, que considera a onda  $\Psi$  como tendo uma realidade física? De Broglie considera que fora da região singular a onda-u é proporcional à correspondente onda  $\Psi$  normalizada, de modo a permitir uma relação entre a teoria da onda piloto e a Teoria da Dupla Solução. No entanto, de Broglie insiste em dizer que a teoria da onda piloto consiste em uma forma degenerada de suas ideias.

Não parece que a teoria truncada, desse modo, seja aceitável. Se existe - como a teoria da dupla solução assume - um fenômeno ondulatório objetivo representado pela onda-u, com uma região singular, cuja propagação é modificada pela ação de campos externos e pela presença de obstáculos (interferência e difração), podemos então conceber que tudo se passa como se a trajetória da partícula, que é realmente imposta pela propagação da onda-u, fosse determinada pela fase da onda  $\Psi$ . Mas é impossível assumir ser a onda  $\Psi$  que regula o movimento da partícula, pois ela

é apenas uma representação de probabilidade com um caráter fictício e subjetivo.  
(DE BROGLIE, 1960, p.111)

O jovem físico J. P. Vigier fez uma observação que influenciou de Broglie e desempenhou um papel importante sobre a retomada do seu programa de pesquisa em busca de uma interpretação causal. Vigier chamou a atenção de de Broglie para a grande semelhança entre a demonstração da fórmula guia da Teoria da Dupla Solução e a demonstração de Georges Darmais, Einstein e Grommer para o movimento de uma singularidade no campo gravitacional. De acordo com esta demonstração, uma singularidade no campo gravitacional, em razão dos coeficientes métricos  $g_{\mu\nu}$  do espaço-tempo satisfazerem equações não lineares, segue uma geodésica da métrica definida pelo campo gravitacional externo que está superposto ao campo da singularidade. (DE BROGLIE, 1960, p.92)

A similaridade apontada por Vigier me impressionou como de grande interesse, e eu fui levado a explicar em outra nota (DE BROGLIE, 1952) como podemos tentar ressuscitar, não a teoria da onda piloto (que me parece ser ainda inaceitável), mas a teoria da Dupla Solução, que não é suscetível às mesmas objeções em princípio (DE BROGLIE, 1960, p.93).

Quando elaborou a Teoria da Dupla Solução em 1927, de Broglie considerava que a onda-u envolvia uma singularidade matemática, no sentido estrito do termo, e deveria obedecer a mesma equação linear que  $\Psi$ . No entanto, a sugestão dada por Vigier e a análise de um raciocínio apresentado por Sommerfeld fizeram de Broglie reconsiderar esta concepção.

Um raciocínio apresentado por Sommerfeld mostra que não pode existir, em um estado quantizado, soluções singulares para equação linear com a mesma frequência que uma onda  $\Psi$  estacionária. Este resultado demonstra que não é possível considerar, tal como fiz em 1927, ondas-u como uma solução de equações lineares da mecânica ondulatória, com uma singularidade no sentido matemático usual da palavra. Mas nós podemos escapar desta acusação chamando de “singularidade” uma região singular muito pequena, em geral, móvel, onde a função u tem um valor tão grande que a equação de onda irá mudar de forma, por exemplo, torna-se não-

linear, a equação linear usual somente é válida para  $u$  fora desta região singular.

(DE BROGLIE, 1952, p.267)

De Broglie admitiu que os trabalhos de Bohm e Vigier foram decisivos para fazê-lo retomar a busca por uma interpretação causal, porém, admitiu também que a sua mente já estava se preparando para tal mudança. Entre 1950 e 1951, as suas palestras (lectures) no Instituto Henri Poincaré consistiram em fazer uma análise da interpretação da mecânica ondulatória, de acordo com a interpretação de Copenhague. De Broglie fez uma análise cuidadosa da “perfeita representação matemática” da teoria quântica e examinou as críticas de Einstein e Schrödinger, além dos contra argumentos de Bohr (DE BROGLIE, 1962, p.vi).

De Broglie não desejava tornar públicos os manuscritos destas palestras que, ao longo do texto, continham notas que expressavam dúvidas em relação aos diversos pontos da interpretação probabilista. Alguns anos antes de 1982, de Broglie confiou toda a sua obra a Georges Lochak para que este fizesse o melhor uso científico dela, porém, chamou a atenção de Lochak para dois cadernos que tinham uma tarja, em que estava escrito “a ne pas publier” e explicou os motivos pelos quais ele não gostaria que estes manuscritos fossem publicados. Após analisar os manuscritos, Lochak tentou persuadir de Broglie a autorizar a publicação, alegando que estes manuscritos não pertenciam a ele, mas à história da ciência, pois o público em geral não tem o conhecimento de como o cientista trabalha realmente. Depois de algum tempo, de Broglie autorizou a publicação, desde que Lochak fizesse uma introdução e adicionasse notas complementares para situar o texto dentro da totalidade de sua obra (LOCHAK, 1982).

Estes manuscritos foram publicados em 1982 na forma de um livro com o título *Les incertitudes d’Heisenberg et l’interprétation probabiliste de la mécanique ondulatoire*, que foi dividido em duas partes. A primeira teria sido escrita entre 1950 e 1951 com o título *Sur les incertitudes d’Heisenberg et l’interprétation probabiliste de la mécanique ondulatoire*. A segunda parte teria sido escrita entre 1951 e 1952 com o título *Sur l’interprétation probabiliste de la mécanique ondulatoire et sur diverses questions qui s’y rattachent*. Se as datas dos manuscritos estiverem corretas, este livro comprova que de Broglie já estava reexaminando as bases da interpretação puramente probabilista e não estava completamente convencido quando recebeu os artigos de Bohm.

Os artigos de Bohm e as sugestões de Vigier contribuíram para que de Broglie reexaminasse as bases da interpretação puramente probabilista da mecânica ondulatória e concluir que a questão deveria ser reaberta. O trabalho de Bohm conseguiu reproduzir os mesmos resultados da mecânica ondulatória usual (não relativística) e sua consistência lógica foi reconhecida pelos partidários da interpretação ortodoxa como Pauli e Rosenfeld<sup>1</sup>. A sugestão de Vigier, ao mostrar semelhança entre a Teoria da Dupla Solução e o movimento das partículas na relatividade geral, permitiu a de Broglie retomar a sua convicção de que a física deveria descrever o movimento das partículas no espaço e no tempo em termos de leis deterministas (FREIRE, 1999, p.91).

Os trabalhos desenvolvidos por de Broglie pós-1951 consistem basicamente em dois aspectos: i) criticar a interpretação puramente probabilista e ii) apresentar as suas novas ideias. Lochak (1982) argumenta que o leitor pode não aceitar a teoria proposta por de Broglie, porém deveria pelo menos examinar as críticas que ele faz à interpretação de Copenhague. Nas próximas seções vamos analisar as críticas de de Broglie à interpretação puramente probabilista da mecânica ondulatória e os principais artigos relacionados as suas novas sugestões para uma reinterpretação da teoria quântica.

## 2.2 As críticas à interpretação puramente probabilista

Em seus livros e artigos, de Broglie demonstrava que tinha completo domínio do formalismo matemático da teoria quântica, além de compreender as bases teóricas e experimentais nas quais se baseiam os princípios e postulados da interpretação probabilista. Ele optou por abandonar a representação objetiva do elétron, em conformidade com as concepções clássicas, diante do sucesso obtido pelo formalismo abstrato e elegante da teoria quântica, que foi capaz de descrever todos os fenômenos que ocorrem no nível atômico. Nesta seção, vamos analisar as concepções de de Broglie a respeito do mundo físico e as críticas que ele fez à interpretação puramente probabilista da teoria quântica.

Quando de Broglie propôs a dualidade onda-partícula para o elétron esperava obter um significado físico concreto que estivesse de acordo com as concepções clássicas de causalidade.

---

<sup>1</sup>Leon Rosenfeld (1904-1974), físico belga.

dade e determinismo. Ele imaginou que a partícula deveria ser uma espécie de singularidade em um fenômeno ondulatório estendido. O movimento desta singularidade deveria ser descrito no espaço físico tridimensional com posição e velocidade bem determinada a cada instante. O movimento da singularidade dependeria da natureza da propagação ondulatória, deste modo, a partícula não obedeceria às leis clássicas e seria afetada pela presença de obstáculos que poderiam influenciar a propagação da onda associada, sendo, desta forma, explicados os fenômenos de interferência e difração.

De Broglie teve dificuldade em compreender o sucesso do formalismo desenvolvido por Schrödinger, pois este não levava em consideração o movimento das singularidades e tentava descrever o movimento da partícula somente utilizando ondas contínuas. No formalismo de Schrödinger, a partícula não tem um caráter pontual, com uma localização bem definida no espaço, a cada instante, ao invés disso, ela tende a se espalhar continuamente pelo espaço. Ao tentar localizar uma partícula, é necessária a utilização de trens de ondas<sup>2</sup>, porém, de Broglie rejeitava esta ideia, pois trens de onda tendem a se espalhar pelo espaço e não dão conta de explicar a estabilidade das partículas materiais (DE BROGLIE, 1962, p.91).

A visão que prevaleceu entre os físicos, em relação à dualidade onda-partícula, foi aquela defendida por Bohr e colaboradores. De acordo com esta visão, as partículas e as ondas contínuas constituem aspectos complementares da realidade e não podem ser representadas em termos clássicos. Não podemos atribuir uma posição e uma velocidade bem determinada para uma partícula quântica, pois somente no momento da observação ou medida é que a partícula assumiria determinada posição ou velocidade. É como se, em determinado instante, a partícula possuísse todas as posições e velocidades possíveis, sendo a onda associada a uma mera representação de todas as possíveis posições e suas respectivas probabilidades. Esta visão também não era compartilhada por de Broglie, pois “a partícula não seria um objeto bem definido no espaço-tempo, sendo um mero fantasma que aparece brevemente em um dos dois aspectos.” (DE BROGLIE, 1962, p.97)

O *princípio da complementaridade* estabelece que a onda e a partícula aparecem em situações experimentais distintas, de modo que quando um aspecto se manifesta, o outro está ausente. Em relação a este princípio de Broglie afirmou,

---

<sup>2</sup>Consiste na superposição de ondas planas monocromáticas, com frequências ligeiramente diferentes.

Esta afirmação me parece completamente inapropriada. Assim, considere uma chapa fotográfica exibindo franjas de interferência: o aspecto ondulatório das partículas é claramente manifestado, mas o aspecto corpuscular também está presente, desde que nós sabemos que as franjas têm sido produzidas sobre a chapa por uma sucessão de partículas localizadas individualmente. Em outras palavras, existe sobre a placa um conjunto de franjas que representam o aspecto ondulatório, mas cada franja escura é formada por uma coleção de pequenos pontos escuros, que representam o aspecto corpuscular. Então, o aspecto corpuscular e o aspecto ondulatório estão apresentados juntos sobre a mesma placa, mas o primeiro é devido a efeitos individuais enquanto o segundo é devido a efeitos estatísticos. (DE BROGLIE, 1964, p.7)

Para de Broglie, considerando o formalismo de Schrödinger no experimento citado, cada partícula possui um trem de ondas associado que, ao incidir sobre uma rede de difração, será difratado conforme previsto pela teoria ondulatória. O padrão de interferência que surge após uma longa exposição da chapa fotográfica é formado por partículas cujas localizações foram determinadas pela intensidade da onda associada. De tal modo que a intensidade da onda (o quadrado de sua amplitude) é a medida da probabilidade para que a partícula produza uma localização observável em um ponto do espaço. Para os fótons, esta interpretação possui semelhança com a teoria clássica da luz, pois a intensidade da luz é dada pelo quadrado da amplitude da onda associada. Deste modo, percebe-se que de Broglie acreditava que existia conexão entre a teoria clássica das ondas e a mecânica ondulatória (DE BROGLIE 1964, p.14). O problema surge ao interpretar o significado da probabilidade presente na mecânica ondulatória.

Na física clássica, a probabilidade surge da nossa ignorância em lidar com situações complexas. De Broglie cita o exemplo da teoria cinética dos gases, na qual as leis estatísticas surgem por não conseguirmos contabilizar todos os parâmetros que envolvem um grande número de moléculas que estão executando movimentos complexos e desordenados. As leis de probabilidade são decorrentes de parâmetros que existem, porém são desconhecidos, ou seja, resultam da nossa ignorância de parâmetros escondidos. Não é este o caso da mecânica ondulatória, as leis de probabilidade não são devidas a nossa ignorância de parâmetros escondidos, tais como posição e velocidade, isto porque tais parâmetros não existem, eles somente serão revelados no momento da medição. A interpretação probabilista introduz na física a existência de uma pro-

babilidade pura que não pode ser superada com o conhecimento mais profundo (DE BROGLIE, 1962, p.98).

Em 1932, von Neumann<sup>3</sup> desenvolveu um teorema abstrato e elegante que causou grande impressão sobre de Broglie. Von Neumann foi capaz de mostrar que as leis estatísticas, experimentalmente comprovadas, da mecânica quântica são incompatíveis com a existência de parâmetros escondidos (DE BROGLIE, 1962, p.99). Este teorema foi desenvolvido após uma análise cuidadosa da teoria da medida na mecânica quântica e representa uma consequência do princípio de incerteza de Heisenberg.

A bela clareza matemática da dedução de von Neumann pode levar à convicção de que qualquer retorno às concepções causais e objetivas da Física Clássica foi doravante impossível em microfísica. Pode-se fazer a objeção sobre a demonstração ter sido baseada no postulado de que as distribuições de probabilidade permitidas pela Mecânica tenham validade geral; mas pode-se responder que a experiência real fornece completa confirmação do postulado. Pode-se dizer também que a demonstração de von Neumann não acrescenta muito ao que já era conhecido, desde que a conclusão já está implícita nas relações de incerteza, mas esta observação em nada diminui a solidez de sua conclusão. (DE BROGLIE, 1960, p.70)

Este teorema permaneceu inquestionável até 1951, quando Bohm foi capaz de mostrar que ele é baseado em uma hipótese que não pode ser aplicada em sua interpretação causal (BOHM, 1952, p.187). Esta hipótese assume que, quando um sistema está em um estado  $\Psi$ , as distribuições de probabilidade são válidas antes de qualquer ação do aparelho de medida, isto implica em dizer que, mesmo em estados puros, existe uma dispersão entre as variáveis canonicamente conjugadas, que estão relacionadas ao princípio de incerteza de Heisenberg. No entanto, na interpretação de Bohm, a probabilidade de localização existe antes da medição e é dada pelo quadrado da amplitude de  $\Psi$ , porém, as outras distribuições de probabilidade são introduzidas pela interação do aparelho de medida com a partícula quântica. A interpretação causal não assume que todas as distribuições de probabilidade ocorrem simultaneamente, logo, escapa ao teorema de von Neumann (DE BROGLIE, 1962, p.102).

---

<sup>3</sup>John von Neumann (1903-1957), matemático húngaro. Publicou seu famoso teorema no livro *Mathematische Grundlagen der Quanten-mechanik, 1932*.



De Broglie relacionava as leis de probabilidade que aparecem na mecânica ondulatória de um modo diferente do usual. Para ele, as probabilidades relacionadas às medidas realizadas no nível quântico deveriam ser entendidas em termos do *princípio da localização* e o *princípio da resolução espectral*.

O *princípio da localização ou interferência* indica que a probabilidade de encontrar uma partícula num determinado instante dentro de um volume  $d\tau$  é dada por  $|\Psi|^2 d\tau$ . No caso da equação de Schrödinger, esta probabilidade é escrita na forma,

$$|\Psi(x, y, z, t)|^2 d\tau = a^2(x, y, z, t) d\tau. \quad (2.1)$$

Este princípio corresponde à interpretação probabilística de Max Born para a onda  $\Psi$  da equação de Schrödinger. Como esta expressão é idêntica a que dá a intensidade da luz em termos do quadrado da amplitude na teoria clássica da luz, então, de Broglie via este princípio como uma conexão entre a teoria clássica das ondas e a mecânica ondulatória.

O *princípio de resolução espectral* está relacionado às probabilidades que envolvem outras grandezas físicas, tais como energia e momentum. Na mecânica ondulatória, uma partícula em movimento retilíneo e uniforme está associada a uma onda plana monocromática na forma,

$$\Psi(x, y, z, t) = A e^{\frac{i}{\hbar}(Et - p_x x - p_y y - p_z z)}. \quad (2.2)$$

Como a equação de propagação da onda é sempre linear podemos representar  $\Psi$  na forma geral,

$$\Psi(x, y, z, t) = \sum_i c_i a_i e^{\frac{i}{\hbar}(E_i t - p_{ix} x - p_{iy} y - p_{iz} z)}, \quad (2.3)$$

na qual os  $c_i$ 's são constantes complexas e os  $a_i$ 's são amplitudes normalizadas. O princípio de resolução espectral estabelece que o resultado de uma medida do momentum da partícula será um dos  $p_i$ 's com uma probabilidade igual a  $|c_i|^2$ . Assumindo que função  $\Psi$  é normalizada, então  $\sum |c_i|^2 = |\Psi|^2 = 1$ , tal que  $|c_i|^2$  dá diretamente a probabilidade absoluta em concordância com o princípio de probabilidade total (DE BROGLIE, 1964, p.14).

Ao distinguir o princípio de localização do princípio de resolução espectral, de Broglie estaria isolando a medida da localização de uma partícula da medida de outras grandezas físicas. Em sua concepção, a probabilidade de localização de uma partícula, representada por

$|\Psi|^2$ , constitui a mais importante das probabilidades presentes na interpretação probabilista, isto porque ela indicaria a possibilidade de encontrar a partícula em algum ponto do espaço independente de qualquer medida. As outras probabilidades, tais como as associadas ao *momentum*  $|c(p)|^2$ , teriam um significado menor, pois seriam válidas somente após a onda real  $u$  interagir com o aparelho de medida. Esta distinção tem implicação direta na forma de como interpretar as relações de incerteza de Heisenberg. Com respeito a estas relações de incerteza

$$\Delta x \Delta p_x \geq \hbar/2; \Delta y \Delta p_y \geq \hbar/2; \Delta z \Delta p_z \geq \hbar/2 \quad (2.4)$$

de Broglie faz os seguintes questionamentos:

O problema agora surge quanto ao significado das relações de incerteza? São os  $\Delta x, \dots, \Delta p_z$  as “incertezas” nos valores de  $x, \dots, p_z$  que existem, mas que nós não conhecemos exatamente? Ou estão no processo de medida e não existem em qualquer outro lugar? Referem-se a uma única situação que existe no estado da partícula simbolizado pela função  $\Psi$  antes da medida? Ou as incertezas  $\Delta x, \Delta y$  e  $\Delta z$  se referem a algum estado inicial, enquanto  $\Delta p_x, \Delta p_y$  e  $\Delta p_z$  se referem a um estado final que resulta do processo de medida de  $p_x, p_y$  e  $p_z$ ? (DE BROGLIE, 1964, p.20)

Outro aspecto que de Broglie considerava difícil de entender na mecânica ondulatória era a utilização do espaço de configuração, pois é um espaço abstrato e fictício, desprovido de realidade física e formado pelas  $3N$  coordenadas das partículas que constituem o sistema. Segundo de Broglie esta concepção leva a uma contradição: “se a teoria não admite assumir coordenadas bem definidas para as partículas, então, como formar um espaço de configuração com coordenadas que não existem?” Vale ressaltar que de Broglie reconhecia que o uso do espaço de configuração também é comum na Mecânica Clássica.

Evidentemente, a Mecânica Clássica também utiliza frequentemente o espaço de configuração, mas ela não deveria fazer assim; ela poderia considerar o movimento das massas pontuais do sistema no espaço tridimensional, e utilizar o espaço de configuração somente como um artifício matemático que torna possível apresentar certos cálculos mais elegantemente ou realizá-los mais facilmente. A partir do momento em que os artigos de Schrödinger apareceram, embora eu reconheça a exatidão dos

resultados obtidos por este método, eu fiquei impressionado pelo caráter paradoxal do princípio sobre o qual o método é baseado. (DE BROGLIE, 1960, p.140)

Ao levantar a questão sobre se a onda considerada na mecânica ondulatória é objetiva ou subjetiva, de Broglie aponta para uma dificuldade conceitual. Se a onda associada à partícula representa apenas uma probabilidade de localizá-la em uma determinada região do espaço, ela deve possuir um caráter subjetivo. A probabilidade indicaria uma ignorância parcial a respeito do fenômeno observado. Porém, ao considerar as ondas se propagando no espaço de acordo com leis bem definidas, sofrendo reflexão em espelhos e sendo difratadas ao encontrar obstáculos, torna-se muito difícil negar seu caráter objetivo.

Como pode esta onda transmitir à partícula uma posição privilegiada na interferência e difração se ela existe somente em nossa imaginação? Além disso, as energias do estado estacionário dependem das condições de propagação da onda em qualquer domínio do espaço e das correspondentes condições de contorno. É razoável que a forma da onda estacionária correspondendo a uma frequência própria (autovalor) imponha sobre a partícula um valor quantizado de sua energia se esta onda é puramente subjetiva? (DE BROGLIE, 1964, p.9)

De Broglie considerava o ponto de vista adotado por Schrödinger correto, pois reproduz corretamente os resultados experimentais, então, seria necessário encarar o movimento ondulatório das partículas materiais de outra forma. Uma vez que a onda  $\Psi$  possui caráter puramente subjetivo, sendo somente uma representação de probabilidades, então, para de Broglie, a única forma de interpretar fisicamente os fenômenos de interferência, difração, etc, seria através da Teoria da Dupla Solução. Em sua concepção, a descrição dos sistemas de partículas obtidos pelo uso da onda  $\Psi$  em um espaço de configuração, é muito menos completa do que a descrição feita pela Teoria da Dupla Solução.

Ao reconsiderar os seus argumentos do artigo de 1927, de Broglie concluiu que o ponto de vista adotado pela teoria da dupla solução e o de Schrödinger em relação à descrição de duas partículas interagentes eram completamente equivalentes. No entanto, ele considerava que a Teoria da Dupla Solução possuía duas grandes vantagens: i) O uso do espaço de configuração é natural, porque as partículas têm em cada instante uma posição bem definida no espaço

físico tridimensional, permitindo definir as variáveis de configuração claramente; ii) A Teoria da Dupla Solução considera a propagação de  $N$  ondas- $u$  no espaço físico tridimensional, cada uma envolvendo uma região singular; deste modo, o espaço de configuração pode ser construído ao desprezar as ondas estendidas e tomar exclusivamente o movimento das regiões singulares (DE BROGLIE, 1960, p.147).

Resumimos abaixo os principais aspectos da interpretação puramente probabilista que de Broglie considerava difíceis de entender.

1. As leis de probabilidade são intrínsecas à mecânica ondulatória, não tendo sentido buscar por uma realidade escondida, sobre as quais as leis de probabilidade estariam baseadas.
2. As informações que podemos obter a respeito do mundo subatômico devem ser obtidas por meio de medidas realizadas sobre o sistema. A existência do *quantum* de ação nos impossibilita de saber o estado do sistema antes da medida.
3. As relações de incerteza de Heisenberg não podem ser interpretadas como sendo por causa de nossa ignorância a respeito das grandezas  $x$  e  $p_x$ , mas como imprecisões intrínsecas destas quantidades. Deste modo, a probabilidade de localização não é utilizada por desconhecermos a posição da partícula, e sim porque a partícula teria a propriedade de estar misteriosamente onipresente ao longo de todo o trem de onda.
4. Como  $|\Psi|^2$  representa a densidade de probabilidade de localização da partícula, então a amplitude de  $\Psi$  deve ser escolhida de tal maneira que  $\int |\Psi|^2 d\tau = 1$ . Isto implica que a função de onda deve ser de natureza subjetiva, ou seja,  $\Psi$  não pode representar uma onda real se propagando num espaço tridimensional. No entanto, a observação dos fenômenos de difração, interferência da luz e de partículas, bem como a existência dos estados quantizados em sistemas atômicos, requer que consideremos a existência de ondas reais.
5. A interpretação usual é capaz de descrever os estados estacionários de um sistema quantizado, mas é incapaz de descrever as transições que ocorrem de um estado para outro.

As controvérsias em torno da interpretação da teoria quântica sempre estiveram presentes desde o advento da teoria. Dentre os pais fundadores da teoria quântica, os maiores

insatisfeitos foram Einstein, Schrödinger e de Broglie (antes de 1927 e depois de 1952). A crítica inicial de Einstein, realizada em 1927, foi direcionada para a propriedade que a partícula tem de estar potencialmente presente em todos os pontos do espaço e sofrer colapsos instantâneos no momento da observação. Em 1935, a crítica de Einstein foi direcionada à asserção de que não é possível obter informações sobre um sistema quântico antes da realização de medidas sobre o sistema. Esta crítica foi construída através de uma experiência de pensamento conhecida como EPR<sup>4</sup>. Nesta experiência, duas partículas que interagiram no passado são separadas espacialmente e as medidas realizadas sobre uma delas revelariam a posição e *momentum* da outra sem a necessidade de realizar qualquer medida sobre esta. Tal crítica foi respondida por Bohr de uma maneira que deixou de Broglie convencido de que o argumento de Einstein não era forte o suficiente (DE BROGLIE, 1960, p.74-79).

Os argumentos apresentados por Schrödinger, também em 1935, embora não representassem uma forma de obter informações no nível quântico sem a realização de medidas sobre a partícula em consideração, seguiu a mesma linha do pensamento delineado no experimento EPR. Schrödinger propôs um experimento no qual duas partículas sofrem uma colisão e seguem possíveis trajetórias compatíveis com a conservação da energia e do *momentum*. Como a interpretação ortodoxa estabelece que a partícula está potencialmente presente em todos os pontos do espaço, a medida realizada sobre uma das partículas detectando a sua trajetória obrigaria a outra partícula a assumir uma trajetória correlacionada, de tal modo que os princípios de conservação fossem verificados. Surge a questão de como uma partícula deixaria de estar potencialmente presente em todos os pontos do trem de onda para assumir uma posição bem determinada, se nenhuma ação foi realizada sobre ela? Schrödinger se referiu a esta propriedade, ironicamente, ao dizer “isto seria mágica” (DE BROGLIE, 1960, p.80, 1964, p.26).

De Broglie chamou a atenção para estas críticas feitas por “algumas das maiores mentes” daquele tempo em relação à interpretação puramente probabilista e convidou seus leitores a reexaminar a única tentativa feita para evitar tal interpretação, isto é, a tentativa que ele fez, em 1927, a Teoria da Dupla Solução (DE BROGLIE, 1960, p.85).

---

<sup>4</sup>Artigo produzido por Einstein, Podolsky e Rosen, publicado em 1935 em Phys. Rev., 47, p.777

## 2.3 Uma tentativa de interpretação causal e não linear da Mecânica Ondulatória

Nos anos seguintes à publicação dos artigos de Bohm, de Broglie publicou uma série de artigos que oscilaram entre uma rejeição inicial à possibilidade de interpretação causal, através da teoria da onda piloto, e a sua reconversão ao programa causal. Entre 1951 e 1953, de Broglie publicou três pequenos artigos nos quais reexaminou alguns aspectos da mecânica ondulatória e apontou para novas ideias que poderiam colaborar com o desenvolvimento do programa causal. Os artigos publicados neste período constituíram a base do livro publicado em 1956 com o título *Une Tentative D'interprétation Causale et non Linéaire de la Mécanique Ondulatoire (La théorie de la double solution)* (DE BROGLIE, 1960).

### 2.3.1 Analisando os artigos de 1951-1953

Faremos uma síntese das principais ideias presentes nos artigos que marcaram o retorno de Louis de Broglie à busca por uma interpretação causal utilizando a teoria da dupla solução.

#### *Remarques sur la théorie de l'onde pilote, DE BROGLIE, 1951*

Louis de Broglie publicou este artigo com o objetivo de mostrar que ele foi o pioneiro em propor a teoria da onda piloto e justificar as razões pelas quais ele considerava esta teoria como inaceitável. Neste artigo, Louis de Broglie:

- argumentou que o movimento da partícula, de acordo com a teoria da onda piloto, ocorre como se a partícula estivesse submetida a forças derivadas de um potencial clássico somada a forças derivadas de um potencial quântico;
- admitiu que os argumentos de Pauli o levaram a refletir sobre a teoria da onda piloto e adicionar objeções;
- apresentou os principais problemas que envolviam a teoria da onda piloto<sup>5</sup>;

---

<sup>5</sup>Veja seção 1.6. Dos problemas citados, o único que de Broglie não tinha percebido em 1927 foi que a teoria da onda piloto é não local, ou seja, uma medida realizada em uma região do espaço pode modificar a forma da onda  $\Psi$  em regiões remotas instantaneamente.

- afirmou que a teoria da onda piloto levanta objeções contra a interpretação da mecânica ondulatória proposta por Einstein, Podolsky e Rosen no famoso artigo EPR;
- reconheceu que o teorema de von Neumann deixou de ser uma barreira ao desenvolvimento de uma interpretação causal para a mecânica ondulatória;
- concluiu que, diante das dificuldades apresentadas, a teoria da onda piloto continuaria inaceitável mesmo na forma apresentada por Bohm.

Em 1927, de Broglie ainda não tinha claro entendimento de todos os aspectos que envolviam a teoria da onda piloto. Alguns destes aspectos foram desenvolvidos por Bohm nos artigos de 1952, dentre eles, o de que a descrição do processo de medida na teoria da onda piloto requer que o aparelho de medição seja levado em consideração (BACCIAGALUPI e VALENTINI, 2006, p.85). Os argumentos que ele utilizou neste artigo mostram que ele ainda não havia compreendido completamente todos os aspectos da teoria e por essa razão rejeitou inicialmente a proposta de Bohm.

***Sur la possibilité d'une interprétation causale et objective de la mécanique ondulatoire, DE BROGLIE, 1952***

Neste artigo, publicado em 14 de janeiro de 1952, quatro meses depois do artigo anterior, de Broglie fez um breve resumo da Teoria da Dupla Solução e analisou a possibilidade de desenvolver uma interpretação causal e objetiva da mecânica ondulatória. Resumimos abaixo as principais ideias presentes neste artigo.

- A teoria da dupla solução admite que as ondas  $\Psi$  e  $u$  devem obedecer à mesma equação linear da mecânica ondulatória. No entanto, as dificuldades matemáticas em provar a existência das duas ondas e a relação entre elas obrigaram de Broglie a apresentar uma versão simplificada, ou seja, a teoria da onda piloto.
- De Broglie reconheceu a importância do trabalho de Bohm, porém, discordava que a onda  $\Psi$  tivesse uma realidade física, ela seria apenas uma representação de probabilidades e estaria sujeita ao estado de consciência do observador.
- De Broglie reconheceu também que Sommerfeld já havia indicado que não podem existir soluções singulares da equação de onda linear com a mesma frequência da onda  $\Psi$  esta-

cionária. Ele não havia observado isto em 1927 e agora, para escapar deste problema, a ideia de um ponto singular deveria ser substituída por uma pequena região singular e a onda-u deveria obedecer a uma equação não linear nas proximidades desta região.

- Na Teoria da Dupla Solução as singularidades que são envolvidas pela onda-u devem se propagar no espaço tridimensional. Deste modo, o espaço de configuração seria formado pelas coordenadas destas singularidades.
- De Broglie acreditava que a Teoria da Dupla Solução permitiria uma interpretação física do princípio de exclusão de Pauli. Para isto, ele deveria conseguir mostrar que, no caso dos férmions, a onda-u admitiria somente uma singularidade, enquanto que no caso dos bósons a onda-u admitiria várias singularidades.
- A existência das regiões singulares da onda-u poderia fornecer ao elétron uma estrutura interna, algo que faltava na teoria quântica.
- De Broglie concordou com Bohm que no núcleo atômico aparecem situações que não eram previstas pelas teorias da época e que isto ocorreria devido à existência das regiões singulares.
- De Broglie concluiu afirmando que as ideias apresentadas poderiam ser modificadas ou completadas com o objetivo de fornecer uma interpretação causal e objetiva da mecânica ondulatória.

*Sur l'interprétation causale et non linéaire de la Mécanique ondulatoire,*  
**DE BROGLIE, 1953**

Neste artigo, publicado em 17 de outubro de 1953, de Broglie reinterpreta a Teoria da Dupla Solução com a hipótese de que a onda-u, responsável por descrever a partícula objetivamente, deveria obedecer a uma equação de propagação não linear. As ideias principais apresentadas neste artigo são as seguintes:

- A partícula constitui a região central de um campo ondulatório estendido. Este campo deve ser descrito pela onda-u, de caráter objetivo, que obedece a uma equação de propagação não linear. Os termos não lineares somente seriam importantes dentro de uma



região muito pequena, na qual a onda- $u$  e suas derivadas assumiriam valores muito grandes. Fora da região singular, a equação da onda- $u$  se reduz a equação usual da mecânica ondulatória.

- De Broglie assume uma sugestão de Vigier, ao considerar que a onda- $u$  poderia ser escrita como sendo a soma de duas ondas  $u = u_0 + v$ , em que  $u_0$  seria a parte de  $u$  que contém a singularidade e  $v$  seria a parte regular, tal que  $v \simeq C\Psi$ .
- De Broglie admite que experiências de difração e interferência utilizando a dupla fenda de Young são difíceis de serem entendidas do ponto de vista da dupla solução.
- A região singular poderia ser comparada a uma esfera de raio  $r_0 \leq 10^{-13} \text{cm}$ . Dentro desta região, a decomposição  $u = u_0 + v$  não seria válida, assim, deveria existir uma região intermediária ( $r_0 < r < r_1$ ), onde a equação de onda é aproximadamente linear e a decomposição é válida e  $u_0$  não é desprezível em relação a  $v$ . Para complementar, deveria existir uma região ( $r > r_1$ ) onde  $u \simeq v \simeq C\Psi$ .
- Considerando uma partícula com estrutura interna de simetria esférica, cuja função de onda obedece à equação de Klein-Gordon, de Broglie apresentou uma função que possui as propriedades citadas.

$$u = u_0 + v = \left[ \frac{\varepsilon \cos k_n r}{4\pi r} + C \frac{\sin k_n r}{r} \right] e^{\frac{i}{\hbar} E_n t} \quad (2.5)$$

em que  $k_n$  é determinado pelas condições de contorno e  $E_n$  é o valor próprio de energia correspondente a  $k_n$ . Voltaremos a discutir as consequências desta equação e o significado das regiões onde ela se aplica na análise do livro *Non-Linear Wave Mechanics* (DE BROGLIE, 1960).

Neste artigo, de Broglie não propôs a forma da equação não linear que a onda- $u$  deveria obedecer, nem conseguiu obter nenhum resultado que justificasse a sua suposição. No entanto, ele acreditava que se conseguisse descrever as frentes de onda utilizando propriedades não lineares, poderia eliminar algumas objeções levantadas contra a interpretação causal da mecânica ondulatória, como, por exemplo, a redução do pacote de probabilidade e a repartição das ondas ao incidir em espelhos semitransparentes.

O anúncio oficial de sua retomada do programa causal aconteceu em uma conferência cujo título foi *La physique quantique, restera-t-elle indéterministe?*<sup>6</sup>, realizada em 1953 (FREIRE, 1999, p.91). No artigo publicado, de Broglie fez um breve resumo do desenvolvimento da teoria quântica, do estabelecimento da interpretação puramente probabilista e de sua tentativa em desenvolver um programa causal. O conteúdo do artigo não acrescenta muito ao que já apresentamos até aqui e, por esta razão, não o discutiremos. Registraremos somente um trecho de sua conclusão, no qual ele se antecipa às possíveis especulações que poderiam ocorrer devido a esta reviravolta em seus pensamentos.

Não tenho dúvidas que, tendo aparentemente retornado em meus esforços e tendo aparentemente apoiado a visão de Bohr e Heisenberg em todos os meus escritos durante os últimos 25 anos, eu posso ser acusado de inconstância. Eu poderia devolver com a observação sarcástica de Voltaire que somente homens estúpidos nunca mudam suas mentes, se não houvesse uma resposta mais séria. A história mostra claramente que os avanços da ciência sempre foram frustrados pelas influências tirânicas de certas noções preconcebidas que foram transformadas em dogmas irrefutáveis. (DE BROGLIE, 1962, p.106)

Segundo Lochak (1982), esta súbita mudança no pensamento de de Broglie não foi bem aceita no Instituto Henri Poincaré, onde ele trabalhava.

As coisas mudaram ao longo dos últimos trinta anos, mas naqueles dias a súbita reviravolta de um dos mais famosos físicos do século criou uma sensação, para não dizer um escândalo. As pessoas sussurravam sobre isso nos corredores do Instituto Henri Poincaré, como se Louis de Broglie tivesse, de repente, sido atingido por uma doença grave da qual seria prudente manter distância (LOCHAK, 1982, p.933).

Conforme discutimos no capítulo anterior, o trabalho de de Broglie já sofria marginalização dentro da França, mesmo durante o período no qual ele se considerava um defensor da

---

<sup>6</sup>Originalmente publicado em *Bulletin Soc. Française de Philosophie*, XLVI, p.135-173, 1953. Também em *Nouvelles Perspectives en Microphysique*. Paris: Albin Michel, p. 115-143, 1956. Nesta dissertação, utilizamos a tradução para o inglês disponível no livro *New Perspectives in Physics*, 1962.

interpretação puramente probabilista. Devido à falta de estudos historiográficos sobre a vida e obra de de Broglie pós-1951, não sabemos como esta reviravolta em suas concepções pode ter contribuído para o aumento dessa marginalização. No final deste capítulo, mostraremos que poucos pesquisadores se interessaram em desenvolver as novas ideias propostas por de Broglie após seu retorno à busca por uma interpretação causal para a mecânica ondulatória.

### **2.3.2 Análise do livro *Non-Linear Wave Mechanics*, DE BROGLIE, 1960**

Neste livro, composto de 20 capítulos, distribuídos em 304 páginas, de Broglie fez uma síntese de todo o seu trabalho. O livro foi dividido em duas partes. Na primeira parte, o autor discutiu os principais aspectos da mecânica ondulatória, desde as suas ideias iniciais até o desenvolvimento do formalismo de Schrödinger e o estabelecimento da interpretação puramente probabilista desenvolvida por Bohr e colaboradores. Ele finalizou a parte I do livro apresentando as principais objeções feitas a esta interpretação por Einstein e Schrödinger. Na segunda parte do livro, de Broglie reapresentou a Teoria da Dupla Solução, bem como os motivos pelos quais ele abandonou e retomou a sua teoria 25 anos depois e sugeriu o desenvolvimento de um formalismo não linear para a teoria quântica.

A Teoria da Dupla Solução, conforme discutimos anteriormente, foi elaborada por de Broglie com o intuito de recuperar a representação causal e determinista da trajetória de uma partícula na mecânica ondulatória, que havia sido abandonada após o desenvolvimento do formalismo matemático de Schrödinger. Para de Broglie a ideia de que a partícula deveria estar incorporada a uma onda, como uma espécie de singularidade dentro de um fenômeno ondulatório estendido, era algo a ser considerado como fundamental. Esta seria a única forma de compreender como uma partícula localizada poderia ser influenciada pela presença de obstáculos que estão a certa distância de sua trajetória, podendo sofrer difração e interferência, bem como produzir os estados estacionários em sistemas quantizados.

As ideias apresentadas na parte I do livro já foram apresentadas nas seções precedentes. Iniciaremos a nossa análise pela segunda parte do livro, na qual de Broglie resumiu as ideias gerais que o guiaram para desenvolver a teoria da dupla solução da seguinte forma:

1. Ao representar a partícula como uma espécie de singularidade embutida em um fenômeno ondulatório estendido, seria possível encontrar a síntese entre os conceitos de onda e partícula.
2. A interpretação da onda contínua  $\Psi$  é correta e deve ser mantida.
3. A onda  $\Psi$  é escrita na forma  $\Psi = ae^{\frac{i}{\hbar}\varphi}$  (com  $a$  e  $\varphi$  reais), e a fase  $\varphi$  possui um profundo significado, correspondendo à indicação de um infinito número de relógios minúsculos cujos movimentos seriam ligados ao da partícula. Esta fase  $\varphi$ , que deve também ser a fase da onda de singularidade, na teoria a ser construída, teria que representar a estrutura real da partícula e do fenômeno ondulatório no qual a partícula é incorporada. Por outro lado, a amplitude  $a$  da onda  $\Psi$ , que é contínua, não possui significado objetivo; possui somente o caráter de representar uma probabilidade.
4. De todas as probabilidades consideradas pela Mecânica Ondulatória padrão, a probabilidade de presença  $|\Psi|^2$  possui uma espécie de prioridade sobre todas as outras, pois ela corresponde à probabilidade de a partícula estar em um ponto no estado representado pela onda  $\Psi$ . As outras probabilidades, tais como aquelas associadas ao valor do momentum, tem um significado menos imediato; elas são válidas somente depois da ação de um aparato permitindo a medida da grandeza considerada, quando não se conhece ainda o resultado da medição.
5. Já que todo fenômeno ondulatório real pode ser representado no referencial do espaço-tempo, não pode ser admitido que o problema de  $N$  partículas interagentes pode ser tratado somente ao considerar a propagação de ondas em um espaço de configuração, que é obviamente um espaço fictício. Devemos ser capazes de indicar o problema e, pelo menos em princípio, resolvê-lo considerando  $N$  ondas de singularidade, mutuamente interagentes, se propagando no espaço físico tridimensional. Porém devemos ser capazes de demonstrar que os resultados estatísticos da interação são dados exatamente pela consideração da onda  $\Psi$  do sistema em um espaço de configuração - uma onda que, sendo somente a representação de uma probabilidade, só pode ser representada em referencial fictício (DE BROGLIE, 1960, p.98).

Em seguida, de Broglie enunciou o que chamou de *Princípio da Dupla Solução*:

Para cada solução contínua  $\Psi = ae^{\frac{i}{\hbar}\varphi}$  da equação de propagação da Mecânica Ondulatória, deve corresponder uma solução singular  $u = fe^{\frac{i}{\hbar}\varphi}$  tendo a mesma fase  $\varphi$  que  $\Psi$ , mas com uma amplitude  $f$  envolvendo uma singularidade geralmente móvel (DE BROGLIE, 1960, p.99).

Em 1927, de Broglie havia considerado que a partícula deveria ser representada por uma singularidade matemática no sentido estrito do termo, isto é, por um ponto onde a função  $f$  torna-se infinita. Em 1956, ele modificou esta concepção e passou a considerar que a partícula seria uma pequena região singular no espaço onde  $u$  assumiria um valor muito grande e obedeceria a uma equação de propagação não linear. A equação linear da mecânica ondulatória usual seria somente uma aproximação válida fora da região singular.

De Broglie sabia das dificuldades que encontraria ao fazer esta modificação na Teoria da Dupla Solução, isto porque, até aquela época, ainda não existiam métodos matemáticos suficientemente desenvolvidos para resolver equações não lineares. No entanto, ele encarava esta nova sugestão como sendo capaz de ir além do desenvolvimento de uma interpretação causal para a teoria quântica. De Broglie acreditava que a similaridade apontada por Vigier poderia ser capaz de produzir uma síntese entre a teoria quântica e a relatividade geral (DE BROGLIE, 1960, p.292).

Seguindo os mesmos passos de 1927, de Broglie tentou demonstrar que a Teoria da Dupla Solução poderia ser verificada ao substituir as ondas  $\Psi$  e  $u$  nas equações da mecânica ondulatória. Para o caso do movimento de partículas com spin inteiro, a equação relativística de propagação é a equação de Klein-Gordon.

$$\square\Psi + \frac{m_0^2c^2}{\hbar^2}\Psi = 0. \quad (2.6)$$

De Broglie foi capaz de mostrar que, neste caso simples, é possível obter uma função na forma  $u = fe^{\frac{i}{\hbar}\varphi}$  que satisfaz à equação acima e, portanto, o Princípio da Dupla Solução seria verificado. Ele acreditava que a forma assumida pela função  $f$  estaria relacionada à estrutura interna da partícula e com a simetria interna desta estrutura; se isto fosse verificado poderia ter grande importância no desenvolvimento da teoria geral das partículas elementares. No caso de uma partícula com estrutura interna com simetria esférica, a onda- $u$  assume a forma,

$$u(x_0, y_0, z_0, t_0) = \frac{C}{r_0}e^{\frac{i}{\hbar}m_0c^2t} \quad (2.7)$$

em que o sistema de referência foi escolhido para que a origem coincida com a localização da partícula.

Como interpretar as duas soluções para a mesma equação de propagação linear? De Broglie interpretou fisicamente as duas soluções da seguinte forma,

[...] ao passo que a onda-u com sua região singular descreveria a estrutura real da partícula, a onda contínua  $\Psi$  seria somente uma representação fictícia do conjunto das possíveis posições daquela partícula (DE BROGLIE, 1960, p.103).

De Broglie foi capaz de mostrar que a hipótese da dupla solução é válida para o caso de uma partícula se movendo na ausência de um campo externo, porém, a demonstração para o caso geral, segundo ele, pode ser questionada por não ser rigorosa.

### O significado da fórmula guia e do potencial quântico

De Broglie utilizou a teoria de Hamilton-Jacobi da óptica geométrica para deduzir a expressão que permitiria calcular a velocidade da partícula na mecânica ondulatória. Esta teoria estabelece que o *momentum* de uma partícula, ao passar por determinado ponto, é igual ao gradiente de  $\varphi$ , uma vez que a fase  $\varphi$  é idêntica à ação hamiltoniana. A dedução da fórmula guia mostra que esta relação permanece válida, mesmo fora do limite de validade da óptica geométrica. Para obter a fórmula guia, de Broglie partiu da equação de Klein-Gordon para uma partícula sujeita a um potencial constante. Assumiu que esta equação admitiria uma solução do tipo  $u = f(x, y, z)e^{\frac{i}{\hbar}\varphi}$  e separou a parte real da parte imaginária, obtendo duas equações: uma era equivalente à equação de Hamilton-Jacobi e a outra análoga à equação da continuidade. A fórmula guia foi obtida quando ele aplicou na equação da continuidade a hipótese da existência de uma região singular na qual a função  $f$  cresce muito rapidamente quando se aproxima da singularidade. A expressão obtida foi a seguinte,

$$\vec{v} = \frac{c^2}{W - F} \overrightarrow{\text{grad}}\varphi \quad (2.8)$$

em que  $W = \frac{\partial \varphi}{\partial t}$ ,  $F$  é a energia potencial e  $c$  a velocidade da luz no vácuo.

Esta fórmula fundamental será referida como a “fórmula guia”. Ela mostra que o movimento total da região singular (ou seja, o movimento da partícula) é obtido simplesmente pela extrapolação da fórmula  $\vec{p} = -\overrightarrow{grad}S$  da teoria de Jacobi clássica além do limite da óptica geométrica, ou seja, da mais antiga Mecânica. (BROGLIE, 1960, p.107)

Considerando a aproximação newtoniana onde  $v \ll c$  e  $W - F \approx m_0c^2$  a fórmula guia pode ser escrita como,

$$\vec{v} = -\frac{1}{m_0}\overrightarrow{grad}\varphi \quad (2.9)$$

A hipótese que, dentro da região singular, a onda-u deveria obedecer a uma equação não linear não possui qualquer influência na dedução da fórmula guia, sendo idêntica à demonstração feita em 1927. Porém, de Broglie fez uma observação que não estava presente em seus trabalhos anteriores. A dedução da fórmula guia supõe que o comprimento de onda é muito maior do que as dimensões da região singular, o que permitiria deduzir qual o limite de validade da mecânica ondulatória. De Broglie concluiu que para regiões da ordem de  $10^{-13}\text{cm}$  e energias maiores que  $10^{-9}\text{eV}$  seríamos confrontados com uma situação inteiramente nova, na qual as predições da mecânica ondulatória não seriam válidas.

A fórmula guia deve ser interpretada da seguinte maneira: se conhecermos a fase  $\varphi$  de determinada partícula, podemos estabelecer um número infinito de movimentos possíveis ao considerar várias curvas ortogonais a  $\varphi$ , isto nos permite obter a imagem de um feixe de partículas. Na ausência de campo externo, o feixe de partículas seria representado por uma onda plana monocromática, ou mais precisamente, por um limitado trem de ondas, que pode ser aproximado por uma onda plana monocromática ao longo de sua inteira extensão. Ao penetrar na região onde existe um campo, as velocidades das partículas seriam determinadas pela fórmula guia. Seu movimento seria comparável ao de um fluido estacionário, uma vez que sua velocidade depende somente da posição e não do tempo; isto permite introduzir uma função  $\rho(x, y, z, t)$  que representa a densidade das partículas, de tal modo que para uma onda plana monocromática representada na forma usual  $\Psi = ae^{\frac{i}{\hbar}(Wt - pr)}$  a densidade  $\rho$  seria dada por,

$$\rho = ka^2 = k|\Psi|^2 \quad (2.10)$$

e deve obedecer à equação da continuidade. Considerando que a densidade do fluido varia de um ponto para outro, mas permanece constante em cada ponto ao longo do tempo, esta equação

tem a seguinte forma:

$$\text{div}(\rho\vec{v}) = 0 \quad (2.11)$$

O raciocínio pode ser estendido para o movimento de apenas uma partícula. Neste caso, a Teoria da Dupla Solução assume que se cada partícula possui uma posição bem definida, porém, desconhecida a cada instante, então a probabilidade de uma partícula estar presente no instante  $t$  no elemento de volume  $d\tau$  pode ser determinada por,

$$\rho(x, y, z)d\tau = a^2(x, y, z)d\tau = |\Psi(x, y, z)|^2d\tau \quad (2.12)$$

Observamos que a Teoria da Dupla Solução também introduz a noção de probabilidade, porém, com uma motivação diferente. A probabilidade, na concepção de de Broglie, é introduzida porque não é possível conhecer as condições iniciais da partícula, enquanto que a interpretação puramente probabilista assume que a partícula não possui uma posição definida a cada instante, estando potencialmente presente em todos os pontos do trem de ondas.

Considerando a forma relativística da equação de Hamilton-Jacobi, obtida da separação da equação de onda em suas partes real e imaginária, de Broglie identificou que a massa de repouso da partícula deveria ser igual a

$$M_0 = \sqrt{m_0^2 + \frac{\hbar^2}{c^2} \left( \frac{\square f}{f} \right)} \quad (2.13)$$

em que a quantidade  $\square f/f$  é calculada na vizinhança imediata da partícula. Se desprezarmos os termos de segunda ordem, esta expressão pode ser escrita em sua forma aproximada como segue,

$$M_0 \approx m_0 + \frac{\hbar^2}{2m_0c^2} \left( \frac{\square f}{f} \right) \quad (2.14)$$

Na ausência de qualquer campo do tipo clássico, a partícula teria momentum e a energia dados por,

$$p = m_0v; W = m_0c^2 + \frac{1}{2}m_0v^2 + Q \quad (2.15)$$

em que  $Q = \frac{\hbar^2}{2m_0} \left( \frac{\square f}{f} \right)$  é o potencial quântico. O potencial quântico não é levado em consideração em teorias clássicas, pois o quantum de ação  $h$  é desprezível comparado às outras grandezas, devido ao seu valor infinitamente pequeno. De Broglie interpretou este potencial da seguinte forma:



A origem física do potencial quântico e do campo dele derivado é agora muito clara. Quando não existem campos externos do tipo clássico, a quantidade  $\square f/f = \square a/a$  pode tornar-se não nula, como um resultado da presença de obstáculos (em linguagem matemática devido às condições de contorno) que modificam a propagação da onda-u e causam os fenômenos de interferência ou difração. Desta forma, o vínculo imposto sobre o fenômeno ondulatorio, que envolve a partícula embutida na onda como uma pequena região singular, então reage ao movimento desta região singular e ocasiona o surgimento de trajetórias complicadas, determinadas pela fórmula guia - trajetórias a partir das quais os fenômenos de interferência e difração que nós conhecemos resultariam. Esse é o ponto de vista - certamente o mais atraente - da Teoria da Dupla Solução. (DE BROGLIE, 1960, p.121)

De Broglie comparou esta noção de potencial quântico com a visão defendida pelos antigos defensores da teoria corpuscular da luz, a exemplo de Newton e Laplace. Para estes, a luz seria desviada ao passar por um obstáculo, tal como a extremidade de um anteparo, porque esta extremidade exerce sobre a partícula de luz uma força que a obriga a se desviar de sua trajetória.

Se a luz é difratada pela borda de uma tela deve ser porque a onda-u do fóton é perturbada na sua propagação pela borda da tela e resulta uma reação no movimento do fóton; essa reação é explicada pela intervenção do potencial quântico e tem como efeito a curvatura da trajetória do fóton (DE BROGLIE, 1960, p.122).

De Broglie analisou as consequências da fórmula guia e do potencial quântico em duas situações físicas: no estudo dos estados estacionários do átomo de hidrogênio e no processo de interferência na vizinhança de espelhos (franjas de Wiener). No primeiro caso, ele observou que a mecânica ondulatoria prevê que o momento angular para o elétron do átomo de hidrogênio, em seu estado fundamental ( $n = 1, l = m = 0$ ), deve ser nulo. Isto implica que a velocidade do elétron no interior do átomo deve ser nula. De Broglie questionou: “Como pode o elétron permanecer parado quando está sujeito a uma força de Coulomb devido ao núcleo?”. Segundo ele, este resultado pode ser facilmente explicado pela teoria causal, pois o elétron estaria sujeito a um potencial quântico que seria responsável por aplicar uma força radial para fora, capaz de contrabalançar a força coulombiana.

O segundo caso, as franjas de Wiener, já havia sido estudado por de Broglie em 1930<sup>7</sup>. Naquela época, ele havia concluído que o uso da teoria da onda piloto implicaria em uma violação da teoria da relatividade restrita, pois previa fótons com velocidades superiores à velocidade da luz no vácuo, quando estes estavam na região de interferência. Em 1956, de Broglie reconheceu que este resultado é uma consequência da teoria causal, ao utilizar a equação de Klein-Gordon. Esta equação é válida somente para partículas de spin zero e, portanto, não pode ser aplicada aos fótons. Ainda assim, o problema permanece: como explicar a possibilidade da existência de partículas de spin zero com velocidades maiores que a velocidade da luz no vácuo? De Broglie argumentou que, mesmo na teoria causal, é impossível realizar medidas sucessivas em dois pontos próximos ( $M$  e  $M'$ ) dentro da região de interferência para mostrar que existe um sinal se propagando com velocidade maior que  $c$ .

Para fazer isso, seria necessário observar a localização das partículas em  $M$  e  $M'$  nos instantes  $t$  e  $t'$ , e isso exigiria outro tipo de dispositivo experimental - um incompatível com a obtenção de franjas de Wiener. A semelhança entre este argumento e alguns dos raciocínios de Bohr será notada, mas aqui o argumento é utilizado no âmbito da interpretação causal, sem dar a possibilidade de localizar a partícula.

[...]Em resumo, partículas com velocidades maiores do que  $c$ , que a fórmula guia indica para certos casos, não podem, aparentemente, ser realmente reveladas; e então elas não podem ser usadas para transmitir sinais com uma velocidade maior do que  $c$ . (DE BROGLIE, 1960, p.135)

### As dificuldades existentes na teoria da dupla solução

De Broglie reconhecia que sua hipótese estava envolvida em dificuldades. Primeiramente, devido ao sucesso da interpretação probabilista, inteiramente baseada em uma teoria linear. Em segundo lugar, porque era muito difícil encontrar a forma exata da equação da onda- $u$  e sua respectiva equação de propagação não linear. No entanto, ele acreditava que os paradoxos que surgem na interpretação puramente probabilista decorrem do fato de que a mecânica ondulatória é uma teoria essencialmente linear.

---

<sup>7</sup>Vide página 37

Podemos ser levados a concluir que se, atualmente, a Mecânica Ondulatória falha em dar uma clara explicação da relação entre a onda e a partícula, esta falha resulta do fato de que ela se limita, a priori, ao quadro de uma teoria linear (DE BROGLIE, 1960, p.223).

Identificamos abaixo as principais dificuldades apontadas por de Broglie em relação à sua teoria da dupla solução refinada.

1. Como relacionar a onda-u e a onda  $\Psi$  se elas possuem naturezas distintas? A onda-u deve representar uma realidade objetiva, enquanto que a onda  $\Psi$  é fictícia e representa somente probabilidades.

Dentro do referencial da teoria causal da Dupla Solução, a onda-u e a onda  $\Psi$  são de caráter inteiramente diferente. A onda-u deve ser uma realidade ‘objetiva’ – isto é, deve ser independente do observador e do estado de seu conhecimento. A onda  $\Psi$ , por outro lado, é uma representação de probabilidade de um caráter subjetivo, dependente do conhecimento do usuário e da informação que a observação e a medição possam suprir àquele usuário (DE BROGLIE, 1960, p.224).

2. O formalismo de Schrödinger considera que as partículas são descritas por meio de trens de ondas contínuas. No entanto, os trens de onda possuem uma tendência de sofrer espalhamento no espaço e uma constante diminuição de sua amplitude. Segundo de Broglie, a ideia de uma partícula estável e de permanência prolongada não seria compatível com a descrição através de trens de ondas.
3. Embora a utilização dos trens de onda para descrever a partícula seja incompatível com a ideia de uma partícula localizada, de Broglie mostra que ela é fundamental na descrição de alguns fenômenos quânticos. Por exemplo, no caso de um feixe de luz dirigido para um espelho semitransparente, o feixe é dividido em vários trens de ondas de baixa amplitude. Este efeito é facilmente entendido utilizando a concepção dos trens de onda e encontra dificuldades para ser explicado em termos das ondas-u.
4. Como justificar a redução do pacote de probabilidade que afeta a onda  $\Psi$  não afetar a onda-u.

Estas dificuldades constituem alguns dos obstáculos encontrados por de Broglie para determinar a relação que ele supõe existir entre as ondas- $u$  e  $\Psi$ .

### A relação entre a onda- $u$ e a onda $\Psi$

Vigier havia sugerido a de Broglie que a onda- $u$  deveria concordar com a onda  $\Psi$  fora da região singular. Esta sugestão inicialmente foi rejeitada por de Broglie, porém, ele a reconsiderou e assumiu que a onda- $u$  deveria possuir a seguinte forma,

$$u = u_o + v \quad (2.16)$$

em que  $u_o$  assume grandes valores dentro da região singular e praticamente desaparece fora desta região, enquanto que a porção regular  $v$  deve obedecer à equação de propagação linear da Mecânica Ondulatória. De Broglie admitiu que esta decomposição da onda- $u$  é completamente arbitrária. No entanto, na tentativa de justificá-la, ele reescreveu a onda- $u$  como sendo

$$u = u_o + \sum_n d_n \Psi_n \quad (2.17)$$

e discutiu a validade desta expressão em três regiões:

- 1) a região singular de raio  $r_0$  ( $r_0 \leq 10^{-13}cm$ ), na qual os termos não lineares são significativos;
- 2) uma região intermediária definida por  $r_0 < r < r_1$ , onde  $r_1$  é igualmente muito pequeno (sem dúvida, da mesma ordem de magnitude que  $r_0$ ), em que a equação de onda é aproximadamente linear, mas onde  $u \simeq u_o + C\Psi$  cresce rapidamente quando  $r$  diminui por causa do rápido crescimento de  $u_o$ ;
- 3) a região externa que está situada fora da esfera de raio  $r = r_1$ , onde a equação de onda é praticamente linear e podemos escrever  $u \simeq v = C\Psi$  (DE BROGLIE, 1960, p.230).

Ao deduzir a fórmula guia, de Broglie utilizou uma região  $S$  que deveria envolver a singularidade móvel. Neste novo contexto da Teoria da Dupla Solução, esta esfera  $S$  seria colocada na região intermediária, pois a demonstração assume que em  $S$  a equação de propagação é linear e que  $u$  deve crescer rapidamente ao penetrar em  $S$ .

Com o objetivo de demonstrar a existência de uma solução da equação de onda que exhibe tais propriedades, de Broglie considerou o problema da quantização para uma esfera fechada de raio  $R$  sem a ação de qualquer campo de força. Neste caso, a equação de onda na aproximação não relativística, em coordenadas esféricas, é dada por

$$\nabla^2 \Psi = \frac{\partial^2 \Psi}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial r} = -\frac{2m}{\hbar^2} E \Psi = -k^2 \Psi \quad (2.18)$$

cuja solução geral possui a seguinte forma

$$\Psi = \left[ A \frac{\sin kr}{r} + B \frac{\cos kr}{r} \right] e^{\frac{i}{\hbar} E t} \quad (2.19)$$

Levando em consideração a Teoria da Dupla Solução, então deve existir uma onda- $u$ , contendo um ponto singular, que obedeça à mesma equação anterior

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial u}{\partial r} + k^2 u = \varepsilon \delta(r) \quad (2.20)$$

cuja solução para o sistema quantizado pela condição  $u(R) = 0$  possui a forma

$$u_n = \left[ -\frac{\varepsilon}{4\pi} \frac{\cos k'_n r}{r} + A \frac{\sin k'_n r}{r} \right] e^{\frac{i}{\hbar} E_n t} \quad (2.21)$$

na qual ele assumiu  $\varepsilon \ll A$  como correspondendo ao caráter pontual da partícula. Deste modo, ele também foi capaz de distinguir as três regiões citadas anteriormente utilizando a solução  $u$  da equação de onda:

- 1) uma pequena região esférica  $r < r_0$  na imediata vizinhança da origem onde o termo singular  $(\cos k'_n r)/r$  é preponderante;
- 2) uma região intermediária ( $r_0 < r < r_1$ ) onde  $u_0$ , e conseqüentemente  $u$ , aumenta rapidamente quando  $r$  diminui;
- 3) finalmente, a região fora da pequena esfera de raio  $r_1$  onde  $u$  é efetivamente  $A e^{\frac{i}{\hbar} E_n t} (\sin k'_n r)/r \simeq C \Psi_n$  (DE BROGLIE, 1960, p.233).

De Broglie admitiu que estes resultados são apenas aparentemente satisfatórios, pois  $A$  sendo uma constante arbitrária não pode ser determinada pela estrutura interna da partícula. A onda- $u$  obedece a uma equação de propagação linear, logo, qualquer combinação linear também satisfaz à equação de propagação, tal que não é possível combinar os termos  $u_0$  e  $v$  incorporando a partícula na onda.

Por outro lado, torna-se possível, se substituimos a equação de propagação por uma não linear cujos termos não lineares seriam significativos somente em uma região muito pequena em torno da origem e que será aproximadamente reduzida à equação linear usual fora desta região. (DE BROGLIE, 1960, p.233).

Segundo de Broglie, numa teoria linear a existência de uma relação entre  $u_0$  e  $v$  é assumida através do postulado da concordância de fases, sem nenhuma justificativa física. Esta hipótese no contexto de uma teoria linear seria completamente arbitrária, pois, se as ondas  $u$  e  $\Psi$  obedecem a mesma equação de propagação linear, elas podem ser independentes. No entanto, se a hipótese da não linearidade for assumida, o postulado da concordância de fases pode ser facilmente compreendido, pois os termos não lineares seriam responsáveis em fundir as ondas  $u$  e  $v$  nas proximidades da região singular.

Uma das dificuldades que de Broglie havia colocado para a teoria da dupla solução foi a interpretação do experimento de Young. Segundo sua concepção inicial, a partícula seria uma singularidade dentro da onda- $u$  e, ao passar por uma das fendas, não haveria porção da onda passando pela outra fenda, de tal modo que não deveria haver o padrão de interferência. No entanto, considerando que a partícula é envolvida pela onda- $u$  (tal que  $u = u_0 + v$ ) que se estende para além da região singular, então, tudo ocorreria da mesma forma que na interpretação clássica.

Podemos considerar o experimento de fendas de Young como dando uma prova direta da não linearidade da onda- $u$ . De fato,  $v$  é propagada como uma onda de luz clássica, mas se a equação de propagação de  $u$  fosse linear, a propagação de  $u_0$  seria independente de  $v$ , e não poderia explicar o quanto o movimento da partícula é influenciado pela existência de uma fenda de Young, a qual ele não atravessa. Somente a não linearidade da equação de propagação para  $u$  pode ter como um resultado a dependência da propagação de  $u_0$ , i.e, o movimento da partícula sobre a propagação de  $v$ . E por não ter introduzido a não linearidade em 1927 é que pensei que o experimento de Young parecia ser um obstáculo intransponível à teoria da Dupla Solução (DE BROGLIE, 1960, p.239).

De Broglie reconheceu que a concepção da não linearidade ainda possuía grandes dificuldades, principalmente por não se conhecer a forma da equação não linear que a onda-u deveria obedecer dentro da região singular. No entanto, esta concepção seria útil para reconciliar os aspectos ondulatório e corpuscular, possibilitando o entendimento dos fenômenos de interferência e difração. Para ele,  $u$  obedece a uma equação de propagação não linear, pois embora os termos não lineares sejam insignificantes fora da região singular, eles podem se tornar importantes nas bordas dos trens de onda.

### A onda-u como uma onda solitária

A mecânica ondulatória utiliza ondas planas monocromáticas para representar a partícula, no entanto, são meras abstrações, pois estas ondas possuem a mesma amplitude em todos os pontos do espaço, não sendo possível localizar a partícula espacialmente, então, costuma-se utilizar grupos de ondas, que são a superposição de ondas planas monocromáticas de comprimentos de onda ligeiramente distintos. Estas ondas se superpõem de forma construtiva nas proximidades da partícula e se anulam nas regiões mais afastadas, dando uma melhor aproximação da representação de uma partícula. A grande dificuldade desta representação é que grupos de onda possuem uma tendência natural ao espalhamento.

Ao se utilizar esta noção na Teoria da Dupla Solução, de Broglie observou que se uma partícula deve ser descrita pela onda-u que possui a seguinte forma,

$$u = u_0 + v = u_0 + C \int \dots, \quad (2.22)$$

em que  $C$  é uma constante bem determinada e  $\int \dots$  é a integral de Fourier que representa o grupo de ondas, então, ao final de um longo tempo o grupo de ondas seria espalhado e dissipado. Restaria apenas a porção singular  $u_0$ , como se a partícula tivesse “perdido sua onda”. Uma conclusão inaceitável para de Broglie, pois a Teoria da Dupla Solução teria os mesmos problemas do formalismo de Schrödinger. Somente a introdução de uma equação de propagação não linear seria capaz de superar este problema, pois assim seria possível conceber grupos de ondas sem espalhamento.

De Broglie passou então a buscar uma equação de propagação não linear da onda-u. Ele propôs que na ausência de campo externo e em uma aproximação não relativística, a equação

deveria possuir a seguinte forma,

$$-\frac{\hbar}{i} \frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 u + N(u, \dots) \quad (2.23)$$

em que  $N$  são os termos não lineares que, mesmo na ausência de campo, criariam uma espécie de barreira de potencial impedindo o espalhamento do grupo de ondas. Ele afirmou desconhecer quais seriam os termos não lineares a serem introduzidos nesta equação, porém, parecia convencido de que a mesma admitiria soluções estáveis, sem espalhamento e na nota de rodapé ele teve um *insight* fundamental.

A teoria destes grupos de ondas não deformados pode ser comparada com aquela das “ondas solitárias” na Hidrodinâmica, pois exibem certas similaridades (DE BROGLIE, 1960, p.251)

As relações de incerteza de Heisenberg são baseadas na representação dos trens de onda através de uma integral de Fourier. Para de Broglie, o uso de pacotes de ondas não deformados, que não são escritos em termos da integral de Fourier, não produzem alteração nas relações de incerteza.

Neste ponto, de Broglie sentiu a necessidade de fazer uma modificação na Teoria da Dupla Solução, pois ele havia considerado que, para cada onda  $\Psi$  da mecânica ondulatória usual, deveria corresponder uma onda- $u$  com a mesma fase. Sendo que, na sua concepção, a onda  $\Psi$  seria uma mera abstração de caráter subjetivo e estatístico, então, não seria possível conceber a onda- $u$  como sendo dependente de  $\Psi$ , ele então inverteu a relação entre  $u$  e  $\Psi$  ao dizer,

Para cada onda- $u$  que fornece uma descrição objetiva de uma partícula concebida como o centro de um fenômeno ondulatório, pode corresponder uma onda  $\Psi$  do tipo usual que, ao longo de todo o domínio externo da região singular da onda- $u$ , tem em geral, aproximadamente a mesma forma matemática que  $u$ , de modo que colocamos  $\Psi \simeq Cu$  (DE BROGLIE, 1960, p.254)

Em seguida, de Broglie analisou três situações difíceis de explicar partindo do ponto de vista da Teoria da Dupla Solução com a onda- $u$  obedecendo a uma equação de propagação



linear: i) a partícula associada com um grupo de ondas em propagação livre; ii) a emissão de partículas por uma fonte pontual isotrópica; iii) a partícula atravessando um espelho semi-transparente. Em todos os casos ele concluiu que uma teoria linear implicava que a partícula deveria perder a sua onda, e que deveria existir diferença entre partículas “novas” e “antigas”. Uma vez que esta diferença não é observada, pois o fenômeno de interferência pode ser produzido com fótons oriundos de estrelas muito distantes, então, a nova Teoria da Dupla Solução seria mais aceitável do ponto de vista físico, pois admite a concepção de grupos de ondas sem espalhamento correspondendo à natureza estável das partículas. Porém, ele não encontrou um completo desenvolvimento para a sua hipótese e concluiu dizendo:

Infelizmente, o completo desenvolvimento para esta justificativa - extremamente complicada desde o começo por causa da dificuldade sempre presente em estudar soluções de equações não lineares - permanecerá impossível, enquanto permanecermos na ignorância da forma dos termos não lineares a serem introduzidos na equação de onda-u. (DE BROGLIE, 1960, p.269)

### O problema da medida na teoria não linear

Conforme discutimos anteriormente, de Broglie havia reconhecido os méritos da interpretação causal desenvolvida por Bohm, principalmente no que se refere à análise do problema da medição. De Broglie tentou discutir como seria este problema do ponto de vista da Teoria da Dupla Solução dentro do contexto da não linearidade.

Na interpretação puramente probabilista, o estado inicial da partícula é representado por  $\Psi = \sum_k c_k \varphi_k$ , em que  $\varphi_k$  são as autofunções das grandezas a serem medidas. Se a ação do aparelho de medida nos mostra que a quantidade medida corresponde ao valor de índice  $l$ , então,  $\Psi$  deixa de ser uma superposição de possibilidades e assume o valor  $\Psi_f = \varphi_l$ . Este procedimento é conhecido como a redução do pacote de probabilidade. De Broglie tentou justificar este procedimento do ponto de vista causal da seguinte forma:

Do ponto de vista objetivo da onda-u, devemos assumir que no estado inicial a onda-u possui, fora da região singular, a forma  $u_0 = 1/C \sum_k c_k \varphi_k$ ,  $C$  sendo a constante com um valor físico determinado na relação  $\Psi = Cv$ . O ponto de vista sugerido

no texto induz a dizer que, durante a medida, a partícula torna-se desprendida da onda  $u_0$ , a fim de prender-se no componente com índice  $l$ . A “implantação” da região singular para este componente significa que um processo de duração finita, associado à não linearidade, faria todos os outros componentes de índices diferentes de  $l$  desaparecerem e reforçaria este último, de tal forma que a onda-u finalmente teria a forma  $u_f = (1/C)\varphi_l$ ,  $C$  sendo ainda a mesma constante. Depois da redução do pacote de probabilidade, a relação  $\Psi = Cv$  seria finalmente restaurada. (DE BROGLIE, 1960, p.281)

De Broglie também tentou reconsiderar a questão dos estados estacionários e das transições quânticas sob o ponto de vista da Teoria da Dupla Solução, porém não foi capaz de dar argumentos convincentes e obter resultados satisfatórios. Os aspectos discutidos nos capítulos finais do livro constituem-se apenas de sugestões para desenvolvimentos futuros, pois um desenvolvimento rigoroso encontrava dificuldades matemáticas em torno da criação de uma formulação não linear para as equações de propagação que admitiriam soluções do tipo  $u$ . De Broglie concluiu que a ideia fundamental apresentada no livro é a seguinte:

A teoria usual, por se limitar a priori às equações lineares, exclui irregularidades locais resultantes da não linearidade (tais como regiões singulares e fronteiras do trem de onda). Neste modo, ela elimina a estrutura da partícula e, conseqüentemente, obtêm finalmente uma representação contínua de caráter somente estatístico. A obtenção de uma imagem estatística adequada desta maneira é possível pelo fato de que a porção regular da onda-u encontra-se, em sua forma analítica, intimamente relacionada à forma usualmente assumida para a onda  $\Psi$  (DE BROGLIE, 1960, p.287)

De Broglie reconheceu que uma interpretação causal não deve somente fazer objeções à interpretação puramente probabilista, ela deveria levar a predições novas. Ele sugeriu dois campos de pesquisa em que suas ideias poderiam ser testadas: a Física Nuclear e a Física das partículas elementares. Na Física Nuclear, onde as dimensões são menores do que  $10^{-12}cm$ , de acordo com a Teoria da Dupla Solução, deveria se possuir um grande número de regiões singulares onde a interpretação usual seria inadequada. Ele reconheceu também que a interpretação estatística, obtida através da Teoria da Dupla Solução, poderia não ser válida para

partículas com energia muito elevadas, pois, neste caso, não seria possível afirmar se as ondas  $u$  e  $\Psi$  possuem a mesma fase ao longo de toda a esfera que representa a região singular.

A Física das partículas elementares, naquela época, passava por grandes dificuldades, particularmente quando lidava com autoenergias infinitas. Para de Broglie, a Teoria da Dupla Solução poderia ser capaz de descrever estas partículas como constituindo uma singularidade do campo  $u$  dentro do referencial espaço-tempo. Isto permitiria retomar a noção de raio de uma partícula e evitar a armadilha de autoenergias infinitas. Além disso, ele sugeriu que propriedades tais como spin, momento magnético, ou mesmo a massa, pudessem corresponder às diferenças estruturais na forma da onda- $u$ , dentro da região singular. No entanto, ele reconheceu que estas sugestões são muito difíceis de serem verificadas, em virtude da ignorância do que deve ocorrer dentro da região singular.

A esperança de de Broglie em sua Teoria da Dupla Solução se baseava no fato de que ela, aparentemente, concordava com a Teoria da Relatividade Geral de Einstein e que a semelhança entre as duas, apontada por Vigier, a partir da fórmula guia, poderia levar a uma unificação delas.

### **Análise crítica do livro**

Diferente da interpretação causal de Bohm, em termos de variáveis escondidas, baseada na teoria da onda piloto, a interpretação causal e não linear de de Broglie não teve o mesmo sucesso. O trabalho de Bohm conseguiu reproduzir os resultados obtidos pela teoria quântica não relativística, e sua consistência lógica foi reconhecida até mesmo pelos partidários da interpretação puramente probabilista, particularmente por Pauli e Rosenfeld. A tentativa de interpretação causal e não linear de de Broglie, embora seja bastante interessante, não conseguiu reproduzir nenhum resultado experimental conhecido. Naquela época, permanecia apenas a aposta feita por de Broglie de que a teoria pudesse se tornar importante na física nuclear e na física das partículas elementares.

Em 1958, Rosenfeld dirigiu duras críticas em relação ao livro publicado por de Broglie e a sua nova versão da teoria da dupla solução. Reproduzimos abaixo a nota de Rosenfeld na íntegra.

Um fraco argumento não se torna forte por repetição; nem ganha em eficiência por diluição. Professor L. de Broglie, em seu novo livro, expandiu para, aproximadamente, 300 páginas a estória que ele já nos contou várias vezes em curtos ensaios e artigos, de seus esforços pioneiros em desenvolver uma ‘mecânica ondulatória’ dos fenômenos atômicos sobre uma base clássica, de sua (como agora aprendemos) relutante adoção da teoria quântica, e de seu recente retorno para suas velhas ideias. O livro não traz nenhum elemento físico que poderia induzi-lo a alterar seu julgamento, passado trinta anos, sobre a impossibilidade de uma descrição de processos quânticos em termos clássicos; na verdade, ele possui uma distinção singular para um tratado de física por não conter uma simples peça de nova evidência experimental que pudesse, de forma concebível, ter outros problemas a serem discutidos em tal extensão. A teoria da dupla solução sofre de uma falta de originalidade na determinação dos termos não lineares da equação de onda, que coloca-a em pé de igualdade com o modelo do éter do último século.

Eu gostaria de dizer, em favor deste livro, que ele reúne de uma forma conveniente todos os elementos deste ‘Scheinproblem’, que teria lugar de honra em qualquer futura ‘Coleção de Paradoxos’. Mas o professor de Broglie nos promete outro livro; o tema, obviamente, permite infinitas variações. (ROSENFELD, 1958)

O título do livro sugere ao leitor que de Broglie foi capaz de desenvolver uma interpretação causal e não linear para a mecânica ondulatória, porém, a análise do mesmo nos leva a concluir que ele não apresentou nenhuma novidade em relação às ideias que já haviam sido discutidas anteriormente. Vale destacar que de Broglie reconheceu, desde o prefácio do livro, que as ideias apresentadas poderiam ser encaradas somente como sugestões para desenvolvimentos futuros.

Conforme já mencionado, em 1927, de Broglie abandonou a Teoria da Dupla Solução, devido às dificuldades matemáticas em mostrar que a equação de propagação linear da mecânica ondulatória admite soluções contendo uma singularidade. A sugestão de que a equação de propagação deve ser substituída por uma que seja não linear não resolveu as dificuldades fundamentais. A hipótese da não linearidade das equações de propagação das ondas na mecânica ondulatória não podia ser comprovada matematicamente, pois naquela época ainda não existiam ferramentas matemáticas adequadas para resolver equações diferenciais não lineares. No

entanto, existia a possibilidade de tentar verificar experimentalmente se, no limite proposto por de Broglie (em dimensões nucleares), a Teoria da Dupla Solução seria verificada e se seriam necessárias correções não lineares às equações de propagação.

## 2.4 A termodinâmica da partícula isolada

A Teoria da Dupla Solução, quando aplicada a um sistema de partículas, é equivalente à interpretação da mecânica ondulatória, que associa o movimento das partículas a um fluxo hidrodinâmico do tipo de Madelung<sup>8</sup>. Porém, segundo de Broglie, esta interpretação não é suficiente e, para justificar o significado estatístico de  $|\Psi|^2$ , seria necessário considerar que a partícula está em constante interação com um meio subquântico, que desempenha o papel de um “termostato escondido”. Esta concepção permitiria supor que a partícula possui movimentos aleatórios que devem ser superpostos com os movimentos regulares previstos pela fórmula guia. Isto justificaria a passagem aleatória da partícula de uma linha de corrente para a outra (DE BROGLIE, 1961, p.1079).

Em 1961, de Broglie publicou um artigo com o título *Sur la thermodynamique du corpuscule isolé*, no qual ele apresentou a origem da ideia de desenvolver a termodinâmica da partícula isolada. De Broglie argumentou que ele já havia investigado as analogias entre as grandezas mecânicas e termodinâmicas, entre os anos 1946-1948, que, por sua vez, já haviam sido estudadas por Helmholtz e Boltzmann. Ele admitiu que foi um artigo publicado por Terletski, no ano anterior, que permitiu a ele reconsiderar essas analogias e tentar relacioná-las à teoria da dupla solução.

De Broglie havia obtido a frequência de propagação das ondas de matéria ao comparar a expressão do quantum de energia ( $E = h\nu$ ) com a expressão da energia de repouso de uma partícula na Teoria da Relatividade ( $E = m_0c^2$ ). Em sua proposta de desenvolver a termodinâmica da partícula isolada, ele comparou a expressão do quantum de energia com a expressão da energia na termodinâmica ( $E = kT$ ), obtendo a relação da frequência de uma

---

<sup>8</sup>Modelo de interpretação da teoria quântica proposto em 1926 por Erwin Madelung(1881-1972), físico alemão, como uma alternativa à equação de Schrödinger.

partícula material com a sua temperatura:

$$h\nu = kT$$

em que  $k$  é a constante de Boltzmann,  $h$  é a constante de Planck e  $T$  a temperatura da partícula. Inicialmente, de Broglie havia rejeitado esta ideia, pois não conseguia compreender o significado da temperatura de uma única partícula, porém, a ideia de Bohm e Vigier, da existência de um meio subquântico, permitiu que ele pudesse interpretar esta expressão dentro do contexto da Teoria da Dupla Solução da seguinte forma:

A primeira fórmula define a temperatura em função da frequência interna  $\nu_c$  do corpúsculo considerado, sugere imaginar o meio subquântico como sendo a reunião de uma série de termostatos, cada um deles constituído por corpúsculos escondidos de mesma massa e tendo a sua própria temperatura. Talvez por consequência de um efeito de ressonância, o corpúsculo observado estaria em interação normal com os corpúsculos escondidos semelhantes a ele (DE BROGLIE, 1961, p.1080)

O citado artigo tem por objetivo principal mostrar que o princípio de mínima ação estaria relacionado ao segundo princípio da termodinâmica, através da seguinte expressão,

$$-\frac{S}{k} = \frac{A}{h}$$

em que  $S$  é a entropia da partícula e  $A$  é a grandeza ação. Segundo de Broglie, esta fórmula permitiria interpretar o princípio da mínima ação como correspondente ao valor de máxima entropia. Como a Teoria da Dupla Solução permite definir o movimento do corpúsculo a partir do princípio de mínima ação, então, os movimentos definidos pela fórmula guia corresponderiam a estados de máxima entropia.

Em seus trabalhos iniciais (1922-1924), de Broglie já havia proposto uma equivalência entre o princípio de Fermat da óptica e o princípio de Maupertuis da mecânica. Nesta sua nova tentativa de reinterpretar a mecânica ondulatória, ele tentou relacionar estes dois princípios ao de máxima entropia, da termodinâmica, sugerindo uma possível unificação dos três grandes princípios variacionais da Física.

No ano seguinte (1962), de Broglie publicou mais duas notas sobre a termodinâmica da partícula isolada: 1) *Nouvelle presentation de la Thermodynamique de la particule isolée*<sup>9</sup>.

<sup>9</sup>Comptes Rendus de l'Académie des Sciences, 255 : 807 – 810, *Juillet*, 1962.

2) *Quelques consequences de la Thermodynamique de la particule isolée*.<sup>10</sup> Estes artigos deram origem ao livro *La thermodynamique de la particule isolée (thermodynamique cachée des particules)*<sup>11</sup> o qual não tivemos acesso para a presente dissertação.

Em outro artigo,<sup>12</sup> de Broglie afirmou que suas ideias conduzem a dois resultados importantes.

(1) O princípio da mínima ação é somente um caso particular da segunda lei da termodinâmica. (2) O status privilegiado (cujo caráter paradoxal foi enfatizado por Schrödinger) que a mecânica quântica, atualmente, tem oferecido sobre ondas planas monocromáticas e estados estacionários de sistemas quantizados podem ser explicados pelo fato de que eles correspondem à entropia máxima; outros estados não são inexistentes, mas somente pouco prováveis (DE BROGLIE, 1967, p.12)

Aos 77 anos, de Broglie considerava que seu trabalho constituía-se apenas de sugestões para se obter uma reinterpretção do formalismo usual da mecânica quântica. Ele admitiu contar com a ajuda de uns poucos pesquisadores<sup>13</sup> que se interessaram por suas ideias. No entanto, devido a sua idade, ele não tinha mais esperança de ver até onde estas ideias poderiam levar (DE BROGLIE, 1967).

Minha idade quase não me permite ter esperança de ver a conclusão destes esforços, mas eu estou convencido de que as ideias físicas precisas, investigadas neste artigo podem levar, no futuro, em concordância com a nova teoria da estrutura da partícula, não somente a uma reconsideração dos formalismos da mecânica quântica e da teoria quântica de campos atuais, mas também à abertura de perspectivas completamente novas nas teorias quânticas em geral. (DE BROGLIE, 1967, p.12)

---

<sup>10</sup>Comptes Rendus de l'Académie des Sciences, 255 : 1052 – 1054, Aout, 1962.

<sup>11</sup>Gauthier-Villars, Paris, 1964

<sup>12</sup>De Broglie, L. A New Interpretation Concerning the Coexistence of Waves and Particles. In: Perspectives in Quantum Theory, eds. Wolfgang Yourgrau and Alwyn Van der Merwe. Essays in honor of Alfred Landé, p.5-16. Dover Publ., Inc., NY, 1971.

<sup>13</sup>Ver *J. Andrade e Silva e J. Vassalo Pereira, On another formulation of the de Broglie's hidden thermodynamics*, International Journal of Theoretical Physics, vol.3, n.1, jan/1970. Louis de Broglie foi orientador dos autores em suas teses de doutoramento na Faculdade de Ciências de Paris.

Analisando a lista de publicações de Louis de Broglie nos anos seguintes,<sup>14</sup>, não verificamos que ele tenha obtido novos resultados ou novas ideias em relação às suas pesquisas. Os livros e artigos publicados neste período apenas constituíram uma releitura de suas principais idéias, após o retorno à busca por uma interpretação causal para a teoria quântica.

---

<sup>14</sup>Disponível no site da Fundação Louis de Broglie, <http://www.ensmp.fr/aflb/index.html>. Listamos em anexo as obras produzidas por Louis de Broglie após 1951.



# Considerações Finais

O grande mérito dos trabalhos iniciais de Louis de Broglie foi a previsão do comportamento ondulatório das partículas materiais, particularmente para o elétron, que permitiu o desenvolvimento da mecânica ondulatória. No entanto, a teoria desenvolvida foi completamente diferente daquilo que de Broglie tinha em mente, pois não produziu uma síntese entre os atributos onda e partícula. O abandono da causalidade e do determinismo, inerentes à mecânica clássica, constituiu o maior obstáculo para que de Broglie aceitasse a Mecânica Ondulatória e a interpretação puramente probabilista. Porém, a consistência matemática da teoria e a sua concordância com os dados experimentais obrigaram o autor a reconhecer a superioridade da teoria quântica em seus diversos formalismos matemáticos.

De Broglie reconheceu que seu retorno à busca por uma interpretação causal foi influenciado pelos trabalhos de Bohm e Vigier. No entanto, ele foi relutante em aceitar a teoria da onda piloto, que considerava uma forma degenerada de suas ideias. Concluímos que o principal resultado obtido por Bohm, que exerceu influência sobre de Broglie, foi escapar do teorema de von Neumann mostrando que ele se baseia em suposições que não estão presentes na teoria causal de variáveis escondidas. Isto permitiu a de Broglie tentar desenvolver uma interpretação causal seguindo um caminho diferente daquele adotado por Bohm.

As críticas apresentadas em relação à interpretação puramente probabilista, em aspectos fundamentais, nos indicam que de Broglie nunca aceitou completamente esta interpretação. Quando resolveu retomar seu programa de pesquisa em busca de uma interpretação causal para a teoria quântica, ele tinha 60 anos. A presente dissertação mostrou que ele permaneceu ativo, apresentando as suas novas ideias e criticando a interpretação puramente probabilista até os 84 anos. A este período, ele se referiu como sendo, do ponto de vista intelectual, “o mais belo de sua vida” (DE BROGLIE, 1982, p.XV).

Concordamos com Pestre(1988) quando ele afirma que ainda há muito trabalho a ser feito, do ponto de vista historiográfico, em relação à vida e obra de Louis de Broglie. Devido ao grande número de livros e artigos publicados por este importante personagem, uma análise mais profunda requer muito mais tempo do que aquele dedicado a uma dissertação de mestrado. Neste trabalho, optamos por selecionar os textos que consideramos fundamentais, em sua busca por uma interpretação causal e objetiva para a teoria quântica e, por esta razão, regressamos aos trabalhos iniciais do físico para compreender os motivos do abandono e do retorno ao seu programa de pesquisa inicial.

Em relação às novas ideias propostas por de Broglie, identificamos que a sugestão de interpretação não linear da teoria quântica foi aquela que teve mais repercussão em outros autores. Lochak (1982) reivindicou que poucos estudiosos mencionam o pioneirismo de de Broglie e seus discípulos no desenvolvimento de equações de propagação não lineares que admitem soluções solitônicas.

Identificamos um pesquisador importante que elaborou a primeira proposta de um aparato experimental para verificar uma possível correção não linear das equações das ondas de matéria. O físico americano Abner Shimony, em 1979, observou que outros pesquisadores haviam feito propostas semelhantes, porém, fez referência ao pioneirismo do trabalho de de Broglie. A proposta de Shimony foi baseada nos trabalhos de Bialynicki-Birula e Mycielsky, que sugeriram a introdução de termos não lineares do tipo  $F(|\Psi|^2)$  na equação de Schrödinger. A equação não linear proposta possuía a seguinte forma,

$$i\hbar \frac{\partial \psi(r, t)}{\partial t} = \left[ -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + U(r, t) \right] \Psi + b \ln(a^n |\Psi|^2) \Psi$$

em que  $a$  e  $b$  são constantes. Shimony argumentou que a constante  $a$  não possui influência sobre a não linearidade e destacou a importância da constante  $b$  que, se assumisse valores positivos, permitiria soluções sem espalhamento para a equação de propagação, considerando o movimento de uma partícula livre. Outra propriedade importante desta equação é que ela pode produzir correlações entre duas partículas sem a existência de uma interação potencial entre elas. O experimento sugerido por Shimony consistia em um interferômetro de nêutrons, no qual os feixes seriam separados por cristais e recombinados. A diferença de fase permitiria determinar o valor de  $b$ , que foi estimado como sendo inferior a  $4 \times 10^{-10}$  eV (Shimony, 1979).

O experimento proposto por Shimony foi realizado em 1981 por R. Gähler, A. G. Klein

e A. Zeilinger, que chegaram à conclusão de que os termos não lineares não apareciam no limite estabelecido por Shimony. Porém, eles afirmaram que os resultados não eram definitivos e que novos testes deveriam ser realizados (Gähler, Klein e Zeilinger, 1981).

Os trabalhos desenvolvidos a partir de 1960, na Física e na Matemática, envolvendo métodos de resolução para equações diferenciais parciais não lineares, tais como a equação KdV<sup>15</sup>, a equação de seno-Gordon (equação do pêndulo) e formas não lineares da equação de Schrödinger, forneceram as ferramentas matemáticas necessárias para se verificar a proposição de de Broglie em termos da não linearidade da equação de propagação das ondas de matéria. De modo que, no livro *The Wave-Particle Dualism: A Tribute to Louis de Broglie on his 90th Birthday* (1984), Pierre Lochak declarou:

O recente progresso no estudo matemático de certas equações diferenciais parciais (P.D.E) não lineares tornou possível reviver a ideia de uma “física quântica não linear”, uma ideia que decorre dos trabalhos de Louis de Broglie na década de 50, uma vez que a “onde à bosse” da “théorie de la double solution” representa nada mais do que é agora chamado um “sóliton”. (LOCHAK, P., 1984, p.173)

Mesmo diante do sucesso do formalismo linear da teoria quântica, a possibilidade do desenvolvimento de um formalismo não linear ainda permanece em aberto. Mesmo que estas ideias não tenham progresso na Física, resgatar o extenso trabalho de Louis de Broglie constitui uma tarefa para os historiadores da ciência, pois, conforme o próprio de Broglie afirmou “a história da ciência pode ensinar muitos fatos importantes sobre a natureza da inteligência humana” (DE BROGLIE, 1962)

---

<sup>15</sup>Equação de Korteweg-de Vries.

# Anexo 1: Citações

[introdução, página 11] Interactions of matter and fields are generally nonlinear, so that nonlinear problems play a central role in physics. In fact because nonlinearity is so basic to nature, it is possible that even a theory as fundamentally linear as quantum theory may ultimately have to be replaced by a nonlinear one. (HEISENBERG, 1967, p.27)

[seção 1.2, página 15] [...]the determination of the stable motions of the electrons in the atom involves whole numbers, and so far the only phenomena in which whole numbers were involved in physics were those of interference and of eigenvibrations. That suggested the idea to me that electrons themselves could not be represented as simple corpuscles either, but that a periodicity had also to be assigned to them too. I thus arrived at the following overall concept which guided my studies: for both matter and radiations, light in particular, it is necessary to introduce the corpuscle concept and the wave concept at the same time. In other words the existence of corpuscles accompanied by waves has to be assumed in all cases. (DE BROGLIE, Nobel Lectures, 1929, p.4)

[seção 1.2, página 15] Since for light there exists a corpuscular aspect and a wave aspect united by the relationship  $\text{Energy} = h \text{ times frequency}$ , where  $h$ , Planck's constant, enters in, it is natural to suppose that, for matter as well, there exists a corpuscular and a wave aspect, the latter having been hitherto unrecognized. These two aspects must be united by the general formulas in which Planck's constant figures, and must contain as special cases those relationships applicable to light (DE BROGLIE, 1960, p.3).

[seção 1.2, página 16] We propose to adopt the following postulate as the basis of the dynamics of the free material point: ‘At each point of its trajectory, a free moving body follows in a uniform motion the ray of its phase wave, that is (in an isotropic medium), the normal to the surfaces of equal phase’ (DE BROGLIE, 1923, apud BACCIAGALUPI e VALENTINI, 2006, p.40).

[seção 1.2, página 16] [...]any moving body could in certain cases be diffracted. A stream of electrons passing through a small enough opening will show diffraction phenomena. It is in this direction that one should perhaps look for experimental confirmation of our ideas. (DE BROGLIE, 1923, apud BACCIAGALUPI e VALENTINI, 2006, p.41).

[seção 1.4, página 28] But if we do not wish to appeal to the principle of double solution, it is permissible to adopt the following point of view: assume the existence of the material particle and of the continuous wave represented by the function  $\Psi$  as distinct realities, and postulate that the motion of the particle is determined as a function of the wave by equation I. The continuous wave is then thought of as directing the motion of the particle: it is a guiding wave.

By thus postulating equation (I) we avoid having to justify it by the the principle of the double solution; but this, I believe, can be only a provisional attitude. The corpuscle will doubtless have to be *reincorporate* into the wave phenomenon, and we shall probably be led back to ideas analogous to those developed above (DE BROGLIE, 1927A, p.135).

[seção 1.4, página 28] In the last number of the Journal de Physique, a paper by de Broglie has appeared .... de Broglie attempts here to reconcile the full determinism of physical processes with the dualism between waves and corpuscles .... even if this paper by de Broglie is off the mark (and I hope that actually), still it is very rich in ideas and very sharp, and on a much higher level than the childish papers by Schrödinger, who even today still thinks he may .... abolish material points. (Pauli, 1979, p404-5, apud BACCIAGALUPI e VALENTINI, 2006, p.61)

[seção 1.5, página 30] Since, in intra-atomic phenomena, the domain where motion takes place has dimensions of the order of the wavelengths, there the material point would no longer be defined at all; for Mr Schrödinger, the electron in the atom is in some sense ‘smeared out’[‘fondu’], and one can no longer speak of its position or velocity. This manner of conceiving of material points seems to us to raise many difficulties; if, for example, the quantum of ultraviolet light occupies a volume whose dimensions are of the order of its wavelength, it is quite difficult to conceive that this quantum could be absorbed by an atom of dimensions a thousand times smaller. (DE BROGLIE, 1927B, p.379).

[seção 1.5, página 31] The configuration space is in an essential way formed by means of coordinates of the points and yet Mr Schrödinger assumes that in atomic systems material points no longer have a clearly defined position. It seems a little paradoxical to construct a configuration space with the coordinates of points that not exist. Furthermore, if the propagation of a wave in spaces has a clear physical meaning, it is not the same as the propagation of a wave in the abstract configuration space, for which the number of dimensions is determined by the number of degrees of freedom of the system (DE BROGLIE, 1927B, p.380).

[seção 1.5, página 31] By a transformation of admirable ingenuity, Mr Schrödinger has shown that the quantum Mechanics invented by Mr Heisenberg and developed by Messrs Born, Jordan, Pauli, etc., can be translated into language of wave mechanics (DE BROGLIE, 1927B, p.380).

[seção 1.5, página 33] So far we have considered the corpuscles as ‘exterior’ to the wave  $\Psi$ , their motion being only determined by the propagation of the wave. This is, no doubt, only a provisional point view: a true theory of the atomic structure of matter and radiation should, it seems to us, incorporate the corpuscles in the wave phenomenon by considering singular solutions of the wave equations. One should then show that there exists a correspondence between the singular waves and the waves  $\Psi$ , such that the motion of the singularities is connected to the propagation of the waves  $\Psi$  by a relation (I). In the case of no [external] field, this correspondence

is easily established, but it is not so in the general case (DE BROGLIE, 1927B, p.390).

[seção 1.5, página 34]

At the Solvay Congress, while a few of the “old guard” (Lorentz, Einstein, Langevin, Schrödinger) insisted on the necessity of finding a causal interpretation of Wave Mechanics - without, however, coming out in favor of my efforts - Bohr and Born, along with their young disciples (Heisenberg, Dirac, etc.), came out categorically in favor of the new purely probabilistic interpretation that they had developed, and they did not even discuss my point of view. Pauli was the only one to present a definite objection to my theory, and he did so by examining the case of a collision between a particle and a rotator, which Fermi had studied a short while before (DE BROGLIE, 1960, p.175).

[seção 1.6, página 37] Such were the considerations that led me, in 1928, to abandon the pilot-wave theory as untenable. The original form of my ideas, i.e. the theory of the Double Solution, did not seem to me to run into the same difficulties, but I had become convinced that its mathematical justification, if it were possible, was beyond my capacities. And when I was appointed to a teaching post on the Faculté des Sciences de Paris as of November 1928, I did not feel I had the right to teach a viewpoint that I was not in a position to justify. So I joined the ranks of the purely probabilistic interpretation put forward by Born, Bohr and Heisenberg. In spite of the criticism of a few isolated scientists such as Einstein and Schrödinger, the purely probabilistic interpretation was subsequently adopted by almost all theoretical physicists. And it likewise became the “orthodox” interpretation of Wave Mechanics. To my knowledge, from 1928 to 1951 no serious attempt was made to effectively construct any other interpretation more closely approaching classical conceptions. (DE BROGLIE, 1960, p.184)

[seção 1.6, página 38] Of Louis de Broglie’s students, or what might be called the de Broglie “school”, Abragam harshly said that, with a few exceptions, they were “disciples” “who were not of the highest intellectual caliber and perhaps not always

of the highest intellectual honesty.”The atmosphere was one of adulation, he claimed; “wave mechanics,” rather than “quantum mechanics,” was the preferred subject (NYE, 1997, p.416).

[seção 2.1, página 40] After this article was completed, the author’s attention was called to similar proposals for an alternative interpretation of the quantum theory made by de Broglie in 1926, but later given up by him partly because of additional objections raised by Pauli and partly himself (BOHM, 1951A, p.167).

[seção 2.1, página 41] Dans un travail tout récent qui m’a été aimablement communiqué par l’auteur avant sa publication, M. David Bohm reprend exactement la théorie de l’onde pilote que j’avais développée dans une série de travaux entre 1926 et 1928. Je voudrais rappeler les raisons qui m’ont fait autrefois abandonner cette interprétation de la Mécanique ondulatoire (DE BROGLIE 1951, p.641).

[seção 2.1, página 41] En resume, l’interprétation de la Mécanique ondulatoire par la théorie de l’onde pilote, sur laquelle le travail de M. Bohm ramène l’attention, me paraît toujours se heurter à des difficultés insurmontables, principalement en raison de l’impossibilité d’attribuer à l’onde  $\Psi$  une réalité physique ou d’admettre que le mouvement d’un corpuscule est déterminé par des mouvements possibles qui ne sont pas réalisés (DE BROGLIE 1951, p.644).

[seção 2.1, página 42] Le travail de M. Bohm est très intéressant et ses analyses des procédés de mesure semblent de nature à permettre de répondre à certaines des critiques qui m’avaient été adressées en 1927, notamment par M. Pauli. Mais cette théorie de l’onde-pilot me paraît toujours se heurter à la difficulté fondamentale qui, bien plus que les objections de M. Pauli m’avait conduit à l’abandonner. (DE BROGLIE, 1952)

[seção 2.1, página 43] It does not seem that the theory, truncated in that way, is acceptable. If there exists - as the theory the Double Solution assumes - an objective wave phenomenon represented by a wave  $u$ , having a singular region,



whose propagation is modified by action of external fields and by the presence of obstacles (interference and diffraction), one can then conceive that everything takes place as if the trajectory of the particle, which is really imposed upon it by the propagation of the  $u$  wave, were determined by the phase of the  $\Psi$  wave. But it is impossible to assume that it is the  $\Psi$  wave that regulates the motion of the particle because this  $\Psi$  wave is only a probability representation with a fictitious and subjective character (DE BROGLIE, 1960, p.111).

[seção 2.1, página 44] The similarity pointed out to me by Vigier struck me as of great interest, and I was led to explain in another Note [6] how one might try resuscitate, not the theory of the pilot-wave (which still appeared to me to be unacceptable), but the theory of the Double Solution, which is not susceptible to the same objections in principle (DE BROGLIE, 1960, p.93).

[seção 2.1, página 44] Or un raisonnement donné par Sommerfeld montre qu'il ne peut exister, dans un problème d'états quantifiés de solutions à singularité des équation d'ondes linéaires ayant la même fréquence qu'une onde  $Y$  stationnaire. Ce résultat prouve qu'il n'est pas possible de considérer, comme je le faisais en 1927, l'onde  $u$  comme une solution des équations linéaires de la Mécanique ondulatoire possédant une singularité au sens mathématique usuel du mot. Mais on pourrait peut-être échapper à cette objection en appelant "singularité" une très petite région singulière, en general mobile, où la fonction  $u$  prendrait une valeur si grande que l'équation d'ondes  $y$  changerait de forme, par exemple deviendrait non linéaire, l'équation linéaire usuelle n'étant valable pour  $u$  qu'en dehors de cette région singulière (DE BROGLIE, 1952, p.267).

[seção 2.2, página 47] This statement seems to me to be completely inaccurate. Thus, consider a photographic plate exhibiting interference fringes: the wave aspect of particles is clearly manifested, but the particle aspect is also present, since we know that the fringes have been produced on the plate by a succession of individual particle localizations. In the words, there exists on the plate a set of fringes which represents the wave aspect, but each black fringe is formed by an assembly of small

black points which represent the particle aspect. Thus, the particle aspect and the wave aspect are presented together on the same plate, but the first is due to individual effects while the second is due to a statistical effect (DE BROGLIE, 1964, p.7).

[seção 2.2, página 49] The beautiful mathematical neatness of von Neumann's deduction might lead one to the conviction that any return to the causal and objective conceptions of Classical Physics was henceforth impossible in Microphysics. It might be objected that the demonstration was based on the postulate that the distributions of probabilities allowed by Mechanics have a general validity; but one could reply that actual experience furnishes complete confirmation of that postulate. One might also say that von Neumann's demonstration did not add greatly to what was already known, since the conclusion is already implied in the uncertainty relations; but this observation in no way diminishes the soundness of his conclusion. (DE BROGLIE, 1960, p.70)

[seção 2.2, página 51] The problem now arises as to what is the significance of the uncertainty relationships? Are the  $\Delta x, \dots, \Delta p_z$  the "uncertainties" in the values of  $x, \dots, p_z$  which exist, but which we do not know exactly? Or are they a measure of the uncertainty in the values of  $x, \dots, p_z$ , which arises in the process of measurement but does not exist otherwise? Do they refer to a unique situation which in the state of the particle symbolized by the function  $\Psi$  prior to measurement? Or do the uncertainties  $\Delta x, \Delta y$  e  $\Delta z$  refer to some initial state whilst  $\Delta p_x, \Delta p_y$  e  $\Delta p_z$  refer to a final state which results from the process of measuring  $p_x, p_y$  e  $p_z$ ? (DE BROGLIE, 1964, p.20).

[seção 2.2, página 51] Of course, Classical Mechanics likewise often utilized configuration space, but it did not have to; it could reason by considering the motion of the point-masses of the system in three-dimensional space, and it utilized configuration space only as a mathematical artifice that made it possible to present certain calculations more elegantly or perform them more easily. From the very moment that Schrodinger's Papers appeared, while I recognized the correctness of

the results obtained by his method, I was struck by the paradoxical character of the very principle on which the method is based (DE BROGLIE, 1960, p.140).

[seção 2.2, página 52] How could this wave impart to the particle a privileged position in interference and diffraction phenomena if it exists only in our imagination? Moreover, the energies of stationary states depend on the conditions of propagation of the wave in any domain of space and on the corresponding boundary conditions. Is it reasonable that the form of the stationary wave corresponding to a proper frequency (eigenvalue) should impose on the particle a quantized value of its energy if this wave is purely subjective? (DE BROGLIE, 1964, p.9)

[seção 2.3.1, página 59] I have no doubt that, having apparently gone back on my efforts and having apparently subscribed to Bohr and Heisenberg's view in all my writings during the past 25 years, only to go back on them in turn, I may be accused of inconstancy. I might quip back with Voltaire that only stupid men never change their minds, were there not a more serious reply. History shows clearly that the advances of science have always been frustrated by the tyrannical influences of certain preconceived notions which were turned into unassailable dogmas (DE BROGLIE, 1962, p.106).

[seção 2.3.1, página 59] Things have changed over the last thirty years, but in those days the sudden turnaround of one of the most famous physicists of the century created a sensation, not to say a scandal. People whispered about it in the corridors of the Institut of Henri Poincaré, as if Louis de Broglie had suddenly been hit by a serious disease from which it was wiser to keep one's distance (LOCHAK, 1982, p.933).

[seção 2.3.2, página 62] To every continuous solution  $\Psi = ae^{\frac{i}{\hbar}\varphi}$  of the equation of Wave Mechanics there must correspond a singularity solution  $u = fe^{\frac{i}{\hbar}\varphi}$  having the same phase  $\varphi$  as  $\Psi$ , but with an amplitude  $f$  involving a generally mobile singularity.

[seção 2.3.2, página 63] whereas the  $u$  wave with its singular region would describe the real structure of the particle, the continuous  $\Psi$  wave would be only a fictitious

representation of the ensemble of possible positions of that particle (DE BROGLIE, 1960, p.103).

[seção 2.3.2, página 63] This fundamental formula will be referred to as the “guidance formula”. It shows that the overall motion of the singular region (that is, the particle’s motion) is obtained quite simply by extrapolating the formula  $\vec{p} = -\overrightarrow{\text{grad}}S$  of the classical Jacobi’s theory beyond the limits of Geometrical Optics, that is, of the older Mechanics. of the classical Jacobi’s theory beyond the limits of Geometrical Optics, that is, of the older Mechanics. (BROGLIE, 1960, p.107)

[seção 2.3.2, página 66] The physical origin of the quantum potential and of the field derived from it is now quite clear. When there are no external fields of the classical type, the quantity  $\square f/f = \square a/a$  may become non-zero as a result of the presence of obstacles (in mathematical language due to boundary conditions) which modify the propagation of the u wave and cause phenomena of the interference or diffraction type to appear. In this way the constraint imposed upon the wave phenomenon, which surrounds the particle embedded in the wave as a small singular region, then reacts on the motion of this singular region and gives rise to the appearance of complicated trajectories determined by the guidance formula - trajectories from which interference and diffraction phenomena as we know them would result. Such is the point of view - certainly a most attractive one - of the theory of the Double Solution. (DE BROGLIE, 1960, p.121)

[seção 2.3.2, página 66] If light is diffracted by the edge of a screen, it must be because the u wave of the photon is hindered in its propagation by the edge of the screen and a reaction on the photon’s motion results; this reaction is explained by the intervention of the quantum potential and has as its effect the curvature of the photon’s trajectory (DE BROGLIE, 1960, p.122).

To do this it would be necessary to observe the localization of the particle at  $M$  and  $M'$  at times  $t$  and  $t'$ , and this would require another kind of experiment device - one incompatible with obtaining Wiener fringes. The similarity between this argument

and certain of Bohr's reasonings will be noted , but here the argument is utilized within the framework of the causal interpretation without giving up the possibility of localizing the particle. [...]In short, particle velocities greater than  $c$ , which the guidance formula indicates for certain cases, cannot, it seems, be actually revealed; and thus they cannot be used for signals of a velocity greater than  $c$  (DE BROGLIE, 1960, p.135).

[seção 2.3.2, página 67] One may even be led to conclude that, if present-day Wave Mechanics fails to give a clear explanation of the relationship of the wave and the particle, this failure results from the fact that it limits itself a priori to the framework of a linear theory (DE BROGLIE, 1960, p.223)

[seção 2.3.2, página 71] On the other hand, it does become possible if we replace (22) by a non-linear equation whose non-linear terms will be significant only in a very small singular region surrounding the origin and that will be approximately reduced to the usual linear equation outside of this region (DE BROGLIE, 1960, p.233).

[seção 2.3.2, página 71]

One can consider the Young-aperture experiment as giving direct proof of the non-linearity of the  $u$  wave. In fact,  $v$  is propagated like a classical light wave, but if the equation of propagation of  $u$  were linear, the propagation of  $u_0$  would be independent of  $v$ , and one could not explain how the particle's motion is influenced by the existence of a Young aperture which it does not go through. Only the non-linearity of the equation for  $u$  can have as a result the dependency of the propagation of  $u_0$ , i.e, the particle's motion, on the propagation of  $v$ . And it is because I did not introduce non-linearity in 1927 that I then thought that the Young-aperture experiment appeared to be an insurmountable obstacle to the theory of the Double Solution.(DE BROGLIE, 1960, p.239)

[seção 2.3.2, página 73] The theory of these non-deformed wave-groups may be compared to the theory of "solitary waves" in Hydrodynamics, which exhibits certain similarities to it(DE BROGLIE, 1960, p.251).

[seção 2.3.2, página 73] To every  $u$  wave that furnishes an objective description of a particle conceived as the center of a wave phenomenon, there may be made correspond a  $\Psi$  wave of the usual type which, throughout the domain external to the singular region of the  $u$  wave, has *in general* approximately the same mathematical form as  $u$ , so that we put  $\Psi \simeq Cu$  (DE BROGLIE, 1960, p.254).

[seção 2.3.2, página 74] Unfortunately, complete development of this justification - made extremely complicated from the very outset by the difficulty always present in studying the solutions of non-linear equations - will remain impossible so long as we remain in ignorance of the form of the non-linear terms to be introduced into the equation of the  $u$  wave (DE BROGLIE, 1960, p.269).

[seção 2.3.2, página 74] From the objective point of view of the  $u$  wave, we must assume that in the initial state the  $u$  wave has, outside the singular region, the form  $u_0 = 1/C \sum_k c_k \varphi_k$ ,  $C$  being the constant with a well determined physical value in the relation  $\Psi = Cv$ . The point of view suggested in the text leads us to say that, during the measurement, the particle has become unfastened from the  $u_0$  wave in order to fasten onto the component with  $l$  index. The “implanting” of the singular region onto this component would mean that an objective process of finite duration, associated with non-linearity, would cause all components other than the one of index  $l$  to vanish and would reinforce this latter one in such a way that the  $u$  wave would finally have the form  $u_f = (1/C)\varphi_l$ ,  $C$  still being the same constant. After the reduction of the probability packet, the relation  $\Psi = Cv$  would, thus, ultimately be restored (DE BROGLIE, 1960, p.281).

[seção 2.3.2, página 75] The usual theory, by limiting itself a priori to linear equations, precludes local irregularities resulting from non-linearity (such as singular regions and wave-train boundaries). In this way it obliterates particle structures and, consequently, finally achieves a continuous picture of only statistical character. The achievement of an adequate statistical image in this way is made possible by the fact that the regular portion of the  $u$  wave happens to be, in its analytical form, closely related to the form usually assumed for the  $\Psi$  wave (DE BROGLIE, 1960, p.287).

[seção 2.3.2, página 76] A weak argument does not become stronger by repetition; nor does it gain in effectiveness by dilution. Professor L. de Broglie, in this new book, has expanded to nearly 300 pages the story, which he has already told us many times in shorter essays and articles, of his pioneering efforts to develop a wave mechanics of atomic phenomena on a classical basis, of his (as we now learn) reluctant adoption of the conceptions of quantum theory, and of his recent return to his old ideas.

The book brings physicists no element which could possibly induce them to alter their considered judgment, passed thirty years ago, about the impossibility of a description of quantal processes in classical terms ; in fact, it has the singular distinction for a physical treatise of not containing a single piece of new experimental evidence which could conceivably bear upon the problems discussed at such length. The theory of the ‘double solution’ suffers from a lack of uniqueness in the determination of the non-linear terms of the wave-equation, which puts it on a par with the aether models of the last century.

One would like to say in favour of this book that it assembles in a convenient form all the elements of this ‘Scheinproblem’, which will have a place of honour in any future ‘Budget of Paradoxes’. But Professor de Broglie promises us another book; the theme obviously allows of infinite variations. (ROSENFELD, 1958)

[seção 2.4, página 79] La premiere formule (6) définissant la température  $T$  en fonction de la fréquence interne  $\nu_c$  du corpuscule considéré, il semble qu’on doive se figurer le milieu subquantique comme étant la réunion d’une série de thermostats, chacun constitué par des corpuscules cachés de même masse et ayant sa température propre. Peut-être par suite d’un effet de résonance, le corpuscule observable ne serait en interaction normale qu’avec les corpuscules cachés de même nature que lui (DE BROGLIE, 1961, p.1080).

[seção 2.4, página 80] (1) The principle of least action is only a particular case of the second law of thermodynamics. (2) The privileged status (whose paradoxical character Schrödinger has stressed) that present-day quantum mechanics has bestowed upon plane monochromatic waves and stationary states of quantized systems way

be explained by the fact that they correspond to maximum entropy; other states are not nonexistent but merely less probable (DE BROGLIE, 1967, p.12).

[seção 2.4, página 80] My age scarcely allows me to hope to see the culmination of these efforts, but I am convinced today that the precise physical ideas investigated in this article can lead in the future, in agreement with a new theory of the particle structure, not only to a reconsideration of the formalisms of present-day quantum mechanics and quantum field theory but also to the opening up of entirely new perspectives in quantum theories generally(DE BROGLIE, 1967, p.12).

[seção 2.4, página 84] The recent progress in the mathematical study of certain non linear partial differential equations (P.D.E) has made it possible to revive the idea of a “non linear quantum physics”, an idea which stems from Louis de Broglie’s work in the midfifties, since the “onde à bosse” of the “théorie de la double solution” represented nothing but that which is now termed a “soliton”(LOCHAK, P., 1984, p.173)



# Lista de publicações após 1951

A lista de publicações abaixo foi extraída do site da Fundação Louis de Broglie<sup>16</sup>. As publicações marcadas com um (\*) foram as que tivemos acesso para a presente dissertação. Os livros [7] e [13] não foram encontrados na citada lista.

## Notas e artigos

1. \*Remarques sur la théorie de l'onde pilote, C. R. Acad. Sci., 233, 1951, p. 641-644.
2. Sur la possibilité d'une structure complexe des particules de spin 1, J. Phys. Paris, XII, 1951, p. 509-516.
3. Sur le tenseur énergie-impulsion dans la théorie du champ soustractif, C. R. Acad. Sci., 234, 1952, p. 20-22.
4. \*Sur la possibilité d'une interprétation causale et objective de la mécanique ondulatoire, C. R. Acad. Sci., 234, 1952, p. 265-268.
5. Sur les relations entre les coefficients de charge et de masse dans la théorie du champ soustractif, C. R. Acad. Sci., 234, 1952, p. 1505-1507.
6. \*Sur l'introduction des idées d'onde pilote et de double solution dans la théorie de l'électron de Dirac, C. R. Acad. Sci., 235, 1952, p. 557-560.
7. Sur l'interprétation de la mécanique ondulatoire des systèmes de corpuscules dans l'espace de configuration par la théorie de la double solution, C. R. Acad. Sci., 235, 1952, p. 1345-1349.

---

<sup>16</sup><http://www.ensmp.fr/aflb/index.html>

8. La mécanique ondulatoire des systèmes de particules de même nature et la théorie de la double solution, C. R. Acad. Sci., 235, 1952, p. 1453-1455.
9. Sur l'interprétation de la mécanique ondulatoire à l'aide d'ondes à région singulière, C. R. Acad. Sci., 236, 1953, p. 1453-1456.
10. \*Sur l'interprétation causale et non linéaire de la mécanique ondulatoire, C. R. Acad. Sci., 237, 1953, p. 441-444.
11. Considérations de mécanique classique préparant la justification de la mécanique ondulatoire des systèmes dans la théorie de la double solution, C. R. Acad. Sci., 239, 1954, p. 521-524.
12. Justification du point de vue de la double solution de la mécanique ondulatoire des systèmes dans l'espace de configuration, C. R. Acad. Sci., 239, 1954, p. 565-567.
13. \*Une nouvelle démonstration de la formule du guidage dans la théorie de la double solution, C. R. Acad. Sci., 239, 1954, p. 737-739.
14. Ondes régulières et ondes à région singulière en mécanique ondulatoire, C. R. Acad. Sci., 241, 1955, p. 345-348.
15. Illustration par un exemple de la forme des fonctions d'onde singulières de la théorie de la double solution, C. R. Acad. Sci., 243, 1956, p. 617-620.
16. La signification du  $|\Psi|^2$  pour les états stationnaires pour l'interprétation causale de la mécanique ondulatoire, C. R. Acad. Sci., 243, 1956, p. 689-692.
17. Idées nouvelles concernant les systèmes de corpuscules dans l'interprétation causale de la mécanique ondulatoire, C. R. Acad. Sci., 244, 1957, p. 529-533, en collaboration avec M. Joao Luis Andrade e Silva.
18. Tentative de raccord entre l'équation de Heisenberg et l'équation de l'onde  $\nu$  en théorie de la double solution, C. R. Acad. Sci., 246, 1958, p. 2077.
19. Sur la nomenclature des particules, C. R. Acad. Sci., 247, 1958, p. 1069.
20. Deux remarques en relation avec le problème du disque tournant en théorie de la relativité, C. R. Acad. Sci., 249, 1959, p. 1426-1428.

21. Problèmes classiques et représentation bilocale du rotateur de Nakano, C. R. Acad. Sci., 249, 1959, p. 2255, en collaboration avec MM. Pierre Hillion et J.-P. Vigier.
22. L'interprétation de la mécanique ondulatoire, J. Phys. Paris , 20, 1959, p. 963-979.
23. \*La thermodynamique de la particule isolée, C. R. Acad. Sci., 253, 1961, p. 1078-1081.
24. Remarques sur l'interprétation de la dualité des ondes et des corpuscules, Cahiers de Physique, n° 147, 1962, p. 425-445.
25. \*Nouvelle présentation de la thermodynamique de la particule isolée, C. R. Acad. Sci., 255, 1962, p. 807-810.
26. \*Quelques conséquences de la thermodynamique de la particule isolée, C. R. Acad. Sci., 255, 1962, p. 1052-1054.
27. Sur un point de la théorie des lasers, Commun. Acad. Sci. Lisbonne, 21, 1963, p. 0-1.
28. Application de la théorie de la fusion au nouveau modèle étendu des particules élémentaires, C. R. Acad. Sci., 256, 1963, p. 3390, en collaboration avec M. Jean-Pierre Vigier.
29. Table des particules élémentaires associées au nouveau modèle des particules élémentaires, C. R. Acad. Sci., 256, 1963, p. 3551, en collaboration avec M. Jean-Pierre Vigier.
30. Sur l'introduction de l'énergie libre dans la thermodynamique cachée des particules, C. R. Acad. Sci., 257, 1963, p. 1430-1433.
31. Sur la théorie des foyers cinétiques dans la thermodynamique de la particule isolée, C. R. Acad. Sci., 257, 1963, p. 1822-1824.
32. La thermodynamique cachée des particules, Ann. Inst. Henri Poincaré, I, n° 1, 1964, p. 1-1.
33. Ondes électromagnétiques et photons, C. R. Acad. Sci., 258, 1964, p. 6345-6347.
34. Sur la relation d'incertitude  $\delta n \delta \varphi \geq 2\pi$ , C. R. Acad. Sci., 260, 1965, p. 6041-6043.
35. Sur la transformation relativiste de la quantité de chaleur et de la température et la thermodynamique cachée de la particule, C. R. Acad. Sci., 262, série B, 1966, p. 1235-1238.

36. Sur le déplacement des raies émises par un objet astronomique lointain, C. R. Acad. Sci., 263, série B, 1966, p. 589-592.
37. Sur l'interprétation de l'opérateur hamiltonien  $H_{op}$  et de l'opérateur "carré du moment angulaire"  $M_{op}^2$  de la mécanique quantique, C. R. Acad. Sci., 263, série B, 1966, p. 645-648, en collaboration avec M. J. Andrade e Silva.
38. Sur la formule  $Q = Q_0\sqrt{1 - \beta^2}$  et les bases de la mécanique ondulatoire, C. R. Acad. Sci., 263, série B, 1966, p. 1351-1354.
39. Le mouvement brownien d'une particule dans son onde, C. R. Acad. Sci., 264, série B, 1967, p. 1041-1044.
40. Sur la dynamique des corps à masse propre variable et la formule de transformation relativiste de la chaleur, C. R. Acad. Sci., 264, série B, 1967, p. 1173-1175.
41. Sur l'équation  $\Delta W = \Delta Q + \Delta \mathcal{L}$  en thermodynamique relativiste, C. R. Acad. Sci., 265, série B, 1967, p. 437-439.
42. Sur les discussions relatives à la formule  $Q = Q_0\sqrt{1 - \beta^2}$  et la définition de la pression en thermodynamique relativiste, C. R. Acad. Sci., 265, série B, 1967, p. 589-591.
43. La dynamique du guidage dans un milieu réfringent et dispersif et la théorie des antiparticules, J. Phys. Paris , 28, mai-juin, 1967, p. 481-486.
44. Thermodynamique relativiste et mécanique ondulatoire, Ann. Inst. Henri Poincaré, IX, n° 2, 1968, p. 89-10.
45. Sur l'application de la mécanique ondulatoire à la théorie des guides d'ondes, C. R. Acad. Sci., 266, série B, 1968, p. 1253-1255.
46. La thermodynamique relativiste et la thermodynamique cachée des particules, Int. J. Theor. Phys., I, n° 1, 1968, p. 1-2.
47. Interpretation of a recent experiment on interferences of photons beams, Phys. Rev., 172, n° 5, 1968, p. 1284-1285.
48. Sur l'interprétation des relations d'incertitude, C. R. Acad. Sci., 268, série B, 1969, p. 277-280.

49. Sur le choc des particules en mécanique ondulatoire, C. R. Acad. Sci., 268, série B, 1969, p. 1449-1451, en collaboration avec M. J. Andrade e Silva.
50. Sur une nouvelle présentation des formules de la mécanique ondulatoire, C. R. Acad. Sci., 271, série B, 1970, p. 549-551.
51. \*The reinterpretation of Wave Mechanics, Found. Phys.1, 1970, p. 5-1.
52. Spins et moments de quantité de mouvement, C. R. Acad. Sci., 272, série B, 1971, p. 349-352.
53. Sur un problème du mouvement d'une particule dans un milieu réfringent, C. R. Acad. Sci., 272, série B, 1971, p. 1333-1335.
54. Masse du photon. Effet Imbert et effet Goos-Hänchen en lumière incidente polarisée, C. R. Acad. Sci., 273, série B, 1972, p. 1069, en collaboration avec M. J.-P. Vigier.
55. Sur la répartition des potentiels d'interaction entre les particules d'un système, C. R. Acad. Sci., 275, série B, 1972, p. 899-901.
56. Sur les véritables idées de base de la mécanique ondulatoire, C. R. Acad. Sci., 277, série B, 1973, p. 71-73
57. Sur la réfutation du théorème de Bell, C. R. Acad. Sci., 278, série B, 1974, p. 721.
58. Stong processes and transient states, Found. Phys.4, 1974, p. 321-333.
59. L'invariance adiabatique et la thermodynamique cachée des particules, Ann. Fond. Louis de Broglie, I, n° 1, 1976, p. 1-1.

## Livros

1. La Théorie des particules de spin 1/2 (Electrons de Dirac), Gauthier-Villars, Paris, 1951.
2. Eléments de théorie des quanta et de mécanique ondulatoire, Gauthier-Villars, Paris, 1953.
3. La physique quantique restera-t-elle indéterministe ? Gauthier-Villars, Paris, 1953, en collaboration avec M. J. P. Vigier.

4. \*Une tentative d'interprétation causale et non linéaire de la mécanique ondulatoire: la théorie de la double solution, Gauthier-Villars, Paris, 1956, Traduction anglaise, Elsevier, Amsterdam, 1960.
5. La théorie de la mesure en mécanique ondulatoire (interprétation usuelle et interprétation causale). Gauthier-Villars, Paris, 1957.
6. La nouvelle théorie des particules de MM. Jean-Pierre Vigié et de ses collaborateurs. Gauthier-Villars, Paris, 1961, Traduction anglaise, Elsevier, Amsterdam.
7. \*New Perspectives in Physics. Traduzido por A. J. Pomerans. Oliver & Bold, 1962<sup>17</sup>.
8. \*Etude critique des bases de l'interprétation actuelle de la mécanique ondulatoire. Gauthier-Villars, Paris, 1963.
9. La thermodynamique de la particule isolée (thermodynamique cachée des particules), Gauthier-Villars, Paris, 1964.
10. Ondes électromagnétiques et photons, Gauthier-Villars, Paris, 1968.
11. La réinterprétation de la mécanique ondulatoire. 1ère partie: Principes généraux, Gauthier-Villars, Paris, 1971.
12. Jalons pour une nouvelle microphysique, Gauthier-Villars, Paris, 1978.
13. \*Les Incertitudes d'Heisenberg et l'Interpretation Probabiliste de la Mécanique Ondulatoire. Gauthier-Villars, 1982.

---

<sup>17</sup>Este livro constitui uma coletânea de alguns artigos e ensaios realizados por de Broglie entre 1950 e 1956 abordando física teórica, história e filosofia da ciência

# Referências Bibliográficas

- [1] BACCIAGALUPI, G.; VALENTINI, A. (2006). *Quantum Theory at the Crossroads: Reconsidering the 1927 Solway Conference*. Cambridge University Press.
- [2] BOHM, D.(1952). A suggested interpretation of the quantum theory in terms of “hidden” variables - I and II. *Physical Review*, 85(2), 166-179, 180-193.
- [3] DARRIGOL, Olivier. (2003). Quantum theory and atomic structure, 1900-1927, In: *The Cambridge History of Science*, vol. 5, The modern physical e mathematical sciences, Edited by Mary Jo Nye, Cambridge University Press, p.331-349.
- [4] DE BROGLIE, L. (1927A). The Wave Mechanics and the Atomic Structure of Matter and of Radiation. In: *Selected Papers on Wave Mechanics*, Broglie, L. e Brillouin L.. p.113-138.
- [5] DE BROGLIE, L. (1927B). The new dynamics of quanta. In: BACCIAGALUPI, G.; VALENTINI, A. *Quantum Theory at the Crossroads: Reconsidering the 1927 Solway Conference*. Cambridge University Press, 2006, p.374-407.
- [6] DE BROGLIE, L. (1929). The wave nature of the electron. *Nobel Lectures*. Disponível em [http://nobelprize.org/nobel\\_prizes/physics/laureates/1929/broglie-lecture.pdf](http://nobelprize.org/nobel_prizes/physics/laureates/1929/broglie-lecture.pdf). Acesso em 08/11/2009.
- [7] DE BROGLIE, L. (1930). *An introduction to the study of wave mechanics*. Methuen & Co., Londres, traduzido por H. T. Flint do original *Introduction à l'étude de la mécanique ondulatoire*, Hermann, Paris, 1930.
- [8] DE BROGLIE, L. (1951). Remarques sur la théorie de l'onde pilote, *C. R. Acad. Sci.*, 233, p. 641-644.

- [9] DE BROGLIE, L. (1952). Sur la possibilité d'une interprétation causale et objective de la mécanique ondulatoire, *C. R. Acad. Sci.*, 234, 1952, p. 265-268.
- [10] DE BROGLIE, L. (1953). Sur l'interprétation causale et non linéaire de la mécanique ondulatoire, *C. R. Acad. Sci.*, 237, p. 441-444.
- [11] DE BROGLIE, L. (1954). Une nouvelle démonstration de la formule du guidage dans la théorie de la double solution, *C. R. Acad. Sci.*, 239, 1954, p. 737-739.
- [12] DE BROGLIE, L. (1960). *Non-Linear Wave Mechanics, A Causal Interpretation*, Traduzido por Arthur J. Knodel e Jack C. Miller, do original Une Tentative D'interprétation Causale et non Linéaire de la Mécanique Ondulatoire (La théorie de la double solution), 1956.
- [13] DE BROGLIE, L. (1961). Sur la thermodynamique du corpuscule isolé. *C. R. Acad. Sci.*, v.253, p.1078-1081, 1961.
- [14] DE BROGLIE, L. (1962). *New Perspectives in Physics*. Traduzido por A. J. Pomerans. Oliver & Bold.
- [15] DE BROGLIE, L. (1964). *The Current Interpretation of Wave Mechanics: A Critical Study*, Elsevier, 1964. Traduzido por Express Translation Service do original Étude Critique des Bases de L'Interpretation Actuelle de la Mécanique Ondulatoire, Gauthier-Villars, Paris, 1963.
- [16] DE BROGLIE, L. (1967). A New Interpretation Concerning the Coexistence of Waves and Particles. In: *Perspectives in Quantum Theory*, eds. W. Yourgrau and A. van.
- [17] DE BROGLIE, L.(1982). *Les Incertitudes d'Heisenberg et l'Interpretation Probabiliste de la Mécanique Ondulatoire*. Gauthier-Villars.
- [18] DE BROGLIE, L. (2004). *On the Theory of Quanta*. Tradução de Recherches sur la Theorie des Quanta, 1925. *Ann. de Phys.*, 10<sup>a</sup> série, t.III, por A. F. Kracklauer. Disponível no site da Fundação Louis de Broglie ([http://www.ensmp.fr/aflb/LDB-oeuvres/De\\_Broglie\\_Kracklauer.pdf](http://www.ensmp.fr/aflb/LDB-oeuvres/De_Broglie_Kracklauer.pdf))
- [19] FARGUE, D. (1984). Permanence of the corpuscular appearance and no linearity of the wave equation, In: *The Wave-particle Dualism: A Tribute to Louis de Broglie on His 90th*, Ed. Springer.



- [20] FREIRE JR, O. (2005). Science and exile: David Bohm, the cold war, and a new interpretation of quantum mechanics. *Historical Studies in the Physical and Biological Sciences*, 36(1), 1-34.
- [21] FREIRE JR, O. (1999). *David Bohm e a controvérsia dos quanta*. Unicamp, coleção CLE.
- [22] GÄHLER, A., KLEIN, A. G., ZEILINGER, A. (1981). Neutron optical tests of nonlinear quantum mechanics. *Physical Review A*, v.23, n.4, p.1611-1617.
- [23] HEISENBERG, W.(1967). Nonlinear Problems in Physics, *Physics Today*, Melville, New York, v.20, n.5, p.27-32.
- [24] JAMMER, M. (1966). *The Conceptual Development of Quantum Mechanics*. McGraw-Hill. New York.
- [25] LOCHAK, G. (1992). *Louis de Broglie: Un Prince de la Science*. Flammarion.
- [26] LOCHAK, G. (1982). The Evolution of Ideas of Louis de Broglie on the Interpretation of Wave Mechanics. *Foundations of Physics*, vol.12, nº. 10.
- [27] LOCHAK, P. (1984). Could solitons be adiabatics invariants attached to certain non linear equations. In: *The Wave-particle dualism: a tribute to Louis de Broglie on his 90th birthday*, Eds. Louis de Broglie, Simon Diner, Springer, p.173-214.
- [28] MACKINNON, E. (1976). De Broglie's thesis: A critical retrospective. *American Journal of Physics*, vol. 44, nº.11.
- [29] NYE, M. J. (1997). Aristocratic culture and the pursuit of science: The de Broglies in modern France. *ISIS*, vol. 88, nº.3, p.397-491.
- [30] PANG, X.F., FENG, Y.P. (2005). *Quantum Mechanics in Nonlinear Systems*, World Scientific, 2005.
- [31] PESTRE, D. (1988). Louis de Broglie: Un itineraire scientifique by Louis de Broglie; Georges Lochak. *ISIS*, vol. 79, nº. 4, p. 740-741.
- [32] PLANCK, M. (1901). Sobre a lei de distribuição de energia no espectro normal, *RBEF*, vol. 22, n.4, 2000. Traduzido por Ildeu de Castro Moreira do artigo publicado no *Annalen der Physik* 4, p.553-563.

- [33] RAMOS, Theodoro A. (2003). Introdução a Mecânica dos 'Quanta', *RBEF*, v25, n.3, v25, n.4, v26, n.1.
- [34] RIBEIRO FILHO, A. (2002). Os Quanta e a Física Moderna, In: *Origens e Evolução das Idéias da Física*, J. F. Rocha (org.), Edufba, p.298-359.
- [35] RIBEIRO FILHO, A. VASCONCELOS, D. S. (2006). Aspectos Matemáticos em sistemas não lineares na mecânica quântica e mecânica clássica moderna, *Cadernos de Ciências Humanas*. v.9, n.16, p397-410.
- [36] ROSA, P. S. (2004). *Louis de Broglie e as ondas de matéria*, Campinas, São Paulo, Dissertação de Mestrado, Unicamp, SP. Disponível em <http://ghtc.ifi.unicamp.br/Teses/Pedro-Sergio-Rosa.pdf>, acesso em 24/11/08.
- [37] ROSENFELD, L. (1958). Une tentative d'interprétation causale et non linéaire de la mécanique ondulatoire (la théorie de la double solution) by Louis de Broglie. *The British Journal for the Philosophy of Science*, vol.9, n°.34, p.167-168.
- [38] SANTANA, A.E., RIBEIRO FILHO, A., VIANNA, J.D.M. (2000). Grupos de Lie em Mecânica Clássica: a Contribuição de Dirac e Recentes Desenvolvimentos. *RBEF*, vol.22, n.2.
- [39] SCHRÖDINGER, E. (1926). An undulatory theory of the mechanics of atoms and molecules. *The Physical Review*, vol.28, n.6, p.1049-1070.
- [40] SHIMONY, A. (1979). Proposed neutron interferometer test of some nonlinear variants of wave mechanics. *Physical Review A*, v.20, n.2, p.394-396.
- [41] WHEATON, B.R. (1991). *The Tiger and the Shark: Empirical Roots of Wave-Particle Dualism*. Cambridge University Press.

Universidade Federal da Bahia - UFBA  
Universidade Estadual de Feira de Santana - UEFS  
Programa de Pós-Graduação em Ensino, Filosofia e História das Ciências

---

Instituto de Física - UFBA, Campus da Federação s/n, CEP: 40210-340

<http://www.ppgefhc.ufba.br/>