



UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE FEIRA DE SANTANA

**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO, FILOSOFIA E
HISTÓRIA DAS CIÊNCIAS**

**O PAPEL DA MATEMÁTICA NA
COMPREENSÃO DE CONCEITOS E
RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE
TERMODINÂMICA**

Ana Raquel Pereira de Ataíde

**Salvador
2012**

ANA RAQUEL PEREIRA DE ATAÍDE

**O PAPEL DA MATEMÁTICA NA COMPREENSÃO DE CONCEITOS E
RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE TERMODINÂMICA**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino, Filosofia e História das Ciências da Universidade Federal da Bahia e Universidade Estadual de Feira de Santana, como requisito parcial para obtenção do título de Doutor em Ensino, Filosofia e História das Ciências.

Orientadora: Profa. Dra. Ileana Maria Greca

**Salvador
2012**

Sistema de Bibliotecas da UFBA

Ataíde, Ana Raquel Pereira de.

O papel da matemática na compreensão de conceitos e resolução de problemas de termodinâmica / Ana Raquel Pereira de Ataíde. - 2013.
180 f.: il.

Inclui apêndices.

Orientadora: Profª. Drª. Ileana Maria Greca.

Tese (doutorado) - Universidade Federal da Bahia, Instituto de Física. Universidade Estadual de Feira de Santana, 2012.

1. Matemática - Estudo e ensino. 2. Compreensão. 3. Termodinâmica. 4. Demonstração automática de teoremas. 5. Física. I. Greca, Ileana Maria. II. Universidade Federal da Bahia. Instituto de Física. III. Universidade Estadual de Feira de Santana. IV. Título.

CDD - 510.7
CDU - 51(07)

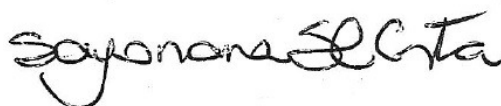
Ana Raquel Pereira de Ataíde

O Papel da Matemática na Compreensão de Conceitos e Resolução de Problemas de Termodinâmica

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação
em Ensino, Filosofia e História das Ciências da
Universidade Federal da Bahia e Universidade
Estadual de Feira de Santana.



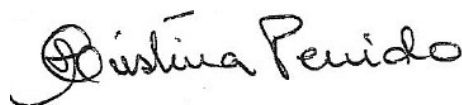
Profa. Dra. Ileana Maria Greca (Orientadora) – Universidad de Burgos



Profa. Dra. Sayonara Salvador Cabral da Costa - Examinador Externo - Titular



Prof. Dr. Ricardo Avelar Sotomaior Karam - Examinador Externo - Titular



Profa. Dra. Maria Cristina Martins Penido – Examinador Interno - Titular



Profa. Dra. Ana Paula Bispo da Silva – Examinador Interno - Titular

Campina Grande, 03 de agosto de 2012

AGRADECIMENTOS

*Agradeço a todos que direta ou indiretamente
contribuíram para a realização deste trabalho.
A todos meu “muito obrigada”.*

*“...nada é fixo para aquele que alternadamente
pensa e sonha....”*

(G. Bachelard, O direito de sonhar)

RESUMO

Este estudo tem como objetivo principal entender como os estudantes de nível superior do curso de Física percebem a função da Matemática na construção dos conceitos físicos, mas, especificamente, na Termodinâmica, e como utilizam a inter-relação entre estes na formulação de conceitos e na resolução de problemas, bem como propor estratégias pedagógicas que favoreçam a compreensão de conceitos de Física. Para tanto desenvolvemos três estudos com estudantes do último ano de um curso de Licenciatura em Física da Universidade Estadual da Paraíba, campus 1, os quais estavam cursando (estudo 1 e proposta didática) ou já tinham cursado (estudos 2 e 3) a componente curricular Termodinâmica, nos semestres 2009.1 e 2010.1. Os estudos foram conduzidos utilizando os referenciais teóricos dos Modelos Mentais de P. Johnson-Laird, da Teoria dos Campos Conceituais de G. Vergnaud e de uma integração destas duas teorias proposta por Greca e Moreira, assim como estudos históricos acerca das relações entre a Física e a Matemática e sobre a Termodinâmica e sua matematização. Foi utilizado um percurso metodológico baseado na metodologia qualitativa. Os resultados da pesquisa parecem indicar a existência de uma forte relação entre a resolução de problemas com a visão que os estudantes têm do papel da Matemática na construção do conhecimento físico, visões essas que se apresentam, para a maioria destes estudantes, relacionadas com teoremas-em-ação coerentes com elas. Percebemos que, a cada resolução das situações-problema, os modelos mentais estão se modificando, mesmo quando os teoremas-em-ação permanecem inalterados. A partir destes resultados, foi elaborada e implementada uma proposta didática usando simulações computacionais, para auxiliar os estudantes no processo de compreensão conceitual dos conceitos de calor, trabalho e energia interna juntamente com sua matematização. Os resultados da execução da proposta indicam que a utilização do recurso computacional facilitou a resolução de problemas não só na atividade proposta em sala de aula, mas também em atividades posteriores, utilizando problemas convencionais de termodinâmica; dessa forma, percebemos a atividade como positiva para os estudantes e conseqüentemente para o ensino de física que visa à compreensão de conceitos.

Palavras-chave: Compreensão conceitual, Formalização matemática, Primeira lei da termodinâmica, Teoremas-em-ação.

ABSTRACT

This study aims to understand how primary students top-level physics course perceive the role of mathematics in the construction of the physical concepts, but specifically in thermodynamics, and how to use the inter-relationship between these concepts in formulating and solving problems and propose pedagogical strategies that promote an understanding of Physics concepts. For this purpose we developed three studies with students in their final year of a Physics Degree to train high school teachers at the State University of Paraiba, campus 1, those pupils were attending (study 1 and didactic proposal) or had attended (studies 2 and 3) a curriculum component thermodynamic by the 2009.1 and 2010.1 semesters. The studies were conducted using the theoretical framework of mental models of P. Johnson-Laird, Theory of Conceptual Fields of G. Vergnaud and integration of these two theories proposed by Greca and Moreira, as well as historical studies about the relationship between physics and mathematics and on the thermodynamics and its mathematization. We used a methodological approach based on qualitative methodology. The research results seem to indicate the existence of a strong relationship between the problem solving with the view that students have the role of mathematics in the construction of physical knowledge and these are presented for most of these students, related theorems-in-action consistent with them. We realize that every resolution of problem situations, mental models is changing, even when the theorems in action remain unchanged. From these results it was designed and implemented a didactic proposal using computer simulations to assist students in the process of conceptual understanding of the concepts of heat, work and internal energy along with its mathematization. The results of the implementation of the proposal indicate that the use of computational resources facilitated the resolution of problems not only in the proposed activity in the classroom, but also in subsequent activities using conventional problems of thermodynamics, thereby we perceive the activity as positive for students and therefore for the teaching of physics that aims to understand the concepts.

Keywords: conceptual understanding, mathematical formalization, First law of Thermodynamics, theorems-in-action.

SUMÁRIO

1. Introdução	10
2. Revisão de Literatura	14
2.1. O uso das matemáticas na física e no ensino de física	14
2.1.1. Trabalhos publicados em veículos com abrangência nacional	15
2.1.1.1. Publicações com base epistemológica	16
2.1.2. Trabalhos publicados em veículos com abrangência internacional	21
2.1.2.1. Publicações com base epistemológica	21
2.1.2.2. Publicações com base psicológica	24
2.2. A termodinâmica e o seu ensino	30
2.2.1. Construção e compreensão de conceitos	30
2.2.2. Concepções de estudantes e mudança conceitual	33
2.2.3. Propostas didáticas diferenciadas	35
2.3. Algumas considerações	37
3. Fundamentação Teórica	38
3.1. Referenciais teóricos em história das relações entre a física e a matemática	38
3.1.1. As relações entre a física e a matemática, um breve olhar na história	38
3.1.2. A matemática como estrutura do conhecimento físico	44
3.1.3. Implicações no ensino de ciências	47
3.2. Referenciais teóricos em história da termodinâmica	50
3.2.1. Relações entre a física e a matemática na termodinâmica: da instrumentação a matematização	50
3.3. Referenciais teóricos em ensino e psicologia cognitiva	54
3.3.1. Teoria dos modelos mentais	54
3.3.2. Teoria dos campos conceituais	57
3.3.3. Modelos mentais e campos conceituais: buscando ir além	61
3.4. Algumas considerações	62
4. Metodologia	63
4.1. Estudo 1: Um estudo piloto sobre a influência da relação entre a física e a matemática no ensino e na aprendizagem de conceitos físicos	64
4.2. Estudo 2: Identificando teoremas em ação em resolução de problemas “lápiz e papel”	67
4.2.1. Problemas utilizados	67
4.2.2. As sessões de resolução de problemas	69
4.2.3. Material de análise	69

4.3. Estudo 3: Identificando teoremas em ação em resolução de problemas com auxílio de simulações computacionais	70
4.3.1. Problemas utilizados	71
4.3.2. As sessões de resolução de problemas	72
4.3.3. Análise do material	73
5. Resultados e Discussão	74
5.1. Introdução	74
5.2. Estudo 1: Relações entre conhecimento conceitual, domínio de técnicas matemáticas e visões do papel da matemática na resolução de problemas sobre a primeira lei da termodinâmica	74
5.2.1. Análise dos diferentes materiais	75
5.2.2. Categorização	81
5.3. Estudo 2: Identificando teoremas em ação em resolução de problemas “lápis e papel”	92
5.3.1. Análise do material	93
5.3.2. Teoremas em ação referentes aos conceitos físicos	93
5.3.3. Teoremas em ação referentes à resolução	112
5.4. Estudo 3: Identificando e comparando teoremas em ação em resolução de problemas com o auxílio de simulações computacionais	122
5.4.1. Teoremas em ação referentes aos conceitos físicos	123
5.4.2. Avaliando a utilização do recurso das simulações computacionais nas resoluções de problemas	134
5.5. Possíveis modelos para a primeira lei da termodinâmica	136
5.5.1. Descrevendo modelos para a primeira lei da termodinâmica	137
5.6. Considerações finais	141
6. Proposta de unidade temática: elaboração, utilização e resultados	143
6.1. Elaboração e utilização de uma proposta didática utilizando uma metodologia diferenciada e simulações computacionais como facilitadores na compreensão de conceitos de termodinâmica e resolução de problemas	143
6.1.1. A unidade temática	144
6.2. Resultados obtidos a partir da utilização da proposta didática utilizando as simulações computacionais	151
6.2.1. Caracterização dos estudantes	151
6.2.2. Resultados	153
6.3. Reflexões finais	156
7. Conclusões e possíveis implicações	158
Referências Bibliográficas	163
Apêndices	171

Capítulo 1

1. Introdução

Com o intuito de apresentar e situar o contexto no qual este estudo foi construído, delinearei alguns elementos motivadores que me levaram a optar pelo percurso utilizado na presente pesquisa. Em adição, abordarei opções adotadas e caminhos seguidos durante as fases intermediárias e final da pesquisa, as quais definiram as características gerais desta. Para tanto, discorrerei um pouco sobre o meu percurso profissional.

Iniciei e concluí o curso de Licenciatura em Física na primeira metade da década de 1990. Desde o início de minha formação, sempre me inquietou a disparidade de significados entre as disciplinas de Matemática (Cálculo, Álgebra, etc...) e a disciplina de Física. Para mim, enquanto estudante, relacionar a Matemática com a Física significava mais do que decorar fórmulas e aprender operações para resolvê-las. No entanto, buscar esse significado nem sempre foi muito fácil, mas sempre optei por fazê-lo.

Minhas primeiras atuações como professora foram em salas de aula do ensino fundamental da disciplina Matemática. Vivenciei, ao longo da vida profissional, as dificuldades dos estudantes quando solicitados a resolverem problemas nos quais necessitavam mais do que resolver operações. Tal fato, na época, já me incomodava.

Nos últimos quinze anos, venho me dedicando ao Ensino de Física, sendo que, desde 2004, na preparação de professores em um curso de licenciatura. As dificuldades e reclamações que eram comuns na disciplina Matemática apareceram mais intensamente nos estudantes de Física, da educação básica e também da licenciatura, direcionadas, agora, para a relação e utilização da Matemática na Física. Esse fato torna-se ainda mais preocupante no universo dos graduandos em Licenciatura em Física, e a partir do qual surge uma primeira inquietação: O que devemos fazer, nós, formadores de professores, para interrompermos o ciclo vicioso de reclamações e o jogo de “empurra-empurra” entre professores e estudantes a respeito da Física e a Matemática?

A primeira idéia foi a de atacar na formação inicial, uma vez que muito do que é vivenciado, durante a formação, é levado pelos professores para as suas futuras salas de aula. Nesse sentido, compreender como os estudantes-professores entendiam o problema, e que dificuldades apresentavam, consistia no passo inicial para tentar lhes apresentar propostas pedagógicas que os levassem a superar tais dificuldades.

Dessa forma, apoiadas em investigações anteriores, direcionamos nosso olhar para a Matemática e sua relação com a Física. Mas por que a Matemática? Por ser o maior foco de reclamações dos estudantes de Física, tanto na educação básica como no ensino superior. No entanto, partimos do pressuposto que, quando observado mais profundamente, o problema não reside apenas na Matemática, e sim na forma de utilizá-la na interpretação de situações físicas e na construção de conceitos. A relação complexa entre a Física e a Matemática, diferente do pensamento simplista, comum entre professores e estudantes, que não se pode aprender Física sem saber Matemática, constitui o meu primeiro ponto de investigação.

Por outro lado, se a intenção é compreender a utilização da Matemática na construção de um conceito físico, fez-se necessário eleger um conteúdo de Física como objeto de estudo. Dessa forma, a Termodinâmica, mais especificamente a Primeira Lei da Termodinâmica, foi escolhida baseada em três motivos: primeiro, por tal lei apresentar uma formalização matemática simples, reduzindo assim as variáveis do estudo. Segundo, pelos conceitos envolvidos, os quais apresentam forte ligação com termos de uso cotidiano, muitas vezes utilizados, mesmo por estudantes avançados de Física, de forma não condizente com os conceitos cientificamente aceitos; e, por fim, por ter vivenciado a Termodinâmica em todos os níveis de ensino (educação básica e graduação) como professora e (pós-graduação) como estudante, constatando que as dificuldades e reclamações eram, em geral, as mesmas em todos os níveis. Assim surge outro ponto de investigação: Se a Matemática é um problema na Física, e a Matemática utilizada na Primeira Lei da Termodinâmica é simples, então, nesse caso, a Matemática não deveria constituir-se em um obstáculo na compreensão dos conceitos físicos integrantes desse princípio.

Tentar entender essa aparente dissonância passa necessariamente pela visão da Matemática como instrumento a serviço da Física, a qual é compartilhada tanto pelos estudantes de Física, como também, com algumas modificações, por grande parte dos professores dessa disciplina, o que, via de regra, torna-se um ciclo vicioso, ou seja, a imagem da Física e de sua relação com a Matemática vai sendo transmitida como um amontoado de fórmulas e conceitos sem muita ligação com a realidade dos estudantes, e sem muito atrativos para estes, que apenas têm a obrigação de estudar para poder passar de ano e tentar alcançar um objetivo posterior.

Essa situação, já muito acomodada na cabeça dos envolvidos, gera uma resistência à busca de novos significados para o como estudar a Física, com o objetivo de ensiná-la posteriormente. É comum nos depararmos com estudantes de Física, que estão cursando as componentes curriculares de formação básica, mais especificamente, as componentes de

Física Básica e Cálculo, passaram por estas sem conseguir entender e, conseqüentemente, sem conseguir fazer associações entre os saberes, pelo menos, não associações que sejam diferentes da idéia de que a Matemática serve apenas de instrumento para a Física. Grande parte dos estudantes sente muitas dificuldades, principalmente nos primeiros anos do curso, em resolver problemas que necessitam de uma maior construção e interpretação dos conceitos, e essas dificuldades, em grande parte, permanecem durante toda sua formação e, muitas vezes, são levadas para a vida profissional. Geralmente são atribuídas à deficiência em Matemática. Dessa situação, foram geradas minhas questões de pesquisa:

- Que relações existentes entre a Física e a Matemática são consideradas pelos estudantes de Física? E como o entendimento de tais relações se manifesta na compreensão de conceitos físicos e mais especificamente dos conceitos de Termodinâmica na resolução de problemas?
- Como os estudantes de Física traduzem uma compreensão conceitual de uma situação física expressando-a em uma equação matemática?
- Em que medida um estudo de identificação de teoremas-em-ação referentes a conceitos e à resolução de problemas pode contribuir para o entendimento de como a Matemática se constitui em um estruturante dos conceitos físicos e como essa relação interfere na compreensão de conceitos físicos?
- Em que medida a utilização de uma abordagem metodológica diferenciada contribuirá para um melhor entendimento das relações entre a Física e a Matemática durante a atividade de resolver problemas e, conseqüentemente, na compreensão dos conceitos físicos envolvidos na atividade?

Nosso trabalho tem como objetivo principal entender como os estudantes de nível superior do curso de Física percebem a função da Matemática na construção dos conceitos físicos, mais especificamente na Termodinâmica, e como utilizam a inter-relação entre eles na formulação de conceitos e na resolução de problemas, bem como desenvolver estratégias pedagógicas, utilizando o aporte teórico das teorias de modelos mentais (J. Laird) e campos conceituais (G. Vergnaud), que favoreçam a compreensão de conceitos de Física.

Com o intuito de apresentar a presente pesquisa, o texto é constituído por sete capítulos, cujo teor encontra-se explicitado a seguir:

O primeiro capítulo consiste em uma introdução, na qual apresentamos os motivadores e condutores que delinearão a pesquisa, destacamos os objetivos e as questões de pesquisa, bem como descrevemos a estrutura do texto apresentado.

No capítulo 2, trazemos uma revisão bibliográfica referente ao uso das Matemáticas na Física e no Ensino de Física, e a trabalhos que tratam da Termodinâmica e do seu ensino.

O terceiro capítulo consiste na fundamentação teórica, que embasa nossos estudos, trazendo dois breves relatos históricos acerca das relações entre a Física e a Matemática, e sobre a Termodinâmica e sua matematização, bem como as teorias psicológicas dos Modelos Mentais de P. Johnson-Laird e na Teoria dos Campos Conceituais de G. Vergnaud, além de uma integração dessas duas teorias proposta por Greca e Moreira.

No capítulo 4, apresentamos o percurso metodológico da pesquisa, bem como a caracterização dos objetos de investigação, para cada um dos três estudos realizados.

No quinto capítulo, são apresentados e discutidos os resultados obtidos nos três estudos, sendo o primeiro um estudo piloto, de caráter descritivo, que tem como objetivo proporcionar uma melhor compreensão da influência da relação entre a Física e a Matemática no ensino e na aprendizagem de conceitos físicos, e mais especificamente nos conceitos envolvidos na Primeira Lei da Termodinâmica; o estudo 2, cujo objetivo é a identificação de invariantes operatórios e mais especificamente de teoremas-em-ação inferidos a partir da observação de sessões de resolução de problemas “lápiz e papel”; e o estudo 3, que tem como objetivo o estudo comparativo entre os teoremas-em-ação obtidos no estudo 2 e os identificados a partir das sessões de resolução de problemas com o auxílio de simulações computacionais.

O capítulo 6 consiste na apresentação de uma proposta didática baseada em situações de aprendizagem (situações-problema), para o ensino da Primeira Lei da Termodinâmica e observações acerca de sua utilização em sala de aula e do desempenho dos estudantes após a intervenção.

Finalizamos a exposição da presente pesquisa, com um capítulo, no qual apresentamos algumas conclusões e considerações pertinentes, bem como possíveis implicações para o ensino de ciências.

Capítulo 2

2. Revisão da Literatura

2.1. O Uso das Matemáticas na Física e no Ensino de Física

As relações entre a Física e a Matemática, no que concerne ao papel da Matemática no desenvolvimento da Física, é um foco de vários pontos de divergências entre físicos e matemáticos. Esse fato leva muitas vezes a equívocos, que se propagam amplamente, tais como: o de entender a Matemática como mero instrumento para a Física, ou o de ver a Física como uma ciência que deve necessariamente utilizar a Matemática para se fazer entender.

Por outro ângulo de observação, se o estudante entende como a Física se relaciona com a Matemática na construção dos conceitos, provavelmente terá uma imagem mais adequada do uso dos modelos matemáticos pela Física, os quais, para a maioria dos estudantes, parecem representar apenas relações abstratas entre as variáveis.

A tese tem com um dos pontos principais a utilização da Matemática e sua importância na construção de conceitos de Física na atividade de resolução de problemas.

Nesse sentido, apresento nesta seção uma revisão da literatura, sumarizada, de alguns trabalhos de pesquisadores da área referentes ao uso da Matemática na Física e no seu ensino; discuto também como esses trabalhos influenciam e relacionam-se com minha pesquisa.

Realizamos um levantamento em periódicos internacionais e nacionais nas áreas de Ensino de Física, Ensino de Ciências, Educação e Educação Matemática, os quais têm grande influência em tais áreas. Por termos encontrado apenas três publicações em periódicos, optamos por estender a busca nacional a atas de eventos.

A busca foi realizada cobrindo o período compreendido entre 2001 e 2011, nos seguintes periódicos e Eventos: Revista Brasileira de Ensino de Física (RBEF); Revista Brasileira de Pesquisa em Educação em Ciências (RBPEC); Caderno Brasileiro de Ensino de Física (CBEF); Investigações em Ensino de Ciências (IENCI); Ciência & Ensino (C&E); Física na Escola; Experiências em Ensino de Ciências, Revista de Educação em Ciências e Tecnologia, Simpósio Nacional de Ensino de Física, Encontro de Pesquisa em Ensino de Física, Encontro Nacional de Pesquisa em Educação em Ciências, *American Journal of Physics*, *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology*, *Science*

& education, Physics Education, European Journal of Engineering Education, Cognition and Instruction, International Journal of Mathematical Education in Science and Technology.

Além das publicações encontradas no período acima exposto, apresentamos quatro publicações anteriores a esse período, as quais apresentam fundamental importância para o tema.

Categorizamos, de modo geral, as publicações quanto à abrangência da publicação, ou seja, nacional ou internacional, e mais especificamente quanto à fundamentação base da discussão, epistemológica ou psicológica; e ainda quanto à característica metodológica, teórica ou aplicada, entendendo por aplicada trabalhos que apresentam aplicação direta em atividades de ensino e/ou aprendizagem. Na Tabela 3.1, é apresentada uma representação esquemática, quanto à quantidade de publicações, de acordo com a categorização proposta para os artigos.

Tabela 3.1 – Quantidade de publicações categorizadas, divididas por categorias.

Publicações	Nacionais (9)				Internacionais (16)			
Fundamentação Base da Discussão	Epistemológicos		Psicológicos		Epistemológicos		Psicológicos	
	9		---		5		11	
Característica Metodológica	Teóricos	Aplicados	Teóricos	Aplicados	Teóricos	Aplicados	Teóricos	Aplicados
	9	---	---	---	4	1	2	9

Fonte: Elaborada pela autora.

Optamos por apresentar as publicações, em todas as categorias, seguindo uma ordem cronológica, pois entendemos facilitar a compressão da evolução histórica das pesquisas nesse tema.

2.1.1. Trabalhos Publicados em Veículos com Abrangência Nacional

Na busca em veículos de abrangência nacional, foram encontradas nove publicações, sendo três em periódicos e seis em eventos. Dentro de nossa proposta de categorização, todas as publicações nacionais estão inseridas na categoria a qual apresenta fundamentação base de

discussão epistemológica e característica metodológica teórica (NET)¹, ainda que alguns envolvam coleta de opiniões de estudantes e/ou professores. Nesses trabalhos, embora sejam apresentadas opiniões, caracterizadas as atitudes e sugeridas estratégias como possibilidades de aplicação, não trazem propostas aplicadas em situações de ensino ou de aprendizagem.

2.1.1.1. Publicações com Base Epistemológica

Trabalhos Teóricos

As relações entre a Física e a Matemática vêm sendo tratadas em publicações nacionais ainda muito timidamente.

Em 2002, M. Pietrocola traz à cena a discussão acerca dessa relação e suas implicações no ensino de ciências. Ele mostra, através de uma exposição apoiada na epistemologia e história da ciência, baseada nas idéias de filósofos, epistemólogos e pesquisadores, dos quais podemos destacar M. Paty, G. Bachelard, M. Bunge, M. Matthews, T. Kuhn, E. Lakatos, entre outros, que a relação entre esses campos teóricos é muito complexa. Destaca as dificuldades da linguagem da Ciência e da Matemática como a linguagem que descreve o mundo real. Discute as idéias relacionadas ao empiricismo e ao realismo ingênuo, que levam ao entendimento da Matemática como uma descrição do mundo, ou seja, do real, enfatizando como essa visão influencia no ensino e, conseqüentemente, na aprendizagem da Ciência. Segundo sua análise, a complexidade das relações entre a Física e a Matemática é reconhecer a Matemática como estruturante do conhecimento físico.

... não se trata apenas de saber matemática para poder operar as teorias físicas que representam a realidade, mas de saber **aprender teoricamente o real** através de uma **estruturação matemática** (PIETROCOLA, 2002, p.105 [grifo nosso]).

Com base em sua experiência e em pesquisas de situações de ensino, destaca que essas relações possuem profundas implicações no Ensino de Ciências.

A minha experiência como professor de física no ensino médio e universitário tem me mostrado que não basta ao aluno conhecer a matemática no seu campo próprio de validade para obter um bom desempenho em física. Isto é, não é suficiente conhecê-la enquanto

¹ (NET) – Nacional Epistemológico Teórico.

“ferramenta” para poder utilizá-la como **estruturante** das idéias físicas sobre o mundo (PIETROCOLA, 2002, p.105 [grifo nosso]).

Tais considerações deram origem a uma série de trabalhos com essa vertente, ou seja, olhando a Matemática como estruturante do conhecimento físico, os quais serão expostos e discutidos ainda neste capítulo.

Seguindo uma linha de pensamento um pouco diferente, Bastos e Bastos Filho apresentam, em 2003, um estudo exploratório de aspectos das concepções surgidas na primeira metade do século XX sobre os fundamentos da Matemática, que trata do conflito entre quatro escolas de pensamento concorrentes, quais sejam: a logicista, a intuicionista, a formalista e a conjuntista, e direcionam a discussão para as potencialidades de proporcionar uma melhoria no ensino de Física e Matemática em níveis médio e superior. Tentam também fazer ligações com situações de ensino de mecânica quântica e com o conceito de aprendizagem significativa. Chegam à conclusão que a interlocução entre as ditas escolas de pensamento permite gerar discussões sobre categorias conceituais importantes como: a intuição, a natureza lógica, a inevitabilidade ou não de uma exclusividade da lógica clássica, o significado atribuído aos entes físicos e matemáticos, e dessa forma oportunizam a reflexão acerca das relações entre a Matemática e a realidade (a Física). No Ensino de Ciências e Matemática, é interessante que tais discussões, geradas por temas epistemológicos, apareçam inseridas nos próprios conteúdos específicos, tanto em nível médio quanto em nível superior. Por entenderem a intrínseca ligação entre os temas cognitivos e os temas da aprendizagem, concluem suas idéias considerando que os estudos históricos e filosóficos de uma disciplina orientam sobremaneira o seu ensino.

Silva e Pietrocola trazem, em 2003, uma discussão, realizada numa perspectiva histórico-filosófica, de alguns aspectos relacionados à afirmação que “estudantes não aprendem Física devido a seus frágeis conhecimentos matemáticos”. Analisam como exemplo o uso da linguagem matemática no desenvolvimento da teoria eletromagnética (TEM). Mostram que, no desenvolvimento da TEM, a matematização é uma etapa integrante do processo de construção da teoria.

‘Thomson e Maxwell utilizaram a linguagem matemática como elemento **estruturante** da teoria eletromagnética e não como uma mera descrição de aspectos empíricos. (SILVA e PIETROCOLA, 2003 [grifo nosso]).

Em suas conclusões, destacam a fundamental importância da discussão do papel desempenhado pela Matemática no conhecimento físico, o que, na visão dos autores, permite

ao estudante formar uma idéia sobre o conhecimento científico mais próxima do conhecimento filosófico atual.

Pietrocola, em um trabalho de 2008, reforça a idéia da Matemática como a linguagem estrutural do pensamento físico. Para tanto, apresenta alguns episódios históricos da Física desde o século XVII até o início do século XX, destacando as relações entre a Física e a Matemática tendo como base teórica para a sua interpretação as idéias do filósofo M. Paty, o qual enfatiza o papel construtivo da Matemática na Física. Como trata a Matemática como uma linguagem estrutural para a Física, apresenta uma discussão que justifica tal afirmativa e discorre acerca das implicações didático-pedagógicas da proposta. Nesse sentido, considera a Matemática como um conhecimento essencial para a aprendizagem de conhecimentos físicos, destacando dois modos: o primeiro fundamenta-se no domínio técnico de sistemas matemáticos, conectado ao contexto interno do conhecimento matemático que designa de *habilidades técnicas*; o segundo baseia-se na capacidade de empregar o conhecimento matemático na estruturação de situações físicas, conectado ao uso organizado da Matemática em domínios externos, que chama de *habilidades estruturantes*. Enfatiza, em suas considerações, que, no ensino, o domínio técnico da Matemática não parece implicar em capacidade de empregar essa técnica para estruturar o pensamento em outros domínios. Destaca ser fundamental que, nas atividades de ensino, os estudantes sejam ensinados a aprender o mundo pelos muitos idiomas da ciência, mostrando para eles o valor de cada um deles. Especificamente em Física, é muito importante ensinar o papel da Matemática como estruturante do pensamento.

Na mesma linha de pensamento, ou seja, entendendo a Matemática como estruturante do conhecimento físico, Karam apresenta, em 2007, uma discussão que tem como objetivo fomentar a discussão sobre a relação entre a Física e a Matemática no universo do ensino e apresentar um instrumento desenvolvido para categorizar as concepções de estudantes, de nível médio, acerca das relações entre o conhecimento físico e o conhecimento matemático. A justificativa, fundamentação e discussão foram apoiadas nos pensamentos de H. Poincaré sobre o tema e em trabalhos anteriores na área de Ensino de Física que versam sobre essas relações. No estudo, ele utilizou um questionário aplicado a 44 estudantes de ensino médio, de uma escola pública do estado do Paraná. Os questionamentos foram feitos com o objetivo de colher opiniões dos estudantes sobre as disciplinas Física e Matemática e sobre suas inter-relações, além de apresentar algumas situações particulares com o intuito de averiguar se os estudantes fazem ligações entre os objetos estudados na Matemática e os fenômenos físicos

que utilizam como modelo. Ele apresenta uma categorização das respostas dos estudantes a duas questões, quais sejam:

I – (Questão 3): Em sua opinião, qual a importância da Matemática para a Física? É possível estudar Física sem utilizar a Matemática? Justifique.

II – (Questão 4): Em sua opinião, qual é a importância da Física para o desenvolvimento da Matemática? Justifique.

Os resultados mostram que 63,6% dos estudantes entendem a Matemática como pré-requisito para a Física, enquanto que 7% veem a matemática como complementar para a Física (questão 3 – primeira parte). Em relação às respostas a segunda parte da mesma questão, 9% afirmam que se pode estudar Física apenas com teoria, enquanto 27,2% entendem que não se pode retirar a Matemática do estudo da Física, já que a primeira dá sustentação à segunda. Quanto à importância da Física para o desenvolvimento da Matemática (questão 4), 29,5% não a reconhecem, 27,2% consideram a Física um treino para a Matemática, 13,6 veem como complementar, 2,3%, como prova, ou seja, oferecem situações que provam a Matemática; 27,3 % encaram a Física como uma aplicação para a Matemática e 9%, como motivação, ou seja, os problemas de Física são motivação para o desenvolvimento da Matemática. Esses resultados parecem indicar como afirma o autor, que o nosso ensino tem contribuído para a disseminação da idéia de que se deve primeiro aprender Matemática para ser capaz de estudar Física.

Em 2008, Karam e Pietrocola apresentam uma análise de alguns episódios históricos, os quais destacam a importância da Matemática para a estruturação da Física, especificamente em seu desenvolvimento ao longo do século XX. E diante das dificuldades em se tratar Física Moderna (FM) no Ensino Médio (EM) sem fazer uso de uma linguagem matemática, descrevem três propostas de ensino que entendem solucionar o problema. As propostas têm como objetivo conciliar a dificuldade de compreensão do formalismo matemático com estratégias que permitam abordagens quantitativas dos temas de relatividade restrita, dualidade onda-partícula e eletrodinâmica quântica. Finalizam seu trabalho enfatizando a necessidade de se preocupar com um tratamento matemático ao se tratar de FM no EM, uma vez que o objetivo é ensinar tópicos de Física Moderna em vez de apenas falar sobre Física Moderna.

Uma crítica à “ingênua” função dada à Matemática e à tentativa de distinção entre problemas matemáticos e científicos presentes em algumas pesquisas em resolução de problemas (RP) no Ensino de Física é o foco de dois trabalhos publicados em 2009 (a e b) por Karam e Pietrocola. Fundamentados histórica e epistemologicamente, eles defendem a

impossibilidade da separação entre as partes Física e Matemática de um problema. Trazem em pauta as habilidades técnicas e as estruturantes (PIETROCOLA, 2008) e com resultados de pesquisas de renomados pesquisadores da área, tais como Hudson e McIntire (1977); Hudson e Liberman (1992); Redish (2005), entre outros; utilizaram três problemas como proposta de uma abordagem diferenciada que possa proporcionar o desenvolvimento de habilidades estruturantes. Os autores propõem questionamentos que levem os estudantes a entenderem a importância da Física na origem de conceitos/objetos matemáticos para que, dessa forma, se possa eliminar definitivamente a separação das partes física e matemática de um problema. Isto poderia contribuir positivamente para a construção de uma visão, no estudante, mais próxima da construção do pensamento científico.

Em outro trabalho, Karam e Pietrocola (2009c), apresentam uma caracterização e categorização das concepções de um professor de Física do Ensino Médio sobre as relações entre a Física e a Matemática. Para tanto, foi analisado o discurso do professor durante doze aulas (20 horas), nas quais foi abordado o tema relatividade restrita. A categorização foi realizada sobre três episódios nos quais ocorreu discussão sobre o papel da Matemática na Física, usando-se também uma entrevista semi-estruturada para esclarecer e identificar melhor as concepções. Com a análise, foi possível identificar várias possibilidades de se categorizar o uso da Matemática na Física e a compreensão de suas inter-relações, sendo que, no caso estudado, a idéia da Matemática como estruturante permeou todo o discurso do professor. No entanto, os autores enfatizam que o pequeno universo de sua pesquisa (um professor) torna inviável uma generalização do papel da Matemática na Física.

Percebemos que a pesquisa neste tema, em nível nacional, está basicamente concentrada em um grupo, com apenas uma exceção no período observado. Todos os trabalhos são fundamentados epistemológica e historicamente, e embora alguns apresentem propostas a serem aplicadas em situações de ensino, todos eles são trabalhos teóricos, entendendo como teóricos trabalhos que não são fruto de uma pesquisa realizada em situações de sala de aula e com intervenção.

Podemos perceber ainda que, embora o tema apresente fortes implicações no Ensino de Ciências e especialmente no Ensino de Física, pouco se tem pesquisado sobre ele no Brasil. E essa necessidade é ainda maior quando enveredamos para o universo das salas de aulas, especialmente dentro de situações de ensino e aprendizagem.

2.1.2. Trabalhos Publicados em Veículos com Abrangência Internacional

Em veículos de abrangência internacional, foram encontradas dezesseis publicações. Caracterizamo-las em quatro categorias: aquelas que apresentam fundamentação base epistemológica e característica metodológica teórica (IET)², aquelas com fundamentação epistemológica e característica metodológica aplicada (IEA)³, as que tem fundamentação psicológica e característica metodológica teórica (IPT)⁴ e as que apresentam fundamentação psicológica e característica metodológica aplicada (IPA)⁵.

2.1.2.1. Publicações com Base Epistemológica

Categorizamos como trabalhos com fundamentação epistemológica todos os que apresentam uma discussão ou propostas que se apóiam em ideias de filósofos, epistemólogos, historiadores ou ainda em autores da área com tal base teórica. De modo geral, esses trabalhos apresentam discussões acerca da construção de conceitos e teorias físicas ou discorrem sobre aspectos epistemológicos ligados às relações entre a Física e a Matemática.

Trabalhos Teóricos

Os artigos integrantes dessa categoria apresentam como pontos de partida questões referentes à falta de interesse e motivação de estudantes pelas aulas de física, aos problemas de aprendizagem relativos à interpretação da linguagem matemática usada na física e às diferenças dialéticas entre elas; e aos significados de conceitos matemáticos e habilidades operacionais dentro do contexto da física associados a melhorias de modelos pedagógicos.

R. Romer apresenta um artigo, em 1993, que tem como inspiração inicial afirmações comuns de estudantes, do tipo: “a Física é muito chata...”, “as aulas de Física são a morte...”, “não entendo esse amontoado de fórmulas matemáticas sem sentido”, conhecidas pelos professores de Física. Em seguida, descreve várias situações de sala de aula, vivenciadas por ele, através das quais mostra como tenta trabalhar dando um sentido às equações para que elas tenham um significado para os estudantes. Ele considera ser necessário os professores utilizarem uma abordagem para a Física que permita aos estudantes ter prazer pela “leitura

² (IET) – Internacional Epistemológico Teórico.

³ (IEA) – Internacional Epistemológico Aplicado.

⁴ (IPT) – Internacional Psicológico Teórico.

⁵ (IPA) – Internacional Psicológico Aplicado.

das equações”, ou seja, desperte a atenção para a estrutura lógica do assunto e possibilite a compreensão da lógica que envolve a Física e a Matemática. Finaliza a exposição destacando que tal atitude pode se constituir em um instrumento capaz de levar as novas gerações a um interesse pela compreensão da verdadeira beleza do universo em que vivemos, objeto de estudo da Física.

Em 2002, Lozano e Cárdenas fazem um alerta aos professores de Física de cursos universitários básicos quanto aos problemas de aprendizagem relativos à interpretação da linguagem simbólica usada na Física. Para tanto, apresentam uma discussão fundamentada nas idéias de M. Bunge e em vários pesquisadores da área de Ensino de Ciências, na qual abordam as dificuldades das relações simbólicas e de suas interpretações, enfatizando as definições explícitas, os conceitos quantitativos e valores numéricos, e as leis e seus enunciados. Destacam principalmente as relações entre conceitos e grandezas explicitados por sinais, tais como (=) e (+), que, para grande parte dos estudantes, implicam simetria, ideia que pode se constituir em dificuldades na aprendizagem da Física. Alertam ser tarefa do professor estar atento e enfatizar as relações simbólicas para conduzir os estudantes a interpretações diferentes que podem ser atribuídas ao mesmo sinal, tratar a linguagem da ciência destacando regras de formação e transformação e deixando-o explícito quando o discurso é analisado ou é formalizado. Finalizam dizendo ser necessário o professor fazer referências explícitas aos aspectos semânticos e sintáticos da linguagem formal que ele usa na descrição matemática de fenômenos físicos, para os estudantes poderem melhorar sua compreensão da ciência.

Partindo da assertiva de que a Matemática é um elemento essencial na resolução de problemas de Física, e destacando que, embora a Matemática seja a linguagem da ciência, a Matemática em Física, ou a Matemática utilizada pela Física, constitui-se em um dialeto distinto dessa linguagem. Redish, (2005), consolida a ideia de que utilizar Matemática em Física não é a mesma coisa que fazer Matemática, recorrendo sobre pontos evidenciadores das diferenças entre a Matemática e a Matemática na Física, quais sejam:

- Físicos e matemáticos identificam e nomeiam constantes e variáveis de modo diferente;
- Físicos e matemáticos diferenciam os símbolos e as interpretações das equações;
- Físicos atribuem significados aos símbolos;
- Físicos olham as equações misturando o “significado físico” com o “significado matemático.”

Ele ilustra essas diferenças através de problemas físicos e traz indicações de como lidar com elas. Destaca que físicos e matemáticos, acima de tudo, têm objetivos diferentes: físicos querem descrever e entender sistemas físicos, enquanto matemáticos estão interessados em diferentes formas de resolver equações.

Finaliza o artigo enfocando as implicações no Ensino de Física e destaca que os físicos devem aprender a usar a Matemática em ciência e que as ênfases a algoritmos podem bloquear os estudantes na aprendizagem de aspectos importantes da Física. Alerta para a necessidade de melhorarmos nossa compreensão dos processos cognitivos envolvidos na atividade de resolução de problemas de Física e achamos atividades que ajudem os estudantes na construção do conhecimento. Enfatiza ainda que apenas a habilidade manipulativa não seja o bastante para a aprendizagem na Física.

Em uma linha mais específica do tema, Martinez-Torregrosa et al (2006) apresentam, um estudo de cunho histórico-epistemológico acerca do papel e do significado de diferencial na Física, com o intuito de melhorar os modelos curriculares e pedagógicos no que se refere ao ensino desse conteúdo. O estudo foi motivado pelo fato real de que, apesar de ser muito usado por professores e estudantes de Física, o conceito de diferencial é pouco entendido por eles. Para tanto, os autores trazem algumas concepções históricas da evolução do conceito de diferencial, destacando obstáculos a serem superados, perguntas a serem respondidas e as mudanças que levaram ao seu progresso até as concepções atuais. A partir do estudo, eles desenvolveram um programa pedagógico que leva em conta tais aspectos, por acreditarem que, dessa forma, a compreensão do conceito de diferencial é facilitada, tanto por parte de estudantes iniciais como por parte dos professores.

Trabalhos Aplicados

Tendo como inspiração as relações de interdependência entre a Física e a Matemática, Hudson e McIntire (1977) apresentam um estudo no qual utilizam um teste para a identificação de habilidades em álgebra e trigonometria com 200 estudantes, e relacionam o desempenho nesse teste com o sucesso em um curso de Física básico. A partir dos resultados, eles concluem que a identificação das habilidades pode se constituir em uma eficiente forma para prever o fracasso; no entanto, o trabalho também aponta que o domínio de tais habilidades não se constitui em garantia de sucesso na Física, tal como afirma Pietrocola, em seu trabalho de 2008, e Karam e Pietrocola, em trabalhos de 2009 (a e b), descritos anteriormente e com aporte neste estudo, nos quais enfatizam que o domínio de técnicas

matemáticas não implica em capacidade de estruturação do pensamento em outros domínios, e apresentam uma crítica à função dada à Matemática e à tentativa de distinguir entre problemas matemáticos e científicos no âmbito das pesquisas em resolução de problemas.

2.1.2.2. Publicações com Base Psicológica

Categorizamos como trabalhos com fundamentação psicológica todos os que apresentam uma discussão ou propostas apoiadas em teorias de aprendizagem ou que tratam de cognição de um modo geral, ou ainda em autores da área que se fundamentam também com tal base. Esses trabalhos apresentam discussões acerca do entendimento de equações matemáticas por estudantes, das relações entre habilidades matemáticas e raciocínio operacional formal, de retenção, em longo prazo, de habilidades matemáticas, bem como da modelagem matemática direcionando-a para as relações entre o mundo real e o modelo matemático, e ainda a resolução de problemas a partir de operações não numéricas e múltiplas representações.

Trabalhos Teóricos

Partindo da afirmação de que os resultados insatisfatórios em Física estão ligados a um pobre treinamento em Matemática, Hestenes (1987) apresenta uma discussão teórica de pontos necessários para a promoção de um programa de investigação que leve a uma melhoria do ensino. Para tanto, ele traz argumentos que servem de base para criticar a prática educacional atual e conduz a orientações pedagógicas de investigação através de uma análise da estrutura do conhecimento científico e da descrição de uma teoria de modelos matemáticos e de modelagem para fins pedagógicos. Apresenta também alguns aspectos relevantes da ciência cognitiva, os quais fundamentam suas conclusões. Ele destaca, como ponto principal do artigo, a ideia de que a modelagem matemática deve ser o tema central no Ensino de Física. Para ele, isso só será alcançado se a atividade de ensinar Física for subsidiada pelo ensino de princípios e técnicas de modelagem matemática, a qual se preocupa com um conhecimento processual, e é mais bem apreendida em um contexto de atividades de modelagem específica, a modelagem de objetos, que é uma representação do real comportando-se de acordo com leis físicas. Para tanto, alerta, em forma de conclusão, acerca da necessidade de uma reorganização de prioridades no Ensino de Física, justificada por aspectos epistemológicos e psicológicos, que exigem, por sua vez, pesquisas na área.

Martinez-Luaces (2004) apresenta uma análise sobre a modelagem matemática em diferentes perspectivas contrastando a modelagem com a resolução de problemas em diferentes países da América Latina. A base dessa análise são experiências desenvolvidas em seminários para professores de Matemática das escolas secundárias e universitários. Nesses seminários, foram trabalhados conteúdos de Matemática, tais como cálculo vetorial, equações diferenciais ordinárias, equações diferenciais parciais, entre outros, aplicados em atividades de resolução de problemas reais através da modelagem. O objetivo das atividades era despertar nos professores a necessidade de se tratar o ensino de Matemática de uma forma mais aplicada e prática e, dessa maneira, promover uma interação entre disciplinas (Física, Química e Biologia) e a Matemática, que, por vezes, é considerada, por conta de sua abstração, obstáculo no entendimento dessas ciências. Em todos os seminários, as avaliações foram positivas, uma vez que contribuíram para modificações significativas no modo de ensinar dos professores, que levaram para as suas aulas a modelagem de problemas reais como estratégia para um melhor entendimento de uma Matemática menos abstrata.

Trabalhos Aplicados

Hudson e Liberman (1982) apresentam um estudo realizado com estudantes, com o objetivo de analisar os efeitos combinados das habilidades matemáticas e raciocínio operacional formal no seu desempenho em um curso de Física Geral. O estudo esteve fundamentado na psicologia cognitiva, destacando o pensamento de Piaget acerca das habilidades matemáticas, e em trabalhos anteriores desenvolvidos sobre o tema (Hudson e McIntire, 1977; Griffiths, 1976). Como instrumento de coleta de dados, foi utilizado um teste com 12 questões, que tinha como objetivo medir as habilidades matemáticas, e um teste “Tomlinson-Keasey-Campbell”, para a aferição das habilidades formais. Com os dados, procederam uma análise estatística que permitiu chegarem a algumas conclusões importantes. Dentre elas, a de maior relevância é a que destaca a importância de uma determinação prévia das habilidades matemáticas e de operações formais no início de cursos introdutórios. No entanto, a relação entre as habilidades e o bom desempenho nesses cursos é mais complexa, uma vez que habilidades matemáticas e habilidades de argumentos isoladas não pareceram garantir o sucesso dos grupos estudados.

O entendimento das equações físicas por estudantes é o foco do trabalho apresentado por Sherin em 2002. Sua pesquisa foi desenvolvida com graduandos do 3º semestre de cursos de engenharia matriculados nas aulas de Física. Eles eram solicitados, em pares, a resolverem

questões de Física de baixa ou média complexidade, para se observar como entendiam as equações físicas, especialmente as representações simbólicas explícitas. Foi realizada uma análise qualitativa das sessões de resolução de problemas, para Sherin os estudantes aprendem a entender as equações da Física através de representações simbólicas e estas por sua vez estão associadas a idéias simples e fundamentais, por conseguinte compreender essas estruturas fundamentais requer um entendimento mais profundo de seus significados. O autor enfatiza que a compreensão conceitual da Física pode estar também fundamentada num ensino utilizando as equações, o que exige um entendimento mais aprofundado destas.

Em outra linha de pensamento, Crouch e Haines (2003) apresentam um artigo no qual tratam da modelagem matemática enfocando as transições entre o mundo real e o modelo matemático. O estudo foi baseado em respostas de estudantes a questionários de múltipla escolha em modelagem matemática de problemas. A fundamentação para a discussão consiste de vários trabalhos de autores da área, tendo forte inspiração na psicologia. Os resultados encontrados na pesquisa reforçam a ideia que estudantes universitários das áreas de ciências e tecnologia apresentam muitas deficiências quando submetidos a situações nas quais seja necessária uma conexão entre o mundo real e o modelo matemático. Os autores apontam para a necessidade, nas aulas de ciências, da promoção de situações que possam proporcionar experiências mais contundentes nesse sentido, e entendem a modelagem matemática como um recurso fácil a ser utilizado e que pode facilitar o desenvolvimento das habilidades que levem a conexão entre o mundo real e o modelo matemático.

Seguindo a mesma temática de fundo, ou seja, a modelagem matemática, Rowland e Jovanoski (2004) apresentam um estudo realizado com estudantes universitários do primeiro ano acerca das dificuldades relativas à interpretação de equações diferenciais ordinárias (EDOs) de primeira ordem no contexto da modelagem. Para tanto, fizeram um estudo diagnóstico através de um exame com questões, situações-problema, com resolução através de EDOs, seguidas de entrevistas para conferir as interpretações feitas. A partir das análises, eles apresentam uma discussão centrada na definição e interpretação de conceitos matemáticos envolvidos nas EDOs, e no fato de a falta de compreensão desses conceitos, tais como quantidades e taxas de variações de quantidades presentes nas equações, se consolidar como elementos que dificultam a aprendizagem de EDOs e suas aplicações em situações-problema. A partir desse estudo, eles ainda apontam algumas propostas pedagógicas para o ensino de EDO.

Partindo da pergunta: Como os estudantes podem gerar modelos algébricos sem instrução direta de outros mais experientes na atividade? Izsák (2004) apresenta um estudo

realizado com 12 pares de estudantes da escola média ao resolverem problemas utilizando álgebra. A fundamentação está centrada em trabalhos de pesquisadores em modelagem algébrica, processos cognitivos envolvidos na atividade de modelagem, conhecimento das estruturas e representações matemáticas, entre outros. Ele destaca dois resultados como os principais do estudo: primeiro - os estudantes têm e podem usar critérios para julgar quando uma expressão algébrica é melhor do que outra para resolver uma determinada situação problema; segundo - a construção do conhecimento por modelagem algébrica requer do estudante uma coordenação criteriosa entre as representações algébricas e vários outros conhecimentos. Finaliza o artigo explicitando as possíveis ampliações desse estudo, quais sejam: o estudo dos processos cognitivos na atividade de modelagem; o das situações em sala de aula e a proposta de confecção de materiais que favorecem a atividade de modelagem.

A pesquisa relatada em Reed (2006), foi motivada pelo desejo de melhorar módulos do software Animation TutorTM, os quais foram projetados para ajudar estudantes no raciocínio matemático. Ele apoia-se em pesquisas anteriores e, mais especificamente, na ideia defendida por P. W. Thompson (1994)⁶ de que uma operação quantitativa e não numérica tem a ver com a compreensão de uma situação. O estudo, realizado com estudantes da disciplina Métodos Estatísticos, oferecida ao curso de psicologia, preocupa-se com as quantidades que podem orientar a compreensão de uma situação, em vez de operações numéricas que são desprovidas de um contexto. Foram realizados dois experimentos: o primeiro, tratando com cancelamento de unidades, e o segundo, trabalhando com pares de expressões contrastantes. Os estudantes teriam que escolher qual a que melhor representava a situação que eles estavam analisando. Os resultados obtidos com o primeiro experimento não foram favoráveis, pois a carga cognitiva solicitada é muito grande, enquanto que, no segundo experimento, situações contrastantes implicam em um melhor desempenho atribuído a uma redução na carga cognitiva. Essas considerações, dentre outras, levam a conclusões relativas às relações entre as quantidades em uma equação e as conexões das representações visuais para variáveis nas equações, relevantes nos melhoramentos propostos para o software.

Uma discussão acerca de observações de estudantes enquanto resolvem problemas físicos é foco da pesquisa exposta em Tuminaro e Redish (2007), fundamentada no construtivismo e em pesquisas anteriores nas áreas de resolução de problemas, modelagem, matemática intuitiva e cognição. As observações foram feitas em sessões de resolução de

⁶ THOMPSON, P. W.; The development of the concept of speed and its relationship to concepts of rate. In : HAVEL, G. & CONFREY, J. (Eds.), The development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics (pp. 179-223). Albany: State University of New York Press.

problemas com estudantes da universidade de Maryland. Os dados foram obtidos a partir de 11 horas de vídeo selecionados em um universo de 60 horas de gravação durante a resolução de problemas de duplas de estudantes. Eles apresentam dois casos e analisam a dinâmica da resolução, partindo da ideia de que, durante a resolução, as atitudes e estratégias dos alunos assemelham-se a jogos, jogos epistemológicos, os quais são aqui entendidos como introduzidos por Collins e Ferguson (1993)⁷, definidos como um complexo “jogo de regras e estratégias que guiam uma investigação”. Um jogo epistemológico é uma ativação de um padrão de atividades que podem ser associadas a uma coleção de recursos. Os autores descrevem cada um dos seis jogos, detalhando os componentes ontológicos e estruturais. Ilustram o estudo com a exposição e discussão de pares de estudantes jogando cada um dos jogos. Finalizam destacando dois pontos considerados importantes: o primeiro, o trabalho resolvendo problemas dentro de uma teia invisível que limita, de certa forma, os recursos que os estudantes estão dispostos a usar em um determinado momento no contexto de uma determinada tarefa. O segundo é relativo à percepção do estudante, pois esse pode desenvolver a tarefa com ferramentas que não são as que os instrutores pretendem e, dessa forma, ele pode aprender a jogar um jogo errado. Fazem, ainda, algumas considerações acerca das implicações do estudo para o ensino, destacando a posição a ser assumida por professores de Física que tenham como objetivo ensinar aos estudantes pensar a Física e resolver efetivamente problemas, e não apenas buscar respostas para problemas.

Em outra linha, Engelbrecht et al (2007) apresentam um estudo que tem como foco a retenção a longo prazo de técnicas matemáticas básicas em um curso de cálculo, no primeiro ano, envolvendo estudantes universitários. O estudo é fundamentado em pesquisas anteriores nos temas de retenção de conhecimento e técnicas em longo prazo, e compreensão conceitual e processual. Para isso, desenvolveram uma pesquisa com estudantes em dois momentos – primeiro e terceiro anos de estudo – e em duas partes: uma investigação quantitativa, na qual se observou e se comparou o desempenho dos estudantes no domínio de técnicas no primeiro e terceiro anos, e outra qualitativa, baseada em entrevistas. Os testes utilizados no segundo momento foram réplicas exatas dos utilizados no primeiro. Os resultados destacam que a taxa de retenção é baixa, apesar dos esforços em compreensão conceitual no primeiro ano; o valor de entender completamente os princípios básicos e conceitos é importante para a retenção do conhecimento; a retenção é melhorada quando existe uma motivação intrínseca pela atividade

⁷ COLLINS, A. e FERGUSON, W. Epistemic forms and epistemic games: Structures and strategies to guide inquiry. **Educational Psychologist**, 28:1, 25-42, 1993.

e a falta de compreensão conceitual resulta em confiança diminuída o que também influencia, de acordo com as entrevistas, na retenção do conhecimento.

Angell et al. (2008) apresentam um artigo no qual descrevem situações pedagógicas focalizando a modelagem em Física, enfatizando o raciocínio científico baseado em dados empíricos e usando a noção de múltiplas representações de fenômenos físicos e modelagem no Ensino de Física como fundamentação. No estudo, descrevem atividades de modelagem propostas no projeto PHYS 21, elaborado para ser aplicado em escolas secundárias e superiores norueguesas. Nesse projeto, a modelagem foi tratada de duas perspectivas: a primeira aborda a natureza da Física como modelo da realidade e a tarefa de físicos como construtores e aplicadores de modelos; a segunda perspectiva aborda a modelagem como uma poderosa ferramenta no processo de ensino aprendizagem de Física. Os dados foram obtidos através de observação em sala de aula, questionários aplicados aos estudantes e um teste “lápise papel” para averiguar a habilidade em modelagem dos estudantes. A principal conclusão do estudo é que os estudantes que adquiriram estratégias de aprendizagem apropriadas são mais capazes de “decodificarem o idioma da Física”, ou seja, de usar múltiplas representações durante atividades de Física. Sugerem ainda que a aproximação entre a modelagem empírico-matemática com as múltiplas representações e a integração com a natureza da ciência apresentam-se com grande valia para a facilitação da aprendizagem de estratégias.

Em nível internacional, as pesquisas que tratam desse tema apresentam uma variedade de abordagens, desde representações simbólicas e compreensão de equações até situações aplicadas envolvendo modelagem e resolução de problemas. Tentamos mostrar uma visão mais aproximada de como os estudantes entendem e utilizam a Matemática e a Matemática na Física. Apresentamos, de modo geral, discussões que nos fornecem subsídios para a condução de nossos estudos.

Nesse sentido, alguns elementos são relevantes. Destacamos as questões relativas à utilização da linguagem matemática e sua diferença da linguagem matemática usada na Física, e como essa diferença influencia em atividades típicas do Ensino de Física, tal como a resolução de problemas. No mesmo âmbito, evidenciamos também a discussão acerca das habilidades matemáticas e de que o domínio delas não implica, necessariamente, em sucesso na Física. Outro aspecto importante é o das relações simbólicas e o que elas representam na utilização de equações e em seu significado. Devemos destacar ainda as questões referentes à modelagem matemática e física, e à geração de situações educacionais que proporcionem a utilização dessa estratégia em resolução de problemas de Física.

Embora o tema apareça em maior quantidade do que nas pesquisas nacionais, em relação a outros temas de investigação, percebemos que ainda é pouco abordado também internacionalmente.

2.2. A Termodinâmica e o seu Ensino

A tese apresenta como um de seus principais focos a Termodinâmica, o seu ensino e as construções conceituais dentro deste campo do saber.

A Termodinâmica, sendo um tema básico no Ensino de Física, tanto na educação básica como no ensino superior, constitui-se como foco de várias pesquisas. Nesse sentido, apresentamos uma breve revisão de alguns trabalhos que abordam de modo geral, esse tema. Escolhemos os que direcionam suas discussões especificamente para a construção e compreensão de conceitos, concepções de estudantes, mudanças conceituais e propostas didáticas, com abordagens diferenciadas desse conteúdo.

Para tanto, realizamos buscas em periódicos internacionais e em periódicos e atas de eventos nacionais, nas áreas de Ensino de Física, Ensino de Ciências e Educação. A busca foi feita cobrindo o período de 2001 a 2011. Abrimos exceção para alguns artigos com publicação anterior a 2001, pois consideramos suas discussões fundamentais para nosso trabalho. Apresentamos os artigos por enfoque e seguindo a ordem cronológica, dentro de cada enfoque específico.

2.2.1. Construção e Compreensão de Conceitos

Iniciamos nossa revisão com um artigo de 1970, talvez o primeiro destacando que problemas de linguagem e interpretações de conceitos podem causar imprecisões no ensino de Física Térmica. Neste trabalho Zemansky (1970) apresenta algumas considerações sobre o uso e o abuso da palavra calor no Ensino de Física; para tanto ele realizou a leitura de livros no nível elementar escrito por duas classes de autores. Um deles, professores da escola básica com uma enorme experiência no ensino de jovens, mas com um conhecimento restrito da Física Térmica e outro de professores universitários com conhecimento considerável de Física Térmica e grande experiência com a pesquisa, mas com pouca vivência no ensino de alunos da educação básica. Com a análise dos livros percebe que ambos os tipos de autores cometem os mesmos erros, um pela noção equivocada do que é Física Térmica, e outro a partir de

equivocos quanto à simplificação da Física Térmica para fins de ensino. O trabalho traz um alerta para professores e alunos sobre os perigos do mau uso da palavra "calor", e os aconselha a refletirem sobre questões do tipo: "calor em um corpo", ou "este objeto tem o dobro de calor que o outro corpo", e também se opõe à utilização do termo vago "energia térmica" e ao uso da palavra "calor" como um verbo, porque eles contribuem para a consolidação dos equivocos. Contudo, chamam atenção para a dificuldade em evitar o uso desses termos. Ele aconselha a introdução e a utilização do conceito de energia interna tão rapidamente quanto possível, pois entende que sua utilização contribui para a superação de equivocos relacionados ao conceito de calor.

Em relação a conceitos ligados à Segunda Lei da Termodinâmica, Duit e Kesidou (1988) apresentam uma pesquisa que tem como objetivo entender a compreensão que estudantes da educação básica, com idades entre 13 e 16 anos, têm de idéias básicas da Segunda Lei da Termodinâmica, tais como: irreversibilidade, degradação da energia e aspectos destrutivos e construtivos da Segunda Lei da Termodinâmica. Para tanto, realizaram entrevistas clínicas com estudantes de uma escola alemã, nas quais, eles eram expostos a situações problemáticas, sobre as quais deveriam expor seu entendimento. Chegaram à conclusão que as concepções dos estudantes baseiam-se, no geral, em concepções cotidianas e não na Física ensinada na escola e que, segundo o observado neste estudo, os alunos não conseguem alcançar uma estrutura capaz de compreender conceitos ou ideias associadas à segunda lei, mesmo durante vários anos de instrução em Física. Finalizam dizendo que este é um estudo inicial e que os resultados preliminares ainda parecem obscuros e destacam a necessidade da realização de futuras pesquisas nesta área.

Com o objetivo de mostrar as várias representações sobre o assunto Termodinâmica presentes na literatura científica, Tarsitani e Vicentine (1996) apresentam um trabalho onde analisam livros sobre o tema. Esta análise indica atitudes divergentes não só para os conceitos e princípios fundamentais, mas também para a fundamentação epistemológica da Termodinâmica. Destacam ainda a importância de uma reconstrução histórica e a de uma análise epistemológica para a compreensão mais profunda do que a das diferentes representações expostas nos livros de Termodinâmica. Apontam para a necessidade de que os professores sejam capacitados para fazerem uma “metarreflexão” na sua compreensão do quadro teórico da Termodinâmica e de seus fundamentos epistemológicos e implicações.

Tendo como inspiração as dificuldades apresentadas por estudantes na aprendizagem de conceitos básicos da Termodinâmica Cotignola et al. (2002), apresentam um artigo que traz reflexões que podem ser uma contribuição na procura por relações entre as dificuldades

dos estudantes na compreensão de conceitos de Termodinâmica integrantes da primeira lei, e o desenvolvimento histórico deste campo de conhecimento. Mostram o paralelo, entre o uso entremeado dos conceitos de calor e energia interna, nos primeiros passos históricos que conduziram à formulação da primeira lei, com as interpretações atuais dos estudantes para situações que têm como foco a Termodinâmica. Destacam ainda o quanto os livros didáticos aumentam a confusão entre os conceitos de calor e energia interna, refletindo um processo de transposição didática problemática. Apresentam também algumas sugestões que podem conduzir a uma melhora no entendimento dos estudantes acerca destes conceitos.

Os resultados iniciais de uma investigação sobre as dificuldades apresentadas por estudantes do ensino médio e técnico, a partir de questionários respondidos por professores da Fundação Escola Técnica Liberato Salzano Vieira da Cunha em Novo Hamburgo RS, foi apresentada por Grings et al. (2006). A partir das respostas dos professores eles elaboraram um instrumento para detectar dificuldades, significados e indicadores de possíveis invariantes operatórios no campo conceitual da Termodinâmica e, mais especificamente, aos conceitos de temperatura, calor trabalho, energia interna e entropia por estudantes dos níveis médio e técnico. Os resultados obtidos conduziram à conclusão que a teoria dos campos conceituais se configurou como um recurso de grande importância para o entendimento do domínio de um campo conceitual, bem como, na identificação de invariantes operatórios que possam estar funcionando como obstáculos para a aprendizagem de conceitos.

A História da Ciência como aporte utilizado em sala de aula para favorecer a aprendizagem de conceitos de Termodinâmica foi foco de uma reflexão crítica apresentada por Hülsendeger (2007). Para tanto ela partiu dos indicadores que surgiram dos resultados de um projeto realizado com trinta alunos do Ensino Médio de uma escola particular de Porto Alegre RS, envolvendo professores de Física, História e Redação. Realizaram atividades com os estudantes onde estes foram solicitados a fazerem uma pesquisa escrita sobre o surgimento e desenvolvimento da máquina a vapor, leituras, interpretação de textos e resolução de questões objetivas e dissertativas sobre os conceitos abordados. Os resultados obtidos durante as atividades indicaram que uma abordagem utilizando a História da Ciência contribui para a compreensão dos conceitos tratados, dessa forma conclui que esta pode ser uma ferramenta importante nos fenômenos importantes em Física.

Dando sequência a suas investigações, Grings et al. (2007) apresentam em um trabalho resultados sumarizados de significados e nível de conceitualização atribuído pelos estudantes a conceitos básicos de Termodinâmica; neste trabalho, além de respostas de 99 estudantes a um questionário, foram entrevistados quatro estudantes, com o objetivo de verificar a

persistência dos indicadores de invariantes operatórios identificados anteriormente, chegaram a conclusão que os significados apresentados pelos estudantes para os conceitos de Termodinâmica apresentam muitas concepções alternativas. Inferiram sobre a existência de invariantes operatórios que se apresentam como obstáculos quando os estudantes são solicitados a resolverem problemas. Outro fato detectado neste estudo é a evidência de avanços e retrocessos no campo conceitual da Termodinâmica para os estudantes expostos às situações-problema.

Com o objetivo de contribuir no processo educacional envolvendo o conceito de calor, Silva e Laburú (2008) apresentam um trabalho onde trazem reflexões sobre este conceito fundamental na Termodinâmica. Para tanto, eles destacam a ambiguidade presente na literatura, livros de Física utilizados nos cursos de Física Geral e Termodinâmica, acerca deste conceito. Alertam aos professores e autores de livros para a necessidade destes estarem atentos a reflexões deste tipo, pois estas são de muita importância para evitar equívocos conceituais, os quais interferem diretamente nas atividades educacionais relativas a este conceito.

Bolfe e Barlette (2009) apresentam um estudo realizado com doze estudantes, com faixa etária de 15 à 18 anos, de uma turma de 2º ano do ensino médio da Escola Estadual de Educação Básica Padre Benjamim Capetti em, Sobradinho, RS. Este estudo tem como objetivo a investigação de dificuldades na aprendizagem de conceitos de Física Térmica relacionados à dilatação e à contração térmica por estudantes do ensino médio a partir da identificação de indícios de invariantes operatórios de Vergnaud sobre a aprendizagem de conceitos dentro dos limites de três situações apresentadas aos alunos em um encontro de duas horas-aula. As situações foram previamente gravadas resultando em três filmes de produção própria, a partir da exposição dos estudantes a estas situações, questionamentos eram feitos e eles, em grupos, respondiam. Realizaram a análise dos registros escritos nos cadernos de atividades dos alunos, da observação das respostas foram identificados indícios de invariantes operatórios que revelam dificuldades conceituais e que estas contribuem negativamente na aprendizagem de novos conceitos científicos.

2.2.2. Concepções de Estudantes e Mudança Conceitual

O enfoque na mudança conceitual é abordado por Lewis (1996), neste trabalho ele trata da mudança conceitual de estudantes, com idades entre 13 e 14 anos, que estudam

Termodinâmica elementar. O estudo investiga como alunos que participam de um mesmo currículo constroem o entendimento em Termodinâmica elementar durante um semestre letivo de Ciências ao longo do oitavo ano. Em particular, preocupam-se em responder a duas questões: 1) Como ocorre a mudança de compreensão dos estudantes durante o estudo da Termodinâmica elementar e 2) O que estimula os estudantes a reestruturarem ou reorganizarem seu conhecimento. Para tanto, o estudo foi realizado com 180 estudantes, os quais responderam questionários integrantes de um pré-teste e um pós-teste. Desse universo total, 33 estudantes participaram de entrevistas no sentido de confirmação e aprofundamento das discussões que emergiram das respostas aos testes escritos. Os resultados conduziram a categorização dos estudantes em três tipos: os convergentes, os em evolução e os oscilantes, cada um destes grupos com características específicas em relação as mudanças conceituais. Concluem destacando que, ao final do semestre, o processo de mudança conceitual emerge com as diferenças individuais e alertam também para processos de aprendizagem diferentes e que os currículos de Ciências devem fomentar e incentivar a reflexão dos estudantes sobre suas próprias noções de Ciência e os conflitos e coincidências destas com a noção de Ciência escolar.

Em relação à identificação e análise de concepções espontâneas de estudantes da educação básica sobre Termodinâmica, Diogo et al. (2007) apresentam uma análise do desenvolvimento de concepções sobre temperatura e calor realizada a partir de respostas ao teste “The heat and temperature concept evaluation (HCTE)”, desenvolvido pela equipe do projeto Workshop Physics do Dickinson College, Pensilvânia. O teste foi aplicado a estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental e, 1º, 2º e 3º anos do Ensino Médio de escolas públicas de Goiás. A análise realizada foi comparativa entre os anos de educação formal. Com o estudo constataram que a educação formal apresenta forte influência nos conhecimentos científicos que os estudantes vão adquirindo no decorrer da vida escolar, melhorando o rendimento e aumentando a quantidade de concepções científicas, no entanto, esta influência ainda está abaixo do que se espera.

Na mesma temática, ou seja, concepções de estudantes do Ensino Médio em relação a conceitos de calor e temperatura, Martins e Rafael (2007), apresentam resultados de uma investigação de caráter diagnóstico, realizada através de um questionário que abordava questões referentes à Termodinâmica e que foi aplicado à 50 alunos do primeiro ano do Ensino Médio do Centro de Educação Integrada Professor Eliseu Viana, do município de Mossoró, RN. Os resultados indicam a presença de concepções alternativas fortes sobre calor e temperatura tais como: calor como substância, calor existente apenas nos corpos quentes,

etc. Concluem o trabalho destacando a importância do diagnóstico para a elaboração de atividades que possam proporcionar a superação das concepções alternativas dos estudantes e que foram desenvolvidas em um curso de Física Térmica ministrado aos sujeitos pesquisados.

2.2.3. Propostas Didáticas Diferenciadas

Com o intuito de proporcionar a estudantes de cursos superiores de tecnologia uma vivência com problemas aproximados de situações reais Baher (1999) apresenta em um trabalho a descrição de experiências do uso de uma proposta utilizando o *CyclePad* - laboratório virtual de criação e análise de ciclos termodinâmicos. A proposta foi utilizada em três instituições educacionais com características bem diferentes: uma universidade de pesquisa, um programa de engenharia em uma grande universidade e uma academia militar. Os estudos de caso foram baseados em observações em sala de aula, acompanhamento de estudantes e entrevistas com professores. As observações e dados provenientes das três instituições foram comparados e com isso descobriram que o contexto da instituição e as formas escolhidas pelos professores para a implementação do *CyclePad* como recurso didático levaram a experiências diferentes dos estudantes. Outro ponto que destacam é que, dependendo do tipo de problemas e da forma de interação dos alunos durante as resoluções, eles percebem mais ou menos utilidade para o software como um facilitador na compreensão da Termodinâmica. Os alunos que vivenciaram um currículo mais rígido, que não apresenta abertura para mudanças, foram os que tiveram menos proveito das capacidades do software.

Bordogna et al. (2001), apresentam em um artigo alguns resultados referentes a uma primeira análise das atividades integrantes de uma proposta inovadora sobre temas de Termodinâmica. A proposta consistia em romper com a ordem tradicional de abordar os temas de Termodinâmica e apresentá-los relacionando-os com os temas relativos à mecânica de um sistema de partículas, já trabalhados pelos estudantes, e a partir deles construir os conceitos de trabalho, energia interna e calor. A abordagem contemplava aspectos conceituais e metodológicos e incluía modificações na apresentação dos conceitos, nas atividades desenvolvidas nas aulas e em exercícios posteriores. A partir dos resultados obtidos com o acompanhamento e avaliação da implementação da proposta, eles sugerem que um processo de trocas de estratégias didáticas, acompanhado por uma investigação sobre a permanência no tempo dos conceitos incorporados, tem permitido perceber melhoras na aprendizagem de conceitos básicos da Termodinâmica.

Castillo, et al. (2002), apresentam um estudo comparativo entre duas propostas didáticas, com aporte teórico construtivista, para o ensino do tema calor destinado a estudantes de Ciências Naturais. A proposta tem inspiração inicial na dificuldade de integração entre os conceitos físicos elementares como aqueles relacionados aos fenômenos biológicos, o meio ambiente e suas problemáticas. Neste sentido, eles apresentam uma proposta com enfoque de ciência integrada e outra com um enfoque não integrador. Na primeira o estudante constrói seu conhecimento resolvendo situações problemáticas de Física, relacionadas a Biologia e ao Meio Ambiente, as quais permitem analisar e relacionar conceitos. Na segunda o estudante constrói seu conhecimento através da resolução de situações-problema de Física não integradas as discussões da Biologia e do Meio Ambiente. Através das respostas dos estudantes a questões fenomenológicas retiradas de revistas científicas, concluem que a proposta integradora favorece nos estudantes a construção de uma estrutura cognitiva do tipo integrada, o que para eles, facilita a internalização e transferência dos conceitos físicos a problemas concretos específicos das Ciências Naturais.

Com o objetivo de propor alternativas que facilitem a compreensão da Segunda Lei da Termodinâmica, Oliveira e Dechoum (2003) apresentam um trabalho, no qual chamam a atenção para a utilização de uma abordagem diferente da usada tradicionalmente para se trabalhar conceitos referentes à Segunda Lei da Termodinâmica. Esta alternativa consiste na utilização do diagrama $T \times S$ (Temperatura x Entropia) na descrição de máquinas térmicas reversíveis. Após uma discussão acerca das máquinas térmicas, tomando como ponto de partida o diagrama $T \times S$, concluem que a utilização de um diagrama adequado conduz a enormes ganhos didáticos no ensino de Termodinâmica e, mais especificamente, nos conceitos integrantes da segunda lei.

Mäntylä e Koponen (2007) apresentam uma reconstrução didática para a compreensão da construção do significado de quantidades físicas a partir de um ponto de vista de redes, onde as quantidades são parte de redes e as experiências de quantificação constroem estas redes. A reconstrução aqui usada baseia-se na História e Filosofia da Ciência e a utiliza como um recurso. Como um exemplo prático, discutem como os professores utilizaram a reconstrução histórica na construção da quantidade “temperatura” durante uma unidade de instrução preparada para os estudantes. Avaliam a utilidade e vantagens da reconstrução através do recolhimento de dados empíricos (rede de representações, entrevistas) do processo de aprendizagem dos alunos. Os resultados apresentados mostram que, usando uma reconstrução didática adequada, a compreensão dos alunos pode ser apoiada no processo de entendimento da estrutura do conhecimento da Física. Alertam que esta abordagem tem

limitações naturais e finalizam, resumindo, que os alunos aprendem a descrever como eles sabem e o que sabem, o que é uma indicação clara de uma melhor compreensão conceitual.

2.3. Algumas Considerações

As relações entre a Física e a Matemática são ainda pouco investigadas, tanto nacional quanto internacionalmente, apesar de ser um tema que gera polêmicas e não se delinear com clareza, tanto para estudantes quanto para professores. No entanto, embora tenhamos um universo pequeno de pesquisas em relação a outras linhas de estudo, e que tais relações não consigam despertar um interesse mais intenso de grupos pela temática, elas são de grande qualidade.

A complexidade do entendimento dessas relações e, mais especificamente, de suas influências no Ensino de Física, pode ser um elemento desestimulador de novas pesquisas sobre o tema.

No Brasil, temos resultados de pesquisas de boa qualidade, porém, como exposto, não são propostas aplicadas a situações de ensino e aprendizagem, ou seja, tais resultados dificilmente atingem o público mais envolvido com as polêmicas geradas pelas relações entre os dois universos, o da Física e o da Matemática, que são os professores e estudantes, especialmente da educação básica.

Relativo ao tema Termodinâmica, embora esse se constitua em um tema clássico da Física, e integrante básico de um currículo de Física, tanto em nível da educação básica como na formação superior em ciências e tecnologia, ainda vivenciamos dificuldades de compreensão de seus conceitos fundamentais. Neste sentido, os trabalhos aqui apresentados, embora em um universo reduzido, nos conduzem por um caminho percorrido em busca de soluções para superar estas dificuldades.

Entendemos, dessa forma, que essa revisão contribui para nossa pesquisa, no sentido de mostrar um panorama de como os temas estão sendo tratados, que caminhos foram percorridos, e, com isso, nos guia dentro de um universo de resultados que nos serve de base para nossos estudos, nos quais propomos a discussão para situações em sala de aula e em atividades típicas do Ensino de Física, tal como a resolução de problemas, embasados em uma discussão de cunho cognitivo-epistemológico.

Capítulo 3

3. Fundamentação Teórica

Neste capítulo serão apresentados os referenciais teóricos que norteiam este trabalho. Apresentaremos a fundamentação em três seções: 1) Referenciais teóricos em História das relações entre a Física e a Matemática: tratam das relações entre a Física e a Matemática e implicações dessas relações no Ensino de Física, 2) Referenciais teóricos em História da Termodinâmica: abordam brevemente a construção histórica da Termodinâmica e 3) Referenciais teóricos em Ensino e Psicologia Cognitiva: abordam os referenciais de psicologia cognitiva nos quais estaremos embasados.

3.1. Referenciais Teóricos em História das Relações entre a Física e a Matemática

3.1.1. As Relações entre a Física e a Matemática, um Breve Olhar sobre a História

Embora as ferramentas matemáticas tenham sido desenvolvidas desde os primórdios da civilização humana, e os métodos matemáticos “axiomáticos”, geralmente atribuídos a Grécia Clássica (QUALE, 2011), a Matemática não foi utilizada para a obtenção de uma melhor compreensão dos fenômenos naturais até o advento da ciência moderna. Antes disso, as leis do mundo natural foram expressas de maneiras muito diferentes. Um exemplo é a Física aristotélica, baseada na idéia de lugar natural, que não deixou uma função para a Matemática (KUHN, 1957).

Historicamente o vínculo da Física com a Matemática tornou-se cada vez mais estreito no século XVII e se consolidou mais fortemente no século XVIII, assumindo a forma do cálculo diferencial e integral, apropriado para o tratamento de magnitudes contínuas, e das equações diferenciais, desenvolvidas a partir das exigências da mecânica dos fluidos, que se tornaram a “língua” da Física dos meios contínuos e campos (PATY, 2001). Atualmente, o elo de constituição parece-nos indispensável, em virtude da própria necessidade do

pensamento pelos modos de expressão de magnitudes; e a concepção de uma teoria como sistema de princípios e conceitos cuja estrutura pode ser expressa matematicamente (ibid).

Ao longo desses quatro séculos, os matemáticos e físicos têm mantido ideias divergentes sobre o papel da Matemática no desenvolvimento da Física. Para o filósofo francês Michel Paty, a Física não se confunde com a Matemática, porque se baseia no mundo real, no mundo empírico, e certamente é desse que ela fala, é ele que ela descreve em termos racionais, e ela só chega a isso através de um uso sistemático e muito preciso da Matemática. Ainda nesse sentido, ele destaca a formulação de uma verdade bem estabelecida, entre matemáticos e estudiosos de ciências, que é a da Matemática como a linguagem na qual se exprime a Física. No entanto, alerta que essa formulação parece cobrir, com o “manto da evidência”, uma série de problemas sobre a natureza da Física, da Matemática e de suas relações (PATY, 1995).

Recorrendo à história, observa-se que o pensamento físico anterior ao século XVII, influenciado ainda pelo pensamento escolástico, centrava-se na descrição do observável e esta era realizada dentro de uma “lógica geométrica”, ou seja, a Física lidava com fatos e objetos reais. Logo, para explicá-los ou descrevê-los, era comum usar da geometria conhecida, já que essa era a forma matemática de expressar o real. No pensamento da época, tratava-se essencialmente de analogias, de referência a formas ou a estruturas ideais (op. cit. p. 234). Podemos exemplificar esse pensamento utilizando o episódio histórico da “invenção” do que se chama hoje de cinemática, pelos pensadores do Merton College, em Oxford. Estes pensadores utilizaram a geometria das formas para traçarem gráficos *vxt* dos movimentos uniformes e uniformemente acelerados, e representaram as distâncias percorridas, respectivamente, pelas áreas do retângulo e do triângulo, formados pelo conjunto das ordenadas (velocidade), ou seja, distâncias percorridas por corpos desenvolvendo esses tipos de movimento têm uma representação análoga a áreas de objetos geométricos (DIAS, 2006).

Nesse momento de evolução da ciência, a geometria configurava-se como a linguagem do real e, como a Física tinha como característica a preocupação de explicar o real, nada mais racional do que a geometria para auxiliar a Física nessa busca. Talvez seja por essa ideia sólida que durante vários séculos de evolução da ciência, a relação entre a Física e a Matemática permaneça com uma imagem deformada, ou seja, a imagem de que a Matemática é apenas uma ferramenta a ser utilizada pelos físicos para resolver seus problemas, fato que parece ficar mais evidente quando se trata da Física Clássica.

Mouy⁸ apud Bachelard (1996) retrata bem essa relação quando indica que “A Física cartesiana é uma Física Matemática sem Matemática. É uma geometria concreta”. O que na opinião de Bachelard não se caracteriza com um matematismo propriamente dito, uma vez que esse geometrismo é caracterizado pela falta de uma álgebra discursiva e explicativa.

M. Paty nos lembra que Galileu invocou a ideia que o “livro da natureza” é escrito no idioma de figuras e números para justificar o caráter matemático de magnitudes e leis da Física (PATY, 2002).

Filosofia [ou seja, Física] é escrita neste grande livro – Eu quero dizer o universo – que permanece continuamente aberto ao nosso olhar, mas não pode ser entendido a menos que antes se aprenda a compreender a linguagem e interpretar os caracteres em que está escrito. Está escrito na linguagem da Matemática, e seus caracteres são triângulos, círculos e outras figuras geométricas, sem as quais é humanamente impossível entender uma única palavra disto, sem estes, é um vagar por um labirinto escuro. (GALILEO, 1973[1623]).

Dessa forma, entendemos que, para Galileu, a linguagem da natureza é uma linguagem matemática e que esta não se apresenta como uma simples ferramenta a serviço da Física, mas consiste no próprio elemento que estrutura grandezas e leis.

Nesse sentido, Paty escreve:

... com Galileu, essa relação é uma verdadeira implicação, no sentido que a Matemática intervém, não por intermédio de um simples revestimento de uma forma ideal sobre os fatos de observação, mas é retomada pelo próprio pensamento da Física na construção de uma forma teórica. Todavia, a Matemática era concebida como um conhecimento que permitia uma leitura direta da natureza, da qual, precisamente, era a língua (essencialmente, a seu ver, essa língua era a geometria). Por isso, o que interessava a Galileu, do ponto de vista do acordo numérico com os fatos de experiência, era apenas ordens de grandeza. (PATY, M. A matéria roubada 1995 p. 234).

Como vemos, o uso da geometria continua sendo relevante para Galileu, porém agora não é mais uma analogia do fato real com uma forma ideal, e sim assume um novo papel, de servir para a construção de uma forma “teórica” que explique os fatos.

No “Principia”, Isaac Newton expressou as leis da mecânica e da gravitação de modo geométrico, justificando assim o título de seu trabalho “Os princípios matemáticos de filosofia natural”. Os princípios eram, de fato, mais próximos da concepção geral de geometria sintética, com a qual ele formulou problemas de mecânica e astronomia e obteve

⁸ MOUY, P.. Le Développement de La Physique Cartésienne (1646-1712). Paris, 1934, p. 144.

resultados conceitualmente equivalentes aos cálculos de fluxões que elaborou na Matemática (PATY, 1990). A introdução do cálculo diferencial, que emerge da necessidade da formulação teórica de leis e definições bem estruturadas que contemplassem todos os aspectos dos movimentos até então conhecidos, onde quer que eles ocorressem, na caracterização de fenômenos físicos, possibilitou a descrição quantitativa desses fenômenos e a previsão de outros com grande precisão. A formulação de Newton e Leibniz, para o cálculo diferencial, suscitou a transformação de conceitos usuais e levou a elaboração de novos conceitos, dentro de seus domínios de aplicação (PATY, 1994). Tomemos, por exemplo, o conceito de força. No livro I do *Principia*, Newton enuncia as leis da mecânica e apresenta, pela primeira vez, o conceito de força, juntamente com o conceito de massa e de força central (DIAS, 2006). Este novo conceito, também fundamentado filosoficamente por Leibniz, no final do século XVII e início do século XVIII, teve sua gênese ligada ao método do cálculo, pois não poderia ser formulado apenas com a geometria anteriormente utilizada. Assim, essa nova Matemática, mesmo com ligações com a geometria, modifica e gera novos conceitos na Física (op. cit. p.207).

Vemos aqui a sutil evolução da Matemática usada na Física na busca da “forma teórica” galileana. Ou seja, a função não muda, como dissemos, é a busca da forma teórica para explicar os fatos reais que guia o uso da Matemática na Física após Galileu. Porém, a perseguição deste objetivo leva a desenvolver toda uma nova área da Matemática, o cálculo diferencial que, por sua vez, determina a forma de enxergar e, conseqüentemente, de compreender os próprios fatos “reais”.

A matematização da Física após a dinâmica de Newton tomou um caminho um pouco diferenciado. Embora baseados na dinâmica newtoniana, os trabalhos de L. Euler, A. Clairaut e J. D’Alembert partiam do princípio que a análise era inerente ao pensamento dos conceitos, e a nova abordagem pode ser observada nos trabalhos de D’Alembert, em dinâmica e em hidrodinâmica (BACHELARD, 1996).

No século XIX, a teoria eletromagnética, de Maxwell, reforça a ideia de uma estrutura matemática modificando a forma de ver os fenômenos e influenciando na formulação de conceitos físicos, ou seja, nesse momento histórico, a teoria eletromagnética representa um coroamento da formulação física através da análise e do cálculo diferencial (PATY, 2002).

Acerca da mudança na forma de visão da relação da Física com a Matemática, à medida que ocorria a constituição e o progresso da Física, Paty afirma:

A constituição progressiva da Física Matemática substitui essa “tradução matemática” da natureza por uma mediação física propriamente dita, isto é, a elaboração explícita de conceitos físicos pensados matematicamente: sendo a matematização concebida como inerente aos conceitos, constitutiva desses, que serve para construí-los. (PATY, M. A matéria roubada 1995 p. 234).

Tomemos, por exemplo, o caso de Ampère, destacado por Paty. O problema central de Ampère era “escolher o modo mais radical de abordagem conceitual em vista da matematização” (do saber experimental), de “encurtar ao máximo a distância entre o discurso matemático e os dados concretos que ele está destinado a informar e esclarecer (Paty, 1995). Dessa forma, Ampère analisou matematicamente a correlação entre corrente elétrica, campo magnético e movimento, publicando suas deduções em 1826, em um texto intitulado *Memória sobre a teoria matemática dos fenômenos eletrodinâmicos deduzida exclusivamente da experiência* (AMPÉRE⁹ apud. VARGAS, 1996).

A teoria de Ampère parte do fato fundamental observado por ele, a existência de força agente entre dois fios condutores. A partir disso, elaborou um princípio: a força exercia-se perpendicularmente aos elementos de corrente, proporcional às correntes e inversamente proporcional ao quadrado das distâncias entre os fios. A partir desse princípio, armou sua equação diferencial e, pela sua solução, chegou aos resultados correspondentes aos fenômenos observados. Às investigações de Ampère seguiram-se pesquisas e análises que, paulatinamente, vieram explicar os fenômenos eletromagnéticos (VARGAS, 1996, p 261).

A partir do século XIX, com essa nova visão da relação entre a Física e a Matemática, exemplificada aqui com o caso de Ampère, os conceitos físicos, construídos para combinar-se com a experiência, segundo uma comodidade matemática, escapam ao domínio da imaginação e firma-se cada vez mais o poder de um símbolo que funciona por si mesmo (PATY, 1995).

Em relação a essa modificação de postura perante a relação Física e Matemática, Paty escreve:

Desde então, a física passou a substituir as determinações do real dado na experiência por conceitos “abstratos-construídos”¹⁰ que se impunham explicitamente nas teorias da relatividade, da mecânica quântica e nas teorias atuais da matéria elementar. (PATY, M. A matéria roubada 1995 p. 235).

⁹ AMPÉRE, A. M. *Theorie mathematique des phénomènes electro-dynamiques uniquement déduites de l'expérience*. Paris, Blanchard, 1958.

¹⁰ Abstratos-construídos são objetos físicos construídos, por meio da abstração e sobre os quais se descobre que são qualificações adequadas da realidade material. M. Paty, A matéria roubada, Edusp, 1995 p. 270.

Assim, com as novas teorias físicas do século XX, se coroa o processo iniciado anteriormente, em que o raciocínio matemático opera sobre a substituição do real por uma construção abstrata pensada (op. cit. p. 251).

Na teoria da relatividade, temos dois exemplos de uma preocupação maior com a importância do pensamento matemático, não somente na formulação da teoria física, mas também na própria possibilidade de sua elaboração (PATY, 2001). Um deles é o da relatividade restrita, que assume sua formulação apropriada com a teoria de grupos de transformação espaço-temporal, tendo essa formulação, em parte, sido alcançada a partir dos problemas físicos inicialmente propostos por Lorentz, Poincaré e Einstein e com o cálculo tensorial, desenvolvido independentemente por matemáticos puros. O outro exemplo se encontra no caso da relatividade geral, que teve, a seu dispor, na sua constituição, os instrumentos matemáticos, anteriormente preparados por matemáticos, independentes do pensamento de uma utilização eficaz para esse problema em particular (PATY, 2002).

Embora Einstein tenha como uma verdade que “a natureza é a realização daquilo que se pode imaginar de mais simples matematicamente” e que, segundo Paty, trata-se aí, por parte dele, de uma espécie de ato de fé, uma concepção desta não esgota a questão da relação da Física com a realidade. O próprio Einstein situa a intervenção da Matemática quando escreve: “a experiência permanece o único critério da utilização de uma construção Matemática para a Física. Mas o princípio verdadeiramente criador se encontra na Matemática” (PATY, 1995).

Ao se referir à Mecânica Quântica, M. Paty afirma que ela pode ser entendida como um exercício ou treinamento do pensamento físico através de formas matemáticas (PATY, 2002). Por a Mecânica Quântica apresentar essencialmente um caráter mais abstrato, inclusive com a necessidade de se abandonar o espaço real e desenvolver sua teoria em espaços matematicamente construídos, os espaços de Hilbert, torna-se mais evidente a estreita relação entre a Matemática e os conceitos físicos nessa área.

Portanto, na forma de fazer Física que se instala no século XX, podemos observar que ela se estabelece nos desenvolvimentos de construções matemáticas já disponíveis, como os espaços de Hilbert, ou ainda por transformações de espaços, levando ao surgimento de novas construções matemáticas que constituem o próprio pensamento físico e a estruturação de novos conceitos.

Para finalizar, mais uma vez tomando as palavras de M. Paty, “A justificativa do caráter das relações entre a Física e a Matemática reside na própria constituição da teoria física (como conjunto estruturado de conceitos representados sob a forma de magnitudes de

expressão matemática e regidos por princípios físicos) e na definição das magnitudes físicas apropriadas para a descrição dos fenômenos considerados”.

Para Paty, em sua utilização na Física, a Matemática pode ser concebida como um instrumento construtor ou isolador de estruturas, e não como uma linguagem que traduz. Sua força é ser um pensamento propriamente dito (PATY, 1995). Historicamente, ocorre uma modificação na forma de pensar a relação entre a Física e a Matemática, abandona-se a imposição de formas ideais na representação de fatos reais por procedimentos analógicos e adota-se uma nova postura, a de usar a Matemática como estruturante do conhecimento físico, no sentido em que o ferramental matemático é usado para definir grandezas. Nessa relação, ainda cabe a possibilidade de que, a partir de problemas físicos, se desenvolva uma determinada estrutura matemática.

Assim, percebe-se que as intrincadas relações entre a Física e a Matemática não são algo recente, ou só existente com o surgimento das “novas teorias”, Mecânica Quântica e relatividade; a utilização de grandezas matemáticas como “instrumentos de pensamento” pode ser vista desde a Mecânica Clássica, a Termodinâmica até o Eletromagnetismo; as formulações dessas teorias não são resultado apenas da simples junção de relações matemáticas com dados empíricos e conceitos isolados, pois tal arranjo não poderia satisfazer essa construção (a Física).

3.1.2. A Matemática como Estrutura do Conhecimento Físico.

Na seção anterior, podemos identificar, na breve reconstrução histórica baseada nos escritos do filósofo francês Michel Paty, três formas de a Matemática se apresentar e de ser utilizada na construção do conhecimento físico. Essas formas são: a visão analógica, característica herdada da escolástica; a visão da Matemática como língua que traduz o real, ou seja, o objeto de estudo da Física, identificada nos escritos de Galileu; e a Matemática como uma linguagem ligada intrinsecamente à construção do pensamento físico, desde o momento que inicia-se a elaboração explícita de conceitos físicos pensados matematicamente. Ao tratarmos do Ensino de Física, essas três visões podem constituir-se em um “obstáculo pedagógico” (ASTOLFI¹¹, apud PIETROCOLA, 2002), pois, dependendo da posição do professor em relação a elas, podem configurar-se em elemento que dificulta a compreensão de

¹¹ ASTOLFI, J. P. “El trabajo didático de los obstáculos en el corazón de los aprendizajes científicos”, *Enseñanza de las ciencias*, 1994, 12(2), 206 – 216, 1994.

fenômenos físicos por parte dos estudantes. Além disso, essas visões ainda caracterizam-se por um conflito entre físicos e matemáticos, acerca das relações e dependências entre os dois conhecimentos.

Na busca de esclarecimentos sobre a forma como ocorre a relação entre a Física e a Matemática e suas implicações no ensino, Pinheiro, Pinho-Alves e Pietrocola (2001), propõem a noção de Matemática como estruturante do conhecimento físico. Para eles, ela constitui-se no “esqueleto” que sustenta o “corpo” da Física. E sobre essa relação escrevem:

A Matemática fornece um conjunto de estruturas dedutivas, por meio das quais se expressam as leis empíricas ou os princípios teóricos da Física (...)ela é uma forma de linguagem e ferramenta, por meio da qual são **estruturadas** as relações entre os elementos constituintes de uma teoria (PINHEIRO, PINHO-ALVES e PIETROCOLA, 2001, p. 40 grifo nosso).

Tratando a Matemática como uma linguagem e, dessa forma, trazendo à tona seu caráter interpretativo, pode-se diferenciar o saber científico do saber do senso comum, uma vez que a linguagem utilizada é uma importante forma de diferenciação entre os dois saberes, pois a ciência, normalmente, vale-se da Matemática como forma de expressar seu pensamento. Nesse sentido, Pietrocola afirma:

Seu emprego (**o da Matemática**) torna-se critério de cientificidade, na Física, na medida em que a incapacidade de expressar propriedades de sistemas em linguagem matemática inviabiliza mesmo a possibilidade de admiti-las como hipóteses para o debate científico (PIETROCOLA, M.; 2002, p. 89-90, grifo nosso).

Pietrocola (2002) alerta ainda que, ao dizer que a Matemática é a linguagem da ciência, deve-se analisá-la como expressão de nosso próprio pensamento, como a maneira de estruturarmos nossas idéias sobre o mundo físico, e não apenas como instrumento de comunicação, uma vez que, em determinados momentos, a Matemática se assemelha a uma simples descrição de objetos, como, por exemplo, quando observamos o caso da cinemática, em que a Matemática tem sua utilização semelhante à de uma mera descrição de fenômenos físicos. Entendemos, no entanto, que a semelhança não implica necessariamente em mera descrição, ou seja, existem relações mais complexas entre os dois conhecimentos.

Embora a Matemática apresente as duas características, uma interpretativa e outra descritiva, Pietrocola afirma:

...sua maior importância está no papel estruturante que ela pode desempenhar quando do processo de produção de objetos que irão se constituir nas interpretações do mundo físico (PIETROCOLA, M.; 2002, p. 100.).

Nesse sentido, a Matemática enquanto linguagem empresta sua estruturação ao pensamento científico para compor os modelos físicos sobre o mundo, e sua escolha, enquanto estruturadora da ciência, reside, entre outras coisas, nas suas características de precisão, universalidade e lógica dedutiva (ibid). Esta posição corresponde a uma das visões apresentadas por Michel Paty, a Matemática como a linguagem da física, no entanto, não no sentido de tradução, mas sim como integrante da própria construção do conhecimento que ela expressa.

Para Pietrocola (op. cit. p.103), uma forma de consolidar tais pensamentos é a análise da evolução da ciência, a qual teve como resultado a expressão de conceitos em linguagem Matemática e as ideias da ciência ganham significado se interconectando em estruturas matemáticas.

Ele ainda afirma que:

A Matemática se constitui numa linguagem dentre várias outras linguagens a nossa disposição para estruturar nosso pensamento..., assim a Matemática impera solitária, amparando nosso pensamento para atingir o entendimento do mundo. Sem ela seríamos como cegos tateando num mundo repleto de cores (PIETROCOLA, M.; 2002, p. 104).

Seguindo o mesmo pensamento, Silva e Pietrocola (2003) mostram uma análise do desenvolvimento da teoria eletromagnética, na qual a matematização apresenta-se não como uma mera tradução da teoria para a linguagem matemática, ou seja, a matematização apresenta-se como uma etapa integrante do processo de construção da teoria. Para tanto, expõem como Thomson e Maxwell utilizaram a linguagem matemática como elementos estruturantes da teoria eletromagnética e não como mera descrição de aspectos empíricos. Dessa forma, trazem à tona um exemplo da utilização da Matemática como estruturante do pensamento físico na construção de uma teoria física.

Enfim, por se constituir na linguagem do conhecimento físico, a Matemática assume um papel tão importante no Ensino de Física, quanto tem no processo de construção desse conhecimento.

3.1.3. Implicações no Ensino de Ciências

No Ensino de Ciências, e mais especificamente no Ensino de Física, a forma como a Física e a Matemática é apresentada pode influenciar diretamente na aprendizagem de conceitos físicos (PIETROCOLA, 2008).

É muito comum ouvir de estudantes que a Física e a Matemática são quase a mesma coisa, e que a Física é muito difícil por ter uma grande carga de Matemática, posição observada tanto no ensino básico, como nos cursos de graduação, ou seja, no ensino superior.

Por outro lado, os professores de Física têm, de modo geral, um discurso habitual de que seus alunos não entendem Física por causa de suas fragilidades na compreensão da Matemática, e que, se tivessem uma base anterior sólida em Matemática, o problema de aprendizagem da Física estaria praticamente resolvido. Essa situação gera, dentro das instituições de ensino, uma batalha velada entre os professores de Física e de Matemática, cada um deles defendendo a importância de suas disciplinas e, na maioria das situações, nem eles próprios entendem essa importância e as ligações existentes entre elas.

Sobre essa situação, Pietrocola escreve:

Os professores de Física gostariam que seus alunos chegassem à sala de aula com os pré-requisitos matemáticos completos. Em contrapartida, os professores de Matemática não aceitam, com razão, que sua disciplina seja pensada apenas como instrumento para outras disciplinas, e impõem uma programação que nem sempre se articula com aquela da Física (PIETROCOLA, M.; 2002, p. 96).

Ao apresentarem tal opinião, os professores mostram um posicionamento epistemológico ingênuo de que a Matemática apresenta-se apenas como uma ferramenta a ser utilizada pela Física na resolução de seus problemas. Essa posição ingênua apresenta características de duas das visões explicitadas por Michel Paty, da visão analógica e da Matemática como tradutora dos fenômenos físicos, sendo a última mais evidente. O posicionamento de tal natureza tem uma implicação importante no Ensino de Física, uma vez que, ao se propagar entre os estudantes, deixa neles a impressão de que, conhecendo a expressão matemática e a forma como resolvê-la, consegue-se obter um resultado satisfatório em Física. Consequentemente, a preocupação dos estudantes passa a ser apenas em conhecer a equação e como a resolve, sem ter como objetivo a compreensão dos conceitos, uma vez que muitos deles têm como base de sua concepção uma estrutura matemática. Como sabemos isso

não é suficiente para uma compreensão conceitual da Física, e poderá servir de obstáculo para uma compreensão mais aprofundada dessa ciência.

A visão ingênua é alimentada também pelos livros didáticos, uma vez que raramente apresentam uma exposição de conteúdo e atividades problemas que fujam do instrumentalismo da Matemática já consolidado no Ensino de Física.

A apresentação da Matemática como estruturante do pensamento físico, por parte de Pietrocola, ou seja, a ideia que não bastaria apenas entender a Matemática para compreender Física e sim utilizá-la como a própria estrutura na construção desses conceitos¹² implica em um alerta aos professores de Física, que, na maior parte das vezes, atribuem o fracasso de seus estudantes em Física ao baixo desempenho em Matemática. Se a postura dos professores fosse verdadeira, por que, mesmo sabendo resolver uma equação matematicamente simples, como, por exemplo, a equação utilizada na construção da Primeira Lei da Termodinâmica, muitos estudantes não conseguem compreender e muito menos resolver satisfatoriamente situações problemas propostas envolvendo essa lei?

A ideia de que a tecnologia pode tornar reais objetos abstratos da Matemática, como equações, funções, vetores e relações geométricas e assim possibilitar sua direta manipulação (VEIT, 2005), nos conduz a vislumbrar a possibilidade de utilização de recursos computacionais, especialmente a modelagem e as simulações, como instrumentos que podem contribuir favoravelmente nos processos de construção do conhecimento e, principalmente, no que diz respeito às relações entre a Física e a Matemática nessa construção.

Veit (2005) destaca que, sob o ponto de vista educacional, essas ferramentas costumam apresentar a possibilidade do “aprender-fazendo”, na qual o aprendiz constrói seus próprios modelos ou simulações, e o “aprender-explorando”, na qual trabalha com criações de outros. Portanto, o aluno participa de forma ativa da construção do seu próprio conhecimento. Essa afirmação de Veit (2005) nos traduz que o software educacional de simulação pode ser usado sob duas perspectivas distintas, dependerá da interação que o aluno tem com o computador. Ao falarmos de simulação, o aluno poderá alterar parâmetros e condições iniciais de modo a obter os resultados finais de um problema proposto, porém não podendo interferir na forma básica do software. No caso da modelagem, o aluno tanto pode usar um modelo que já esteja pronto e avaliar só as mudanças de parâmetros como também pode criar o seu próprio modelo, interagindo mais profundamente com o *software* utilizado.

¹² Quando falo aqui em construção me refiro à construção de significado que leva a aprendizagem de um conceito por um estudante.

Ao introduzir o uso da simulação ou modelagem computacional no ensino, o aluno tanto precisa se familiarizar com o *software* utilizado, bem como ser instigado a explorá-lo de forma a conhecer e interpretar as situações físicas. Por isso, entendemos que a modelagem computacional pode se constituir em uma ferramenta cognitiva útil, e quem sabe até indispensável na aprendizagem de Física nos dias atuais (VEIT, 2005).

Para Lopes (2004), trabalhar com um programa de simulação pode ser muito útil na compreensão de modelos físicos, pois facilita a manipulação, identificação e controle de variáveis muito mais rapidamente do que em sistemas físicos reais. Entende que os programas de simulação têm as seguintes funções educativas (LOPES, 2004. pp. 389):

- Permitir a observação e descrição de sistemas físicos que, de outro modo, necessitariam de muito mais tempo e recursos;
- Estudar de forma aprofundada sistemas físicos, identificando, manipulando e controlando variáveis, em situações físicas simuladas. Pode-se estudar a influência ou importância de determinados parâmetros de um sistema físico;
- Formular questões e hipóteses relativas aos sistemas físicos objeto de estudo;
- Estudar as limitações do modelo teórico subjacente ao *software*.

Em relação ao Ensino de Física em semestres iniciais dos cursos superiores, Barbeto e Yamamoto (2002) destacam que estes passam por sérias dificuldades ligadas à deficiência com o trato matemático necessário para aprofundar as discussões relativas aos conteúdos estudados. O uso do computador pode auxiliar na solução desses cálculos, oferecendo também a possibilidade de visualizar, refletir sobre os dados, os modelos e suas análises (FREITAS e VITAL, 2008). Dessa forma, a discussão e percepção das relações entre a Física e a Matemática através dos recursos computacionais podem se constituir em um fator importante na construção de conceitos físicos matematicamente estruturados através de situações menos abstratas.

No entanto, devemos estar atentos a uma observação feita por Medeiros e Medeiros (2002):

Há de se observar, sobretudo, que enquanto muitos educadores conferem às simulações poderes educacionais quase miraculosos outros tantos continuam ainda avessos às mais simples introduções da Informática no ensino da Ciência, Entre a euforia e o pânico existe, portanto, todo um campo de argumentações a ser devidamente explorado e criteriosamente

examinado com o necessário rigor analítico. (MEDEIROS e MEDEIROS, 2002. p 80).

Devemos esclarecer também que o uso de recursos computacionais não consiste em um método de ensino, mas um recurso a dispor do ensino de modo geral e, mais especificamente, do Ensino de Física.

A necessidade de diversificar métodos de ensino para contrariar o insucesso escolar ajudou ao uso crescente do computador no Ensino da Física (FIOLHAIS e TRINDADE, 2003). Dessa forma, o uso das tecnologias e especialmente das simulações e da modelagem no ensino de conceitos de Física pode constituir, ainda, numa proposta inovadora e viável para a facilitação da aprendizagem em Física.

3.2. Referenciais Teóricos em História da Termodinâmica

3.2.1. Relações entre a Física e Matemática na Termodinâmica: Da instrumentação à matematização

A Termodinâmica tem como característica principal sua origem empírica, ou seja, sua gênese se deu baseada em experimentos. Por esse motivo, foi denominada de ciência fenomenológica. Seu desenvolvimento tem início oficial no século XVIII, no entanto, desde os primórdios da humanidade, se têm as noções de temperatura e de calor, diferentes das atuais, provenientes da observação da natureza.

Desde as primeiras noções, no século XVIII, percebe-se uma ligação da Matemática com as explicações dos fenômenos do calor. A relação se dava através da lógica e da geometria, embora esta já anunciasse a possibilidade de a Matemática ser uma linguagem própria da realidade, sua apresentação era totalmente diferente do cálculo ou da análise utilizadas atualmente (VARGAS, 1996).

A experimentação e a medição dominaram essa Física Especial¹³, destacando os esforços de vários personagens, tais como: Galileu, Fahrenheit, Dalton, Gay-Lussac, John Black, Lavoisier, Laplace, B. Thomson, Mayer, Joule, Carnot, entre outros (ROCHA, 2002), na construção e melhoramento de termômetros, determinação de calores específicos e

¹³ Caracterização feita na França, com inspiração no Óptica de Newton, adotava uma abordagem empírica, qualitativa e especulativa. É compreendida como o estudo das propriedades particulares dos corpos, como a elasticidade, a afinidade química, a capacidade calorífica, etc. – P. C. C. Abrantes, **Imagens da Natureza, Imagens da Ciência**, SP: Papirus, 1998.

determinação do equivalente mecânico do calor. No entanto, ainda havia perguntas a responder: O que é o calor? Qual a sua natureza?

No início do século XIX, duas teorias disputavam a consolidação de seus argumentos. Uma é a teoria mecânica do calor, na qual o calor é visto como um modo de movimento, que tem seu fundamento explicativo em termos mecânicos na conversão e conservação das capacidades naturais; e a outra completamente diferente, considerava o calor como um fluido imponderável, o calórico (VALERO e VITERY, 2010).

Até meados do século XIX, a teoria do calórico obteve sucesso na explicação dos fenômenos relativos ao calor, no entanto essa teoria quase não permitia chegar a resultados quantitativos.

Por outro lado, a utilização da teoria mecânica do calor tornava-se inviável, pois, para obter os resultados apresentados pela teoria do calórico, seria necessário o cálculo explícito do movimento de cada átomo, o que requeria uma complexidade matemática não disponível na época.

Com o surgimento do princípio da conservação da energia, a teoria do calor como um fluido – o calórico – é refutada em favor da noção de ‘calor de um corpo’ como uma função do movimento das partículas que o constituem (PEDUZZI, 2008).

Outro fato importante na consolidação da idéia mecânica do calor foi o aparecimento dos conceitos estatísticos necessários para a descrição de comportamento coletivo de um grande número de átomos, no final do século XIX. Dessa forma, passou-se então a se conceber a Termodinâmica a partir de relações entre grandezas microscópicas e macroscópicas, nas quais as primeiras exprimem as segundas. Com essa mudança, também muda as relações entre a Termodinâmica e a Matemática.

De forma entrelaçada com as discussões acerca da natureza do calor, ocorre também a sua matematização que apresenta uma dupla origem: a primeira, através de Fourier, que, inspirado pela filosofia positivista, constrói equações diferenciais de fluxo de calor a partir de fatos constatados pelos sentidos humanos, os quais eram indubitáveis, de acordo com a visão positivista (VARGAS, 1996). Sua *Théorie analytique de la chaleur* (1822) seguiu a tradição analítica desenvolvida na mecânica, usando a Matemática para estruturar as teorias da Física. Embora com essa visão positivista ele afirmasse que a natureza do calor não estava em debate em seus cálculos, suas equações diferenciais de propagação de calor não seriam alteradas aderindo a uma ou outra teoria vigente (ABRANTES, 1998). Ele disse:

“As equações diferenciais da propagação do calor exprimem a condições mais gerais, e reduzem as equações físicas a problemas de análise pura, e este é o objeto próprio da teoria” (FOURIER, 1952, p 172), apud ABRANTES, P. C. C., **Imagens da Natureza, Imagens da Ciência**, São Paulo: Papirus, 1998.

E a segunda, através de Sadi Carnot, com suas pesquisas de caráter tecnológico sobre o poder motor do calor, as quais o fizeram chegar aos dois princípios do que posteriormente viria a se chamar de Termodinâmica (VARGAS, 1996). Vinte anos depois, as ideias de Carnot foram traduzidas para o simbolismo do cálculo, em 1834, por Clapeyron (KERKER¹⁴, 1991, apud NÓBREGA, 2009), o que lhe permitiu expressar o princípio geral em apenas uma equação. Esses estudos foram posteriormente desenvolvidos por Clausius e Lord Kelvin. Clausius, introduzindo uma função de estado que mais tarde chamada de energia interna (U) (TARSITANI, 1991), foi capaz de mostrar que o princípio de Carnot e a equivalência do calor e do trabalho encontrado por Joule não eram incompatíveis, mas ambos eram necessários para uma teoria dinâmica do calor (KLEIN, 1974). Isso levou à matematização da transformação de energia térmica em outras espécies, com base nos dois princípios acima mencionados: a conservação da energia e a segunda lei da termodinâmica, que foi finalmente expressa matematicamente, em 1851, por William Thomson (Lord Kelvin), e enunciada da seguinte forma: é impossível construir uma máquina que, operando em ciclos, extraia calor de uma dada fonte e o transforme integralmente numa quantidade equivalente de trabalho (VARGAS, 1996).

A partir dessas formulações, chega-se à conclusão de que, nos processos naturais de transformação de energia, haverá sempre um acréscimo de energia não-aproveitável para a produção de trabalho mecânico, que foi denominado de entropia (ibid).

Em 1897, Planck reuniu suas investigações sobre Termodinâmica, apresentadas em seu trabalho de doutorado, em 1879, com a síntese teórica feita por R. Clausius e W. Thomson nos anos de 1850. Em sua análise e posterior enunciado, ele confere maior generalidade ao enunciado de Thomson relacionando-o com o princípio do aumento de entropia e destacando a sua equivalência com o enunciado de Clausius (NÓBREGA, 2009).

Com isso, percebe-se que as leis fundamentais da Termodinâmica, em geral, desde a observação dos fenômenos até a sua construção, enquanto teoria, não obedecem a uma axiomatização mais consistente (ROCHA, 2002). No início do século XX, Poincaré levanta as

¹⁴ KERKER, M. Clapeyron, Benoit-Pierre-Émile. In: Gillespie (org.). Dictionary of Scientific Biography. Nova York, 1991, p. 286-287.

questões das definições de temperatura e do calor, além dos enunciados das primeira e segunda leis da Termodinâmica.

Devido a esses desenvolvimentos, a Termodinâmica ganha uma nova roupagem matemática e deixa de ser apenas uma ciência fenomenológica que utiliza a Matemática como um instrumento e passa a expressar uma estreita relação entre a formalização conceitual e a matematização, utilizando mais especificamente o cálculo, a análise matemática e elementos da mecânica estatística em suas próprias construções fenomenológicas e explicações.

No entanto, somente na virada do século, em 1909, o matemático grego Constantin Carathéodory apresentou uma formalização lógica para a Termodinâmica. Outras propostas de axiomatização também foram feitas, como, por exemplo, a desenvolvida pelo físico Laszlo Tiszo (op. cit. p. 159).

Embora as leis tenham sido formalizadas por meio de uma matematização através de axiomas, ainda hoje são apresentadas, no âmbito da Física Clássica, de forma descritiva e não em uma linguagem matemática.

Dessa forma, a matematização do calor estava concluída. No entanto, os significados físicos de energia calorífica e entropia permaneciam sem uma explicação formalizada (VARGAS, 1996). Isso, de certa maneira, devia-se à aceitação generalizada da teoria do calórico que, entre outras consequências, retarda, de forma contundente, o avanço e consolidação da teoria cinética dos gases (TCG), considerada como o primeiro passo para a construção da Mecânica Estatística. A TCG teve sua consolidação apenas com o abandono da teoria do calórico, motivado pelo estabelecimento da Primeira Lei da Termodinâmica ao longo da década de 1840 (ROCHA, 2002).

Em certa medida, essa disputa entre a teoria mecânica do calor e a do calórico foi influenciada pela relação entre a Física e a Matemática, porque, embora a teoria calórica tenha sido reforçada por um longo tempo, quase não permite a obtenção de resultados quantitativos. Apesar de o declínio da teoria do calórico não poder ser exclusivamente associada a esse fator (ver, por exemplo BRUSH, 1976, 1983), a teoria mecânica do calor foi consolidada com o surgimento de conceitos estatísticos, com adequados métodos matemáticos para processar o coletivo comportamento de grandes números de partículas.

Cabe destacar que, embora a Mecânica Estatística tenha vindo consolidar de vez a teoria mecânica do calor, uma vez que esta buscava no comportamento de componentes microscópicos a explicação para as propriedades macroscópicas dos sistemas, ela teve muita rejeição por aqueles não partidários da hipótese atômica, que não aceitaram de bom grado a Mecânica Estatística (op. cit. p. 162).

3.3. Referenciais Teóricos em Ensino e Psicologia Cognitiva

Como foi indicado na introdução deste trabalho, um dos objetivos de nosso trabalho é compreender os aspectos cognitivos envolvidos no processo de modelização dos fenômenos ou problemas em Física utilizados por parte dos estudantes, na inter-relação entre os modelos matemáticos e os modelos físicos. Para isso, nos apoiamos em teorias da área da Psicologia Cognitiva, que vêm sendo utilizadas há algum tempo na pesquisa em educação em ciências.

A cognição, ou seja, o ato de conhecer é o foco da psicologia cognitiva e das teorias nela apoiadas. Nesse âmbito, o referencial teórico fornecido pelas teorias dos Modelos Mentais e dos Campos Conceituais de Vergnaud vem se mostrando promissor como base teórica para investigações na área (MOREIRA, 1996).

3.3.1. Teoria dos Modelos Mentais

Representações externas são aquelas que fazem uso de palavras ou notações simbólicas. As internas são aquelas que representam internamente o mundo externo: são as mentais (MOREIRA, 1999, p. 181). Estas podem ser de duas formas, as representações analógicas e as proposicionais. As analógicas são representações não-discretas, concretas, organizadas por regras flexíveis de combinação e específicas à modalidade através da qual a informação foi originalmente encontrada. As proposicionais são representações discretas, abstratas, organizadas segundo regras rígidas e captam o conteúdo ideacional da mente independente da modalidade original na qual a informação foi encontrada, em qualquer língua e através de qualquer dos sentidos.

De um modo geral, modelos são representações que se dão de forma interna ou externa. Quando são internas, são denominadas de modelos mentais. Para alguns pesquisadores, tais como Johnson-Laird (1983) e Getner e Stevens (1983), um modelo mental é um construto psicológico que os indivíduos formam ao interagir com outras pessoas, com o meio ou com algum artefato tecnológico, o qual lhes permite dar conta de tal interação e prever o comportamento dos sistemas em futuras relações.

O termo modelo mental é empregado de muitas formas diferentes. No entanto, algumas propriedades do mesmo são compartilhadas:

- Modelos mentais constituem uma compreensão causal de uma pessoa a respeito de um sistema físico e são usados para fazer previsões acerca do comportamento do sistema;
- Eles são incompletos e instáveis;
- Podem simular o comportamento de um sistema físico e ser acompanhados por imaginação visual;
- Eles não são científicos; os sujeitos mantêm padrões de comportamento supersticiosos ainda que saibam que não são necessários, porque custa menos esforço físico e mental.

Uma das teorias da Psicologia Cognitiva que utiliza esse construto é a Teoria dos Modelos Mentais de Johnson-Laird (1983, 1990). Nela, um modelo mental é uma representação interna que atua como um análogo estrutural de situações ou processos. Sua função é a de dar conta do raciocínio dos indivíduos tanto quando tentam compreender o discurso como quando tentam explicar ou prever o comportamento do mundo físico.

Segundo essa teoria, a capacidade para influenciar, controlar, iniciar ou prever um fenômeno físico que está na base da sua compreensão deriva da construção de modelos de trabalho desse fenômeno. Frente a uma situação, tanto os elementos escolhidos para interpretá-la como as relações percebidas ou imaginadas entre eles determinam uma representação interna que é análogo-estrutural com a realidade percebida, de modo que atua como substituto dessa realidade. (GRECA, 2002). Da manipulação desses substitutos, aparecem propriedades e relações não explícitas do sistema que podem ser “lidas” de maneira direta, facilitando a realização de inferências e previsões. Por exemplo, Johnson-Laird (1990, p. 487) indica que, em situações nas quais não há ensino, as pessoas tendem a gerar por si mesmas modelos mentais de situações ou processos, cujas relações estabelecidas entre os elementos são do tipo causal simples seguindo três princípios: no domínio determinista, todos os eventos têm causa, as causas precedem os eventos e a ação sobre um objeto é a principal causa para qualquer mudança que ocorra nele.

Além dos modelos mentais, Johnson-Laird admite a existência de pelo menos duas outras formas de representações mentais que os indivíduos utilizam para “reapresentar” seu conhecimento sobre o mundo: as *representações proposicionais* e as *imagens*. As primeiras são cadeias de símbolos relacionados por uma determinada sintaxe, própria da mente, que podem ser expressas verbalmente e cujo valor de verdade depende de sua interpretação à luz de um modelo mental. Por exemplo, uma definição ou uma equação são tipos de representações proposicionais, que precisam de um modelo mental como referencial, uma vez

que são indeterminadas, ou seja, são equivalentes para distintos estados de um mesmo fato. Assim, a representação de "a árvore está inclinada" será a mesma independentemente do lado ou do agente que possa ter provocado o movimento. (GRECA, 2002). As imagens mentais são consideradas como visuais do modelo desde uma perspectiva particular, ou seja, são especificações do modelo para casos particulares. Representam aspectos perceptíveis dos objetos correspondentes do mundo real, sendo, portanto, altamente específicas.

A construção de um modelo mental requer:

1. Fazer uma representação interna do sistema, ou seja, traduzir os elementos da realidade em um código próprio em função de nossos interesses;
2. Utilizar um processo de inferência (não necessariamente um processo da lógica formal);
3. Executar o modelo, quer dizer, por em funcionamento na mente um processo de simulação qualitativa do funcionamento do sistema exterior que está sendo modelado.

Segundo Johnson-Laird, os modelos mentais se formam por uma série de inferências e entendimentos da parte que os constrói, significando serem passíveis de revisão, uma vez que novas proposições podem contradizer o modelo inicial (MOREIRA, 1999, p. 186). Essa característica – possibilidade de revisão – no Ensino de Ciências, torna-se muito importante, pois, ao ter contato com o conhecimento científico trabalhado em sala de aula, muitas vezes, o estudante a utiliza como elemento modificador do modelo mental já existente e com isso vai modificando-o e revisando-o até este aproximar-se de um modelo cientificamente aceito. Dessa forma, os modelos mentais elaborados não são fixos. De acordo com Williams, Hollan e Stevens (MORENO et al, 1999, p. 45), os modelos mentais começam de forma simples e vão se modificando, tornando-se mais complexos, dependendo das justificativas solicitadas.

Johnson-Laird distingue entre **modelos mentais físicos**, os que representam o mundo físico, e os **modelos mentais conceituais**, os que representam coisas mais abstratas. Dentre os modelos mentais físicos, ele identifica seis tipos principais (JOHNSON-LAIRD, 1983, 1990):

1. Relacional é um quadro estático;
2. Espacial é um modelo relacional no qual as únicas relações que existem são espaciais;
3. Temporal consiste em uma seqüência de quadros espaciais que ocorre em uma ordem temporal correspondente à ordem dos eventos;

4. Cinemático é um modelo temporal psicologicamente contínuo, i.e., que representa mudanças e movimentos das entidades representadas sem descontinuidades temporais;
5. Dinâmico é um modelo cinemático no qual existem também relações entre certos quadros representando relações causais entre os eventos;
6. Imagem é uma vista, ou projeção, do objeto ou evento representado no modelo subjacente.

Os modelos mentais apresentam um papel importante para explicar o comportamento de fenômenos físicos e podem ser usados tanto para predizer quanto para explicar ou justificar o comportamento do sistema físico (MORENO et al, 1999, p. 45). Da maneira semelhante à forma que os computadores criam modelos físicos, os modelos mentais são utilizados como “simuladores” mentais das situações exteriores.

Embora para Johnson-Laird (1991, apud MORENO et AL; 1999) os modelos mentais apresentem-se de extrema importância para a compreensão dos processos cognitivos, Greca e Moreira (2002) alertam para o fato de a grande variedade de sentidos que o termo modelo mental apresenta poder fazer com que a pesquisa leve a uma conclusão errônea, a de os alunos assimilarem o conteúdo apenas pela utilização de modelos mentais. Por isso, esses autores propõem complementar essa teoria com a dos campos conceituais, cujas ideias principais apresentamos a continuação.

3.3.2. Teoria dos Campos Conceituais

A teoria dos campos conceituais de Gérard Vergnaud é uma teoria psicológica neopiagetiana com forte influência vigotskiana. Trata-se de uma teoria cognitivista de conceituação do real.

Na sua construção, Vergnaud retoma as ideias de Piaget de adaptação, desequilíbrio e reequilíbrio destacando-as como de grande importância para a investigação em Didática das Ciências e Educação Matemática. Ele acredita que o elemento principal deixado por Piaget foi o conceito de esquema, fundamental para a sua teoria. (MOREIRA, 2002). Por outro lado, a influência vigotskiana é percebida quando Vergnaud enfatiza a importância da interação social, da linguagem e da simbolização no progressivo domínio de um campo conceitual pelos alunos (MOREIRA, 2002), tais elementos são integrantes do universo de Vigotski.

Sua proposta, embora com inspiração piagetiana, vai além do sentido de ser, diferentemente da proposta de Piaget, uma teoria desenvolvida pensando em estudar o funcionamento cognitivo do “sujeito em situação”, e dentro de um universo específico, o das estruturas aditivas e multiplicativas da matemática.

Vergnaud desenvolve sua teoria tendo como ponto de partida que o conhecimento está organizado em campos conceituais, cujo domínio pelo sujeito ocorre ao longo de um largo período de tempo, e se dá através da experiência, maturidade e aprendizagem. (MOREIRA, 2002).

Vergnaud, em uma de suas definições propostas, considera que um campo conceitual é:

... um conjunto informal e heterogêneo de problemas, situações, conceitos, relações, estruturas, conteúdos e operações de pensamento, conectados uns aos outros e, provavelmente, entrelaçados durante o processo de aquisição (VERGNAUD, 1982).

Como vemos, a teoria interessa-se pela conceitualização, ou de certo modo pela construção de conceitos durante a ação de um sujeito em uma determinada situação; no entanto, Vergnaud não propõe estudar um conceito e sim um campo conceitual, pois ele acredita que, em uma situação-problema, nunca um conceito aparece de forma isolada. Podemos tomar como exemplo na Física o conhecimento integrante da conceitualização da Termodinâmica. Este conhecimento se constituiria no campo conceitual dessa área, o qual é bastante amplo e nele relacionam-se conceitos que podemos entender como principais, quais sejam: energia interna, calor, trabalho e entropia. Estes, por sua vez, se relacionam com outros conceitos, também importantes na configuração do campo conceitual, tais como, temperatura, pressão, volume e energia, que estão ligados a grandezas macroscópicas e microscópicas dos sistemas. Os conceitos adquirem sentido quando utilizados em uma situação. Dessa forma, o entendimento de processos e transformações também compõem o campo conceitual. Dominar um campo conceitual é uma atividade que requer muito tempo e envolve vários conhecimentos externos ao campo a ser dominado, entendidos como secundários.

Um conceito para Vergnaud é definido como um triplo de três conjuntos $C = (S, I, R)$ (MOREIRA, 2002):

- Um conjunto de situações que dão sentido ao conceito - **referente do conceito (S)**;

- Um conjunto de invariantes (propriedades, relações, objetos) sobre os quais repousa a operacionalidade do conceito, ou seja, um conjunto de invariantes que podem ser reconhecidos e usados pelos sujeitos para analisar e dominar as situações do primeiro conjunto - **significado do conceito (I)**;
- Um conjunto de representações simbólicas (linguagem natural, gráficos e diagramas, sentenças formais, etc.) que podem ser usadas para indicar e representar esses invariantes e, conseqüentemente, representar as situações e os procedimentos para lidar com elas - **significante do conceito (R)**.

A partir dessa definição, passamos a entender a aprendizagem de um conceito como um processo cognitivo amplo e que está relacionado com o conjunto de situações disponíveis ao sujeito para que este possa atribuir-lhe um sentido. Para que isso ocorra, é indispensável, para a interação com o conjunto de situações, a presença de esquemas acessíveis, construídos e modificáveis. Dessa forma, para estudar o desenvolvimento e uso de um conceito, ao longo da aprendizagem ou de sua utilização, é necessário considerar esses três conjuntos simultaneamente (MOREIRA, 2002).

Para Vergnaud, uma situação pode ser definida como um conjunto de tarefas que dão sentido a um conceito (ARRIASSECQ e GRECA, 2006).

Ele destaca as idéias de variedade e história como as principais em relação ao sentido de uma situação. Ou seja, em um determinado campo conceitual, existe uma grande variedade de situações, e os conhecimentos dos estudantes são moldados pelas situações que eles encontram e progressivamente dominam, especialmente pelas primeiras situações capazes de dar sentido aos conceitos e procedimentos que são objetos da aprendizagem (VERGNAUD, 1990).

Dependendo da qualidade do campo conceitual ou dos esquemas que o sujeito tenha, um conceito poderá tornar-se mais ou menos significativo. E os esquemas são construídos através da quantidade e qualidade de situações pelas quais o sujeito foi submetido.

Esquema é definido por Vergnaud como a organização invariante do comportamento para uma dada classe de situações (MOREIRA, 2002).

Os ingredientes dos esquemas, segundo Vergnaud (1996a e 1996b), fornecem as seguintes especificações:

- Metas e antecipações (um esquema se dirige sempre a uma classe de situações nas quais o sujeito pode descobrir uma possível finalidade de sua atividade e, eventualmente, submetas; pode também esperar certos efeitos ou certos eventos);
- Regras de ação do tipo "se... então", que constituem a parte verdadeiramente geradora do esquema, aquela que permite a geração e a continuidade da seqüência de ações do sujeito; são regras de busca de informação e controle dos resultados da ação;
- Invariantes operatórios (teoremas-em-ação e conceitos-em-ação) dirigem o reconhecimento, por parte do indivíduo, dos elementos pertinentes à situação; são os conhecimentos contidos nos esquemas; são eles que constituem a base, implícita ou explícita, que permitem obter a informação pertinente e dela inferir a meta a alcançar e as regras de ação adequadas;
- Possibilidades de inferência (ou raciocínios) permitem "calcular", "aqui e agora", as regras e antecipações a partir das informações e invariantes operatórios de que dispõe o sujeito, ou seja, toda a atividade implicada nos três outros ingredientes requer cálculos "aqui e imediatamente" em situação.

Os esquemas podem ser ineficazes para determinadas situações e, quando isso ocorre, o sujeito pode mudar de esquema ou fazer modificações no que está utilizando. Desse modo, Vergnaud dá ao conceito de esquema uma abrangência maior do que Piaget e insiste que os eles devem relacionar-se com as características das duas situações as quais se aplicam (MOREIRA, 2002).

Dentre os componentes dos esquemas, destacaremos os *invariantes operatórios*, os quais apresentam como principais categorias os *teoremas-em-ação* e os *conceitos-em-ação*. Estes dão uma dimensão relacional entre a teoria e a prática, uma vez que relacionam os esquemas que o sujeito possui com a situação proposta, que necessita de uma solução.

Na Teoria dos Campos Conceituais, ***teorema-em-ação*** é uma proposta tida como verdadeira sobre o real, enquanto que ***conceito-em-ação*** é um objeto, um predicado, ou uma categoria de pensamento tida como pertinente e relevante (MOREIRA, 2002).

Um conceito-em-ação não é um conceito científico, da mesma forma um teorema-em-ação não é um teorema. A menos que eles se tornem explícitos, os invariantes operacionais conceituem-se na parte escondida do iceberg da conceitualização. No entanto podem progressivamente tornarem-se verdadeiros conceitos e teoremas científicos (MOREIRA, 2002). Na busca por explicitações de conceitos-em-ação e teoremas-em-ação, entram as

atividades de ensino, as quais devem contribuir para que os estudantes construam conceitos e teoremas explícitos, e cientificamente aceitos, a partir de conhecimentos implícitos.

Vergnaud (2007) trata também de duas formas de expressão do conhecimento: a forma operatória do conhecimento, a qual permite a atuação em situação, e a forma predicativa do conhecimento, a qual enuncia os objetos de pensamento, suas propriedades, suas relações e suas transformações.

3.3.3. Modelos Mentais e Campos Conceituais: Buscando ir Além

Na perspectiva de ir além dos modelos mentais, Greca e Moreira (2002) propõem uma articulação entre os esquemas de Vergnaud e os modelos mentais. Esta proposta parte da proposição que, enquanto os esquemas se mantêm como estruturas na memória de longo prazo, com os teoremas-em-ação e conceitos-em-ação, no momento de enfrentar situações novas, os sujeitos geram modelos mentais, representações na memória de curto prazo, úteis na resolução de determinadas tarefas.

A relação entre modelos mentais e esquemas se dá de forma dialógica, ou seja, os modelos mentais são determinados por uma leitura da realidade a partir dos conhecimentos-em-ação do sujeito. No entanto, a comparação entre os resultados dos modelos e o resultado efetivo da situação pode levar a modificações nos invariantes dos sujeitos, estas geradas pelas inconsistências entre o modelo mental e a situação, ou na procura de coerência entre seu pensamento e os dados do mundo exterior (GRECA e MOREIRA, 2002).

A construção de modelos mentais na memória de trabalho e sua progressão para esquemas de assimilação dependem das situações, que podem ser divididas em duas classes:

- Situações desconhecidas (novas): o sujeito constrói modelos mentais para fazer inferências e predições, ou seja, para compreender e dominar a situação, uma vez que as estratégias de solução não estão automatizadas.
- Situações já conhecidas: não demandam do sujeito procedimentos novos, dessa forma o sujeito não necessita da construção de novos modelos, uma vez que ele pode recorrer aos esquemas de assimilação, estruturas mais estáveis, presentes na memória.

Dessa forma, a relação entre os modelos mentais e os esquemas de assimilação constitui-se em um contínuo, uma vez que, em situações novas, o sujeito constrói modelos

mentais à medida que as situações apresentam similaridades com uma já conhecida, recorrendo a esquemas estáveis de assimilação que foram construídos a partir de modelos mentais instáveis. No entanto, nem todo modelo mental origina um esquema de assimilação e a relação entre estes, suas modificações e construção constitui-se em uma relação de grande complexidade e não trivial. Como diz Vergnaud, o problema central da cognição é a conceitualização e esta se caracteriza pela complexidade sendo que esta proposta pretende se adentrar na explicação desse universo (GRECA e MOREIRA, 2002).

3.4. Algumas Considerações

Neste capítulo, desenvolvemos o referencial teórico que sustenta nossa pesquisa. As ideias aqui apresentadas refletirão diretamente em nossa observação, interpretação e discussão de resultados.

Trazer à tona as questões referentes à construção histórica das relações entre a Física e a Matemática ao longo dos séculos e como ocorreram as modificações nessas relações é pertinente ao nosso estudo, pois pode se constituir em uma contribuição em nossas observações, no sentido em que podem influenciar fortemente na visão da Matemática dos estudantes, os quais são objetos de nosso estudo. Dessa forma, a fundamentação histórica nos dá um embasamento sólido nas discussões. No mesmo sentido, especificar o percurso histórico da construção da Termodinâmica pelo olhar da sua matematização nos aporta mais fortemente a subsídios que enriquecem nossas considerações e conclusões nos estudos realizados.

As idéias de modelos mentais, que são instrumentos de compreensão, construídos no momento da compreensão e descartáveis se não for alcançada a funcionalidade desejada, e de esquemas de assimilação, com seus elementos integrantes, os teoremas-em-ação, juntamente com a idéia de conceito apresentada por Vergnaud, são os três pontos dessas teorias os quais sustentarão nossas investigações e discussões. A integração entre essas teorias se apresenta para nós como um passo adiante no intuito de um fortalecimento teórico em busca da compreensão das complexas variáveis envolvidas no processo de cognição e, mais especificamente, a compreensão do processo em atividades de resoluções de problemas.

Nesse sentido entendemos que a fundamentação aqui apresentada satisfaz os nossos objetivos, e é pertinente como aporte teórico para o estudo por nós desenvolvido.

Capítulo 4

4. Metodologia

Neste capítulo, descrevemos a metodologia utilizada na pesquisa, a qual teve como objetivo principal entender como os estudantes de nível superior do curso de Física percebem a função da Matemática na construção dos conceitos físicos, mais especificamente na Termodinâmica, e como utilizam a inter-relação entre a Física e a Matemática na formulação de conceitos e na resolução de problemas, bem como desenvolver estratégias pedagógicas, utilizando o aporte das teorias de modelos mentais (J. Laird) e campos conceituais (G. Vergnaud), que favoreçam a compreensão de conceitos de Física.

Para tanto, optamos por um percurso dentro da chamada “pesquisa qualitativa”, tal como é caracterizada por vários autores (LÜDKE e ANDRÉ, 1986; TRIVIÑOS, 1987). Nesse universo amplo, e de acordo com as especificidades de nossos objetivos, ou seja, um estudo particular, com objetos particulares a serem estudados, entendemos o estudo de caso como procedimento metodológico que melhor atende a nossas necessidades. Segundo André (2005), os estudos de caso têm fases bem definidas que são: A fase exploratória, a de coleta de dados e a de análise sistemática dos dados. Para cada uma delas, usamos técnicas de pesquisas diferenciadas, as quais são explicitadas na descrição dos estudos. No entanto, destacaremos aqui a forma de observação utilizada nos três estudos, bem como a técnica utilizada na coleta de dados dos estudos 2 e 3.

As fases exploratórias dos estudos consistiram no acompanhamento de duas turmas do curso de Licenciatura em Física, do componente curricular Termodinâmica, em dois semestres seguidos (estudo 1), e das sessões de resolução de problemas (estudos 2 e 3). Optamos, para a coleta de dados, pela estratégia da observação participante completa, que, segundo Denzin e Lincoln¹⁵ (2000) apud Patton (2002), caracteriza-se por uma ação de observação abrangente, uma vez que combina análise de documentos, entrevistas, participação direta e introspecção. Essa forma de observar proporciona uma maior imersão do pesquisador no universo estudado, o que é muito favorável a esse tipo de pesquisa. No entanto, é necessário que estejamos conscientes da possibilidade de criação de vínculos emocionais nessa relação. Cabe-nos, portanto, como pesquisador, estar atento, pois, apesar de estarmos

¹⁵ DENZIN, N. K.; LINCOLN, Y. S. *Handbook of Qualitative Research*. 2d ed. Thousand Oaks. C.A.: Sage. 2000.

imersos na situação estudada, temos um papel adicional ao de observar, o de avaliar, para que a qualidade dos dados obtidos e de sua análise seja garantida.

Nos estudos que tinham como foco a cognição (estudos 2 e 3), configurados como uma atividade muito delicada, uma vez que entender o que se passa na cabeça de um indivíduo não é uma atividade trivial, escolhemos a técnica de protocolo verbal, ou seja, a perspectiva do pensar em voz alta enquanto realiza-se uma tarefa. Esta técnica é considerada mais confiável, segundo Wilson¹⁶ (2000) apud Patton (2002), por dispensar o pensamento de recordação aos envolvidos, ou seja, o pesquisador está obtendo seus dados no exato momento em que a atividade está sendo realizada. Apesar de muito adequada para o nosso estudo, devemos destacar que a estratégia de pensar em voz alta envolve o que estão fazendo, o como fazem, os pensamentos, as atitudes e os sentimentos dos indivíduos observados. Para que sua utilização seja satisfatória à pesquisa, devemos levar em conta certo “treinamento” dos participantes para acostumá-los a verbalizar o que geralmente são diálogos internos (PATTON 2002).

A apresentação do capítulo será feita em três seções, cada uma delas abordando o percurso metodológico seguido nos respectivos estudos 1, 2 e 3.

4.1. Estudo 1: Um Estudo Piloto sobre a Influência da Relação entre a Física e a Matemática no Ensino e Aprendizagem de Conceitos Físicos.

Com o intuito de compreender a influência da relação entre a Física e a Matemática no ensino e na aprendizagem de conceitos físicos, escolhemos a Primeira Lei da Termodinâmica, tal como apresentada a estudantes do sétimo semestre da licenciatura em Física, pelas seguintes razões:

1- As pesquisas sobre os conceitos envolvidos na primeira lei mostram que estudantes universitários apresentam sérias dificuldades com eles, em parte devido a conceitos com uma conotação diferente no uso cotidiano, o que leva a uma confusão quando da necessidade de uma formalização científica (CONTIGNOLA et al, 2002; COELHO, 2009 e BORDOGNA et al, 2001).

¹⁶ WILSON, S. Construct validity and reliability of a performance assessment rubric to measure student understanding and problem solving in college physics: Implications for public accountability in higher education. “Doctoral dissertation, University of San Francisco. Dissertation Abstracts International AAT 9970526, 2000.

2- A formalização dada à primeira lei nesse estágio da formação exige utilizar um tratamento matemático para modelar e resolver problemas, diferente daquele usado nas Físicas Gerais.

3- O envolvimento dos conceitos de diferencial exatas e não exatas e de derivadas parciais e totais, que são chaves na compreensão de qualquer área da Física do Contínuo.

4- Estudantes avançados do curso de Licenciatura em Física poderiam mostrar visões definidas sobre a relação entre a Matemática e a Física.

O estudo, que tem um caráter descritivo, foi realizado com duas turmas, 22 estudantes, do último ano (sétimo período), do curso de Licenciatura em Física da Universidade Estadual da Paraíba, matriculados na componente curricular Termodinâmica, nos semestres 2009.1 e 2010.1. Por apresentarem as mesmas características gerais, tais como metodologia de ensino utilizada, professor da disciplina, livro didático utilizado, encaixamos os estudantes em um único grupo e os denominamos de E1, E2, E3, E4, E5, E6, E7, E8, E9, E10, E11, E12, E13, E14, E15, E16, E17, E18, E19, E20, E21 e E22.

No desenvolvimento deste estudo, seguimos as etapas descritas a seguir:

- Elaboração de um questionário baseado nas reclamações dos estudantes do curso de física quanto às dificuldades de trabalhar a Termodinâmica com um tratamento matemático mais elaborado, além da visão que têm do papel da Matemática na Física e na resolução de problemas de Física.
- Acompanhamento das aulas da componente curricular Termodinâmica, através da observação participante.
- Análise das atividades avaliativas realizadas pelo professor.
- Entrevistas individuais, semi-estruturadas, com os estudantes, uma vez que os questionamentos foram guiados pelo que foi observado em sala de aula e nas atividades avaliativas.

Como objetos de pesquisa, elegemos quatro tipos de materiais distintos:

- As anotações realizadas durante o acompanhamento das aulas da componente curricular, focadas nas dificuldades apresentadas e perguntas realizadas pelos estudantes ao professor durante a exposição do conteúdo e a resolução de problemas.
- Um questionário, com perguntas diretas, acerca das dificuldades que estavam tendo na aprendizagem da disciplina e especificamente na RP, e da visão que os estudantes,

quase egressos do curso de Licenciatura em Física, têm do papel da Matemática na resolução dos problemas de Física. O questionário corresponde ao apêndice A.

- Duas atividades avaliativas por estudante, compostas por perguntas teóricas e problemas, as quais se constituem como o apêndice B, propostas pelo professor, referentes à primeira unidade didática, que integra o estudo introdutório à Termodinâmica, temperatura, sistemas termodinâmicos, calor e primeira lei da termodinâmica.
- Entrevista individual com os estudantes, com o objetivo de esclarecer as dificuldades que detectamos na resolução dos problemas e sobre as estratégias utilizadas para resolvê-los, bem como a visão que têm de algumas estruturas e símbolos matemáticos importantes na compreensão de conceitos de Termodinâmica.

A análise dos materiais obtidos foi realizada seguindo passos previamente estabelecidos, a saber:

- Identificação das dificuldades dos estudantes nas aulas, de acordo com o que eles responderam nos questionários;
- Identificação das dificuldades nas atividades avaliativas, tomando como base as observadas nas aulas e as expostas por eles, e classificação dos estudantes quanto ao rendimento acadêmico relativo às duas atividades avaliativas observadas. Nesse momento, surge a necessidade de validação dos dados, por isso, as atividades foram corrigidas e as dificuldades comentadas pelo professor da componente curricular, pela pesquisadora e por dois outros professores doutores do Departamento de Física da UEPB;
- Comparação das dificuldades expostas pelos alunos no questionário, com as observadas durante as aulas e nas atividades avaliativas.
- Análise das respostas dadas nas entrevistas, através da descrição de características dos estudantes quando resolvem problemas, e posterior comparação com as resoluções dos problemas propostos nas atividades avaliativas, categorização quanto à característica mais marcante na resolução de problemas.
- Análise das respostas dos estudantes quanto à visão sobre o papel da Matemática na aprendizagem de uma teoria física e posterior categorização, adaptando a classificação proposta por Karam (2007).

Como exemplo, descrevemos, no apêndice C, a análise realizada para um estudante (E5) e da qual destacamos os pontos mais relevantes.

A análise deste material implicou em um cuidado redobrado, no sentido que impressões pessoais não fossem confundidas com os dados que emergiam dos registros. Com essa preocupação, revisamos, junto com um professor de Física que não teve acesso à identificação dos estudantes, as anotações, as falas gravadas nas entrevistas, e os dados resultantes, no sentido de tentar aumentar a fidedignidade dos resultados obtidos.

4.2. Estudo 2: Identificando Teoremas-em-Ação em Resoluções de Problemas de “lápiz e papel”.

O estudo foi desenvolvido com uma turma, no semestre letivo 2010.2, composta por oito estudantes do último ano (sétimo período) do curso de Licenciatura em Física da Universidade Estadual da Paraíba, os quais cursaram a componente curricular Termodinâmica no semestre anterior. Os estudantes também foram sujeitos do estudo 1, e identificados da mesma forma utilizada no estudo 1 (E13, E15, E16, E17, E18, E19, E20, E22).

A investigação orientou-se em etapas:

- Escolha de problemas que possibilitem a observação de como os estudantes compreendiam os conceitos envolvidos, quais sejam, calor, trabalho e energia interna, bem como, que necessitassem da utilização de uma Matemática que fosse além da aplicação direta de fórmulas.
- Sessões de resolução de problemas individuais, com duração média de 60 minutos, cada uma.
- Análise do material obtido, com as sessões de resolução, material escrito e de áudio.

4.2.1. Problemas Utilizados

Nas atividades de resolução, escolhemos três problemas (“lápiz e papel”) os quais foram adaptados de livros didáticos¹⁷ utilizados por professores na condução das componentes curriculares Termodinâmica e Física 2. Fizemos tal escolha, pois, no estudo 1, percebemos dificuldades, apresentadas pelos estudantes, anteriores ao nível exigido em Termodinâmica.

¹⁷ RESNICK, R.; HALLIDAY, D.; KRANE, K. S.; Física 2, 4ª edição. LTC, Rio de Janeiro, 1996.

As soluções cientificamente corretas implicam na utilização e aplicação de proposições verdadeiras e conceitos cientificamente aceitos. A descrição e resolução desses problemas estão expostas no apêndice D.

4.2.2. As Sessões de Resolução de Problemas

A coleta de dados se deu através de sessões de resolução de problemas individuais, nas quais utilizamos a técnica de protocolo verbal para a identificação, de modelos mentais (de trabalho) e a partir destes poderemos inferir acerca de possíveis conceitos e teoremas em ação.

As sessões de resolução de problemas aconteceram em agosto de 2010, um mês após os estudantes terem concluído a componente curricular Termodinâmica e tiveram a duração média de 60 minutos.

Como o nosso foco é investigar a cognição humana, mais especificamente, a identificação de modelos mentais, uma tarefa complexa, optamos pela utilização da técnica de protocolos verbais, uma vez que não se pode perguntar diretamente ao indivíduo qual modelo ele está empregando, e ainda por apresentarem uma dinâmica de modificação muito rápida, os modelos mentais são percebidos através de análises de documentos escritos e de verbalizações durante a realização de atividades.

Durante as sessões, foi solicitado aos estudantes que descrevessem verbalmente, em voz alta e livremente, os procedimentos, estratégias e pensamentos que assumem durante a tarefa. Esse tipo de protocolo, que é gerado enquanto a pessoa realiza a tarefa, denominamos de “protocolo concorrente” (MOREIRA, 1997). As sessões tiveram a mediação da pesquisadora, no sentido de conduzir as falas dos estudantes de forma a facilitar a identificação de invariantes operatórios (teoremas-em-ação e conceitos-em-ação), usados durante a atividade.

4.2.3. Análise do Material

Como objeto de análise, temos o material audiovisual, contendo aproximadamente 10 horas de gravação dos protocolos verbais dos estudantes durante as resoluções dos problemas.

A análise foi realizada através da observação detalhada da documentação escrita e verbal de cada um dos oito estudantes, obtida durante as sessões de resolução de problemas.

Detivemo-nos, inicialmente, na identificação de trechos de comentários dos estudantes que nos conduzissem aos modelos por eles utilizados, durante a resolução de cada um dos problemas. Fizemos um estudo comparativo entre o que foi verbalizado e o material escrito, a partir do qual encontramos os possíveis modelos mentais (modelos de trabalho) construídos e utilizados pelos estudantes.

Em sequência, realizamos um estudo, para cada estudante separadamente, a partir do qual observamos se e como os modelos de trabalho se modificavam a cada problema. Com isso, pudemos perceber ideias e proposições que permaneciam intactas, mesmo quando os modelos eram modificados. Inferimos que tais proposições eram teoremas-em-ação, uma vez que apresentavam grande estabilidade nos esquemas cognitivos dos estudantes e, de certo modo, guiam a construção e utilização dos modelos mentais.

Esse estudo foi realizado sob dois aspectos: no que se refere aos conceitos físicos envolvidos nos problemas (calor, trabalho e energia interna) e no que se refere ao processo de resolução dos problemas.

Após a identificação dos teoremas-em-ação referentes à resolução, relacionamos esses com a visão do papel da Matemática na Física e com a característica mais marcante na resolução de problema, apresentadas pelos estudantes, as quais foram o foco do estudo 1.

A análise e elaboração dos teoremas-em-ação é uma tarefa muito específica e delicada, pois se trata de inferir acerca de elementos constituintes de esquemas mentais, ou seja, o pesquisador deve “imaginar” os modelos mentais e inferir os teoremas-em-ação, colocando, portanto, um problema importante em termos da fidedignidade e validade dos resultados obtidos. Como não havia perto um especialista ou pesquisador trabalhando na mesma área, tentamos contornar esse fato expondo e comparando os resultados inferidos com as gravações de vídeos juntamente com um professor da área de psicologia cognitiva. Da discussão com ele, resultaram algumas pequenas mudanças nas análises feitas.

4.3. Estudo 3: Identificando Teoremas-em-Ação em Resoluções de Problemas com auxílio de simulações computacionais.

O estudo teve como objetivo verificar se a integração entre a Matemática e o conceitual durante a resolução de problemas era facilitada com o uso de simulações

computacionais. Para tanto, solicitamos aos oito estudantes, integrantes do estudo 2, que fizessem parte de novas sessões de resolução de problemas, tendo o auxílio de simulações computacionais construídas por eles próprios, trabalhando com o *software Modellus*¹⁸. Devemos destacar que sete, dos oito estudantes, participaram de um minicurso sobre utilização do *software Modellus* na resolução de problemas de física, ministrado pela pesquisadora, no primeiro semestre de 2010.

Deixamos os estudantes livres para participarem da atividade. Dessa forma, apenas cinco se disponibilizaram, sendo E16, E18, E19, E20 e E22, constituindo-se, assim os sujeitos do estudo 3.

4.3.1. Problemas Utilizados

Nas atividades de resolução de problemas auxiliadas por simulações computacionais, escolhemos dois problemas, os quais foram adaptados de livros didáticos^{19,20} utilizados na condução da componente curricular Termodinâmica. Repetimos o problema em que os estudantes apresentaram maiores dificuldades nas sessões anteriores (“lápiz e papel”), as quais integraram o estudo 2, e acrescentamos outro, inédito. Os problemas utilizados foram os seguintes:

1 - Um cilindro possui um êmbolo de metal bem ajustado de 2,0 kg, cuja área da seção reta é de 2,0 cm². O cilindro contém água e vapor à temperatura constante. Observa-se que o êmbolo desce lentamente à taxa de 0,30 cm/s, pois o calor escapa do cilindro pelas suas paredes. Enquanto o processo ocorre, algum vapor se condensa na câmara. A densidade do vapor dentro dela é de $6,0 \cdot 10^{-4}$ g/cm³ e a pressão atmosférica é de 1,0 atm. a) Calcule a taxa de condensação do vapor. b) A que razão o calor deixa a câmara? c) Qual a taxa de variação da energia interna do vapor e da água dentro da câmara?



¹⁸ O Modellus é um software educacional arquitetado por Vitor Duarte Teodoro com a colaboração de João Paulo Duque e Felipe Costa Clérigo – Faculty of Sciences and Technology – Nova University Lisbon, Lisboa-Portugal. – página do autor: <http://phoenix.sce.fct.unl.pt/modellus/>.

¹⁹ RESNICK, R.; HALLIDAY, D.; KRANE, K. S.; Física 2, 4ª edição. LTC, Rio de Janeiro, 1996.

²⁰ NUSSENZVEIG, H. M.: Curso de Física Básica: Fluidos, Oscilações, Ondas e Calor; Volume 2, 4ª edição, Editora Blucher, São Paulo, 2002.

2 - Um mol de um gás ideal, com $\gamma = 7/5$, está contido num recipiente inicialmente a 1 atm e 27°C. O gás é, sucessivamente: (i) comprimido isobaricamente até $\frac{3}{4}$ do volume inicial V_0 ; (ii) aquecido, a volume constante, até voltar à temperatura inicial; (iii) expandido a pressão constante até voltar ao volume inicial; (iv) resfriado, a volume constante, até voltar a pressão inicial. (a) Desenhe o diagrama P-V associado; (b) Calcule o trabalho total realizado pelo gás; (c) Calcule o calor total fornecido ao gás nas etapas (i) e (ii); (d) Calcule a temperatura máxima e mínima atingidas; (e) Calcule a variação de energia interna no processo (i) + (ii).

4.3.2. As Novas Sessões de Resolução de Problemas

As novas sessões de resolução de problemas foram realizadas em setembro de 2010, um mês após as sessões de resolução de problemas de “lápiz e papel” e tiveram a duração média de 60 minutos, para cada estudante.

A metodologia utilizada foi idêntica a do estudo 2, ou seja, a coleta dos dados se deu em momentos individuais e usando a técnica de protocolos verbais. As sessões tiveram a mediação da pesquisadora, de modo a facilitar a identificação dos invariantes operatórios (teoremas-em-ação e conceitos-em-ação) utilizados em cada tarefa.

Durante a atividade, a pesquisadora ficou atenta se o aluno externava aceitação ou rejeição à utilização da ferramenta proposta (simulação), pois tais atitudes poderiam contribuir na avaliação do recurso utilizado. Ao término das sessões, foi pedido aos estudantes que respondessem a algumas questões, as quais têm o objetivo de identificar a opinião de cada um deles quanto à utilização o recurso de simulação computacional na tarefa de resolução de problemas. Foram elas:

- Ao resolver um problema, você se preocupa em modelar e interpretar a situação proposta e os resultados obtidos? Acha que isso é importante?
- Tem dificuldades em modelar e interpretar situações problemas e seus resultados?
- Acha que a utilização do recurso da modelagem computacional pode facilitar a aprendizagem de conceitos e a compreensão do comportamento de sistemas durante a resolução de problemas?

4.3.3. Análise do Material

O material de análise consistiu de aproximadamente 5 horas de áudio gravação e das anotações dos estudantes durante a resolução dos problemas.

A análise do material foi feita de maneira semelhante à realizada no estudo 2, ou seja, observação detalhada da documentação escrita e verbal, para cada estudante; identificação dos trechos de comentários, dos estudantes, mais relevantes para o nosso objetivo; estudo comparativo entre o que foi verbalizado e o material escrito; identificação dos possíveis modelos mentais (modelos de trabalho) construídos e utilizados pelos estudantes; e estudo individualizado dos modelos e suas modificações de acordo com cada um dos problemas propostos.

Nesse estudo, de modo semelhante ao estudo 2, os teoremas-em-ação foram observados sob dois aspectos, no que se refere aos conceitos físicos envolvidos nos problemas (calor, trabalho e energia interna) e no que se refere ao processo de resolução.

Após a identificação dos teoremas-em-ação, comparamos e os relacionamos com os já identificados no estudo 2, com o objetivo de avaliarmos se o uso do recurso melhora os modelos de trabalho utilizados na resolução e, conseqüentemente, nos teoremas-em-ação apresentados pelos estudantes.

A validação desses resultados foi realizada por comparação com as observações feitas durante o estudo 2. Em relação à fidedignidade, os resultados foram obtidos de forma independente por uma estudante de iniciação científica, orientada pela pesquisadora, em um estudo que tratava de entender até que ponto a modelagem computacional pode se constituir em um elemento facilitador na compreensão de conceitos de Termodinâmica, o qual foi realizado entre os anos de 2009 e 2011, em turmas de Física 2 na UEPB. Os resultados finais que apresentamos foram frutos do consenso entre as duas categorizações.

Capítulo 5

5. Resultados e Discussão

5.1. Introdução

Como indicado no capítulo introdutório, a parte experimental desta tese consta de três estudos, destinados a responder às três primeiras questões da pesquisa. Neste capítulo, apresentamos os resultados desses estudos. A metodologia adotada em cada um deles já foi descrita no capítulo 4.

Nos estudos, abordamos, de forma isolada, as concepções, modelos mentais e teoremas-em-ação dos estudantes para os conceitos físicos envolvidos na Primeira Lei da Termodinâmica. Na última parte do capítulo, tentamos, a partir desses resultados, caracterizar os modelos que os estudantes pesquisados parecem ter, referentes à Primeira Lei da Termodinâmica como um todo.

5.2. Estudo 1: Relações entre Conhecimento Conceitual, Domínio de Técnicas Matemáticas e Visões do Papel da Matemática na Física e na Resolução de Problemas sobre a Primeira Lei da Termodinâmica²¹.

Este primeiro estudo teve um caráter exploratório, tentando, por uma parte, compreender quais eram as dificuldades, matemáticas e conceituais, dos estudantes com a Primeira Lei da Termodinâmica e, por outra, responder às perguntas: Que relações existentes entre a Física e a Matemática são consideradas pelos estudantes de Física? E como os entendimentos de tais relações influenciam na compreensão de conceitos físicos e, mais especificamente, de conceitos de Termodinâmica, sobretudo quando devem resolver problemas?

²¹ Estudo base para os trabalhos:

ATAÍDE, A. R. P. e GRECA, I. M., **Relações entre conhecimento conceitual, domínio de técnicas matemáticas e visões do papel da Matemática na Física e na resolução de problemas sobre a Primeira Lei da Termodinâmica**, XII Encontro de Pesquisa em Encontro de Física, EPEF, Águas de Lindóia, São Paulo, 2010.

ATAÍDE, A. R. P. e GRECA, I. M., Epistemic Views of the Relationship Between Physics and Mathematics: Its Influence on the Approach of Undergraduate Students to Problem Solving, **Science & Education**, 2012 . (Aceito para publicação).

Lembramos que o estudo foi realizado com 22 estudantes, do último ano (sétimo período), do curso de Licenciatura em Física, da Universidade Estadual da Paraíba, matriculados na componente curricular Termodinâmica, nos semestres 2009.1 e 2010.1, usando como materiais de análise anotações realizadas durante o acompanhamento das aulas da componente curricular, respostas ao questionário de perguntas diretas, respostas dos estudantes a duas atividades avaliativas propostas pelo professor com o intuito de avaliar a primeira unidade do componente curricular termodinâmica, e uma entrevista individual.

5.2.1. Análise dos diferentes materiais

A) Respostas às atividades avaliativas

De modo geral, os estudantes apresentaram um rendimento entre bom e regular nas atividades, pois oito deles conseguiram um rendimento superior a 60%, sendo que a pontuação máxima atingida foi de 80%. Seis estudantes apresentaram rendimento entre 60% e 50%, e os demais, rendimento inferior a 50%, tendo um limite inferior de 30%. Da observação das respostas dadas aos problemas propostos nas atividades, identificamos algumas características que indicam as estratégias utilizadas na resolução de problemas.

No universo dos oito estudantes que obtiveram maior sucesso na atividade, cinco deles tiveram a preocupação de organizar a resolução do problema, ou seja, identificar variáveis, relacionar as informações apresentadas tanto no problema como no processo de resolução e descrever cada passo dado nesse sentido. Quando indagados durante a entrevista acerca das estratégias utilizadas nas resoluções, justificaram que para eles era necessária uma organização, pois isso facilitava a compreensão do que se desejava obter ao final do processo.

“ ... a equação matemática é importante, mas nem sempre pensamos no problema como um todo e queremos resolver usando apenas uma determinada equação, se não nos preocuparmos em identificar se ela atende as situações específicas expostas no problema podemos nos sair mal...”
(E6).

Dos demais estudantes melhores sucedidos – três - dois deles utilizaram as equações como base e aplicaram as técnicas para resolvê-las; um deles apresenta como estratégia de resolução uma preocupação maior com os conceitos e utiliza a Matemática como um instrumento apenas para encontrar um resultado final, como deixa claro:

“ ... os conceitos são a minha principal preocupação quando tenho um problema para resolver... uso a Matemática como uma ferramenta para concretizar estes conceitos...” (E13).

Oito estudantes, do universo investigado, procuraram colocar as fórmulas que poderiam ser utilizadas para resolver o problema e testaram-nas até encontrar uma que lhes permitisse obter o resultado desejado, o que conseguiram em algumas ocasiões. Esse fato parece indicar uma forte tendência a utilizar a Matemática apenas como uma ferramenta útil para a resolução de problemas sem se preocupar em relacioná-la com os conceitos físicos envolvidos, como podemos perceber nas falas destes estudantes:

“ ... para mim é mais fácil partir da fórmula matemática e depois encaixar os valores que foram dados no problema..., quando não estão todos presentes tento com todas as fórmulas expostas até encontrar...” (E10).

“ ... a Matemática é para mim a parte inicial para resolver um problema, facilita a resolução e nos leva a uma resolução total...” (E20).

Quanto às respostas dadas às questões teóricas, observamos que apenas três estudantes responderam corretamente todas as questões, treze responderam parcialmente, ou seja, as respostas não estavam totalmente corretas, e oito não responderam corretamente ou as deixaram sem respostas. As questões versavam sobre a definição de variáveis microscópicas e macroscópicas e as relações existentes entre estas variáveis, o conceito de energia interna e a definição da primeira lei da termodinâmica.

B) Respostas aos questionários

De modo geral, 27,3 % dos entrevistados afirmaram não terem dificuldades, os outros 72,7% assumem terem algum tipo de dificuldade, e essas foram divididas em três categorias:

Dificuldades com a Matemática: aplicações de fórmulas, construção e interpretação de gráficos, ou seja, dificuldade na aplicação da Matemática pura; 43,8% dos estudantes afirmaram terem problemas na aplicação dos cálculos matemáticos:

“Quando considero o tratamento, como eu poderia aprender determinado conteúdo de Física que esteja com um tratamento matemático que nem estudei ainda?”²²”(E1).

“...tenho muita dificuldades com algumas ferramentas da Matemática, como a integral e as derivadas e dessa forma não consigo resolver os problemas” (E2).

“Minha maior dificuldade é com a Matemática, muitas vezes apesar de compreender conceitos na hora de aplicar a Matemática e resolver os problemas me complico”. E(22).

De modo geral, os integrantes do estudo apresentaram, em seu histórico escolar, indícios de grandes dificuldades nas componentes curriculares de Cálculo e Matemática, em geral. Do universo trabalhado, de 22 estudantes, apenas seis concluíram sem muitas dificuldades os estudos nesse campo. Os demais estudantes, dezesseis, foram reprovados, pelo menos uma vez, nas componentes curriculares de Cálculo e Matemática.

Dificuldades com o conceitual (Teoria): 31,3% dos entrevistados afirmaram terem dificuldades em compreender a parte conceitual do conhecimento físico e sua relação com a quantificação do fenômeno:

“A parte conceitual da disciplina requer um entendimento mais profundo da natureza dos fenômenos, o que dificulta a compreensão e reflete na resolução e entendimento dos problemas...”E(13).

“Tenho dificuldade de fazer a ponte em entre a parte conceitual e as fórmulas matemáticas”.E(4).

“...minha dificuldade é que não consigo lembrar dos conceitos vistos na física básica e quando lembro não sei utilizar na nova abordagem da Termodinâmica...” E(21).

Dificuldades na junção entre o conceitual e a Matemática: esta categoria representa a dificuldade dos alunos na interpretação e compreensão do problema proposto, em onde usar determinado ferramental matemático e em como utilizar o mesmo; representa a dificuldade de 24,9% dos estudantes.

“Às vezes tenho dificuldade na aplicação das fórmulas, fico muitas vezes sem saber em que situação usar cada uma delas”. (E5).

²² A pergunta do estudante faz sentido, apesar de ser de um último ano do curso de física, porque foi integrante de uma turma que passou grandes dificuldades com professores de cálculo, resultando em sérias deficiências nos conteúdos atendidos por essa disciplina.

“Na parte de entender o que as questões estão pedindo”.(E6).

“Tenho muitas dificuldades, mas sei utilizar os princípios básicos de cálculo, derivadas e integrais, o que dificulta é juntar tudo isso com os conceitos e conseguir resolver os problemas de Termodinâmica...”. E(18).

Na observação das respostas, percebemos claramente que a maior parte dos estudantes apresenta dificuldades com a Matemática. Em relação à segunda parte da pergunta, quando indagamos se as dificuldades interferem na aprendizagem de Física, e em que grau ocorre essa interferência, todos os estudantes, mesmo os que afirmaram não ter dificuldades, consideram que elas interferem diretamente na aprendizagem. Alguns deles são mais contundentes e afirmam ter certo tipo de bloqueio quando solicitados a resolver problemas, e culpam a Matemática por essa reação.

C)- Entrevistas: em busca de esclarecimentos

Na entrevista, tentamos esclarecer alguns pontos – tanto conceituais como procedimentais – que apareceram na análise das atividades avaliativas e na observação de sala de aula.

- O estudante entende o que são variáveis microscópicas e macroscópicas? Compreende as relações existentes entre estas variáveis?

Durante a entrevista, treze estudantes mostraram que entendem os dois tipos de variáveis; no entanto, embora apresentem uma visão geral do que sejam tais variáveis, eles não compreendem as relações existentes entre elas. Seis estudantes não compreendem o que são variáveis microscópicas e macroscópicas e apenas três, além de responderem adequadamente o que representam essas variáveis, explicaram como se relacionam.

- O estudante compreende os conceitos de Temperatura, Calor e Energia Interna?

O conceito de temperatura, embora básico no estudo da Termodinâmica, continua constituindo-se em um dos mais confusos para grande parte dos estudantes. Assim, dez estudantes definiram temperatura como uma grandeza que indica o grau de vibração molecular; quatro a associaram à energia cinética interna do sistema; três afirmaram que a temperatura é uma medida da energia interna do sistema; três ligam o conceito de temperatura com calor; e dois afirmaram que temperatura é apenas uma característica que provem da propriedade da matéria.

Quando indagados acerca do conceito de calor, quatro estudantes associaram o calor à diferença de temperatura só que desvinculada de trocas para se chegar a um equilíbrio térmico, dois trataram o calor como uma medida de temperatura, enquanto dezesseis conceituaram calor como energia em trânsito. Dentro desse universo, oito afirmaram que esse trânsito ocorre em um único sentido, dois estudantes consideraram que ele pode ocorrer em sentido duplo e seis não trataram do sentido no qual ocorre esse trânsito.

Em relação à energia interna, doze estudantes mostraram, a partir de suas respostas, compreenderem bem o conceito e expressaram essa compreensão quando indagados diretamente; sete apresentaram respostas que indicam um entendimento parcial do conceito; um estudante mostrou através das respostas às questões da prova, entender o conceito, no entanto, quando indagado diretamente, não soube responder; e dois não compreendem o conceito de energia interna. Apesar de a grande maioria mostrar um entendimento, eles afirmam não saberem relacioná-la com outras grandezas macroscópicas.

- O estudante entende o que representa o sinal de igualdade (=) na equação da Primeira Lei da Termodinâmica?

Quatro estudantes, durante a entrevista, afirmaram que utilizam a equação sem a preocupação de entender seus componentes, pois uma vez que representa matematicamente uma lei é porque já está provada. Dois outros explicaram as variações expressas na equação, mas não a remete à conservação. A estes, atribuímos um não entendimento da representação do sinal de igualdade. Os dezesseis estudantes restantes apresentaram respostas que conduzem ao significado de energia conservada, e que o sinal de igualdade serve para formalizar a conservação. Embora o resultado seja significativo, a maior parte destes estudantes (dez) afirma não perceber claramente como ocorrem as relações entre grandezas macroscópicas e microscópicas, o que se constitui em uma incoerência já que a equação da Primeira Lei da Termodinâmica expressa uma relação desse tipo. Quanto à posição dos estudantes, percebemos uma dificuldade em relacionar não só as grandezas microscópicas e macroscópicas, mas de identificar, como afirma Contignola et al. (2002), a representação da igualdade como uma fronteira entre o sistema estudado (dU) e os sistemas que agem sobre ele ($\delta Q + \delta W$).

- O estudante entende a ideia de diferencial?

Nas observações em sala de aula e na análise das atividades, percebemos a grande dificuldade quanto ao entendimento das diferenciais. Essas dificuldades tornaram-se mais

evidentes na utilização de derivadas parciais e totais e diferenciais exatas e não exatas. Nas entrevistas, detectamos que apenas sete estudantes entendem a ideia de diferencial. Os quinze restantes afirmaram apenas saberem as técnicas, fazendo uso delas apenas como um instrumento na resolução de problemas.

“... não entendo qual a diferença entre o uso de diferenciais total e parcial e também não sei quando utilizar uma ou outra...”E (22).

“...quando necessário resolvo equações diferenciais, derivadas, represento grandezas através de diferenciais, mas não entendo qual a ideia por trás do diferencial...”E(16).

Da junção dessas duas perguntas, podemos inferir sobre a compreensão dos estudantes acerca da Primeira Lei da Termodinâmica e perguntar: O estudante compreende a Primeira Lei da Termodinâmica?

Analisando as respostas dos estudantes as duas perguntas anteriores, percebemos que, de modo geral, dezesseis estudantes não compreendem mais amplamente a Primeira Lei da Termodinâmica, uma vez que não entendem o sinal de igualdade de sua formulação, não compreendem as relações entre grandezas microscópicas e macroscópicas, tampouco entendem a ideia de diferencial e a distinção entre as diferenciais exatas e as não exatas, e mais, que características e comportamentos das grandezas envolvidas na primeira lei são expressas por essas diferenciais, o que nos leva a concluir que a Primeira Lei da Termodinâmica não é efetivamente compreendida.

- O estudante aplica adequadamente os conceitos matemáticos na resolução dos problemas?

Para tentar responder à pergunta, partimos das questões resolvidas nas atividades avaliativas e pedimos explicações sobre como as tinham resolvido. Percebemos que oito estudantes aplicaram adequadamente os conceitos matemáticos nas resoluções de problemas, e quatorze não fizeram uma aplicação adequada, embora alguns deles conseguissem resolver os problemas, pois, como eles mesmos afirmaram, “decoram os passos da resolução”, demonstrando perceberem esse conceitual matemático como uma técnica que, uma vez dominada, serve como instrumento para resolver os problemas. Destacamos que um dos estudantes classificados, na resposta anterior, como um dos que entendem a ideia de diferencial, quando passa a ter a necessidade de aplicá-lo, não consegue fazê-lo adequadamente.

- Como o estudante utiliza a Matemática na resolução dos problemas?

Este último questionamento justifica-se como uma tentativa de perceber como os estudantes veem a função da Matemática e como a utilizam na resolução de problemas de Física. Identificamos nove estudantes que a percebem como um instrumento útil na resolução de problemas, seis a veem como um facilitador na resolução, quatro percebem-na como um elemento que dificulta o processo e três afirmaram utilizarem a Matemática para provar a teoria. Apesar de a maioria dos estudantes afirmarem entender a Matemática como algo positivo, que pode facilitar a resolução, como vimos nas respostas aos questionários, as dificuldades na compreensão do tratamento matemático ou na sua relação com os conceitos físicos foram as dificuldades mais destacadas.

5.2.2. Categorização

A partir desses resultados, categorizamos os estudantes de duas maneiras gerais, uma delas apoiada nas respostas dadas pelos estudantes quanto à visão da função da Matemática na Física e a outra quanto à característica mais marcante na resolução de problemas, de acordo com a forma de resolução dos problemas das atividades avaliativas, do trabalho em sala de aula e de suas respostas nas entrevistas.

- a) Categorização em relação à característica mais marcante nas estratégias utilizadas na resolução de problemas:
 - Operacionalidade matemática (OM) – Estudantes que utilizam a Matemática como uma técnica e que tendem a resolver os problemas por tentativa e erro, ou por repetição de um problema resolvido pelo professor ou exposto em livros textos.
 - Conceitualização (C) – Estudantes que privilegiam a conceituação e tentam, nem sempre com êxito, fazer uma ligação dos conceitos com a Matemática a ser utilizada na resolução dos problemas.
 - Raciocínio matemático (RM) – Estudantes que utilizam um raciocínio matemático coerente com a situação exposta na resolução dos problemas, ou seja, utilizam estratégias de modelagem, embora, em alguns casos, não trabalhem adequadamente com as técnicas.

Entendemos ser necessário diferenciarmos mais claramente a OM e a RM. Para tanto, usaremos, como exemplo, um problema proposto em uma atividade avaliativa e a resolução feita por dois estudantes classificados nas duas categorias.

Problema Proposto:

A tensão em um fio metálico é aumentada quase estaticamente e isotermicamente de τ_i a τ_f . Se o comprimento, a área da seção transversal e o módulo de Young isotérmico do fio metálico permanecem praticamente constantes. a) Determine o trabalho realizado e b) Se o fio tem um comprimento de 1m e área de seção transversal de $0,001 \text{ cm}^2$, sabendo que a tensão é aumentada quase estática e isotermicamente a 20°C de 10N até 100N. Qual é o trabalho realizado se o módulo de Young isotérmico a 20°C é $1,23 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$?

Respostas dos estudantes:

Estudante E7, classificado como um estudante que tem como característica mais marcante na resolução do problema, a OM.

4-

a) $dw = dQ - du$

Sei que: $\gamma = \frac{L}{A} \left(\frac{\sigma}{2L} \right) \rightarrow$ módulo de Young

n sei fazer ??? $w = \frac{L}{2Ay} (\tau_t^2 - \tau_e^2)$ Livro

b) $w = \frac{L}{2Ay} (\tau_t^2 - \tau_e^2) = \frac{1\text{m}}{2 \cdot (1,23 \times 10^{11}) (0,001\text{cm}^2)} \cdot (100\text{N}^2 - 10\text{N}^2) =$

$= 0,4 \text{ N} \cdot \text{m} \Rightarrow w = 0,4 \text{ J}$

$L = 0,001\text{cm}^2 \rightarrow$ TRANSFORMA EM METRO 2 $\tau_e = 10\text{N}$

$T = 20^\circ\text{C}$ $\tau_f = 100\text{N}$

$\gamma = 1,23 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$ $A = 1\text{m}$

Estudante E5, que apresenta como característica mais marcante na resolução do problema, o RM.

4- a) h, A, Y, T permanecem constantes, então:

$$d\tau = \left(\frac{\partial \tau}{\partial T} \right)_h dT + \left(\frac{\partial \tau}{\partial h} \right)_T dh \Rightarrow d\tau = \left(\frac{\partial \tau}{\partial h} \right)_T dh \Rightarrow \frac{d\tau}{dh} = \left(\frac{\partial \tau}{\partial h} \right)_T$$

Agora posso substituir na expressão do módulo de Young

$$\left[Y = \frac{h}{A} \left(\frac{\partial \tau}{\partial h} \right)_T \right], \text{ ficando a expressão desta forma:}$$

$$Y = \frac{h}{A} \left(\frac{d\tau}{dh} \right) \rightarrow dh = d\tau \frac{h}{YA}$$

Sei que a expressão do trabalho é dado por $dW = \tau dh$
então apenas substituo a expressão acima na expressão do trabalho para o fio, teremos:

$$dW = \tau \frac{h}{YA} d\tau$$

Integrando da tensão inicial a final:

$$\int_i^f dW = \int_{\tau_i}^{\tau_f} \frac{h}{YA} \tau d\tau \Rightarrow W = \frac{h}{YA} \int_{\tau_i}^{\tau_f} \tau d\tau \dots$$

$$\Rightarrow W = \frac{h}{YA} \cdot \frac{1}{2} [\tau^2]_{\tau_i}^{\tau_f} \Rightarrow \boxed{W = \frac{h}{2YA} (\tau_f^2 - \tau_i^2)}$$

b) $h = 1m$
 $A = 0,001cm^2$
 $T = 20e = 2e$
 $\tau_i = 10N$
 $\tau_f = 100N$
 $Y = 1,23 \cdot 10^{11} N/m^2$

$$W = \frac{h}{2AY} (\tau_f^2 - \tau_i^2) \Rightarrow W = \frac{1}{2(0,001)(1,23 \cdot 10^{11})} (100^2 - 10^2) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{W = 0,4 J}$$

A forma de resolver o problema, apresentada pelo estudante E7, mostra a falta de habilidade e compreensão do sistema exposto, e isso foi confirmado quando indagado sobre que estratégias ele usou na resolução. O estudante afirmou não saber chegar à formulação para o trabalho realizado no sistema, no entanto lembrava-se de sua expressão demonstrada em um dos livros em que ele estava estudando. Dessa forma, “tentou salvar” a questão apostando na resolução do item (b), uma vez que era apenas de substituição direta.

Por outro lado, o estudante E5 apresenta uma forma mais estruturada de resolução, construindo a formulação do sistema, tentando ligar a Matemática com o que foi exposto na

descrição e com os conceitos envolvidos. Essa forma de resolver o problema foi explicada pelo estudante, durante a entrevista, deixando clara a sua necessidade de discussão e do entendimento das relações de significados para conseguir executar satisfatoriamente a tarefa. Para nós, pareceria indicar que ele vai além da operacionalidade, utilizando um raciocínio matemático na formalização do problema.

- b) Categorização em relação à visão dos estudantes sobre o papel da Matemática na aprendizagem de uma teoria física, adaptando a classificação proposta por Karam (2007).

- **Ferramenta:** a Matemática é utilizada como instrumento facilitador ao físico nos cálculos numéricos.

“A Matemática é um instrumento abstrato necessário para a comprovação dos conceitos físicos. A Matemática é uma ferramenta fundamental”. (E7)

“O cálculo inicialmente foi criado por Newton para resolver problemas físicos. Dessa forma, a Matemática é utilizada como objeto usado para facilitar a resolução dos problemas propostos.” (E8)

“ A Matemática é uma ferramenta que usamos para quantificar e calcular informações úteis para a Física”.(E20)

“A Matemática serve apenas para dar resultados concretos na resolução de problemas, é um instrumento que a Física usa para resolver problemas” (E21)

- **Tradução:** a Matemática é um tradutor do pensamento físico para o mundo, uma mera manifestação da Física, com a função de representá-la de forma entendível.

“A Matemática, na Física, desempenha o papel de uma linguagem que é utilizada para modelar e descrever os fenômenos físicos”. (E1)

“A Matemática é fundamental, mas não é tudo na Física, ela serve para traduzi-la em números” (E2)

“ A Matemática é como uma língua usada para expressar a Física”. (E18)

- **Estrutura:** a Matemática configura-se como estruturante do próprio pensamento físico:

“A Matemática tem uma função fundamental na Física, ela é a base estrutural, é como o esqueleto do nosso corpo” (E5).

“A Física e a Matemática caminham juntas, a Matemática é a base para os conceitos físicos, e muitas vezes ela surge da necessidade de explicação para conceitos físicos...”(E19)

“...apesar de ser muito diferente da Física, a Matemática é fundamental na construção de conceitos desta ciência...”(E15)

Por outro lado, categorizamos os estudantes segundo seu desempenho em sala de aula e suas respostas a algumas das perguntas da entrevista.

a) Categorização em relação à conceituação física.

- Aceitável (A) – Estudante que apresenta, no conjunto de suas respostas, um bom entendimento da conceituação física e dos conceitos físicos utilizados. Dessa forma, o consideramos com um entendimento aceitável quando comparados aos conceitos cientificamente aceitos.
- Regular (R) – Estudante que apresenta uma compreensão mediana da conceituação física, ou seja, ele compreende alguns conceitos, no entanto existem outros conceitos que ele não apresenta um entendimento satisfatório.
- Pobre (P) – Estudante que não compreende, e nem domina a conceituação física necessária no tema estudado.

b) Categorização em relação à compreensão matemática dos conceitos básicos para essa área do cálculo diferencial.

- Aceitável (A) – Estudante que compreende os conceitos básicos do cálculo diferencial.
- Regular (R) – Estudante que compreende alguns aspectos dos conceitos básicos do cálculo diferencial.
- Pobre (P) – Estudante que não compreende os conceitos básicos do cálculo diferencial, embora, em alguns casos, consiga aplicar técnicas.

c) Categorização quanto à compreensão do conceito de diferencial e sua aplicação adequada nos problemas.

- Aceitável (A) – Estudante compreende o conceito de diferencial e aplica adequadamente na resolução dos problemas.
- Regular (R) – O estudante apresenta uma média entre a compreensão do conceito de diferencial e sua aplicação na resolução dos problemas, podendo tanto um quanto outro aspecto, tornar-se evidente. No entanto, a média é que levamos em consideração.
- Pobre (P) – Estudante que não compreende o conceito de diferencial, nem domina sua aplicação.

d) Categorização quanto ao rendimento acadêmico no conteúdo.

Nessa categorização, expusemos o rendimento do estudante nas atividades avaliativas analisadas. Dividimos o rendimento em três faixas de desempenho: (I) Superior a 60% (entre 65% e 80%), (II) Entre 50% e 60% e (III) Inferior a 50% (Entre 45% e 30%).

Na Tabela 1, aparecem resumidas essas categorizações.

Nela, podemos observar que cinco estudantes (E4, E5, E6, E14, E15) possuem os conhecimentos matemáticos necessários para essa área de estudo e apresentaram ideias bastante claras quanto aos conceitos físicos, conseguindo fazer a ligação entre essas ideias e a formalização matemática. Esses estudantes, caracterizados na categoria **raciocínio matemático**, apresentaram também suas ideias atreladas à visão de uma relação estreita entre a Física e a Matemática em que a segunda assume um papel de **estrutura** para a primeira, embora não tenham muita clareza na percepção das relações entre as duas áreas de conhecimento. Esses estudantes estão entre os que apresentaram menores dificuldades na aprendizagem e melhor desempenho.

Em contraposição, os estudantes com menores rendimentos na área (E7, E8, E9, E10, E11, E20, E21 e E22) dominam, em alguns casos, as “técnicas” matemáticas, mas não possuem uma compreensão adequada dos conceitos físicos, nem da relação existente entre a Matemática e a construção desses. Sua característica principal na resolução de problemas é a **operacionalidade matemática**, isto é, usaram, como estratégia de resolução, a tentativa e erro, colocação das equações e, por tentativa, vêm a que melhor se adapta no processo de resolução. Esses alunos até conseguem resolver alguns problemas, mas, ao parecer, de forma aleatória. O interessante é que todos eles possuem uma visão da Matemática como **ferramenta** para o estudo da Física e parece não encontrarem uma relação estreita entre a

Física e a Matemática, tendo para eles esta segunda, uma função de instrumento em favor da primeira, o que ficou explícito nas respostas diretas durante a entrevista. É possível que a visão da Matemática como ferramenta, provavelmente construída durante o contato com a física em sua formação, e muitas vezes reforçada por professores e manuais didáticos, seja um elemento de obstrução da aprendizagem.

Seis estudantes —E1, E2, E3, E12, E18 e E19— tiveram um desempenho regular, dominam as técnicas matemáticas, mas, embora parecessem, na maioria – quatro estudantes – mostrar, durante a entrevista, uma forte ligação com a **conceituação**, entendendo-a como uma grande valorização da teoria, a compreensão dos conceitos físicos é regular. Deixa-se, em geral, em segundo plano, a matematização, o que parece se configurar também como dificuldade na aprendizagem. Por outro lado, os dois outros estudantes apresentaram fortemente a característica da operacionalidade matemática, apresentando também uma compreensão regular dos conceitos físicos. Quanto à visão da relação entre a Matemática e a Física, para três deles, a Matemática funciona como uma **tradução** dos fenômenos físicos. No entanto, embora atribuindo a ela essa função, ela difere da linguagem destacada anteriormente como a visão trazida por Galileu. Um considera que a função da Matemática é de uma **ferramenta** a serviço da Física, enquanto outro a considera como **estrutura** para a Física. Embora este estudante que considera a Matemática como estrutura, afirme ter essa visão parece que esta não contribui para uma atitude diferenciada durante as resoluções, uma vez que ele apresenta, como estratégia principal na resolução, a operacionalidade matemática, o que pode indicar a falta de coerência entre a visão epistemológica da relação entre a Matemática e a Física, e o como utilizá-la na prática de resolver problemas o que poderia ocasionar dificuldades na aprendizagem satisfatória de conceitos físicos.

Dois estudantes, E16 e E17, apresentam um comportamento, a partir das categorizações, diferenciado dos demais. Por esse motivo, optamos por tratar esses casos separadamente. Os dois estudantes tiveram um rendimento superior a 60%, e a característica mais marcante ao resolverem problemas é a **operacionalidade matemática**.

Tabela 5.1 – Resumo das categorizações relativas a cada fator investigado, por estudante.

Estudante	Conceitualização Física	Compreensão matemática dos conceitos básicos para esta área do cálculo diferencial	Compreensão física do conceito de diferencial e aplicação apropriada aos problemas	Característica mais marcante na resolução de problemas	Visão do papel das matemáticas na Física	Rendimento Acadêmico neste conteúdo
E1	R	S	S	C	Tradução	Entre 50% e 60%
E2	R	T	T	C	Tradução	Entre 50% e 60%
E3	R	S	T	C	Estrutura	Entre 50% e 60%
E4	A	S	S	RM	Estrutura	Superior ou igual a 60%
E5	A	S	S	RM	Estrutura	Superior ou igual a 60%
E6	R	S	S	RM	Estrutura	Superior ou igual a 60%
E7	R	T	T	OM	Ferramenta	Inferior a 50%
E8	P	T	T	OM	Ferramenta	Inferior a 50%
E9	P	T	T	OM	Ferramenta	Inferior a 50%
E10	P	T	T	OM	Ferramenta	Inferior a 50%
E11	P	T	T	OM	Ferramenta	Inferior a 50%
E12	R	T	T	OM	Ferramenta	Entre 50% e 60%
E13	A	S	T	C	Ferramenta	Superior ou igual a 60%
E14	R	S	S	RM	Estrutura	Superior ou igual a 60%
E15	A	S	S	RM	Estrutura	Superior ou igual a 60%
E16	R	S	T	OM	Estrutura	Superior ou igual a 60%
E17	R	T	S	OM	Ferramenta	Superior ou igual a 60%
E18	A	T	T	C	Tradução	Entre 50% e 60%
E19	R	T	T	OM	Estrutura	Entre 50% e 60%
E20	P	T	T	OM	Ferramenta	Inferior a 50%
E21	P	T	T	OM	Ferramenta	Inferior a 50%
E22	P	T	T	OM	Ferramenta	Inferior a 50%

Códigos utilizados na categorização: A – aceitável; R – regular; P – pobre; S – sim; T – usa apenas a habilidade técnica; C – conceitualização; RM – raciocínio matemático; OM – operacionalidade matemática.

Fonte: Elaborada pela autora.

Quanto à visão da relação entre a Matemática e a Física, um considera a Matemática como uma **ferramenta** a serviço da Física, enquanto outro a considera como **estrutura** para a Física. Faz-se necessário esclarecer que eles apresentaram um grande domínio de técnicas

matemáticas e tal habilidade domina e destaca-se em relação às outras, durante a resolução dos problemas, o que nos parece tê-los conduzido a um bom resultado.

Outra forma de observar as relações entre as variáveis é construindo uma tabela de contingência para as mesmas, a Tabela 5.2. Nela, apresentamos os coeficientes de contingência para aquelas variáveis para as quais existe associação em um nível de significação do 5 % (p menor que 0,05)²³.

Tabela 5.2: tabela de contingência para as variáveis em estudo.

	conceitua ção física	compreensão matemática dos conceitos básicos para esta área do cálculo diferencial	compreensão física do conceito de diferencial e aplicação apropriada nos problemas	característica mais marcante nas estratégias utilizadas na resolução de problemas	visão dos estudantes sobre o papel da matemática na aprendizagem de uma teoria física	rendimento acadêmico neste conteúdo
Conceituação física						
Compreensão matemática dos conceitos básicos para esta área do cálculo diferencial	0,463 $p=0,05$					
Compreensão física do conceito de diferencial e aplicação apropriada nos problemas	0,463 $p=0,05$	0,707 $p=0,000$				
Característica mais marcante nas estratégias utilizadas na resolução de problemas	0,603 $p=0,014$	0,547 $p=0,009$	0,547 $p=0,009$			
Visão dos estudantes sobre o papel da matemática na aprendizagem de uma teoria física	0,567 $p=0,034$	0,533 $p=0,0013$	0,533 $p=0,0013$	0,719 $p=0,000$		
Rendimento acadêmico neste conteúdo	0,567 $p=0,034$			0,690 $p=0,001$	0,657 $p=0,002$	

Fonte: Elaborada pela autora.

²³ As análises estatísticas apresentadas neste trabalho foram realizadas com o software SPSS, versão 18.

Observamos que a maioria das variáveis são dependentes, em diferentes níveis. Para visualizar melhor as relações existentes na tabela de contingência, usamos a análise de correspondências múltiplas, procedimento para expressar as relações entre variáveis categóricas em uma amostra de sujeitos. É uma técnica descritiva, uma vez que não há discussão sobre a significância estatística. Ela representa as relações entre as variáveis em um espaço abstrato de duas ou mais dimensões. No nosso caso, escolhemos duas dimensões, a primeira dando conta de 66,5% da variância entre os dados, e a segunda, de 41,4% (Tabela 5.3).

Na Figura 5.1, aparecem discriminadas as variáveis por dimensões. Podemos observar que as variáveis **conceituacão** (conceituacão física), **compmat** (compreensão matemática dos conceitos básicos para esta área do cálculo diferencial) e **comfis** (compreensão física do conceito de diferencial e aplicação apropriada nos problemas) são as que melhor caracterizam a primeira dimensão, têm coeficientes de contingências altos e são as que mais contribuem para explicar a variação dos dados.

As variáveis **resolpro** (característica mais marcante nas estratégias utilizadas na resolução de problemas) e **vismat** (visão dos estudantes sobre o papel da Matemática na aprendizagem de uma teoria física) estão muito relacionadas entre si, contribuindo na mesma medida para as duas dimensões. Vemos assim, de forma mais clara, a relação que parece existir entre a forma com que os estudantes resolvem os problemas e seu posicionamento epistemológico em relação ao papel da matemática na construção do conhecimento físico.

Por último, a segunda dimensão aparece mais claramente relacionada com a variável **rendacad** (rendimento acadêmico neste conteúdo). Como já indicado, para a segunda dimensão contribui também a variável **resolpro**, como era previsível, e a **vismat**, por sua associação com ela. Podemos observar também, que a **rendacad** parece ser independente das variáveis **comfis** y **compmat**, (o que também aparece na tabela de contingência). Isto pareceria indicar, para os estudantes e para o conteúdo em particular, que o domínio das técnicas matemáticas não é suficiente para conseguir resolver de forma eficiente os problemas propostos.

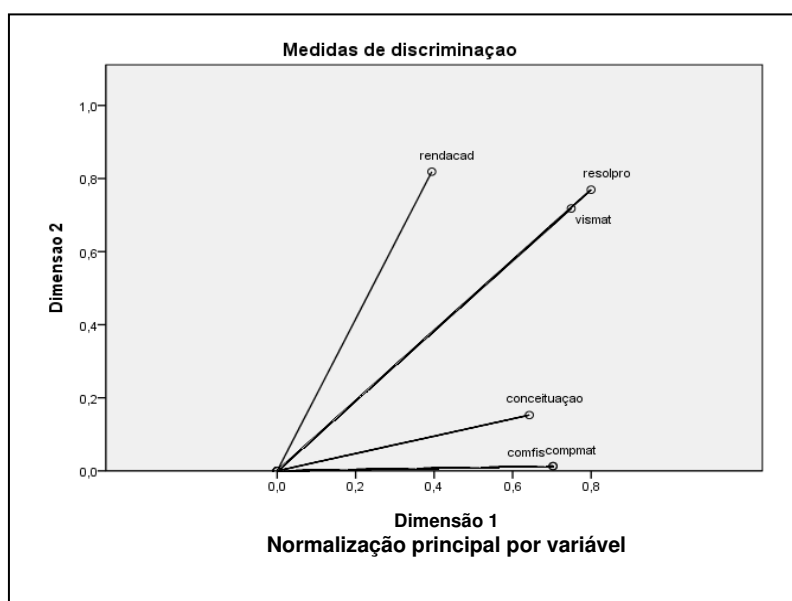
Tabela 5.3: Resumo do modelo.

Resumo do modelo				
Dimensão	Alfa de Cronbach	Variância explicada		
		Total (Autovalores)	Inércia	% da variância
1	,899	3,992	,665	66,526
2	,717	2,485	,414	41,415
Total		6,476	1,079	

a. O Alfa de Cronbach médio está baseado nos autovalores médios.

Fonte: Elaborada pela autora.

Figura 5.1 – Discriminação das variáveis por dimensão.



Fonte: Elaborada pela autora.

Como resumo desse estudo, podemos dizer que os conceitos apresentados pelos estudantes, de modo geral, não satisfazem plenamente a conceituação científica. As dificuldades expostas, que também emergiram da observação das atividades avaliativas e que foram confirmadas nas entrevistas, centraram-se não na compreensão dos problemas, mas sobretudo, em relação ao uso adequado das equações e modelos matemáticos e a relação desses com a situação física exposta no problema a ser resolvido, reafirmando a tese de

Karam e Pietrocola (2009b) de que as habilidades técnicas não são suficientes para saber resolver os problemas.

Portanto, nem o domínio das técnicas matemáticas nem a explicação “verbal” de definições e conceitos pareceram garantir, para a maioria dos estudantes uma aprendizagem efetiva das leis físicas, o que deveria se manifestar na atividade de avaliação por excelência no Ensino de Física que é a resolução de problemas. Olhando para os estudantes melhor sucedidos, percebemos que é importante a compreensão não apenas dos conceitos ou da Matemática isoladamente, mas sim da formalização matemática ligada à construção dos conceitos para que a aprendizagem ocorra de maneira mais efetiva.

Outro ponto emergente deste estudo é que parece existir uma forte relação entre a resolução de problemas com a visão dos estudantes sobre o papel da Matemática na construção do conhecimento físico. Embora essas visões ou a influência delas na aprendizagem de Física não se constitua em um tema muito discutido no ensino, aparentemente, elas podem influenciar na forma como os estudantes encaram a aprendizagem em Física e, especificamente, a atividade de resolver problemas.

5.3. Estudo 2: Identificando Teoremas-em-ação em Resolução de Problemas “lápiz e papel”²⁴.

Na busca do entendimento de como estudantes compreendem os conceitos físicos, mais especificamente, os conceitos de Termodinâmica, e como percebem e utilizam a Matemática na construção dessa compreensão, tendo como base as teorias que fundamentam o estudo, entendemos que o conhecimento do pensamento do estudante durante a resolução de uma situação-problema nos deixe mais próximos do conhecimento interno que permeia o processo. A identificação de teoremas-em-ação (elementos dos esquemas de assimilação internalizados), durante a atividade de resolução de problemas, pode consistir em um passo importante para se alcançar tal entendimento.

O segundo estudo, no qual identificamos e discutimos teoremas-em-ação de estudantes relativos a conceitos e a estratégias de resolução de problemas, se apoia, portanto, na ideia de que a compreensão de um conceito pode ser percebida durante a atividade de resolução de

²⁴ Estudo base para o trabalho:

ATAÍDE, A. R. P. e GRECA, I. M., **Teoremas em Ação relativos ao conceito de Calor em Resoluções de Problemas**, Simpósio Internacional de Enseñanza de las Ciencias. Julho, 2012.

problema e que, nesta deve-se ter uma conexão entre as representações simbólica e conceitual, bem como com as estratégias de resolução (formas de resolução).

5.3.1. Análise do Material

Lembramos que, para categorizar os estudantes, de modo geral, através dos teoremas-em-ação, primeiramente identificamos os possíveis modelos de trabalho inferidos da análise da documentação escrita (gráficos, figuras, equações matemáticas) e dos protocolos verbais expostos pelos estudantes. Da análise desses modelos, e de suas mudanças e permanências na resolução dos diferentes problemas, inferimos acerca das proposições que norteariam a construção e utilização dos modelos mentais. Essas proposições são os teoremas-em-ação relativos aos conceitos físicos e ao processo de resolução dos problemas, como explicitamos anteriormente.

Iniciaremos a exposição com os teoremas-em-ação referentes aos conceitos físicos.

5.3.2. Teoremas-em-ação Referentes aos Conceitos Físicos

Como o foco de nosso estudo é a Termodinâmica e mais especificamente o Primeiro Princípio, definimos como conceitos base de nossa análise os diretamente ligados na formulação desse princípio, quais sejam: Calor, Trabalho e Variação da Energia Interna.

Teoremas-em-ação referentes ao conceito de Calor

O conceito de calor, embora bastante discutido desde os níveis mais básicos de formação em ciência, consiste em um dos conceitos físicos mais influenciado por seu uso cotidiano (Zemansky, 1970). Ou seja, a familiaridade do termo, utilizado corriqueiramente, muitas vezes, se constitui em um elemento que dificulta a compreensão satisfatória do conceito, mesmo por estudantes com um nível mais avançado de formação.

De modo geral, foram observados cinco teoremas-em-ação relativos ao conceito de calor.

Calor é:

- O que provoca variação de temperatura;
- Fluxo que faz variar a temperatura;

- Energia que varia a temperatura;
- Transferência de temperatura entre as moléculas,
- Fluxo gerado por uma diferença de temperatura.

Quantitativamente, podemos especificar no universo dos oito estudantes, objeto de estudo, que um estudante entende calor como o que provoca uma variação de temperatura, três como um fluxo que faz variar a temperatura; um o entende como uma energia que varia a temperatura; um como uma transferência de temperatura entre moléculas; e dois como um fluxo gerado por uma diferença de temperatura. Pode-se perceber que, embora estejamos tratando com estudantes de final de curso, estes apresentam, na maioria, teoremas-em-ação relativos ao conceito de calor incompletos ou muito distantes de teoremas científicos. Passaremos agora a analisar cada um desses teoremas-em-ação, destacando trechos de comentários feitos pelos estudantes durante a resolução de cada um dos problemas propostos.

Teorema-em-ação 1 – Calor provoca variação de temperatura.

O teorema-em-ação, **calor provoca variação de temperatura** foi apresentado pelo estudante E13, como podemos perceber através do que foi verbalizado por ele enquanto resolvia os problemas propostos.

Problema 1:

*“O calor que a esfera recebe **provoca a variação da temperatura** e o aumento nas dimensões da esfera” (E13).*

Problema 2:

“O gelo está derretendo, para isso tem que haver calor..., assim $-Q = W \Rightarrow w = W = -mc\Delta T$ ”.(E13).

Neste momento, por o estudante permanecer em um impasse, pois, segundo ele, o problema não fornecia elementos suficientes que conduzissem à solução, fizemos uma intervenção.

Pesquisador: Durante a fusão, a temperatura varia?

*“Sim pois o **calor provoca a variação de temperatura**”.*

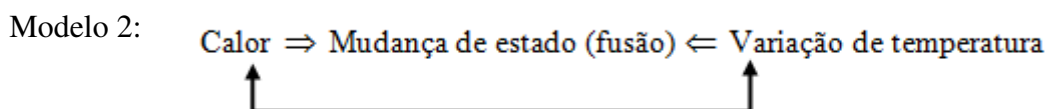
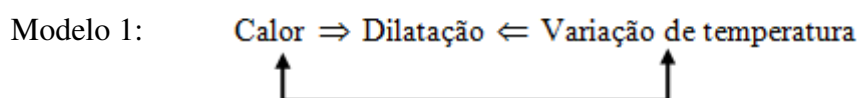
Problema 3:

O ocorrido no problema 2 também é observado no problema 3, que trata de uma condensação.

Na resolução do problema 1, o estudante utilizou um modelo de trabalho que relaciona diretamente o calor recebido com a variação de temperatura e, por conseguinte, com a dilatação sofrida pela esfera.

Durante a resolução dos problemas 2 e 3, ele modifica, sutilmente, o modelo de trabalho e passa a relacionar o calor com a mudança de estado sofrida durante o processo. No entanto, a idéia de variação de temperatura gerada por calor permanece como uma relação direta, configurando-se como um elemento que dificulta o sucesso do estudante ao resolver este problema.

Os modelos descritos podem ser representados esquematicamente da seguinte forma:



Percebemos que o estudante, embora pareça modificar seu modelo mental (de trabalho), uma vez que este é instável, perante novas solicitações em situações diferentes, o teorema-em-ação, “calor provoca variação de temperatura”, permanece inalterado, consistindo assim em um elemento mais estável em seu esquema, e que, embora no primeiro problema ele possa conduzir a um resultado satisfatório, impede um avanço na resolução dos demais problemas.

Teorema-em-ação 2 – Fluxo que faz variar a temperatura.

O teorema-em-ação **calor é um fluxo que faz variar a temperatura** foi apresentado pelos estudantes E15, E16 e E22, a partir dos comentários expostos por eles percebemos tal teorema-em-ação.

Problema 1:

“O calor é um **fluxo** e está relacionado com a dilatação volumétrica da esfera, pois este provoca a **variação de sua temperatura**” (E15).

“O calor é um **fluxo** e como ele está sendo recebido faz **variar a temperatura** da esfera por isso ela se dilata” (E16).

“O papel do calor é **eleva a temperatura** do corpo, ele é um **fluxo** que é fornecido ao corpo” (E22).

Problema 2:

“O calor é obtido pela realização de trabalho, o qual se transforma em calor e o gelo derrete pois ocorre a fusão” (E15).

“O calor é um **fluxo**, está em trânsito e faz **variar a temperatura**, mas aqui ocorre fusão então a temperatura é constante, ...não sei mais...” (E16).

“O calor é igual ao trabalho e esse calor **flui** e é usado para fundir o gelo, ou seja **variando sua temperatura**” (E22).

Problema 3:

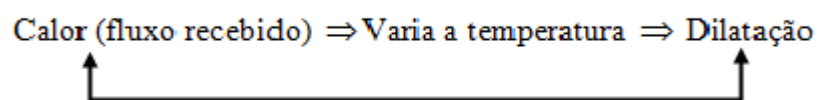
“Como a temperatura é constante, para ocorrer a condensação o calor deve **fluir** para fora do sistema e **variar a temperatura externa**, neste caso está ligado ao trabalho” (E15).

“O calor é um **fluxo** que vai sair e com isso a **temperatura muda**, com isso ocorre à condensação” (E16).

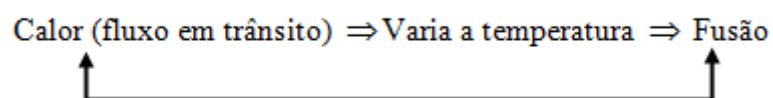
“O calor **penetra no sistema** e vai **variando a temperatura** até chegar a condensação” (E22).

Ao que diz respeito aos modelos mentais utilizados nas resoluções, tomamos, como exemplo, as resoluções realizadas pelo estudante E16. Percebemos que, para ele, o calor, enquanto fluxo, é responsável por gerar um efeito diferente em cada um dos sistemas, ou seja, o estudante modifica seu modelo mental de acordo com a solicitação do problema. Podemos entender esses modelos a partir dos esquemas que seguem.

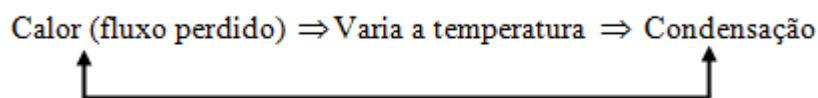
Modelo 1:



Modelo 2:



Modelo 3:



Embora os modelos modifiquem, a idéia de calor como fluxo que varia a temperatura permeia essas modificações. Neste caso, o teorema-em-ação contribui em parte na compreensão do conceito de calor, no sentido de sua natureza, no entanto dificulta a compreensão por associar esse fluxo a um efeito direto de variação de temperatura.

Com esses estudantes, percebemos um teorema-em-ação mais refinado que conduz, além da ideia de variação de temperatura, a uma representação de fluxo, sendo mais abrangente que o anterior, mas não dá conta de resolver os três problemas. Mais uma vez a modificação dos modelos mentais existe de acordo com o que é solicitado no problema, porém a ideia mais estável (teorema em ação) persiste, o que podemos ver claramente nos problemas que envolvem mudança de estado. Assim, embora o estudante parecesse entender que, nesses, a temperatura permaneceria constante, ele ainda remetia ao calor a função de provocar variação de temperatura.

Teorema-em-ação 3 – Energia que varia a temperatura.

O teorema-em-ação “calor é energia que varia a temperatura” foi apresentado pelo estudante E17 e identificado através do que foi verbalizado por ele enquanto resolvia os problemas propostos.

Problema 1:

*“A esfera sofre dilatação quando sua **temperatura aumenta** e o responsável por isso é a **energia** que ela recebe que neste caso é o calor” (E17).*

Problema 2:

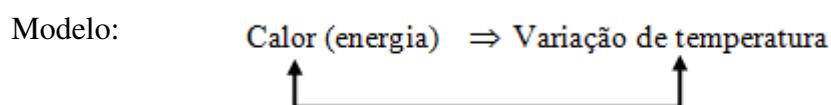
*“... trabalho e calor não têm a mesma natureza,..., mas o trabalho realizado é igual à variação de energia, então o **calor é energia** e vai provocar a **variação da temperatura**” (E17).*

Problema 3:

*“O calor como **energia** vai passar do sistema para o exterior, provocando a condensação” (E17).*

O estudante apresentou modelos mentais semelhantes aos expostos no item anterior. O que os diferenciam é a ideia de calor como energia desatrelada da representação de fluxo que a direcione.

Na observação da resolução dos problemas, evidencia-se a existência de um modelo mental bastante estável, uma vez que o modelo do calor como energia provocando uma variação de temperatura apresenta-se sem modificações nas três situações de resolução observadas. Podemos representá-lo esquematicamente como:



A estabilidade do modelo de trabalho pode implicar em um teorema-em-ação muito estável no esquema cognitivo do estudante.

Teorema-em-ação 4 – Transferência de temperatura entre as moléculas.

O teorema-em-ação **calor é uma transferência de temperatura entre as moléculas que compõem um sistema** é apresentado pelo estudante E20, como podemos observar através de seus comentários:

Problema 1:

*“Como o calor é a **temperatura transferida entre as moléculas** ele provoca a dilatação” (E20).*

Problema 2:

*“Para ele aquecer e derreter é preciso aumentar a **temperatura transferindo entre as moléculas** que formam o gelo e com isso se tem calor” (E20).*

Problema 3:

*“Sei apenas que o calor vai variar a **temperatura** através de uma **transferência entre as moléculas** isso vai provocar a condensação” (E20).*

O estudante E20 apresenta grande deficiência conceitual, evidente no próprio teorema-em-ação utilizado por ele. O teorema é muito estável, pois, mesmo depois de passar por vários momentos de contato com as definições cientificamente aceitas, tais como discussões nas aulas de Termodinâmica, contato com textos didáticos sobre o tema entre outros, ele

permanece fortemente enraizado em seu esquema. Aparentemente, os modelos mentais que ele utilizou na resolução dos diferentes problemas sofreram poucas alterações. Por exemplo, ele utiliza, de modo geral, em todos os problemas, o modelo de trabalho no qual o calor leva a uma variação de temperatura, a qual provoca um efeito, seja esse uma dilatação (problema 1), ou a mudança de estado (problemas 2 e 3). Esse calor é proveniente da transferência de temperatura entre as moléculas que compõem o sistema, ou seja:

Transferência de temperatura $\Rightarrow$ Calor $\Rightarrow$ Varia a temperatura $\Rightarrow$ provocando efeitos $\left\{ \begin{array}{l} \text{Dilatação} \\ \text{Mudança de estado} \end{array} \right.$

Esse fato nos deixa a impressão de uma deficiência do estudante em formular modelos que se adaptem e sejam úteis na excursão de tarefas diferentes, o que talvez seja mais uma consequência da dificuldade conceitual por ele apresentada.

Teorema-em-ação 5 – Fluxo gerado por uma diferença de temperatura.

O teorema-em-ação **calor é um fluxo gerado por uma diferença de temperatura** é apresentado por dois estudantes E18 e E19:

Problema 1:

*“Para ocorrer dilatação, a temperatura tem que variar e esta variação é provocada pelo calor, que é um **fluxo gerado por uma diferença de temperatura**” (E18)*

*“O acréscimo de temperatura é devido ao calor recebido que foi **gerado pela diferença de temperatura** entre a esfera e a fonte de energia térmica”(E19).*

Problema 2:

*“O calor transferido **devido à diferença de temperatura** entre o gás e o exterior é o utilizado para a fusão” (E18).*

*“O calor sai do cilindro para o gelo **devido à diferença de temperatura** e aí ocorre a fusão”(E19).*

Problema 3:

*“O calor que sai do cilindro é o mesmo que o vapor perde pela **diferença de temperatura**, por isso ele condensa” (E18).*

“O vapor perde calor e com isso o vapor condensa isso tudo é devido ao calor sair do cilindro porque a temperatura dentro é maior que fora” (E19).

Os estudantes apresentaram teoremas-em-ação refinados e detalhados, o que pode indicar maior vivência de situações favoráveis ao desenvolvimento. Apresentam modelos mentais que vão se adaptando às situações propostas e os alteram facilmente. Tomemos, como exemplo, o caso do estudante E19 nas três resoluções. Ele utilizou, no problema 1, o modelo cuja dilatação ocorre devido à variação de temperatura ocasionada pelo calor recebido, que foi gerado pela diferença de temperatura entre a esfera e a fonte de energia térmica. Esquemáticamente, temos:

Modelo1:

Dilatação $\Leftarrow$ Variação de temperatura $\Leftarrow$ Calor $\Leftarrow$ Diferença de temperatura esfera/fonte térmica

Nos problemas 2 e 3, esse modelo já não satisfaz, pois a temperatura, durante a mudança de estado, permanece constante. Assim, o estudante utilizou um novo modelo:

Modelo 2:

Mudança de estado (fusão – T cte) $\Leftarrow$ Calor (saindo) $\Leftarrow$ Diferença de temperatura sistema/meio

Mesmo ocorrendo alteração no modelo mental de um problema para outro, o teorema-em-ação por ele evidenciado permanece norteando a busca pela resolução dos problemas.

Esses estudantes foram os que apresentaram um teorema-em-ação mais aproximado do que entendemos como cientificamente aceito.

Teoremas-em-ação referentes ao conceito de Trabalho

O conceito de trabalho parece se apresentar, para os estudantes, fortemente ligado à expressão matemática que o formaliza, o que pode limitá-los quando trabalham com esse conceito em situações nas quais ele precisa ser ampliado.

De modo geral, foram observados três teoremas-em-ação relativos ao conceito de trabalho.

Trabalho:

- É o resultado da ação de uma força provocando um deslocamento;
- Provoca variação de energia;
- Comporta-se como um fluxo de energia tal como calor.

Quantitativamente, três estudantes entendem o trabalho como o responsável pela variação de energia de um sistema e seis o entendem como o resultado da ação de uma força provocando um deslocamento. Na quantificação acima, percebemos que a adição do número de estudantes excede o número total (oito estudante), fato justificado pela existência de um estudante que explicita os dois teoremas e ainda o terceiro, ou seja, trabalho é um fluxo tal como o calor. Dessa forma, este estudante foi computado como pertencente às três contagens.

Analisaremos cada um dos teoremas-em-ação destacando trechos de comentários obtidos durante a resolução de cada um dos problemas propostos.

Teorema-em-ação 1 – Trabalho é o resultado da ação de uma força provocando um deslocamento

O teorema-em-ação **trabalho é o resultado da ação de uma força provocando um deslocamento** foi apresentado pelos estudantes E13, E16, E18, E20 e E22. Apresentamos, na sequência, alguns trechos de falas durante a resolução que pareceriam indicar sua presença.

Problema 1:

“O trabalho é o resultado da ação de uma força que provoca um deslocamento, mas não sei associar isso com o calor... onde está a força” (E13).

“Ele (o trabalho) é resultado do deslocamento provocado pela força (peso) que é contrária ao deslocamento do centro de massa” (E16).

“O trabalho realizado é devido à dilatação que provoca o deslocamento do centro de massa”(E18).

“Para ter trabalho tem que ter força e deslocamento, mas a esfera está em repouso”(E20).

“O trabalho é a força peso que realiza, quando desloca o êmbolo”(E22).

Problema 2:

“tenho duas formas de resolver esse problema, ou pela equação $W = F \cdot d$ ou por $\Delta U = q - W$... A **força** é o peso do êmbolo, mas não sei de quanto foi o **deslocamento**...” (E13).

“O trabalho é realizado pela **força peso** e provoca o **deslocamento** do êmbolo”(E16).

“O trabalho realizado sobre o sistema é devido ao **deslocamento** sofrido pelo êmbolo”(E18).

“O trabalho é devido ao **deslocamento** do êmbolo e a **força** é o peso”(E20).

“O trabalho do **deslocamento** do êmbolo é igual ao calor”(E22)

Problema 3:

“O trabalho é $W = F \cdot d$, a **força** é o peso, mas não sei de quanto é o **deslocamento** ele dá a velocidade, mas não dá o tempo...” (E13).

“...bem, o trabalho é o resultado da ação de uma **força** quando esta provoca um **deslocamento**, então $W = F \cdot d$ como $F = P/A$ então em termodinâmica a **força** é a pressão e o deslocamento é a variação do volume” (E16).

“O trabalho é o resultado da descida do êmbolo, **deslocamento** que faz variar o volume do vapor no cilindro” (E18).

“O **peso** faz o êmbolo **descer** com essa velocidade e com isso se tem trabalho realizado”(E20).

“..calculo o trabalho pelo **deslocamento**, que é a descida do êmbolo” (E22).

Esse teorema-em-ação apresenta-se muito forte para os estudantes que tiveram suas ideias explicitadas acima. Parecia ser reforçado por sua relação com a formulação matemática, aparentemente tornando-o mais estável e, assim, mais resistente a reformulações.

Quanto aos modelos mentais, tomemos, como exemplo, o estudante E16, embora sejam observados nos demais estudantes classificados nesse item. Nas resoluções dos três problemas, o estudante apresenta um modelo mental que trata, de modo geral, o trabalho como o resultado de um deslocamento provocado por uma força. No problema 3, ele adapta sutilmente esse modelo quando associa força à pressão, e variação de volume ao deslocamento.

Modelo 1:

Força provocando deslocamento $\Rightarrow$ Trabalho

Modelo 2:

$$\text{Força provocando deslocamento} \left\{ \begin{array}{l} \text{Força} = \text{Pressão sob uma área} \\ \text{Deslocamento} = \text{Variação de volume} \end{array} \Rightarrow \text{Trabalho} \right.$$

As poucas alterações apresentadas pelos modelos de trabalho podem indicar que, por o conceito estar atrelado a uma fórmula matemática, os estudantes economizam esforços na busca de modelos de trabalho adequados para as resoluções.

Teorema-em-ação 2 – Trabalho provoca variação de energia

Os estudantes E17 e E19 apresentaram o teorema-em-ação **trabalho provoca variação de energia**, o qual evidenciaremos a partir dos comentários expostos pelos estudantes.

Problema 1:

*“A **energia** potencial depende da posição dos átomos, logo vai variar na dilatação e com isso **vai existir trabalho**” (E17).*

*“Observando o movimento do centro de massa vemos que ele aumenta sua **energia** potencial e o **trabalho realizado é igual à variação da energia potencial** ”(E19).*

Problema 2:

*“... **trabalho** e calor não têm a mesma natureza...,mas o **trabalho realizado é igual à variação da energia..**” (E17).*

*“Como o êmbolo se move, a **energia** potencial varia e com isso existe um **trabalho** sendo realizado” (E19).*

Problema 3:

*“O peso do êmbolo está realizando **trabalho** e isso varia a **energia** do sistema” (E17).*

*“O **trabalho** é realizado sobre o sistema pela variação da energia potencial do êmbolo durante a descida” (E19).*

Tomaremos, como exemplo, os modelos mentais apresentados pelo estudante E19. No problema 1, ele utilizou um modelo de trabalho no qual relaciona a modificação da posição do centro de massa (CM) da esfera, e logo sua energia potencial, com a variação que esta vai

sofrer após a dilatação, e essa mudança de posição vai levar à realização de trabalho durante a dilatação.

Modelo 1:

Dilatação $\Rightarrow$ Mudança da posição do CM $\Rightarrow$ Varia Energia potencial $\Rightarrow$ Trabalho

Nos problemas 2 e 3, o movimento do êmbolo, ou seja, a variação de posição sofrida por ele, faz variar sua energia potencial e, com isso, o trabalho é realizado.

Modelo 2:

Movimento do embolo/Mudança de posição $\Rightarrow$ Varia Energia potencial $\Rightarrow$ Trabalho

Dessa forma, verificamos que o modelo sofre modificações dependendo da situação apresentada. No entanto, mais uma vez, destacamos a estabilidade do teorema-em-ação frente aos modelos de trabalho. Percebemos que acontece a modificação destes de um problema para o outro, contudo a idéia de trabalho provocar a variação de energia permanece inalterada, influenciando nos caminhos a serem escolhidos na condução da resolução.

Teorema-em-ação 3 – Trabalho comporta-se como um fluxo de energia tal como calor

O estudante E15 apresenta o teorema-em-ação **trabalho comporta-se como um fluxo de energia tal como calor** acrescido dos outros dois descritos anteriormente, ou seja, trabalho como resultado da ação de uma força provocando um deslocamento e trabalho provocando variação de energia. O teorema se apresenta como o mais elaborado, uma vez que na realidade, engloba os dois expostos anteriormente. Destacaremos este teorema-em-ação a partir dos comentários expostos pelo estudante.

Problema 1:

*“O **trabalho** está ligado à variação do volume da esfera, ou seja, com o **deslocamento** do centro de massa e ele é contrario ao sentido da **força peso**, ele está ligado a um **fluxo de energia** ” (E15).*

Problema 2:

*“O **trabalho** realizado serviu para fundir o gelo, então ele se transforma em calor e comporta-se como um **fluxo** da mesma forma que ele” (E15).*

Problema 3:

*“O **trabalho** é um **fluxo** e varia a **energia** cinética, mas neste caso a velocidade é constante, então não sei como relacionar trabalho com velocidade constante ...” (E15).*

Os modelos mentais utilizados pelo estudante relacionam-se entre si, no entanto podemos verificar que são modificados de um problema para outro. No problema 1, trabalho está ligado a um fluxo de energia e uma variação de volume, a qual provoca um deslocamento, a qual provoca um deslocamento, isso pela ação de uma força.

Modelo 1:

Trabalho (fluxo de energia) $\Rightarrow$ Variação de volume $\Rightarrow$ Deslocamento $\Leftarrow$ Força

Ao resolver o problema 2, ele utilizou o modelo mental no qual trabalho é “transformado” em calor e, com isso, serve para fundir o gelo. Nesse modelo, trabalho e calor comportam-se como fluxo.

Modelo 2:

Trabalho $\Rightarrow$ Fluxo $\Rightarrow$ Calor

```

graph LR
    Trabalho --> Fluxo
    Fluxo --> Calor
    Calor --> Trabalho
  
```

O modelo mental utilizado no problema 3 associa trabalho com um fluxo de energia e este provoca a variação de energia cinética do gás que compõe o sistema. O estudante não consegue a solução desejada para o problema e também não consegue modificar ou construir outro modelo que o conduzisse a esta solução.

Percebemos, nesses modelos mentais, embora com erros conceituais, o aporte do teorema-em-ação e este se configura mais elaborado, pois, embora apresentando grande estabilidade no esquema do estudante, permite maior flexibilidade de aplicação, como podemos perceber nas falas descritas acima.

Teoremas-em-ação referentes ao conceito de Energia Interna

O conceito de energia interna constitui-se no mais abstrato dos três tratados aqui. Dessa forma, os teoremas-em-ação identificados são mais diversos e pouco claros em relação aos demais apresentados.

Foram observados cinco teoremas-em-ação relativos ao conceito de energia interna.

Energia Interna:

- Indica o estado (posição e agregação) dos átomos;
- É determinada por uma variação de temperatura;
- Indica a mudança de comportamento dos átomos;
- É determinada pelo tipo de ligação entre os átomos;
- É modificada com o calor.

Seis estudantes (E13, E15, E16, E17, E18 e E22) entendem a energia interna como uma grandeza física que indica o estado de agregação e posicionamento dos átomos. Dentre eles, quatro (E13, E15, E18 e E22) refinam esse entendimento com outros três teoremas: a energia interna é determinada pelo tipo de ligação entre os átomos, a energia interna indica uma variação de temperatura e a energia interna é modificada com o calor. Um estudante entende esse conceito como o indicativo de uma mudança de comportamento dos átomos, outro o entende como determinado por uma variação de temperatura. Verificaremos cada um destes teoremas-em-ação através de trechos de comentários obtidos durante a resolução de cada um dos problemas propostos

Teorema-em-ação 1 – A energia Interna indica o estado (posição e agregação) dos átomos

O teorema-em-ação **energia interna indica o estado (posição e agregação) dos átomos** foi apresentado pelos estudantes E13, E15, E16, E17, E18 e E22. A partir dos comentários expostos por eles, percebemos tal teorema em ação.

Problema 1:

*“Como a energia interna está associada ao **estado dos átomos**, quando a esfera se dilata, os átomos mudam de posição e a energia interna se modifica...” (E13).*

*“Como a energia interna tem a ver com a **posição**, então ela está ligada à energia potencial ”(E15).*

*“Como a esfera vai dilatar, os átomos vão ocupar **novas posições**, modificando seu estado inicial e variando sua energia interna ”(E16).*

“... com a dilatação a **agregação** dos átomos muda, já que ocorre um afastamento entre eles, assim a energia interna varia.” (E17).

“A energia interna varia porque com a dilatação o **estado dos átomos** é modificado e que neste caso é indicado pela **posição** de cada um deles” (E18).

“... a energia interna diz respeito ao arranjo dos átomos, ao **seu estado**” (E22).

Problema 2:

“Como o processo é cíclico, sai e retorna para o mesmo ponto, o **estado** dos átomos no início e no final é o mesmo, assim a energia interna não varia.” (E13).

“ A variação da energia interna é zero, pois o processo é cíclico, daí retorna ao ponto inicial, não modificando o **estado** dos átomos ”(E15).

“Como ocorre mudança de estado, fusão, a energia interna vai variar, pois os átomos têm seu **estado** modificado”(E16).

“ A mudança de **estado** provoca uma mudança na **agregação** dos átomos e isso provoca a variação da energia interna.” (E17).

“O processo é cíclico, a energia interna não varia, comparando o início e o final os átomos estão no mesmo **estado**.” (E18).

“ Como é um ciclo os átomos no final têm a mesma **disposição inicial**, e logo a energia interna não varia” (E22).

Problema 3:

“A energia interna vai mudar porque o vapor se condensa e os átomos vão modificar seu **estado**.” (E13).

“A energia interna varia porque os átomos terão seus **estados iniciais** alterados já que vai ocorrer uma condensação”(E15).

“A variação de energia interna ocorre por conta da condensação e do trabalho realizado, pois estes modificam o **estado** dos átomos. “(E16).

“A mudança de estado provoca uma mudança na **agregação** dos átomos e isso provoca a variação da energia interna.” (E17).

“A energia interna varia porque ocorre mudança de **estado**, os átomos depois do processo estão em estados diferentes dos iniciais” (E18).

“A energia interna vai se modificar, pois quando o vapor se condensar os átomos terão um **novo arranjo**” (E22).

Os modelos mentais apresentados pelos estudantes são semelhantes, por esse motivo, tomaremos, como exemplo, o estudante E22. Ao resolver os problemas, utilizou um modelo de trabalho no qual a energia interna é determinada pela posição dos átomos (o que ele denominou de estado), e esta se modifica com a dilatação, pois a posição dos átomos muda nesse processo (problema 1), ou, no caso dos problemas 2 e 3, a energia interna se modifica pela alteração da posição (arranjo) dos átomos (denominado anteriormente pelo estudante de estado). Assim, a variação de energia interna é provocada pela mudança de estado da matéria, uma vez que, nos sistemas abordados nesses problemas, ocorrem fusão e condensação.

Modelo:

Energia interna $\Leftrightarrow$ **Posição dos átomos**

Como destacamos anteriormente, o conceito de energia interna é bem abstrato para os estudantes, e um indicativo desse nível de abstração é dado pelos possíveis teoremas identificados, nos quais o conceito de estado serve para explicar todas as modificações e influências que o sistema sofre. No entanto, para a maior parte deles (quatro estudantes), este não se apresenta de forma simplificada e sim mais elaborada, com a junção de outros teoremas, os quais exporemos mais adiante.

Teorema-em-ação 2 – Energia Interna é determinada por uma variação de temperatura

O teorema-em-ação **energia interna é determinada por uma variação de temperatura** foi apresentado pelo estudante E19. Vejamos os comentários expostos pelo estudante que levaram a sua identificação.

Problema 1:

*“A variação da energia interna acontece pelo **acréscimo da temperatura**.”* (E19).

Problema 2:

*“ A variação da energia interna é nula no processo cíclico, isso indica que o sistema volta para o estado inicial, ou seja, com a mesma **temperatura**.”* (E19).

Problema 3:

*“ A energia interna varia já que o sistema perde calor e isso faz com que a **temperatura varie**.”* (E19).

O modelo mental utilizado pelo estudante na resolução dos problemas relaciona diretamente o acréscimo na temperatura com a variação da energia interna, assim temos um modelo do tipo:

Modelo: **Variação da energia interna $\Rightarrow$ Variação de temperatura**

Embora os problemas sejam diferentes, o modelo de trabalho não se modifica, mesmo quando a operacionalidade da situação não é plenamente satisfeita pelo modelo, como é o caso do problema 3.

O estudante E18 apresenta o teorema-em-ação 2 como adicional ao 1, o que identificamos através do comentário exposto durante a resolução do problema 1.

Problema 1:

*“A energia interna varia porque com a dilatação o estado dos átomos é modificado e que neste caso é indicado pela posição de cada um deles e esta energia interna varia porque a esfera varia a sua **temperatura**” (E18).*

Teorema-em-ação 3 – Energia Interna indica a mudança de comportamento dos átomos

O teorema-em-ação **energia interna indica a mudança de comportamento dos átomos** foi apresentado pelo estudante E20. Vejamos os comentários expostos por ele que permitiram a identificação deste teorema-em-ação.

Problema 1:

*“A variação da energia interna é devida às mudanças no **comportamento** dos átomos que vão ficar mais afastados e com isso seus comportamentos mudam.” (E20).*

Problema 2:

*“... sei que a variação da energia interna é zero, processo cíclico mas por outro lado o **comportamento** dos átomos vai mudar, já que vai ocorrer uma fusão” (E20).*

Problema 3:

*“ A energia interna varia, pois vai haver condensação, mudando o **comportamento** dos átomos depois da mudança de estado.” (E20).*

Percebemos, com esse caso, que mais uma vez ocorre uma obscuridade atrelada ao termo comportamento dos átomos, ora ele pode significar posição, depois temperatura, ou ainda variações de energia cinética e potencial. Embora exista falta de clareza nos termos utilizados, percebemos um teorema em ação bem estável e que se repete em todas as situações propostas.

Um ponto importante é observado na fala do estudante E20, o aparecimento claro de um obstáculo epistemológico quanto este afirma “saber” que é zero, no entanto não encontra explicações para o fato, já que esta “verdade imposta” contraria seu modelo mental.

Os dois teoremas-em-ação que descreveremos a seguir apresentam-se integrados a outro teorema (1) e os consideramos como refinamentos em relação ao teorema inicial.

Teorema-em-ação 4 – Energia Interna é determinada pelo tipo de ligação entre os átomos

O teorema-em-ação **energia interna é determinada pelo tipo de ligação entre os átomos** foi apresentado, adicionalmente ao teorema 1, pelo estudante E15. Os comentários do estudante, durante a resolução dos problemas 1 e 2, determinaram a sua identificação.

Problema 2:

*“ A variação da energia interna é zero, pois o processo é cíclico, daí retorna ao ponto inicial, não modificando o estado dos átomos, ou seja, **as ligações** destes átomos permanecem com as mesmas característica, não mudam.. ”(E15).*

Problema 3:

*“A energia interna varia porque os átomos terão seus estados iniciais alterados já que vai ocorrer uma condensação ... **o tipo de ligação** entre os átomos são alteradas”(E15).*

O estudante apresentou um modelo mental, utilizado nos problemas 2 e 3, no qual a variação da energia interna está ligada ao “estado dos átomos” e este é determinado pelas características ou tipos de ligações existentes entre os átomos.

Teorema-em-ação 5 – Energia Interna é modificada com o calor

O teorema-em-ação **energia interna é modificada com o calor** foi apresentado adicionalmente ao teorema 1, pelos estudantes E13 e E22, cujos comentários, durante a resolução do primeiro problema, determinaram a sua identificação.

Problema 1:

“Como a energia interna está associada ao estado dos átomos, quando a esfera se dilata, os átomos mudam de posição e a energia interna se modifica... em termodinâmica como $\Delta U = Q - W$, a energia interna é modificada pelo calor...” (E13).

*“... a energia interna diz respeito ao arranjo dos átomos, ao seu estado e eles mudam quando recebem ou perdem **calor**” (E22).*

Esses estudantes apresentam um teorema-em-ação com ramificações, que, embora seja claro em suas exposições verbais, durante a resolução do problema, é menos estável que o teorema-em-ação 1, uma vez que este só é evidenciado durante a resolução de apenas um problema, diferentemente do teorema-em-ação 1 que se repete em todos os problemas resolvidos.

Sumarizamos, quantitativamente, os teoremas-em-ação identificados, e os dados são mostrados na Tabela 5.4.

Tabela 5.4 – Sumarização quantitativa dos teoremas-em-ação identificados.

Conceitos	Teoremas-em-ação	Identificação dos estudantes por teoremas-em-ação
Calor	O que provoca variação de temperatura.	E13
	Fluxo que faz variar a temperatura.	E15, E16 e E22
	Energia que varia a temperatura.	E17
	Transferência de temperatura entre as moléculas.	E20
	Fluxo gerado por uma diferença de temperatura.	E18 e E19
Trabalho	É o resultado da ação de uma força provocando um deslocamento.	E13, E15, E16, E18, E20 e E22
	Provoca variação de energia;	E15, E17 e E19
	Comporta-se como um fluxo de energia tal como calor.	E15
Energia Interna	Indica o estado (posição e agregação) dos átomos.	E13, E15, E16, E17, E18 e E22
	É determinada por uma variação de temperatura;	E18 e E19
	Indica a mudança de comportamento dos átomos;	E20
	É determinada pelo tipo de ligação entre os átomos;	E15
	É modificada pelo calor.	E13 e E22

Fonte: Elaborada pela autora.

5.3.3. Teoremas-em-ação Referentes à Resolução

Os teoremas-em-ação referentes à resolução estão relacionados com estratégias e atitudes que guiam esse processo. Identificamos esses teoremas-em-ação para cada um dos estudantes.

Os estudantes E13, E16, E17, E20 e E22 apresentam, de modo geral, os mesmos teoremas-em-ação referentes à resolução; são estes:

- A resolução inicia com as equações: este teorema fica evidente na resolução, quando o estudante, ao perceber de qual conteúdo específico trata o problema, escreve logo todas as equações conhecidas por ele.
- A resolução é facilitada com figuras e gráficos: nos problemas que apresentam uma representação pictórica (figura) e ou um gráfico, o estudante tenta associar as equações expostas inicialmente com o apresentado no gráfico, e utiliza a figura como um elemento que auxilia na compreensão do sistema descrito no problema.
- Resolver problemas requer manipulação das equações adequadas aos dados disponíveis: mesmo entendendo a necessidade de uma compreensão mais aprofundada acerca do problema, se o estudante manipular as equações e os dados e conseguir uma solução direta, isso basta.

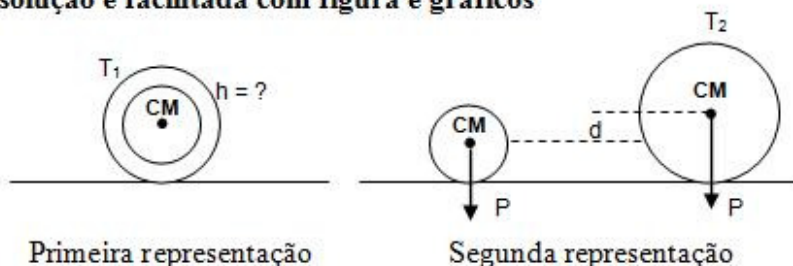
Estes teoremas-em-ação ficaram claros nas resoluções dos problemas dos estudantes. Ilustraremos os procedimentos que indicaram esses teoremas através da exposição das respostas aos problemas.

Estudante E13- Problema 1;

A resolução de um problema inicia com as equações

$$\begin{array}{l} T_1 \quad \Delta V = V_o \gamma \Delta T \text{ (existe)} \quad W = F.d \\ T_2 \quad \Delta U = Q + W \\ Q \end{array}$$

A resolução é facilitada com figura e gráficos



Resolver problema requer manipulação de equações e adequá-las aos dados disponíveis

$$\begin{array}{l} \text{a) } W = F.d \quad F = P = m.g \\ \quad \quad W = m.g.d \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{b) } \Delta U = Q + W \\ \quad \quad \Delta U = Q - m.g.d \end{array}$$

Estudante E16- Problema 2:

A resolução de um problema inicia com as equações

$$\Delta U = Q - W \quad Q = L.m$$

A resolução é facilitada com figura e gráficos

O estudante observa o gráfico e a figura e com essa observação interpreta com maior facilidade o problema. Do gráfico o estudante conclui que por ser um ciclo a variação da energia interna é nula.

Resolver problema requer manipulação de equações e adequá-las aos dados disponíveis

$$\Delta U = Q - W \quad Q = L.m, \text{ como } \Delta U = 0$$

$$\Delta U = L.m$$

Estudante E17- Problema 3:

A resolução de um problema inicia com as equações

“Se está pedindo taxa é uma grandeza variando com a outra”

$$\frac{dV}{dt} \text{ ou } \frac{dm}{dt}, \quad \frac{dQ}{dt} \text{ e } \frac{dU}{dt}$$

$$V = h A, \quad Q = L_v m \quad \text{e} \quad dU = \partial Q - \partial W$$

A resolução é facilitada com figura e gráficos

O estudante observa a figura e afirma:

“Pela figura podemos ver que a descida do êmbolo é o que vai determinar o trabalho”

Resolver problema requer manipulação de equações e adequá-las aos dados disponíveis

$$\text{a) } V = h A \Rightarrow \frac{dV}{dt} = \frac{d(h A)}{dt} \Rightarrow \frac{dV}{dt} = A \frac{dh}{dt} \Rightarrow \frac{dV}{dt} = A v$$

$$\mu = \frac{dm}{dV} \Rightarrow \mu dV = dm \Rightarrow dV = \frac{dm}{\mu} \quad \text{então: } \frac{dm}{dt} = A \cdot \mu v$$

$$\text{b) } Q = L_v m \Rightarrow \frac{dQ}{dt} = L_v \frac{dm}{dt} \Rightarrow \frac{dQ}{dt} = L_v A \cdot \mu v$$

$$\text{c) } dU = \partial Q - \partial W \Rightarrow \frac{dU}{dt} = \frac{\partial Q}{dt} - \frac{\partial W}{dt}$$

“Não sei como fazer dW/dt , não lembro da equação de trabalho para este caso”

Estudante E20- Problema 2:

A resolução de um problema inicia com as equações

$$\Delta U = Q - W \quad Q = mc\Delta T$$

A resolução é facilitada com figura e gráficos

O estudante observa o gráfico e afirma:

“Pelo gráfico o processo é um ciclo, então $\Delta U = 0$ ”

Resolver problema requer manipulação de equações e adequá-las aos dados disponíveis

$$\Delta U = Q - W \quad Q = mc\Delta T, \quad \text{como} \quad \Delta U = 0$$

$$W = Q \quad \text{então} \quad W = mc\Delta T$$

“Mas a questão não informa T_1 e T_2 ”

“Como não é preciso sempre ter um número como resultado vou deixar em função de ΔT ”

Estudante E22- Problema 3:

A resolução de um problema inicia com as equações

$$v_E = \frac{dh}{dt}, \quad \mu = \frac{dm}{dV} \Rightarrow \mu dV = dm \quad \text{e} \quad dU = \partial Q - \partial W$$

A resolução é facilitada com figura e gráficos

O estudante observa a figura e retira os dados:

Resolver problema requer manipulação de equações e adequá-las aos dados disponíveis

$$\text{a) } \frac{dm}{dt} = \frac{dV\mu}{dt} \Rightarrow \frac{dm}{dt} = \frac{dh.A.\mu}{dt} \Rightarrow \frac{dm}{dt} = A\mu \frac{dh}{dt} \Rightarrow \frac{dm}{dt} = A.\mu.v_E$$

$$\text{b) } \frac{dQ}{dt} = L_s \frac{dm}{dt} \Rightarrow \frac{dQ}{dt} = L_v.A.\mu.v$$

$$\text{c) } \Delta U = Q - W \Rightarrow \frac{dU}{dt} = \frac{\partial Q}{dt} - \frac{\partial W}{dt}, \quad W = p\Delta V$$

$$\frac{dU}{dt} = \frac{\partial Q}{dt} - \frac{d(pV)}{dt}$$

“Não lembro mais de como é essa pressão.... acho que posso usar da atmosfera...”

$$\frac{dU}{dt} = \frac{\partial Q}{dt} - P_{atm} \frac{dV}{dt}$$

Os estudantes E18 e E19 explicitam, em suas resoluções, os seguintes teoremas-em-ação:

- A resolução inicia com uma leitura detalhada e com representação pictórica e explicação do problema: para os estudantes, a leitura minuciosa do problema proporciona um maior entendimento, e uma representação através de uma figura (quando o problema não a fornece) facilita a compreensão e explicação do descrito, ocasionando maior clareza e segurança na resolução.
- A resolução é facilitada por figuras e gráficos: os estudantes entendem que, ao apresentar uma figura ou um gráfico, o problema tem seu entendimento facilitado e, conseqüentemente, sua resolução também.
- A resolução necessita de identificação e caracterização das variáveis envolvidas: neste ponto, eles entendem que é impossível resolver adequadamente um problema sem um

entendimento do que representam as variáveis envolvidas nele. Para isso, é importante a identificação e caracterização destas.

- A resolução requer a colocação das equações e sua explicação quanto à utilização: para os estudantes, a colocação das equações apenas não é suficiente para resolver satisfatoriamente um problema. É necessário que, por trás dessa colocação, esteja um entendimento do que elas representam e de como utilizá-las.
- A resolução requer manipulação das equações: os estudantes entendem que, após todos os passos anteriores, é necessário o entendimento da manipulação de equações, ou seja, que estejam claras para eles as técnicas matemáticas que guiam essa manipulação.

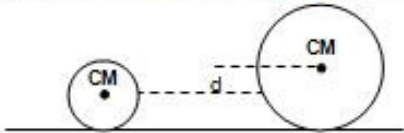
Exemplificaremos esses teoremas-em-ação expondo as resoluções dos dois estudantes

Estudante E19- Problema 1:

A resolução de um problema inicia com leitura detalhada e com a representação e explicação do problema

“Eu sempre inicio a resolução lendo e explicando o problema.”

A resolução é facilitada com figura e gráficos



A resolução necessita de identificação e caracterização das variáveis envolvidas
A resolução requer a colocação das equações e sua explicação quanto à utilização
A resolução requer manipulação das equações

“Observando o movimento de CM vemos que ele aumenta sua energia potencial e o trabalho realizado é igual a variação de energia potencial”

Então: $W = -mgh$

“Considere o sinal negativo porque o deslocamento é para cima e o peso é para baixo.”

“A variação da energia interna acontece pelo acréscimo de temperatura devido o calor e o trabalho realizado devido a dilatação, então usando a relação da 1ª Lei da Termodinâmica, temos:”

$\Delta U = Q - W \Rightarrow \Delta U = Q - mgh$

“Esse tipo de questão é mais difícil do que as questões com dados numéricos, mas assim testamos a parte conceitual também.”

Estudante E18- Problema 3:

A resolução de um problema inicia com leitura detalhada e com a representação e explicação do problema

“Sempre leio detalhadamente o problema, pois isso facilita para resolver.”

A resolução é facilitada com figura e gráficos

O estudante observa a figura e comenta:

“Pela figura vemos que o êmbolo desce, movendo-se com velocidade constante... quando tem uma figura é mais fácil entender o problema.”

A resolução necessita de identificação e caracterização das variáveis envolvidas

A resolução requer a colocação das equações e sua explicação quanto à utilização

A resolução requer manipulação das equações

a)

“A taxa de condensação do vapor pode se obter com a massa de vapor que se condensa no tempo...”

$$\frac{dm}{dt} \text{ e sei que } \mu = \frac{dm}{dV} \Rightarrow dm = \mu dV \text{ como } V = A.h \text{ e } A \text{ é constante}$$

$$\text{Então: } \frac{dm}{dt} = \mu.A. \frac{dh}{dt}$$

$$\text{Mas } dh/dt \text{ é a velocidade de descida do êmbolo, assim: } \frac{dm}{dt} = \mu.A.v$$

b)

“A razão com que o calor deixa a câmara no tempo, esse calor que sai é o que o vapor perde, por isso condensa, então....”

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{d(L_v m)}{dt} \Rightarrow \frac{dQ}{dt} = L_v \frac{dm}{dt}$$

c) A variação da energia interna do vapor será:

$$dU = \partial Q - \partial W \Rightarrow \frac{dU}{dt} = \frac{\partial Q}{dt} - \frac{\partial W}{dt}, \text{ e } W = p\Delta V$$

O estudante E15 apresenta os seguintes teoremas-em-ação:

- A resolução inicia com a explicação do problema: o estudante inicia escrevendo uma explicação do que ele leu no problema.
- Resolver problema requer busca de significado entre as equações e os conceitos: o estudante tenta, a partir dos conceitos envolvidos, escrever equações relacionando-as com eles.
- O resultado obtido seguindo uma seqüência estruturada é inquestionável: o estudante segue sempre os mesmos procedimentos de resolução, o que para ele é uma seqüência lógica e isso o deixa seguro quanto ao resultado obtido no final.

Observamos os indicativos desses teoremas-em-ação a partir da resolução do estudante:

Estudante E15- Problema 1

A resolução inicia com a explicação do problema

“A esfera vai receber calor e com isso vai se dilatar como o problema diz que a esfera é lisa e homogênea o trabalho realizado é devido a variação da posição do centro de massa”

**Resolver problema requer busca de significado entre as equações e os conceitos.
O resultado obtido seguindo uma seqüência estruturada é inquestionável**

“Usei a equação da primeira lei porque tem trabalho sendo realizado...”

$$\Delta U = Q + W$$

“O trabalho está ligado com a variação de volume e com o deslocamento do centro de massa, então posso usar a equação de trabalho, a força é o peso.”

$W = F \cdot d$ $F = P = m \cdot g$

$W = m \cdot g \cdot d$

Então: $\Delta U = Q - m \cdot g \cdot d$

De modo geral, os estudantes apresentados a cada bloco de exposição de teoremas-em-ação parecem utilizar modelos de trabalho relativos à operacionalidade semelhantes. Como

exemplo, podemos destacar os modelos mentais utilizados pelo estudante E13, classificado no primeiro bloco, na resolução do problema1.

Entendemos que, para ele, as equações servem como guia para a solução, ou seja, associa as grandezas relacionadas na equação com o que é informado no enunciado do problema e utiliza o modelo no qual as equações explícitas conduzem à solução correta.

Outro modelo utilizado pelo estudante é o caracterizado pela aproximação de conceitos ao seu mundo (ao real), ou seja, a utilização de uma representação gráfica ou uma figura, pois permitem a “visualização”, e isso facilita a obtenção da solução cientificamente aceita.

Ainda destacamos a utilização do modelo **resolver problemas requer domínio de habilidades matemáticas**. Para o estudante, ao se conhecer as equações, a solução certa pode ser alcançada por sua simples manipulação.

A relação desses resultados com as categorizações realizadas no estudo 1 é apresentada na Tabela 5.5.

Observamos que os cinco estudantes (E13, E16, E17, E20 e E22) que apresentaram o teorema-em-ação: “A resolução inicia com a colocação das equações” têm, na maioria (quatro estudantes), como característica marcante na resolução de problemas, a operacionalidade matemática (OM). Apenas um estudante (E13) foi caracterizado tendo como característica a conceitualização. Neste caso, ele tenta associar conceitos e explicar a relação entre eles, no entanto, quando não consegue, parte para a aplicação direta das equações. Quanto à visão da Matemática, também quatro estudantes a veem como uma ferramenta para a Física, mostrando, com os resultados, uma equivalência entre os teoremas-em-ação e a característica dominante na resolução de problema, observada anteriormente. Um estudante do grupo entende a Matemática como estrutura para a Física, mas, embora tenha essa compreensão, os teoremas-em-ação apresentados por ele não parecem ser coerentes com essa visão.

Os estudantes E18 e E19 apresentam os mesmos teoremas-em-ação referentes à resolução. Consideram essencial, como ponto inicial de execução de uma resolução, a leitura e explicação do problema. Um deles vê a Matemática como linguagem para a Física e o outro como estrutura, o que encontra-se de acordo com o teorema-em-ação identificado. Quanto às características marcantes na resolução, um apresenta a conceitualização e o outro a operacionalidade matemática.

O estudante E15, categorizado como raciocínio matemático, tem como teorema-em-ação: “a resolução inicia com a explicação e resolver problema requer busca de significado entre as equações e os conceitos”, sendo, portanto, coerente com a categorização anterior,

uma vez que, além de ter o raciocínio matemático como característica de resolução, entende a Matemática como estrutura para a Física.

Tabela 5.5 – Relação entre os teoremas-em-ação referentes à resolução e as categorizações apresentadas no estudo 1.

Estudante	Visão do papel das matemáticas na Física	Característica mais marcante na resolução de problemas	Teoremas-em-ação
E13	Ferramenta	Conceitualização	A resolução inicia com as equações. A resolução é facilitada com figuras e gráficos. Resolver problemas requer manipulação das equações adequadas aos dados disponíveis.
E15	Estrutura	Raciocínio Matemático	A resolução inicia com a explicação do problema. Resolver problema requer busca de significados entre as equações e os conceitos. O resultado obtido seguindo uma sequência estruturada é inquestionável.
E16	Estrutura	Operacionalidade Matemática	A resolução inicia com as equações. A resolução é facilitada com figuras e gráficos. Resolver problemas requer manipulação das equações adequadas aos dados disponíveis.
E17	Ferramenta	Operacionalidade Matemática	A resolução inicia com as equações. A resolução é facilitada com figuras e gráficos. Resolver problemas requer manipulação das equações adequadas aos dados disponíveis.
E18	Tradução	Conceitualização	A resolução inicia com uma leitura detalhada e com representação pictórica e explicação do problema. A resolução é facilitada por figuras e gráficos. A resolução necessita de identificação e caracterização das variáveis envolvidas. A resolução requer a colocação das equações e sua explicação quanto à utilização. A resolução requer manipulação das equações.
E19	Estrutura	Operacionalidade Matemática	A resolução inicia com uma leitura detalhada e com representação pictórica e explicação do problema. A resolução é facilitada por figuras e gráficos. A resolução necessita de identificação e caracterização das variáveis envolvidas. A resolução requer a colocação das equações e sua explicação quanto à utilização. A resolução requer manipulação das equações.
E20	Ferramenta	Operacionalidade Matemática	A resolução inicia com as equações. A resolução é facilitada com figuras e gráficos. Resolver problemas requer manipulação das equações adequadas aos dados disponíveis.
E22	Ferramenta	Operacionalidade Matemática	A resolução inicia com as equações. A resolução é facilitada com figuras e gráficos. Resolver problemas requer manipulação das equações adequadas aos dados disponíveis.

Fonte: Elaborada pela autora.

Como resumo deste estudo podemos dizer que embora a compreensão de um conceito físico, como uma definição verbal atrelada a sua formalização matemática e ainda a sua operacionalidade em uma situação, devesse já se apresentar consolidada para estudantes

avançados de um curso de Licenciatura em Física, esse entendimento não é trivial, pelo menos para os conceitos aqui estudados. Grande parte dos estudantes investigados apresenta conceitos com forte ligação com as equações que os formalizam, como por exemplo:

Calor – todos os teoremas apresentados indicam uma associação do calor à variação da temperatura. Este fato pode indicar uma relação com a equação de quantidade de calor sensível $Q = m.c. \Delta T$

Trabalho – Os teoremas apresentados por cinco estudantes, relativos ao conceito de trabalho, revelam-se muito estáveis o que, a nosso ver, está relacionado à consolidação da equação de trabalho $W = F.d$.

Energia Interna – Apesar de ser o conceito menos claro, a partir da observação dos teoremas, temos alguns indícios da ligação deste conceito com equações que poderiam representá-lo. Um dos teoremas trata de modificação com o calor que pode ser inspirado pela própria equação de primeira lei ou ainda da relação entre calor e variação de temperatura. Outro teorema, o que trata a energia interna como determinada por uma variação de temperatura, indica uma relação com a equação que representa a energia interna de um gás monoatômico, $U = 3/2 nRT$ ou ainda da equação $dU = C_v dT$. Ou ainda os teoremas: “energia interna indica o estado (posição e agregação) dos átomos” e “energia interna é determinada pelo tipo de ligação entre os átomos” apresentam a relação com a definição de energia interna como a soma das energias cinética e potencial das partículas que constituem o sistema.

No entanto, devemos destacar que alguns estudantes (como E16 e E19), tendo clara a função estruturante da Matemática na Física, mesmo quando ocorrem equívocos conceituais, conseguem, a partir da relação conceito – formulação matemática, superar estes equívocos.

Como exemplo destacaremos o exposto pelo estudante E19, quando da resolução do problema 1, sobre o conceito de calor.

*“O acréscimo de temperatura é devido ao calor recebido que foi **gerado pela diferença de temperatura** entre a esfera e a fonte de energia térmica”(E19).*

Ao tentar explicar o sentido do calor sendo gerado por uma diferença de temperatura, o estudante remete à diferencial não exata associada ao calor na formalização da primeira lei e diz que esta indica que o calor tem como característica sua existência em um processo e não em um corpo. Nesse entendimento expresso por E19, podemos perceber indícios de que a visão da Matemática como estrutura para a Física contribuiu decisivamente na compreensão mais detalhada do conceito de calor.

Por outro lado, em relação, especificamente, à resolução de problemas, as visões epistemológicas dos estudantes em relação ao papel da Matemática na Física, detectadas no primeiro estudo, parecem estar, para a maioria deles, relacionadas com teoremas-em-ação coerentes com elas, existindo apenas a exceção do estudante E16. Ou seja, essas concepções parecem “materializar-se” em teoremas-em-ação que guiam a forma como esses alunos encaram a resolução de problemas.

Finalmente, relacionados com o referencial teórico adotado, percebemos que, a cada resolução das situações-problema, os modelos mentais estão se modificando, mesmo quando os teoremas-em-ação permanecem inalterados. Esta consideração está de acordo com as teorias que fundamentam nossa proposta, ou seja, as ideias de que modelos mentais são elementos instáveis e integrantes da memória de curto prazo, enquanto teoremas-em-ação são integrantes dos esquemas de assimilação e estruturas na memória de longo prazo (Greca e Moreira, 2002).

5.4. Estudo 3: Identificando e Comparando Teoremas-em-Ação em Resolução de Problemas com o Auxílio de Simulações Computacionais.

Com a análise dos dados obtidos dos estudos 1 e 2 e com as falas dos estudantes a respeito de suas dificuldades, percebemos que, mesmo estudantes dos últimos semestres, ainda destacam como uma de suas maiores dificuldades as relações entre os conceitos físicos e suas formulações matemáticas. Em um problema “tradicional” de Física, essas dificuldades se apresentam mais claramente na atividade de modelagem e interpretação do problema durante sua resolução.

Segundo discutimos anteriormente, o uso de programas que permitem modelar as situações físicas, observando o comportamento físico do modelado, poderia ser uma ferramenta útil para poder superar essa dificuldade dos estudantes. Ou seja, se o problema não é exatamente o domínio das técnicas matemáticas, como já vimos, mas sua relação e interpretação na modelagem de um problema de Física, a utilização de um programa que lhes permitisse “visualizar” os fenômenos segundo as equações poderia ajudá-los a resolver e mudar seus modelos mentais e, portanto, ajudá-los na compreensão dos conceitos físicos.

No terceiro estudo, tentamos avaliar essa possibilidade. Identificamos, comparamos e discutimos teoremas-em-ação apresentados pelos estudantes relativos a conceitos e estratégias

de resolução de problemas, usando simulações computacionais como recurso na atividade de resolver problemas. A comparação dos teoremas-em-ação foi realizada com os já identificados no estudo 2 de forma a verificarmos se ocorreram modificações nos mesmos. A partir dos resultados e das respostas dos estudantes às questões referentes à utilização do recurso de simulação computacional, tecemos algumas considerações acerca da sua utilização como elemento facilitador na resolução de problemas e na compreensão de conceitos de Física durante a resolução.

5.4.1. Teoremas-em-ação Referentes aos Conceitos Físicos

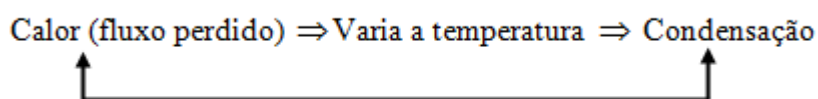
Nesse estudo, optamos por uma análise que consiste na identificação de alterações nos modelos de trabalho e teorema-em-ação através da observação e comparação com os já identificados no estudo 2. Escolhemos a apresentação dos resultados por estudante.

Estudante E16:

O estudante E16 utilizou o recurso como uma forma de visualização facilitada do problema, apresentou pouca interação com ele, e as dificuldades referentes aos conceitos apresentadas no estudo 2 permaneceram. Dessa forma, os modelos de trabalho e os teoremas-em-ação referentes aos conceitos não apresentaram alterações relevantes.

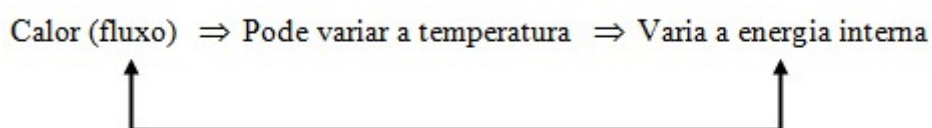
Conceito: Calor

Modelo (problema 1):



Modelo

(problema 2):



Teorema conservado: Calor é um fluxo que varia a temperatura.

Conceito: Trabalho

Modelo (problemas 1 e 2):

$$\text{Força provocando deslocamento} \left\{ \begin{array}{l} \text{Força} = \text{Pressão sob uma área} \\ \text{Deslocamento} = \text{Variação de volume} \end{array} \Rightarrow \text{Trabalho} \right.$$

Teorema conservado: Trabalho é o resultado da ação de uma força provocando um deslocamento.

Conceito: Energia Interna

Modelo (problemas 1 e 2):

$$\text{Energia interna} \Leftrightarrow \text{Posição dos átomos}$$

Teorema conservado: Energia Interna indica o estado (posição e agregação) dos átomos.

Estratégia de resolução:

Em relação ao procedimento de resolução, observamos que, para o estudante E16, a utilização das simulações foi indiferente. Em relação à atividade, ele afirma:

“...Eu acho que ela ajuda nas contas e nos gráficos, é meio como usar uma calculadora, mas para mim não faz muita diferença...” (E16).

As estratégias de resolução não foram modificadas, tendo o programa assumido um papel semelhante ao uso de uma calculadora; os teoremas-em-ação inferidos para o estudante permaneceram inalterados e não apresentaram refinamento.

Em resumo, este estudante pode ser caracterizado da seguinte forma:

Rendimento acadêmico na componente curricular termodinâmica: Superior a 60%.

Característica marcante na resolução de problemas: Operacionalidade matemática.

Visão do papel da Matemática na Física: Percebe a Matemática como estrutura para a Física, no entanto, por apresentar um grande domínio técnico na Matemática, a operacionalidade destaca-se durante a resolução de problemas de Física.

Teoremas-em-ação referentes aos conceitos: Apresentam-se extremamente atrelados às equações que formalizam e relacionam esses conceitos. Dessa forma, encontram-se bem estabelecidos em seus esquemas mentais. Com a utilização das simulações computacionais, nas resoluções, não percebemos alterações nos modelos de trabalho, nem nos teoremas-em-ação utilizados para nenhum dos três conceitos observados.

Teoremas-em-ação referentes à resolução: Seguem uma lógica ligada à operacionalidade matemática, inicia a resolução com as equações e finaliza com um resultado inquestionável, não se percebem alterações nos teoremas-em-ação quando utiliza as simulações.

Estudante E20:

O estudante E20 é resistente ao uso da simulação, acaba resolvendo os problemas no papel e usa o programa apenas para construir gráficos, não conseguindo, dessa forma, progredir em seus modelos de trabalho referentes aos conceitos.

Conceito: Calor

Modelo (problema 1):

Transferência de temperatura $\Rightarrow$ Calor $\Rightarrow$ Varia de temperatura $\Rightarrow$ Mudança de estado

Problema 2 :

Durante a resolução do problema 2, ao manipular o programa, o estudante percebe uma incoerência quando trata do item (1), uma compressão isobárica que resulta em uma diminuição de temperatura. Apesar de a situação configurar-se, para esse estudante, como uma ótima oportunidade de crescimento através da necessidade de um novo modelo de trabalho, ele se recusa a prosseguir e diz:

“...Às vezes ver funcionando o sistema complica mais, prefiro resolver as contas.” (E20).

Teorema conservado: Calor é uma transferência de temperatura entre as moléculas.

Conceito: Trabalho

Modelo (problemas 1 e 2): $\text{Força provocando deslocamento} \Rightarrow \text{Trabalho}$

Teorema conservado: Trabalho é o resultado da ação de uma força provocando um deslocamento.

Conceito: Energia Interna

O conceito de energia interna, ligado à “mudança de comportamento dos átomos”, continuou extremamente obscuro para o estudante E20. Esse comportamento adéqua-se aos dois problemas propostos: no problema 1, relativo à mudança de estado, e no problema 2, que refere-se a possíveis aproximações ou afastamentos dos átomos.

Teorema conservado: A energia interna indica mudança do comportamento dos átomos.

Estratégia de resolução:

O estudante E20, o qual apresentou as maiores dificuldades conceituais e com a Matemática, viu a utilização da simulação com um complicador na atividade de resolução, chegando a afirmar:

“... eu acho mais complicado resolver os problemas fazendo a simulação, é mais trabalho, e para mim não vai ajudar em nada.” (E20).

As estratégias de resolução não foram alteradas, o programa foi pouco utilizado, uma vez que, para o estudante, dificultava a execução da atividade. Os teoremas-em-ação inferidos para ele permaneceram inalterados e não apresentaram refinamento.

Em resumo, esse estudante pode ser caracterizado da seguinte forma:

Rendimento acadêmico na componente curricular Termodinâmica: Inferior a 50%.

Característica marcante na resolução de problemas: Operacionalidade matemática.

Visão do papel da Matemática na Física: Entende a Matemática como uma ferramenta para a Física, apresenta grande dificuldade conceitual.

Teoremas-em-ação referentes aos conceitos: Apresentam-se pobres conceitualmente, porém bastante estáveis em seus esquemas mentais. Por serem subutilizadas, as simulações não chegaram a provocar alterações nos modelos de trabalho e teoremas-em-ação para nenhum dos conceitos tratados.

Teoremas-em-ação referentes à resolução: A operacionalidade matemática é evidente na resolução. Para ele, resolver problemas requer conhecer as equações, manipulá-las até conseguir chegar a um resultado final. Em relação às estratégias de resolução, não se modificaram. Dessa forma, os modelos e teoremas-em-ação mantiveram-se inalterados.

Estudante E22:

O estudante iniciou a resolução usando o recurso, mas justificou que estava se atrapalhando e partiu para resolver no papel. Em virtude dessa atitude, os modelos de trabalho e teoremas-em-ação permaneceram inalterados em relação aos apresentados no estudo 2.

Conceito: Calor

Modelo (problemas 1 e 2):

$$\text{Calor (fluxo)} \Rightarrow \text{Varia a temperatura} \Rightarrow \begin{cases} \text{Condensação} \\ \text{Mudança na arrumação} \\ \text{dos átomos} \end{cases}$$

Teorema conservado: Calor é fluxo que faz variar a temperatura.

Conceito: Trabalho

Modelo (problemas 1 e 2):

$$\text{Força provocando deslocamento} \Rightarrow \text{Trabalho}$$

Teorema conservado: Trabalho é o resultado da ação de uma força provocando um deslocamento

Conceito: Energia Interna

Modelo (problemas 1 e 2): $\text{Energia interna} \Leftrightarrow \text{Posição dos átomos}$

Teorema conservado: A energia interna indica o estado (posição e agregação) dos átomos.

Estratégia de resolução:

O estudante E22 também apresentou dificuldades conceituais e com a Matemática, utilizou muito pouco o recurso porque, para ele, dificultava e tornava a resolução mais difícil. Afirmou:

“...Além da preocupação com o conteúdo da prova, teremos que nos preocupar com não errar também o uso do programa, então fica muito mais difícil e complicado.” (E22).

Por achar que a utilização do programa complicava a execução da atividade, o estudante pouco o utilizou e, dessa forma, as estratégias de resolução não foram modificadas. Para o estudante, os teoremas-em-ação inferidos permaneceram inalterados e não apresentaram refinamento.

Em resumo, o estudante pode ser caracterizado da seguinte forma:

Rendimento acadêmico na componente curricular Termodinâmica: Inferior a 50%.

Característica marcante na resolução de problemas: Operacionalidade matemática.

Visão do papel da Matemática na Física: Percebe a Matemática como ferramenta para a Física, apresenta um domínio conceitual regular e o domínio de técnicas matemáticas fraco.

Teoremas-em-ação referentes aos conceitos: Apresentam-se em certa medida contraditórios, pois, em relação a um conceito, ele é refinado e até próximo ao cientificamente aceito e, em outros, totalmente primários e distantes do aceito cientificamente, denotando deficiência conceitual. A utilização parcial das simulações não chegou a contribuir para a modificação de modelos de trabalho nem de teoremas-em-ação para nenhum dos conceitos.

Teoremas-em-ação referentes à resolução: Apresentam forte ligação à operacionalidade e à técnica, e foram conservados nas resoluções utilizando as simulações.

Estudante E18:

Utiliza o recurso como um parceiro durante a atividade de resolver problemas. Ele, literalmente, discute com o programa enquanto utiliza o recurso nas resoluções.

Conceito: Calor

Modelo problema 1: $\text{Calor saindo} \Rightarrow \text{Mudança de estado}$

Modelo problema 2:

$$\text{Calor} \left\{ \begin{array}{l} \text{Saindo} \Rightarrow \text{Trabalho de compressão [i]} \\ \text{Entrando} \Rightarrow \text{Variação de Temperatura (aquecimento) [ii]} \end{array} \right.$$

O estudante modifica os modelos de trabalho em relação ao observado no estudo 2, e agrega um “sentido” ao calor, o que modifica o resultado obtido.

Teorema anterior: Calor é um fluxo gerado por uma diferença de temperatura.

Teorema atual: Calor é um fluxo que, dependendo do sentido, provoca efeitos diferentes (mudança de estado, compressão ou aquecimento).

Conceito: Trabalho

Modelo (problemas 1 e 2): $\text{Força provocando deslocamento} \Rightarrow \text{Trabalho}$

Teorema conservado: Trabalho é o resultado da ação de uma força provocando um deslocamento.

Conceito: Energia Interna

Modelo (problemas 1 e 2):

A variação da energia interna $\Leftrightarrow$ Posição dos átomos

Embora não tenha modificado o modelo de trabalho, ele assume uma postura diferente com a utilização do recurso, discute detalhadamente cada passo que dá durante a resolução.

Teorema conservado: A Energia Interna indica o estado (posição e agregação) dos átomos.

Estratégia de resolução:

Para o estudante E18, as simulações foram exploradas como recurso facilitador na resolução dos problemas, ocorreu uma boa interação entre ele e o recurso. Sobre a atividade, afirma:

“...Me ajudou a entender melhor os detalhes do problema... a matemática envolvida nos problemas faz mais sentido quando vemos como ela está envolvida com a evolução dos sistemas e assim a discussão do problema fica mais rica...” (E18).

Para o estudante, os teoremas-em-ação, embora se apresentem inalterados, de modo geral, sofreram refinamentos, provavelmente, ligados às discussões proporcionadas pela interação do estudante com as simulações.

Em resumo, o estudante pode ser caracterizado da seguinte forma:

Rendimento acadêmico na componente curricular Termodinâmica: Entre 50% e 60%.

Característica marcante na resolução de problemas: Conceitualização.

Visão do papel da Matemática na Física: Percebe a Matemática como uma linguagem (tradução) para a Física, no entanto que ele não consegue relacionar, coerentemente, a Matemática e os conceitos durante a resolução dos problemas, embora domine as técnicas matemáticas.

Teoremas-em-ação referentes aos conceitos: Apresentam-se com certo grau de refinamento e são muito ligados a definições formais para cada conceito. Com as simulações, os modelos e teoremas referentes aos conceitos de trabalho e variação da energia interna são conservados, havendo modificações nos modelos e teorema referentes ao conceito de calor.

Teoremas-em-ação referentes à resolução: Privilegia o entendimento detalhado do problema antes de utilizar as equações e chegar a um resultado. Com as simulações, o detalhamento do problema foi facilitado, proporcionando assim um maior refinamento nos teoremas, embora estes tenham sido conservados.

Estudante E19:

O estudante vê a utilização do recurso como um facilitador no entendimento do problema, acredita que conseguiu perceber mais claramente os passos que deveria dar durante a resolução com a execução da simulação.

Conceito: Calor

Modelo problema 1: $\text{Calor} \Rightarrow \text{Trabalho} \Rightarrow \text{Mudança de estado (T=cte)}.$

Modelo problema 2:

$$\text{Calor} \left\{ \begin{array}{l} \text{Recebido} \\ \text{Perdido} \end{array} \right. \Rightarrow \text{Trabalho} \Rightarrow \text{Variação de Temperatura}$$

Percebemos que ocorreram mudanças nos modelos de trabalho e, como consequência, o teorema referente ao conceito também foi alterado.

Teorema anterior: Calor é um fluxo gerado por uma diferença de temperatura.

Teorema atual: Calor é um fluxo que pode ser gerado por uma diferença de temperatura ou pela realização de trabalho.

Conceito: Trabalho

Modelo problema 1:

$$\text{Movimento do êmbolo} \Rightarrow \text{Varia a Energia potencial} \Rightarrow \text{Trabalho}$$

Modelo problema 2:

Mudança de posição $\Rightarrow$ Varia Energia potencial $\Rightarrow$ Trabalho

Teorema conservado: Trabalho provoca variação de energia.

Conceito: Energia Interna

Modelo problema: 1

Variação da energia interna $\Rightarrow$ Mudança de estado $\Rightarrow$ Variação da energia cinética

Modelo problema: 2

Variação da energia interna $\Rightarrow$ Variação da temperatura

Teorema anterior: A energia interna é determinada por uma variação de temperatura.

Teorema atual: A energia interna é determinada por uma variação de temperatura ou por uma variação da energia cinética dos átomos.

A discussão do problema foi enriquecida com a utilização do recurso, os modelos de trabalho foram modificados e, conseqüentemente, percebemos também uma leve alteração no teorema-em-ação relativo ao conceito.

Estratégia de resolução:

As simulações foram bastante exploradas como um recurso facilitador na resolução de problemas pelo estudante E19, que aparenta maior envolvimento na atividade e maior interação com o recurso. Durante a resolução, o estudante disse:

“...Podendo ver e alterar cada variável fica melhor de entender tanto o resultado certo, como também quando erramos alguma coisa, é muito bom acompanhar cada mudança que você faz...” (E19).

Os teoremas-em-ação, para o estudante, embora se apresentem inalterados, foram refinados, devido, provavelmente, ao resultado da interação do estudante com as simulações e as discussões por ela proporcionadas.

Em resumo, o estudante pode ser caracterizado da seguinte forma:

Rendimento acadêmico na componente curricular Termodinâmica: Entre 50% e 60%.

Característica marcante na resolução de problemas: Operacionalidade matemática.

Visão do papel da Matemática na Física: Percebe a Matemática como estrutura para a Física, porém apresenta muita dificuldade com a interpretação e associação entre a Matemática e os conceitos físicos; utiliza a técnica para resolver os problemas de Física.

Teoremas-em-ação referentes aos conceitos: São teoremas refinados que se apresentam fundamentados em uma mescla entre as definições teóricas e as equações matemáticas. Com o uso das simulações, os modelos de trabalho e o teorema referente ao conceito de trabalho permanecem inalterados, enquanto os modelos de trabalho e teoremas referentes aos conceitos de calor e energia interna são modificados.

Teoremas-em-ação referentes à resolução: Necessita de um detalhamento para o entendimento dos problemas, no entanto o faz de modo superficial e, na maioria das vezes, abandona-os e passa a usar diretamente as equações. O uso das simulações pelo estudante, embora não tenha ocasionado modificações nos teoremas, proporcionou modificações nos modelos de trabalho e maior aprofundamento nas discussões durante a resolução, resultando, dessa forma, em um refinamento nos teoremas referentes à resolução.

Por fim, podemos perceber que o estudante apresentou as menores deficiências conceituais e matemáticas (E16) e o melhor rendimento, tanto nas atividades avaliativas do componente curricular como nas questões propostas nos estudos 2 e 3; utiliza as simulações como um instrumento a mais para a resolução dos problemas. Por outra parte, os estudantes E18 e E19, com um nível intermediário de dificuldades, variavam seus modelos de trabalho adaptando-se a cada problema proposto. As simulações promoveram uma maior discussão durante a resolução e, com isso, um maior refinamento nas definições e conceitos tratados.

Por outro lado, os estudantes E20 e E22, que têm muitas dificuldades conceituais e matemáticas, não conseguiram usar adequadamente o recurso, subutilizando-o.

5.4.2. Avaliando a utilização do Recurso das Simulações Computacionais nas Resoluções de Problemas.

Na tentativa de obter parâmetros que nos permitissem avaliar a utilização das simulações computacionais como um elemento facilitador na resolução de problemas e sua contribuição na compreensão de conceitos físicos, aplicamos um questionário²⁵, para cada um dos estudantes, ao término de cada sessão²⁶ de resolução de problemas.

As duas primeiras questões buscavam saber se o estudante tinha a preocupação de modelar e interpretar a situação proposta e os resultados obtidos quando desenvolve a resolução de um problema, bem como se acha esta atitude importante e se apresenta dificuldades em relação a ela.

Todos os estudantes disseram reconhecer a importância da modelagem e interpretação na resolução dos problemas, no entanto, mesmo reconhecendo a importância de modelar e interpretar situações físicas e resultados, eles apresentam opiniões divergentes quanto à preocupação de utilizar essas estratégias durante as resoluções.

O estudante E22 não se preocupa em fazer uso da modelagem e interpretação e justifica sua atitude por apresentar grandes dificuldades, o que, segundo ele, atrapalha o seu desempenho durante a resolução.

Para o estudante E20, é clara a importância da modelagem e interpretação e, por esse motivo, ele tenta, algumas vezes, usar essas estratégias, porém admite não ser fácil e atribui a dificuldade à falta de oportunidade, durante sua escolaridade, de realizar atividades que solicitassem a utilização delas.

Os estudantes E16, E18 e E19 dizem utilizar a modelagem nas resoluções, embora tenham algumas dificuldades. O estudante E16 afirma que, se não conseguir rapidamente modelar, parte para o uso direto das equações, pois sabe que, com a Matemática, a resolução para ele se torna mais fácil. Os estudantes E18 e E19 necessitam de um maior detalhamento do problema e acreditam que, quando partem para a modelagem e interpretação, têm um melhor entendimento e, conseqüentemente, a resolução é facilitada.

²⁵ Questões apresentadas na metodologia descrita no capítulo 4.

²⁶ Sessões individuais, caracterizadas na metodologia descrita no capítulo 4.

O terceiro questionamento tem a intenção de saber se a utilização do recurso da modelagem computacional pode facilitar a aprendizagem de conceitos e a compreensão do comportamento de sistemas durante a resolução de problemas.

Para os estudantes E20 e E22, a utilização complica a resolução. Vejamos suas opiniões:

“Eu acho que complica, pois temos que dominar também o programa e como já tenho deficiência para mim ficou muito mais difícil.” (E20).

“Elas podem até ajudar algumas pessoas a corrigir conceitos errôneos, eu tenho dificuldades e sinceramente para mim não ajudou.” (E22).

Os estudantes E18 e E19 afirmam que as simulações contribuem para um melhor entendimento do problema, facilitam as estratégias de resolução, bem como ajudam na interpretação dos resultados. Podemos ver esses posicionamentos a partir de seus comentários:

“Acredito que elas nos dão uma forma de encontrar passos mais claros para resolver o problema e facilita a compreensão dos conceitos.” (E18).

“Resolvendo com as simulações eu aprendi muito, pois facilita a modelagem e a interpretação...” (E19).

Para o estudante E16, as simulações ajudam no sentido de facilitarem observar variações, no entanto, para ele, a utilização é indiferente, e comenta:

“A modelagem computacional ajuda a visualizar de forma mais clara como as variáveis físicas se comportam no processo, mas na realidade, para mim tanto faz usar ou não.” (E16).

Podemos sumarizar as respostas na Tabela 5.7.

Tabela 5.7 – Sumarização das respostas aos questionamentos avaliativos da utilização das simulações computacionais na resolução dos problemas.

Estudante	Usa modelagem e interpretação na resolução dos problemas?	Apresentam dificuldades na modelagem e interpretação?	A utilização da simulação facilitou a resolução dos problemas?
E16	Sim	Algumas dificuldades	Indiferente
E18	Sim	Algumas dificuldades	Sim
E19	Sim	Algumas dificuldades	Sim
E20	Algumas vezes	Muitas dificuldades	Não
E22	Não	Muitas dificuldades	Não

Fonte: Elaborada pela autora.

Apesar de um universo bastante reduzido, podemos ter um indicativo da aceitação e do desempenho dos estudantes quanto à utilização das simulações, o qual se encontra em acordo com os resultados obtidos no estudo realizado por Miranda et al. (2004). Nele, destacam que a tecnologia de computadores não é em si atraente aos estudantes na universidade e que existe uma resistência quanto ao seu uso, embora apresentem um discurso inicial positivo em relação à utilização do recurso na resolução de problemas.

Para nos cercarmos de maiores evidências, optamos por propor a utilização das simulações computacionais não só na resolução isolada de problemas, mas integrá-las no desenvolvimento do conteúdo em aulas do componente curricular Termodinâmica, proposta que será apresentada como seus resultados no próximo capítulo.

5.5. Possíveis Modelos para a Primeira Lei da Termodinâmica.

Tendo como base os resultados obtidos nos Estudos 1 e 2, sobre os modelos de trabalho e teoremas-em-ação dos estudantes, em relação aos conceitos integrantes da Primeira Lei da Termodinâmica, calor, trabalho e variação da energia interna, as estratégias de resolução, e as respostas ao questionamento direto acerca de como eles entendiam a Primeira Lei da Termodinâmica, podemos verificar a existência ou não de modelos para a Primeira Lei da Termodinâmica para os estudantes investigados.

Optamos por analisar os resultados referentes aos estudantes E16, E18, E19, E20 e E22, uma vez que participaram dos dois estudos, tendo, dessa forma, uma maior quantidade de dados.

5.5.1. Descrevendo Modelos para a Primeira Lei da Termodinâmica.

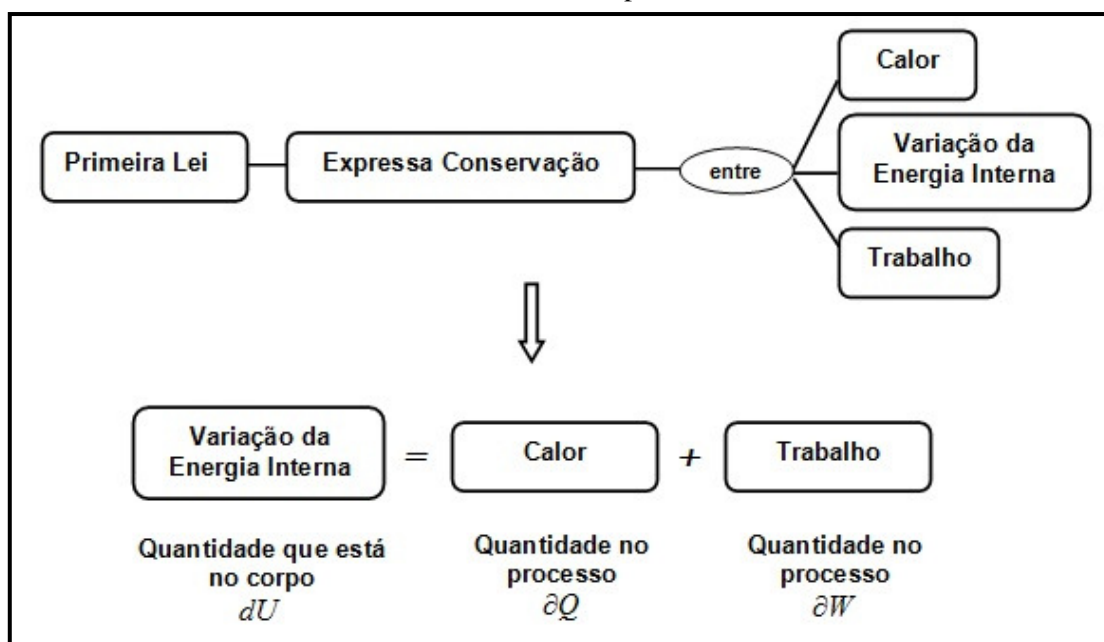
Os estudantes E20 e E22 apresentaram grandes incoerências, tanto para os modelos de trabalho como, posteriormente, para os teoremas inferidos, o que tornou complicado identificarmos e associarmos esses elementos na construção de um modelo para a Primeira Lei da Termodinâmica. Nesse sentido, consideramos os dois como sem um modelo consistente para expressar a relação conceitual e formal da lei trabalhada. Associamos a fragilidade e inconsistência nos modelos às sérias dificuldades conceituais que apresentaram tanto nos estudos quanto na componente curricular. Geralmente os modelos apresentados por eles, para os conceitos, são fórmulas desvinculadas de uma formalização conceitual, ou seja, apresentam a representação de uma relação matemática como o próprio conceito.

Os demais estudantes, ou seja, E16, E18 e E19 foram classificados como tendo um modelo para a Primeira Lei da Termodinâmica. Passaremos a descrever os modelos para cada um deles.

O estudante E16 entende a primeira lei como uma expressão de conservação e a atrela à formulação matemática, utiliza adequadamente os conceitos de diferencial exata e inexata caracterizando a relação existente entre elas e os conceitos que formalizam. Podemos dizer que ele apresenta uma compreensão atrelada à formulação. A valorização da operacionalidade por ele reflete no modelo associado que, em linhas gerais, apresenta-se na forma:

A Primeira Lei da Termodinâmica expressa uma conservação entre as grandezas: calor, trabalho e variação da energia interna. Entende que essas três grandezas têm caráter diferenciado e o explicita associando-as à equação que as formaliza, ou seja, através das características da diferencial, ele expressa seu entendimento da conservação entre uma quantidade que está no corpo (dU) e as duas outras quantidades associadas ao processo (δQ e δW). Da mesma forma que os teoremas-em-ação inferidos para o estudante, o modelo de primeira lei apresenta-se muito estável e estruturado com base na equação matemática que formaliza essa lei. Dessa forma, podemos representar o modelo de primeira lei para o estudante E16, como mostrado na Figura 5.2:

Figura 5.2 – Modelo da Primeira Lei da Termodinâmica para o estudante E16.

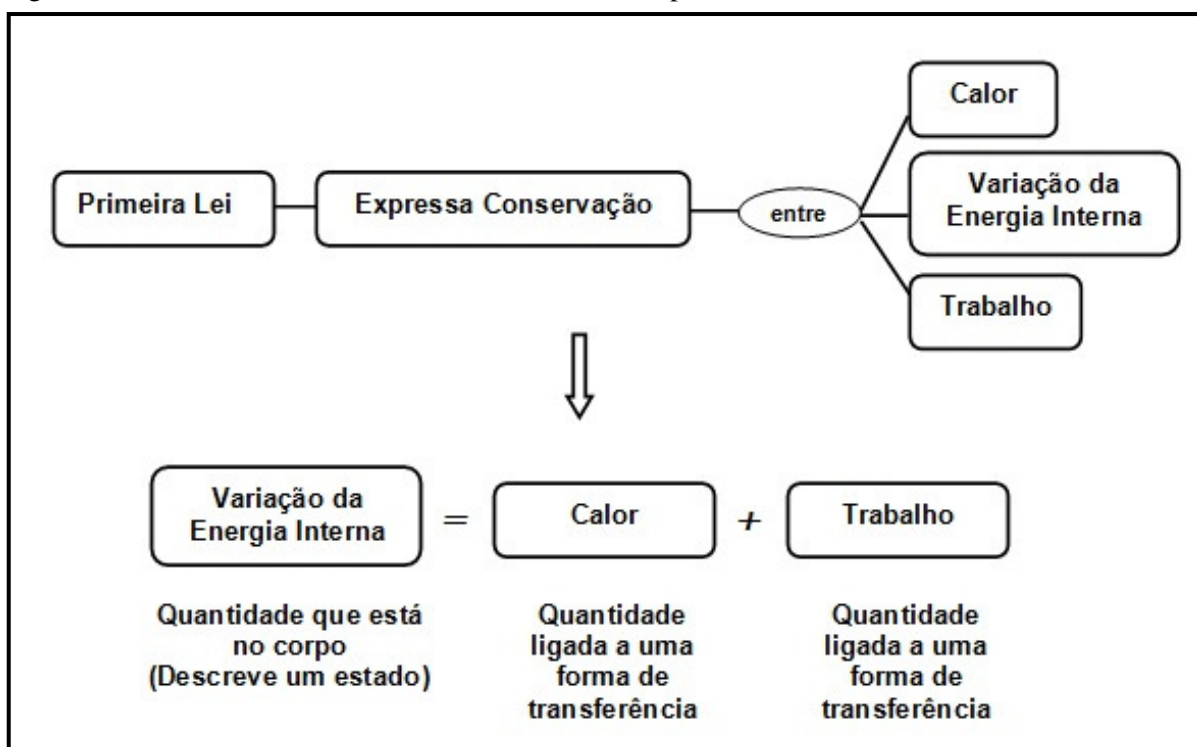


Fonte: Elaborada pela autora.

A Primeira Lei da Termodinâmica também é compreendida pelo estudante E18 como uma expressão de conservação. Ele considera a sua formulação a partir da relação entre as grandezas envolvidas e descreve essa situação sem a preocupação de recorrer, no princípio, a sua equação. A conceitualização, que é uma característica do estudante, se reflete no modelo adotado para essa lei. Vejamos a descrição:

A Primeira Lei da Termodinâmica expressa uma conservação em que a grandeza energia interna varia, modificando o estado do corpo ou sistema, de acordo com as transformações que este sofre. Essas transformações ocorrem mediante a realização de trabalho e as transferências de calor, que são conceitos integrantes da formulação do princípio. Esta é expressa através da equação que descreve matematicamente a relação de conservação. Podemos representar o modelo do estudante E18 para a primeira lei, através do mostrado na figura 5.3.

Figura 5.3 – Modelo da Primeira Lei da Termodinâmica para o estudante E18.



Fonte: Elaborada pela autora.

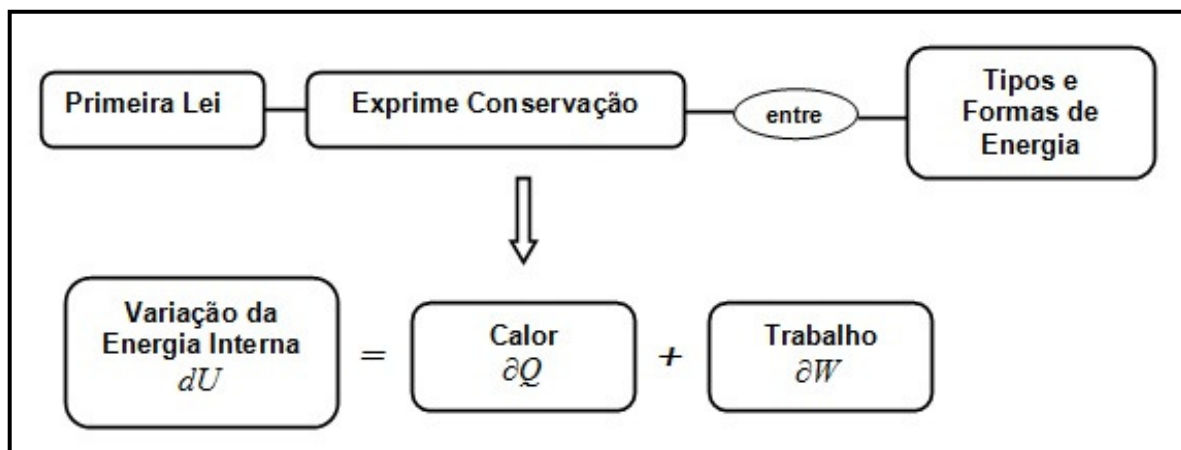
No modelo apresentado pelo estudante E18, embora mostre relações bem coerentes com o cientificamente aceito, podemos destacar uma representação em que o diferencial não aparece. O modelo fica restrito a situações nas quais a ideia de quantidade é mais explícita, ou seja, mesmo o estudante tratando de quantidades dependentes de uma forma de transferência, ele exprime uma deficiência no sentido das representações e relações entre as características dos processos e sua formalização matemática, o que é evidenciado pela ausência do simbolismo matemático no modelo por ele utilizado.

Para o estudante E19, a primeira lei também exprime conservação. Mesmo para ele, que, aparentemente, se apresenta pouco ligado à formulação matemática, percebemos que a ideia de conservação é reforçada pela equação que expressa a relação entre as grandezas que são relacionadas através desse princípio. O estudante apresenta um modelo para a Primeira Lei da Termodinâmica, porém bem generalista, deixando margens para que se consiga dar significados diversos à relação descrita pela lei. Apresenta da seguinte maneira:

A Primeira Lei da Termodinâmica exprime conservação entre tipos e formas de energia. O estudante compreende as grandezas calor, trabalho e variação da energia interna como diferentes na forma de manifestação em processos, porém de mesma natureza, justifica essa afirmação utilizando a equação que formaliza a lei, já que esta é um somatório de duas

grandezas resultando na terceira. O modelo é muito geral no sentido em que deixa margens para interpretações variadas, principalmente quanto trata de tipos e formas de energia; apresenta-se pouco estável, e com ligações com a equação matemática. Podemos expressar, para o estudante E19, um modelo de primeira lei da termodinâmica da forma mostrada na Figura 5.4:

Figura 5.4 – Modelo da Primeira Lei da Termodinâmica para o estudante E19.



Fonte: Elaborada pela autora.

A compreensão dos conceitos envolvidos na Primeira Lei da Termodinâmica requer um entendimento de suas definições, bem como sua formalização através da equação que representa as relações existentes entre eles. Nesse sentido, a construção de um modelo que descreva essas relações e expresse o entendimento do estudante acerca do princípio constitui-se em um elemento importante na busca por compreender o papel da Matemática na compreensão de conceitos da Física, que é o objetivo de nosso estudo.

Observamos que, para um estudante, E18, o modelo apresentado não é, inicialmente, ligado à equação que formaliza a lei. No entanto, embora o modelo apresente grande influência do conceitual, tem, no aspecto que trata da conservação, sua representação reforçada pela equação, o que indica uma influência, mesmo que pequena, da Matemática na compreensão conceitual e formal da Primeira Lei da Termodinâmica.

Para os estudantes E16 e E19, a relação da Matemática na construção do modelo de primeira lei apresenta-se, desde o início, muito interligada com o entendimento das relações entre os seus conceitos integrantes. Observando os modelos dos estudantes, percebemos a influência da Matemática como estrutura na compreensão de conceitos físicos.

Para os outros dois estudantes (E20 e E22), foi impossível a sumarização de um modelo de primeira lei, uma vez que, como dito anteriormente, seus modelos e teoremas-em-ação apresentavam severas inconsistências, que nos parece associadas às sérias dificuldades conceituais que apresentaram tanto nos estudos quanto na componente curricular.

Assim, apesar de conseguirmos detectar a existência de modelos para a Primeira Lei da Termodinâmica apenas para três estudantes, a análise parece indicar uma forte influência da Matemática na compreensão dos conceitos físicos e, nesse sentido, a visão da Matemática, bem como a sua utilização na formalização de conceitos e nas atividades de resolver problemas, pareceriam contribuir para uma compreensão mais ou menos adequada dos conceitos tratados.

5.6 Considerações finais

Neste capítulo, os resultados dos três estudos, tiveram como objetivo nos dar subsídios para respondermos nossas três primeiras questões de pesquisa.

Os resultados mais importantes do primeiro estudo é a percepção de uma possível relação entre aprendizagem de conceitos físicos e a forma de resolução de problemas com a visão que os estudantes têm do papel da Matemática na Física. Aparentemente, essa visão pode influenciar na forma como os estudantes encaram a aprendizagem em Física e, especificamente, a atividade de resolver problemas, levando, muitas vezes, a bloqueios, e configurando-se, dessa forma, em um obstáculo a ser superado para que ocorra uma aprendizagem apropriada dessa ciência. Outro ponto a ser destacado é a importância da compreensão não apenas das definições ou da Matemática isoladamente, mas sim do conceito matematicamente formalizado, pois tal entendimento levará a uma aprendizagem mais efetiva.

Tivemos, no segundo estudo, como resultados a serem destacados, que os teoremas-em-ação, de modo geral, não estão próximos dos teoremas científicos, embora alguns dos estudantes apresentem teoremas-em-ação bem refinados. Aparentemente, os teoremas-em-ação menos próximos dos cientificamente aceitos apresentam grande estabilidade na estrutura cognitiva e, portanto, maior resistência a novas mudanças e adaptações, ou seja, tem menor capacidade de gerar modelos mentais (que é a via de mudança dos teoremas-em-ação). Pelo contrário, quanto mais refinado é o teorema-em-ação associado a essa atividade ou conceito, maior é a variedade de modelos mentais utilizados pelos estudantes para resolver situações

diferentes, e mais ampla é sua abrangência conceitual. No que se refere às estratégias utilizadas durante a resolução dos problemas, percebemos que encontram-se fortemente ligadas à visão do papel desempenhado pela Matemática na Física, ou seja, estudantes que entendem a Matemática como ferramenta a serviço da Física, iniciam sempre a resolução de um problema com equações e, geralmente, buscam trabalhar com estas de forma a conduzirem a um resultado correto. Os que apresentam outras visões da Matemática, embora alguns também iniciem com as equações, apresentam também a necessidade de um maior detalhamento, o auxílio de figura ou gráficos, para que consigam dar um sentido às equações e chegarem à solução do problema.

No terceiro estudo, o uso do recurso computacional melhorou a discussão e, conseqüentemente, ampliou as possibilidades de uma melhor compreensão conceitual, para os estudantes que apresentavam maior disponibilidade e abertura na sua utilização. Eles apresentam uma característica comum que é a existência de dificuldades medianas, tanto conceituais como com a Matemática, verificadas durante as atividades em sala, e no rendimento da disciplina. Para os demais estudantes, o recurso não influenciou no comportamento geral, seja por sua subutilização, como no caso do estudante E16, ou por uma total rejeição, o que ocorreu com os estudantes E20 e E22.

Finalmente, conseguimos caracterizar os modelos relacionados com a Primeira Lei da Termodinâmica para três estudantes, os quais parecem indicar que os que apresentam uma visão da Matemática como estruturante (E16 e E19), trazem modelos mais abrangentes e coerentes com os aceitos cientificamente, enquanto o que entende a Matemática como uma tradução (E18), embora apresente um modelo para primeira lei, ele é restrito, não expressando, na totalidade, as implicações atreladas a sua formulação.

No próximo capítulo, apresentamos os resultados da implementação de uma estratégia didática desenhada a partir dos resultados obtidos e subsidiada pelos referenciais teóricos de nosso estudo. Nossa intenção é verificar se uma abordagem metodológica diferenciada permite superar as dificuldades detectadas anteriormente, referentes ao entendimento das relações entre a Física e a Matemática durante a atividade de resolver problemas e, conseqüentemente, na compreensão dos conceitos físicos envolvidos na atividade.

Capítulo 6

6. Proposta de Unidade Temática: Elaboração, Utilização e Resultados

6.1. Elaboração e utilização de uma proposta didática utilizando uma metodologia diferenciada e simulações computacionais como facilitador na compreensão de conceitos de Termodinâmica e em Resoluções de Problemas.

Essa proposta teve como objetivo verificar se a utilização de uma metodologia diferenciada da tradicional, ou seja, distinta da metodologia adotada nas duas turmas elementos dos estudos 1 e 2, facilitava a compreensão dos conceitos dentro de uma atividade de resolução de problemas. Para tanto, foi desenvolvida e trabalhada uma unidade temática em uma turma da componente curricular Termodinâmica, com quinze estudantes, no semestre 2011.1.

A componente curricular Termodinâmica foi ministrada, nesse semestre letivo, pela professora pesquisadora. O desenvolvimento da unidade temática se deu em seis aulas, de cinquenta minutos cada, sendo dispostas em três encontros. Geralmente, em cursos com abordagem tradicional, esse conteúdo ocupa quatro aulas.

A abordagem baseou-se em situações-problema (situações de aprendizagem) inspiradas na Teoria dos campos conceituais (G. Vergnaud), em que, inicialmente, os estudantes eram conduzidos ao conceito através da argumentação.

Optamos pela utilização de situações-problema partindo de imagens e, a partir da leitura delas, conduzimos uma discussão no sentido de uma construção conceitual. A justificativa da abordagem encontra-se na intenção de criarmos situações diferenciadas, com as quais os estudantes não estavam habituados em sala de aula, para minimizarmos as definições decoradas e termos mais caminhos para uma construção argumentativa.

Em um segundo momento, tratamos da formalização da Primeira Lei da Termodinâmica. Utilizamos situações semelhantes às utilizadas nas abordagens tradicionais, no entanto as discussões e demonstrações das relações entre os conceitos foram realizadas através de modelagem e simulações computacionais.

No terceiro momento da unidade temática, destinado à atividade de resolução de problemas, os estudantes ficaram livres para optarem se gostariam de tentar utilizar o auxílio da simulação computacional para a execução da tarefa.

Os problemas utilizados foram os mesmos trabalhados no estudo 3 e, portanto, semelhantes aos que eles estavam acostumados nas abordagens tradicionais. Nosso objetivo com a utilização desses problemas, além da facilitação de comparação com os resultados do estudo 3, foi a de deixar clara a não necessidade de questões especiais para a condução de uma proposta como essa.

Sete estudantes se mostraram interessados, por isso se constituíram nos sujeitos da pesquisa e foram identificados utilizando a mesma nomenclatura dos estudos 1 e 2, ou seja, os identificamos como: E23, E24, E25, E26, E27, E28 e E29. Fizemos a opção de deixá-los livres na escolha, para evitarmos a rejeição ao uso do recurso, uma vez que a rejeição foi observada no estudo 3.

A escolha da modelagem e simulações computacionais, como recursos para a proposta, foi feita, porque elas podem proporcionar uma situação mais rica no sentido da aprendizagem de conceitos, uma vez que o estudante poderá compreender as relações de causalidade entre variáveis, entender o que significa cada símbolo matemático em uma equação, enfim compreender a formalização de um conceito e não apenas sua definição verbal. Esses pontos, em destaque, foram identificados nos estudos anteriores como deficientes e, a nosso ver, essa debilidade contribuiu fortemente na compreensão dos conceitos e nas relações matemáticas intrínsecas a eles. Dessa forma, a utilização da modelagem e das simulações poderia contribuir para sanar tais deficiências.

A avaliação das resoluções dos problemas foi realizada através de relatos de resolução, nos quais, além da resposta final, os estudantes deveriam apresentar os passos na modelagem, os objetos de simulação criados e as estratégias utilizadas na condução aos resultados.

6.1.1. A unidade temática

Com o objetivo de focarmos nos conceitos de calor, trabalho e energia interna, optamos por desenvolver, utilizando uma metodologia diferenciada, apenas a unidade que tem como tema a Primeira Lei da Termodinâmica.

Primeiro encontro – aulas 1 e 2: (09 de março de 2011)

Tema: Calor, Trabalho e Energia Interna.

Objetivo: Abordar teoricamente os conceitos de calor, trabalho e variação de energia interna.

Primeira Situação:

A partir da observação das imagens descreva o que está acontecendo.

Figura 5.5 – Situação problema imagética: fontes e produção de calor.



Fonte: Foto da autora.

Os estudantes iniciaram a descrição da situação e a condução das discussões, através da argumentação. Surgiram alguns questionamentos:

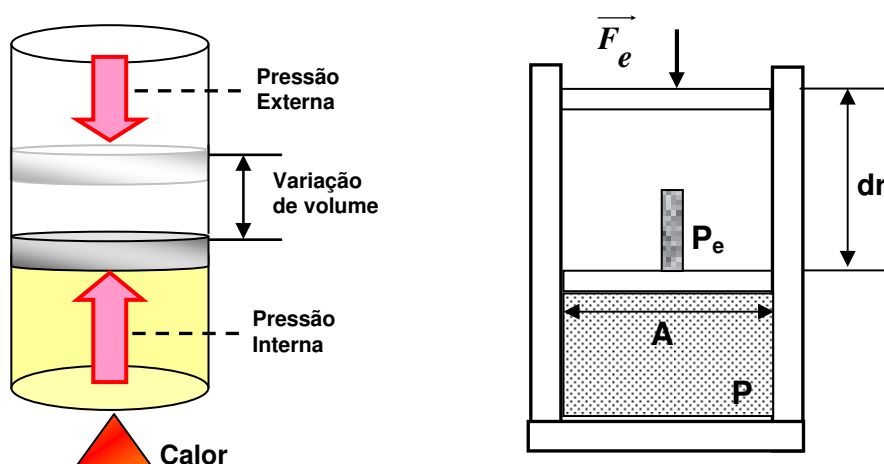
- Como é produzido o calor?
- Qual a sua fonte?
- É possível medir calor?
- Qual a sua natureza?

A partir das respostas dos estudantes e através de questionamentos que provocassem desequilíbrio, conseguiu-se chegar a um conceito de calor, e caracterizar essa grandeza quanto a sua natureza.

Segunda Situação:

A partir da observação das imagens descreva o que está acontecendo.

Figura 5.6 – Situação problema imagética: calor, trabalho e processos quase-estáticos.



Fonte: Elaborada pela autora.

Ao descreverem a situação, surge logo a ideia de trabalho e, atrelada a ela, vem à tona a discussão acerca de processos quase-estáticos, que conduzem às representações infinitesimais. A argumentação foi coordenada de forma a construir o conceito de calor e conduzida a sua formalização.

Terceira Situação:

Questionamento aos estudantes: Nas situações anteriores, discutimos processos ocorrendo mediante a presença de calor e de trabalho, mas, nos sistemas que sofrem essas transformações, existe alguma grandeza que está sendo alterada?

Através da argumentação, os estudantes chegaram a ideia de que a quantidade total de energia do sistema (U) varia com essas transformações, e concluiu-se que essa quantidade representa a energia interna do sistema e varia a cada estado que o sistema atinge mediante as transformações sofridas.

Nesse momento, se faz necessária uma situação que conduza a um esclarecimento sobre a natureza das grandezas, calor, trabalho e energia interna, como se relacionam em uma situação tal como a segunda situação.

Quarta Situação:

Questionamento aos estudantes:

- O que é uma função de estado?

As discussões foram guiadas de forma a conduzirem a definição de que função de estado é uma propriedade do sistema que depende apenas de qual estado ele se encontra.

Questionamento aos estudantes:

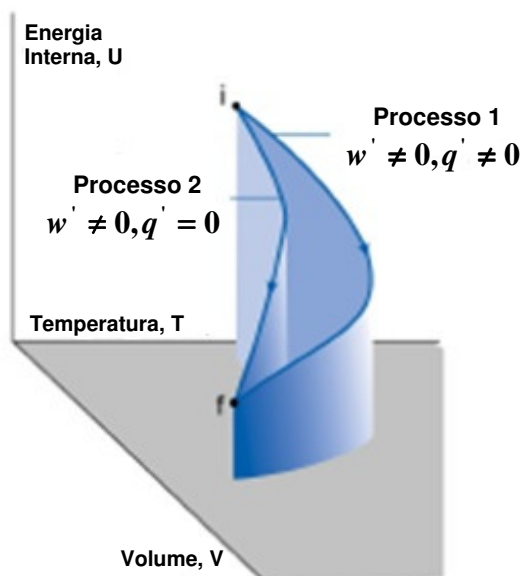
- Quanto à formulação matemática, o que caracteriza uma função de estado?

A argumentação direcionou-se para a diferenciação entre representação de um estado e representação de um processo. Para a discussão, utilizamos um diagrama representativo de uma transformação termodinâmica.

O objetivo do diagrama foi facilitar a discussão de forma a chegarmos à conclusão que não interessa o caminho percorrido pelo sistema entre os estados inicial e final, o valor da função de estado, nesses pontos, será o mesmo. Nesse sentido, a condução das falas dos estudantes leva a respostas para o questionamento:

- Calor e trabalho são funções de estado?

Figura 5.7 – Situação problema imagética: funções de estado.



Fonte: ATKINS e PAULA²⁷, 2008, p .52.

Reconstruindo os processos expressos pelo diagrama, chegamos à conclusão que calor e trabalho não são grandezas de estados, uma vez que ambos estão relacionados ao processo e não ao sistema.

Essa conclusão implica em uma representação matemática, aprofundamos a discussão de forma a alcançarmos as justificativas para as representações ∂Q , ∂W e dU .

Por não serem funções de estado, Q e W não têm uma diferencial exata. Por outro lado, U , por ser uma função de estado, pode ser integrável de forma usual e, dessa forma, ter uma diferencial exata.

Segundo encontro – aulas 3 e 4: (11 de março de 2011)

Tema: Primeira Lei da Termodinâmica.

Objetivo: Construir as relações conceituais e aplicações da Primeira Lei da Termodinâmica com o emprego do recurso computacional das simulações, utilizando o software *Modellus*.

Na aula, fizemos uso de problemas para discutirmos e estruturarmos a Primeira Lei da Termodinâmica. Os estudantes acompanharam a abordagem através da projeção da tela do computador, dessa forma, além de observar o desenvolvimento do conteúdo, também

²⁷ ATKINS, P.; PAULA, J. Físico-Química, 8 ed. Rio de Janeiro: Editora LTC, v.1, 2008.

poderiam opinar e participar ativamente da atividade. Assim, alguns estudantes contribuíram diretamente na construção da simulação.

Primeira Situação:

Considere um gás contido em um calorímetro, que pode ser levado de uma temperatura inicial T_0 a uma temperatura final T , através da realização de trabalho mecânico.

Com a utilização do software, criamos um objeto (sistema) que correspondesse à situação proposta. Através da manipulação das variáveis que caracterizam o sistema, realizamos a passagem de T_0 para T , apenas por realização de trabalho, por caminhos diferentes. Dessa forma, chegamos à conclusão que o trabalho realizado para levar um sistema isolado adiabaticamente de um dado estado inicial a um dado estado final é independente do caminho. E ainda que, de acordo com a Primeira Lei da Termodinâmica (conservação), o trabalho adiabático para levar o sistema de um estado inicial a um estado final é igual à variação da energia interna do sistema, que podemos expressar assim:

$$dU = \partial W$$

Segunda Situação:

Considere um gás contido em um recipiente, fechado por um êmbolo móvel, com pelo menos uma parede diatérmica, que pode ser expandido ou comprimido isotermicamente.

Nesse segundo momento, manipulamos as variáveis que caracterizam o sistema de modo a realizarmos um processo não adiabático, o movimento do êmbolo está associado a um trabalho, o qual tem características diferentes do trabalho mecânico observado na primeira situação. Assim a variação da energia interna do sistema é devida ao calor transferido. Para manter a sua conservação, o sistema responde com a realização de trabalho, relação formalizada pela equação:

$$dU = \partial Q + \partial W$$

De forma sistemática, chegamos a uma definição, coerente com a conservação, para a Primeira Lei da Termodinâmica.

Terceira Situação:

Considere um gás contido em um recipiente, fechado por um êmbolo móvel, através das variações dos parâmetros que caracterizam o sistema. Façamos o gás sofrer uma sequência de expansões infinitesimais e com atrito desprezível.

A discussão seguiu no sentido de conduzir as falas dos estudantes para a caracterização de processos reversíveis como um processo quase-estático e sem atrito, que pode ser invertido fazendo o sistema passar por uma sucessão de estados de equilíbrio em sentido inverso.

Terceiro encontro – aulas 5 e 6: (16 de março de 2011)

Tema: Aplicações da Primeira Lei da Termodinâmica através de problemas.

Objetivo: Utilizar o recurso computacional de simulações utilizando o software *Modellus* na resolução de problemas que envolvem a Primeira Lei da Termodinâmica.

Atividade proposta: As duas aulas foram destinadas à resolução de problemas utilizando o software *Modellus*. Os estudantes que optaram por não participar da atividade resolveram-nos da maneira convencional, ou seja, “lápis e papel”. Para facilitar a comparação com as observações realizadas no estudo 3, optamos pela utilização dos mesmos problemas propostos neste estudo, assim, para a atividade em sala de aula, propusemos os seguintes:

1. Um cilindro possui um êmbolo de metal bem ajustado de $2,0\text{ kg}$, cuja área da seção reta é de $2,0\text{ cm}^2$. O cilindro contém água e vapor à temperatura constante. Observa-se que o êmbolo desce lentamente à taxa de $0,30\text{ cm/s}$, pois o calor escapa do cilindro pelas suas paredes. Enquanto o processo ocorre, algum vapor se condensa na câmara. A densidade do vapor dentro dela é de $6,0 \cdot 10^{-4}\text{ g/cm}^3$ e a pressão atmosférica é de $1,0\text{ atm}$. a) Calcule a taxa de condensação do vapor. b) A que razão o calor deixa a câmara? c) Qual a taxa de variação da energia interna do vapor e da água dentro da câmara?



2 - Um mol de um gás ideal, com $\gamma = 7/5$, está contido num recipiente inicialmente a 1 atm e 27°C. O gás é, sucessivamente: (i) comprimido isobaricamente até $\frac{3}{4}$ do volume inicial V_0 ; (ii) aquecido, a volume constante, até voltar à temperatura inicial; (iii) expandido a pressão constante até voltar ao volume inicial; (iv) resfriado, a volume constante, até voltar a pressão inicial. (a) Desenhe o diagrama P-V associado; (b) Calcule o trabalho total realizado pelo gás; (c) Calcule o calor total fornecido ao gás nas etapas (i) e (ii); (d) Calcule a temperatura máxima e mínima atingidas; (e) Calcule a variação de energia interna no processo (i) + (ii).

Durante a atividade de resolução de problemas, realizada individualmente e com a mediação da professora, todos os estudantes participaram ativamente. Nesse momento da aula, foi promovida uma discussão mais intensa dos problemas, quando comparada às aulas anteriores, em que não foi utilizado o recurso das simulações.

Além dos dois problemas, foi dada aos estudantes a opção de tentar estudar e resolver a lista existente no capítulo do livro²⁸ texto utilizado na componente curricular, que aborda a Primeira Lei da Termodinâmica, através das simulações.

6.2. Resultados obtidos a partir da utilização da proposta didática utilizando as simulações computacionais.

Descreveremos o comportamento geral dos estudantes durante a atividade, bem como o rendimento nessa atividade e na atividade avaliativa do componente curricular relativa a este conteúdo.

Para um melhor entendimento do comportamento e rendimento na atividade, descreveremos as características e atitudes dos sete estudantes na componente curricular e, quanto ao rendimento na unidade temática anterior.

6.2.1. Caracterização dos Estudantes

Estudante E23:

Características em aula: O estudante tem como característica principal o questionamento, tenta entender detalhes. Durante as aulas, primou por um entendimento dos conteúdos de um modo mais abrangente possível, buscou sempre o conhecimento da história, e sempre se preocupou com a Matemática com um significado na resolução dos problemas.

²⁸ ZEMANSKY, M. W. **Calor e Termodinâmica**. Guanabara dois, 1978

Rendimento na unidade temática anterior: Apresentou rendimento de 90%.

Dificuldades identificadas nas aulas e atividades: O estudante não apresentou dificuldades relevantes.

Estudante E24:

Características em aula: E24 é um estudante que tem uma boa participação nas aulas, no entanto apresenta-se um pouco passivo quanto a novos desafios; dedica-se mais a um entendimento conceitual dos conteúdos e deixa a Matemática um pouco em segundo plano.

Rendimento na unidade temática anterior: Apresentou rendimento de 70%.

Dificuldades identificadas nas aulas e atividades: Apresentou dificuldades com as técnicas e o entendimento da Matemática.

Estudante E25:

Características em aula: O estudante é muito participativo nas aulas; tem como característica principal, a necessidade de explicar tudo através de uma equação; apresenta um grande domínio de técnicas matemáticas.

Rendimento na unidade temática anterior: Apresentou rendimento de 80%.

Dificuldades identificadas nas aulas e atividades: Apresentou dificuldade quando é necessária uma interpretação ou discussão mais elaborada dos problemas e resultados, além de algumas deficiências conceituais.

Estudante E26:

Características em aula: O estudante é participativo durante as aulas, apresenta um bom domínio matemático, no entanto não gosta de aprofundar-se nas discussões teóricas; mostra-se impaciente e tenta encerrar a discussão utilizando as equações e situações de origem experimental, pois, para ele, ajudam a visualizar o que está acontecendo.

Rendimento na unidade temática anterior: Apresentou rendimento de 85%.

Dificuldades identificadas nas aulas e atividades: Apresentou dificuldades na junção de uma explicação conceitual com a formalização matemática, sempre privilegiando a Matemática nas suas resoluções.

Estudante E27:

Características em aula: O estudante tem como característica, durante as aulas, a necessidade de um entendimento conceitual detalhado, busca por um aporte na história. Nas resoluções de problemas, descreve todos os passos dados através de justificativas ligadas ao conceitual, deixando a matemática em segundo plano.

Rendimento na unidade temática anterior: Apresentou rendimento de 60%.

Dificuldades identificadas nas aulas e atividades: Apresentou um pouco de dificuldade conceitual, e deficiências nas operações e técnicas matemáticas.

Estudante E28:

Características em aula: O estudante tem como característica principal, o questionamento; prima pelo uso das equações e apresenta grande domínio nas técnicas e operações matemáticas; tenta, durante a aula, um entendimento detalhado das demonstrações e aplicações das expressões matemáticas.

Rendimento na unidade temática anterior: Apresentou rendimento de 65%.

Dificuldades identificadas nas aulas e atividades: Apresentou dificuldades conceituais relevantes e estas se revelam, mais fortemente, durante as resoluções que solicitam uma relação mais estreita entre o conceitual e a Matemática.

Estudante E29:

Características em aula: O estudante é pouco participativo durante as aulas, sempre permanecendo calado, dificultando, assim, a identificação de características mais específicas para ele.

Rendimento na unidade temática anterior: Apresentou rendimento de 40%.

Dificuldades identificadas nas aulas e atividades: Nas atividades, apresentou sérias dificuldades conceituais e das técnicas matemáticas.

6.2.2. Resultados

Nossos resultados, referentes à utilização da proposta diferenciada, não tratam do estudo de modelos de trabalho nem os teoremas-em-ação gerados, o que ficará para um momento posterior. Centramo-nos no estudo das Mudanças de Atitudes, Rendimento na Atividade e na Unidade Temática e Impressões quanto a Utilização do Recurso.

As atitudes e posturas dos estudantes, no geral, foram modificadas: os que se apresentavam participativos permaneceram, no entanto direcionaram mais as discussões e questionamentos para os pontos em que apresentavam maiores deficiências; os que tinham um comportamento mais introspectivo conseguiram, com a utilização das simulações, participar mais ativamente das discussões. Quanto ao rendimento na atividade específica de resolução de problemas, iguais aos utilizados no estudo 3, com o auxílio da simulação computacional, todos obtiveram 100% de aproveitamento. Descreveremos, a seguir, as modificações observadas nas atitudes e comportamentos dos estudantes durante a atividade de resolver problemas.

Estudante E23:

Mudanças nas atitudes: O estudante permaneceu questionando bastante, conseguiu mais facilmente o detalhamento do problema, tentando superar, nas resoluções, as dificuldades através da interação com o recurso. Para ele, o uso das simulações tornou mais fácil relacionar o conceitual com a Matemática, fato que o fez perceber maiores significados para a Matemática e para a formalização dos conceitos de Física.

Rendimento na unidade temática sobre primeira lei da termodinâmica: Apresentou rendimento de 90%.

Estudante E24:

Mudanças nas atitudes: O estudante adquiriu maior autonomia na atividade com as simulações. Segundo ele, ficou mais fácil compreender a Matemática e melhor utilizá-la na resolução dos problemas.

Rendimento na unidade temática sobre primeira lei da termodinâmica: Apresentou rendimento de 85%.

Estudante E25:

Mudanças nas atitudes: Apesar de permanecer privilegiando as equações, o estudante conseguiu, com o recurso das simulações, relacionar, com maior facilidade, a formalização matemática com os conceitos envolvidos nos problemas.

Rendimento na unidade temática sobre primeira lei da termodinâmica: Apresentou rendimento de 100%.

Estudante E26:

Mudanças nas atitudes: O estudante, apesar de ter se mantido impaciente, tentando ir diretamente para as equações durante a resolução, ficou instigado com as simulações pela possibilidade de novas situações e de fazer previsões matemáticas para os sistemas. Embora não tenha avançado muito conceitualmente, discutiu sobre as relações entre os conceitos durante a atividade.

Rendimento na unidade temática sobre primeira lei da termodinâmica: Apresentou rendimento de 90%.

Estudante E27:

Mudanças nas atitudes: Para o estudante, o uso das simulações proporcionou um maior detalhamento conceitual e de estratégias durante a resolução, possibilitando-lhe uma melhor compreensão do comportamento do sistema. Em relação à Matemática, que era sua principal fonte de dificuldades, segundo ele, sentiu um maior significado entre a relação dela com os conceitos e, dessa forma, a resolução dos problemas foi facilitada.

Rendimento na unidade temática sobre primeira lei da termodinâmica: Apresentou rendimento de 90%.

Estudante E28:

Mudanças nas atitudes: O estudante continua primando pelo uso das equações, o que, segundo ele, foi melhorado com o uso das simulações, pois conseguiu visualizar os gráficos que expressam as relações entre as grandezas e, com isso, compreender como se comportam, assim facilitando também o entendimento conceitual.

Rendimento na unidade temática sobre primeira lei da termodinâmica: Apresentou rendimento de 80%.

Estudante E29:

Mudanças nas atitudes: O estudante, apesar de introspectivo, modificou suas atitudes durante a resolução, passou a discutir o problema e questionar quando o pensamento acerca dos conceitos diferenciavam do que ele estava observando no sistema simulado. Para ele, o recurso favoreceu muito a compreensão, tanto dos conceitos como da operacionalidade e execução, fato que ficou evidenciado no desenvolvimento total e no rendimento de 100% da atividade.

Rendimento na unidade temática sobre primeira lei da termodinâmica: Apresentou rendimento de 70%.

Para os estudantes, a atividade de resolução de problemas com a utilização do recurso computacional facilitou a resolução de problemas não só na atividade proposta em sala de aula, mas, segundo eles, quando passaram a resolução dos problemas propostos no livro-texto, também tiveram um comportamento diferente do que estavam acostumados. Isso ocorreu não só em Termodinâmica, mas também em outras componentes curriculares que estavam sendo desenvolvidas no mesmo semestre, como por exemplo, Mecânica Clássica.

De modo geral, uma vez que os problemas propostos, ao final da unidade, eram semelhantes, em estilo, aos propostos nas turmas anteriores e que o histórico escolar desses alunos também era semelhante, podemos inferir que os conceitos foram melhor compreendidos e, portanto, possivelmente, seus teoremas-em-ação em relação aos conceitos e a resolução fossem mais aproximados dos cientificamente aceitos.

6.3. Reflexões finais

Podemos perceber a atividade como positiva para os estudantes. De modo geral, os resultados observados diferem um pouco dos expostos no estudo 3 em alguns pontos importantes. Dois desses momentos devem ser destacados, pois nos parece influenciaram fortemente nos resultados.

- Deixar os alunos livres para optarem pela participação na atividade pode ter contribuído para eliminar a rejeição ao uso das simulações, como observado em dois estudantes no estudo 3.
- A abordagem dos conteúdos, durante as aulas, utilizando o recurso das simulações, parece ter contribuído para a familiarização com o recurso, o que, de certo, facilitou a execução e o rendimento satisfatório na atividade.

O envolvimento dos estudantes, durante a execução das atividades, ficou muito a cargo da possibilidade de poder modificar parâmetros e variáveis, e acompanhar o comportamento dos sistemas em tempo real nas diversas situações, o que facilita a construção e o teste de novas transformações e processos, tornando-os mais ativos diante da atividade.

Devemos ressaltar que até os mais passivos, nas aulas, mudaram de atitude, e a interação com o recurso e com o professor, que, em muitos momentos, foi um mediador no sentido de conduzir os estudantes na utilização do recurso, se tornou mais efetiva. Podemos

destacar essa interação como um ponto que favoreceu fortemente o sucesso de todos os estudantes na atividade em sala de aula, e nas atividades posteriores, o que percebemos pelo rendimento apresentado por eles na avaliação da unidade temática, mesmo tendo sido realizada de forma convencional.

É importante evidenciar que todos os estudantes (quinze) da turma foram aprovados na componente curricular, sendo que seis dos oito estudantes que não participaram das atividades com o uso do recurso computacional tiveram a necessidade de realizarem o exame final, ou seja, o rendimento ficou em torno de 50% na componente curricular. Entre os seis, cinco já haviam sido reprovados em Termodinâmica em semestres anteriores. Esse fato não tem um caráter conclusivo, mas pode indicar a eficiência da metodologia e do recurso utilizado na compreensão de conceitos de Física na atividade de resolver problemas.

Capítulo 7

7. Conclusões e Possíveis Implicações

No primeiro capítulo desta tese, destacamos a natureza e relevância do problema e as questões de pesquisa, as quais deram origem e nortearam as demais fases deste trabalho.

Apresentamos, no capítulo 2, um breve panorama das discussões relevantes que têm aparecido, nos últimos anos, na literatura da área em Ensino de Ciências relativas aos temas integrantes dos estudos, quais sejam: o uso da Matemática na Física e no Ensino de Física, e as dificuldades dos estudantes com os conceitos da Termodinâmica. Essa revisão nos permitiu comprovar que as relações entre a Física e a Matemática, apesar de ser um tema que gera polêmica e não se delinear com clareza, tanto para estudantes quanto para professores, ainda são pouco investigadas, tanto nacional quanto internacionalmente. Em relação à Termodinâmica, embora se apresente como tema de várias pesquisas, por exemplo, as direcionadas na linha de concepções espontâneas, ou os estudos relacionando a construção de conceitos básicos da Termodinâmica e suas relações com a sua formulação/estruturação matemática, ainda integra um universo escasso de pesquisa, comparadas com outras áreas da Física, principalmente no Brasil.

No capítulo 3 da nossa tese, apresentamos um quadro teórico sob o qual embasamos nossa pesquisa: referenciais teóricos em História das relações entre a Física e a Matemática, em História da Termodinâmica e em ensino e Psicologia Cognitiva, no qual destacamos a teoria dos modelos mentais, a teoria dos campos conceituais e uma articulação integradora das duas teorias, proposta por Greca e Moreira (2002).

Segundo o discutido nesses capítulos iniciais, as dificuldades dos estudantes na compreensão de conceitos de Física poderiam estar relacionadas à visão que têm da função e das relações da Matemática com a Física e de como utilizam essas relações ao realizar atividade de resolução de problemas, com o objetivo de uma compreensão conceitual. Identificar elementos integrantes do pensamento dos estudantes enquanto resolvem problemas poderia indicar caminhos no sentido de minimizar as dificuldades relativas à compreensão conceitual.

A metodologia de pesquisa adotada nos estudos empíricos, que se encontra descrita no capítulo 4, foi de natureza qualitativa, devido às características do nosso problema.

A partir dessa configuração, buscamos respostas para as perguntas de pesquisa que guiaram o trabalho. Em continuação, apresentaremos brevemente as respostas encontradas para essas questões.

Questão1 - Que relações existentes entre a Física e a Matemática são consideradas pelos estudantes de Física? E como o entendimento de tais relações se manifesta na compreensão de conceitos físicos e, mais especificamente, dos conceitos de Termodinâmica na resolução de problemas? A resposta a esta questão foi desenvolvida no estudo 1, no qual observamos que os estudantes, de modo geral, consideram três relações existentes entre a Física e a Matemática: a Matemática como ferramenta para a Física, a Matemática como uma tradução para a Física e a Matemática como estrutura para a Física. Nossos resultados indicam parecer existir uma relação estreita entre a visão que os estudantes têm do papel da Matemática na construção do conhecimento físico com a forma que eles resolvem problemas. Parece-nos que essas visões podem influenciar na forma como encaram a aprendizagem em Física e, especificamente, a atividade de resolver problemas.

Questão 2 - Como os estudantes de Física traduzem uma compreensão conceitual de uma situação física expressando-a em uma equação matemática? Na tentativa de responder à questão, seguimos os passos expostos e discutidos no estudo 2, e complementado no estudo 3: no acompanhamento detalhado das estratégias, atitudes e pensamentos externados, identificamos modelos de trabalho e inferimos, a partir deles, teoremas-em-ação. Nossos resultados conduzem ao entendimento de que a compreensão conceitual é facilitada quando a formulação do conceito é direta e bastante clara, como, por exemplo, a definição de trabalho, o que expressa a ligação existente entre a equação e o a verbalização de conceito. No entanto, essa compreensão é limitada e restringe a abrangência do conceito ao que está explícito na equação. Para conceitos e leis que apresentam sutilezas em sua formulação, as quais definem sua natureza e seu comportamento em situações específicas, como no caso do conceito de calor e da própria relação conceitual expressa na Primeira Lei da Termodinâmica, a compreensão isolada da equação e da definição verbal, que, em geral, é a interpretação que grande parte dos estudantes faz na tentativa de expressar a complexa relação entre entendimento conceitual e equação matemática, é insuficiente para uma compreensão conceitual completa. Portanto, nem o domínio das técnicas matemáticas nem a explicação “verbal” de definições e conceitos pareceram garantir, para a maioria dos estudantes, uma aprendizagem efetiva das leis físicas, o que deveria se manifestar na atividade de avaliação

por excelência no Ensino de Física, a resolução de problemas. Aparentemente, olhando para os estudantes melhor sucedidos, é importante a compreensão não apenas dos conceitos ou da matemática isoladamente, mas sim da formalização matemática ligada à construção dos conceitos para que a aprendizagem ocorra de maneira mais efetiva.

Questão 3 - Em que medida um estudo de identificação de teoremas-em-ação referentes a conceitos e a resolução de problemas pode contribuir para o entendimento de como a Matemática se constitui em um estruturante dos conceitos físicos, e como essa relação interfere na compreensão de conceitos físicos? Entendemos que a busca pela identificação de estruturas internas pode nos levar a compreensão da parte externa do conhecimento. Dessa forma, identificar os teoremas-em-ação no momento em que os estudantes resolvem problemas pode nos permitir fazer inferências acerca de como eles pensam um conceito verbal e formalmente. No nosso estudo, os teoremas-em-ação, tanto referentes aos conceitos quanto os referentes à resolução, apresentados pelos estudantes, de modo geral, não estão próximos dos teoremas científicos, e apresentam estreita relação com as equações que os formalizam. No entanto, para dois estudantes, E16 e E19, essa relação se apresenta permeada de uma estruturação conceitual, o que é coerente com a visão da Matemática por eles apresentada, a Matemática como estrutura para a Física. Esses estudantes demonstram compreensão conceitual muito boa (E16) e regular (E19), tendo este último avançado durante as discussões nas sessões de resolução de problemas. Dessa forma, nos parece que a identificação dos modelos de trabalho e, posteriormente, teoremas-em-ação pode indicar caminhos metodológicos a serem seguidos no sentido de se obter uma compreensão conceitual satisfatória.

Questão 4 - Em que medida a utilização de uma abordagem metodológica diferenciada contribuirá para um melhor entendimento das relações entre a Física e a Matemática durante a atividade de resolver problemas e, conseqüentemente, na compreensão dos conceitos físicos envolvidos na atividade? A resposta à questão pode ser encontrada a partir do desenvolvimento do capítulo 6. Neste capítulo apresentamos uma proposta didática com abordagem diferenciada implementada em sala de aula, com o objetivo de verificarmos a eficiência da utilização de modelagem e simulações computacionais mediando as relações entre a verbalização, formalização matemática e aplicação de conceitos, de modo a conduzir a uma compreensão conceitual da Primeira Lei da Termodinâmica. Observamos que, durante a atividade de resolução, embora não tenhamos identificado modelos de trabalho e teoremas-

em-ação, as atitudes e estratégias utilizadas pelos estudantes sofreram modificações, se comparadas com o observado no estudo 3 e com a própria atividade dos estudantes em outras áreas anteriores da disciplina. Aparentemente, essas atitudes e estratégias possibilitaram uma maior interação com o problema, favorecendo a discussão. É possível que isso tenha sido a causa de os estudantes participantes desse estudo (cinco) apresentarem rendimento de 100% na atividade e rendimentos acadêmicos superiores aos verificados na componente curricular, em unidades anteriores, mesmo tendo sido avaliados em uma atividade sem o uso do recurso computacional. Dessa forma, entendemos que, tomados alguns cuidados, como os relativos à rejeição por parte dos estudantes ao uso do recurso, nesse caso específico, a utilização da modelagem e simulações computacionais pode contribuir favoravelmente para uma melhor compreensão dos conceitos.

Nesta última parte da tese, traremos algumas possíveis conseqüências que consideramos serem interessantes tanto para fins instrucionais como para futuros trabalhos de pesquisa.

É interessante apontar que os sujeitos desta pesquisa se encontram no último ano de sua formação universitária como professores e, possivelmente, a forma como resolvem problemas e os tipos de problemas com os quais eles se sentem seguros serão reproduzidos durante sua atividade profissional e dominarão seu ensino da disciplina.

Nessa linha, tentamos verificar como estudantes do último ano de um curso de formação de professores de Física compreendem conceitos de Física e como o entendimento do papel da Matemática na Física influencia nessa compreensão. Com esse entendimento, pretendíamos apresentar propostas que conduzissem os futuros professores a alcançarem uma compreensão conceitual adequada e, com isso, estimulá-los também a buscarem estratégias em suas aulas para que seus alunos também consigam. Como indicado, a estratégia que implementamos está relacionada com o uso de simulações.

Embora nosso trabalho possua um caráter de investigação, no âmbito específico da pesquisa em Ensino de Ciências fundamentados na Psicologia Cognitiva, podemos, a partir dele, indicar implicações dirigidas para a sala de aula, seja do ensino superior, como as utilizadas em nossos estudos, ou da educação básica, futuro ambiente de trabalho dos estudantes que integraram a pesquisa.

Nesse sentido, as experiências vivenciadas por futuros professores, enquanto estudantes são determinantes em sua atuação docente, da mesma forma que a compreensão que têm de um conceito vai ser repassada em suas futuras atividades docentes. Dessa forma, nosso estudo pode contribuir não só na aprendizagem dos conceitos, mas na oportunidade de

vivência de situações que eles podem reproduzir em suas futuras salas de aula, contribuindo para dissolver a ideia da instrumentação da Matemática em detrimento da Física, que, conforme nossos estudos interferem diretamente na compreensão de conceitos.

Um estudo dessa natureza não esgota todas as discussões para o tema abordado. Nesse sentido, apontaremos alguns pontos que podem servir de norteadores para possíveis continuações.

O primeiro desdobramento natural da pesquisa é o aumento do universo investigado, que pode ser realizado tanto na quantidade de estudantes, como na ampliação de conceitos, integrantes de outros campos conceituais.

Consideramos também muito relevante a pesquisa com outras estratégias diferenciadas, adotando outras abordagens, como, por exemplo, a organização da disciplina a partir do uso da própria História da formalização Matemática da Termodinâmica, as situações de aprendizagem com problemas abertos, ou utilizando atividades experimentais. Entendemos que estas abordagens também podem contribuir no esclarecimento, para os estudantes, das relações entre a Física e a Matemática.

Outro ponto a ser considerado é a realização de pesquisas com estudantes de Física básica que norteiem a elaboração de cursos que levem a uma compreensão conceitual mais efetiva desde a formação básica, uma vez que identificamos que tal compreensão é deficiente em estudantes avançados. Com essas atitudes, poderíamos sanar tais deficiências logo nos semestres iniciais dos cursos de formação.

Outra possível proposta de continuidade consiste em um mapeamento dos estudantes de cursos superiores de ciências quanto à visão das relações entre a Física e a Matemática e como ela pode influenciar no desempenho desses estudantes em Física.

Cabe ainda alertarmos que a complexidade do entendimento das relações entre a Física e a Matemática e, mais especificamente, de suas influências no ensino daquela, bem como a compreensão do pensamento dos estudantes quando realizam tarefas, tais como resolver problemas, podem ser um elemento desestimulador de novas pesquisas, no entanto, é um tema rico para o Ensino de Ciências e, em especial, o de Física.

Por fim, destacamos que, embora os resultados obtidos nos estudos conduzam a conclusões animadoras, outras explicações podem ser encontradas e outros estudos deverão ser realizados no sentido de complementação, esclarecimento e validação dos resultados aqui apresentados.

Referências Bibliográficas

ABRANTES, P. C. C. **Imagens da Natureza, Imagens da Ciência**, São Paulo: Papirus, 1998.

ANDRÉ, M. E. D. A. **Estudo de caso em pesquisa e avaliação educacional**. Brasília: Liberlivros, 2005.

ANGELL, C.; KIND, P. M.; HENRIKSEN, E. K.; GUTTERSRUD, O. An empirical-mathematical modelling approach to upper secondary physics. **Physics Education**, v.43, n.3 p. 256-264, 2008.

ARRIASSECQ, I.; GRECA, I. M. Introducción de la teoría de la relatividad especial en el nivel médio/polimodal de enseñanza: identificación de teoremas-en-acto y determinación de objetivos-obstáculo. **Investigações em Ensino de Ciências**, v.11, n.2, p. 189-218, 2006.

BACHELARD, G. **A formação do espírito científico**. 1th ed. Rio de Janeiro: editora contraponto, 1996.

BAHER, J. Articulate virtual labs in thermodynamics education: A multiple case study. **Journal of Engineering Education**, p. 429-434. 1999.

BARBETA, V. B.; YAMAMOTO, I. Dificuldades Conceituais em Física Apresentadas por Alunos Ingressantes em um Curso de Engenharia. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, São Paulo, v.24, n.3, p. 324-341, 2002.

BASTOS, B. L. G. B.; BASTOS FILHO, J. B.; Conflito entre escolas de pensamento da matemática: Exploração de potencialidades para a melhoria dos ensinamentos da matemática e da Física. **Investigações em Ensino de Ciências**, v.8, n.1, p. 53-90, 2003.

BOLFE, L. E. R., BARLETTE, V. E. Ensino de conceitos de física térmica a partir de situações: Uma aproximação aos invariantes operatórios de Vergnaud. In: VII ENCONTRO NACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS, 2009, Florianópolis. **Anais...** Florianópolis: ABRAPEC, 2009.

BORDOGNA, C.; COTIGNOLA, M. I.; PUNTE, G.; CAPPANNINI, O. M. La Innovación como Proceso: Aplicación a La Enseñanza de temas introductorios a la termodinámica, **Caderno Catarinense de Ensino de Física**, v. 18, n.1, 65-84, 2001.

BRUSH, S.G. The Kind of Motion we call Heat: A History of the Kinetic Theories of Gases in the 19th century, Volumes I and II, **Studies in Statistical Mechanics**, Vol. VI, E.W. Montroll and J.L. Lebowitz (eds.), North-Holland Publishing Company, Oxford, 1976.

BRUSH, S.G.; **Statistical Physics and the Atomic Theory of Matter**: From Boyle and Newton to Landau and Onsager, Princeton Series in Physics, New Jersey: Princeton University Press, 1983.

CARNOT, S. **Réflexions sur la puissance motrice du feu et sur les machines propres à développer cette puissance**. Paris: Libraire Chez Bachelier, 1824.

CASTILLO, A. L.; GRANADOS, D. I.; MARINO, L. A. Calor: Una propuesta didáctica constructivista con enfoque de ciencia integrada. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 24, n. 3, p. 317-323, 2002.

COELHO, R. L. On the Concept of Energy: How Understanding its History can Improve Physics Teaching, **Science & Education**, v.18, p.961–983, 2009.

CONTIGNOLA, M. I.; BORDOGNA, C.; PUNTE, G.; CAPPANNINI, O. M. Difficulties in Learning Thermodynamics Concepts: Are They Linked to the Historical Development of this field? **Science & Education**, v.11, p. 279-291, 2002.

CROUCH, R.; HAINES, C. Mathematical modeling: Transitions between the real world and the mathematical model. **International Journal of Mathematical Education in Science and Technology**, v. 3, n. 2, p. 197-206, 2004.

DIAS, P. M. C. $F=ma$?!! O nascimento da lei dinâmica. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v.28, n.2, p. 205-234, 2006.

DIOGO, R. C.; MORAES, I. J.; DANTAS, C. M. A.; FERRARI, P. C. Análise do desempenho e levantamento das concepções espontâneas sobre termodinâmica de alunos de 8ª, 1ª, 2ª e 3ª séries da rede pública de ensino do estado de Goiás. In: XVII SIMPÓSIO NACIONAL DE ENSINO DE FÍSICA, 2007, São Luis. Anais ... São Luis: SBF, 2007.

DUIT, R.; KESIDOU, S. Students understanding of basic ideas of the second law of thermodynamics. **Research in Science Education**, v.18, p.186 – 195, 1988.

ENGELBRECHT, J.; HARDING, A.; DUPREEZ, J. Long-term retention of basic mathematical knowledge and skills with engineering students. **European Journal of Engineering Education**, v. 32, n. 6, p. 735-744, 2007.

FIOLHAIS, C.; TRINDADE, J. Física no Computador: O computador como uma ferramenta no ensino e na aprendizagem das ciências físicas. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 25, n. 3, p. 259-272, 2003.

FREITAS, H. A., VITAL, M. L., Motivação do aluno e o uso do computador em aulas de física, In: XI ENCONTRO DE PESQUISA EM ENSINO DE FÍSICA, 2008, Curitiba. **Anais...** Curitiba: SBF, 2008.

GALILEI, G. **O ensaiador**. São Paulo: Abril cultural. (Coleção Os pensadores, v. 12); 1973 [1623].

GENTNER, D.; STEVENS, A.L. **Mental Models**. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum, 1983.

GRECA I. M. **Projeto Integrado de Pesquisa - Modelização no Ensino de Física: Estudo do processo de Formalização e de Estratégias Didáticas Facilitadoras**, ULBRA, Canoas, 2002.

GRECA, I.M.; MOREIRA, M.A. Além da detecção de modelos mentais dos estudantes: uma proposta representacional integradora. **Investigações em Ensino de Ciências**, v.7, n.1, p. 30-45, 2002.

GRIFFITHS, D. H.; Physics teaching: Does it hinder intellectual development? **American Journal of Physics**, v. 44, p. 81-85, 1976.

GRINGS, E. T. O.; CABALLERO, C.; MOREIRA, M.A.; Avanços e retrocessos dos alunos no campo conceitual da termodinâmica. **Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias**, v. 7, n. 1, p. 23- 46, 2008.

GRINGS, E. T. O.; CABALLERO, C.; MOREIRA, M.A.; Significados dos conceitos e possíveis indicadores de invariantes operatórios apresentados por estudantes do ensino médio e técnico. **Revista Liberato**, v. 8, n. 9, p. 7- 12, 2007.

GRINGS, E. T. O.; CABALLERO, C.; MOREIRA, M.A.; Possíveis indicadores de invariantes operatórios apresentados por estudantes em conceitos da termodinâmica. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 28, n. 4, p. 463-471, 2006.

HESTENES, D. Toward a modeling theory of physics. **American Journal of Physics**, v.55, n.5, p. 440-454, 1987.

HUDSON, H. T.; LIBERMAN, D. The combined effect of mathematics skills and formal operational reasoning on student performance in the general physics course. **American Journal of Physics**, v. 50, n. 12, p. 1117-1119, 1982.

HUDSON, H. T. ; McINTIRE, W. R., Correlation between mathematical skills and success in physics, **American Journal of Physics**, v. 45, n.5, p. 470-471, 1977.

HÜLSENDEGER, M. J. V. C., A história da ciência no ensino de termodinâmica: um outro olhar sobre o ensino de física. **Ensaio Pesquisa em Educação em Ciências**. v. 9, n. 2, p. 191-205, 2007.

IZSAK, A. Students' Coordination of Knowledge When Learning to Model Physical Situations; **Cognition and Instruction**, v. 22, n. 1, p. 81-128, 2004.

JOHNSON-LAIRD, P. **El ordenador y la mente**: Introduccion a la Ciencia Cognitiva. Barcelona: Ediciones Paidós, 1990.

JOHNSON-LAIRD, P.; **Mental models**. Cambridge, MA: Harvard University Press. 1983.

KARAM, R. A. S.; PIETROCOLA, M. Resolução de problemas e o papel da matemática como estruturante do pensamento físico. In: XVIII SIMPÓSIO NACIONAL DE ENSINO DE FÍSICA, 2009, Vitória. **Anais ...** Vitória: SBF, 2009a.

KARAM, R. A. S.; PIETROCOLA, M. Habilidades Técnicas Versus Habilidades Estruturantes: Resolução de Problemas e o Papel da Matemática como Estruturante do Pensamento Físico, **ALEXANDRIA Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v.2, n.2, p.181-205, jul.2009b.

KARAM, R. A. S.; PIETROCOLA, M. Discussão das relações entre matemática e física no ensino de relatividade restrita: Um estudo de caso. In: VII ENCONTRO NACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS, 2009, Florianópolis. **Anais ...** Florianópolis: ABRAPEC, 2009c.

KARAM, R. A. S.; PIETROCOLA, M. Formalização matemática X Física moderna no ensino médio: É possível solucionar esse impasse? In: XI ENCONTRO DE PESQUISA EM ENSINO DE FÍSICA, 2008, Curitiba. **Anais ...** Curitiba: SBF, 2008.

KARAM, R. A. S. Matemática como estruturante e física como motivação: uma análise de concepções sobre as relações entre matemática e física. In: VI ENCONTRO NACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS, 2007, Florianópolis. **Anais ...** Florianópolis: ABRAPEC, 2007.

KLEIN, M. J. ;Carnot's Contributions to Thermodynamics. **Physics Today**, pp. 23-28, august, 1974.

KUHN, T.S. **The Copernican Revolution: Planetary Astronomy In The Development Of Western Thought**. Cambridge: Harvard University Press, 1957.

LEWIS, E. L., Conceptual change among middle school students studying elementary thermodynamics, **Journal of Science Education and Technology**, v. 5, n. 1, p. 3-31, 1996.

LOZANO, S. R.; CARDENAS, M. Some learning problems concerning the use of symbolic language in physics, **Science & Education**, v.11, p. 589-599, 2002.

LOPES, J. B. **Aprender e ensinar física**. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, Fundação para ciência e tecnologia, 2004.

LÜDKE, M. & ANDRÉ, M. E. D. A.; **Pesquisa em educação: Abordagens Qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986.

MÄNTYLÄ, T.; KOPONEN, I. T. Understanding the role of measurements in creating physical quantities: A case study of learning to quantify temperature in physics teacher education. **Science & Education**, v.16, p.291-311, 2007.

MARTINEZ-LUACES, V. Engaging secondary school and university teachers in modelling: some experiences in South American countries. **International Journal of Mathematical Education in Science and Technology**, v. 36, n. 2-3, p.193-205, 2005.

MARTINEZ-TORREGROSSA, J.; LÓPEZ-GAY, R.; GRAS-MARTI, A. Mathematics in physics education: scanning historical evolution of the differential to find a more appropriate model for teaching differential calculus in physics. **Science & Education**, v.15, p.447-462, 2006.

MARTINS, A. F. P., RAFAEL, F. J. Uma investigação sobre as concepções alternativas de alunos do ensino médio em relação aos conceitos de calor e temperatura. In: XVII SIMPÓSIO NACIONAL DE ENSINO DE FÍSICA, 2007, São Luis. **Anais ...** São Luis: SBF, 2007.

MEDEIROS, A.; MEDEIROS, C. F. Possibilidades e limitações das simulações computacionais no ensino da física. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 24, n. 2, p. 77-86, 2002.

MELLAR, H. & BLISS, J. Introduction: Modelling and Education. In: Mellar, H., Bliss, J., Boohan, R., Ogborn, J. & Topsett (Eds.) **Learning with Artificial Worlds: ComputerBased Modelling in the Curriculum**. The Falmer Press, London & Washington, D.C., 1994. cap 1, p.1-7.

MIRANDA, R. M.; VANIN, V. R.; BECHARA, M.J. Uso de simulações em disciplinas básicas de Mecânica em um curso de Licenciatura em Física. In: IX ENCONTRO DE PESQUISA EM ENSINO DE FÍSICA, 2004, Jaboticatubas. **Anais ...** Jaboticatubas: SBF, 2004.

MOREIRA, M.A. A teoria dos campos conceituais de Vergnaud, o ensino de ciências e a pesquisa nesta área. **Investigações em Ensino de Ciências**, v.7, n.1, p. 7-29, 2002.

MOREIRA, M. A.; **Teoria de Aprendizagem**. São Paulo: Editora Pedagógica Universitária Ltda, 1999.

MOREIRA, M. A.; Modelos Mentais. **Investigações em Ensino de Ciências**, v.1, n. 3, p. 192-232, 1996.

MORENO, M. et al. **Conhecimento e mudança**: os modelos organizadores na construção do conhecimento. São Paulo: Moderna, 1999.

NOBREGA, M. L.; **Segunda lei da termodinamica: os caminhos percorridos por William Thomson**. 2009. 81 f. Dissertação (Mestrado em Ensino, Filosofia e História das Ciências) - Universidade Federal da Bahia, Universidade Estadual de Feira de Santana, Salvador.

NUSSENZVEIG, H. M.: **Curso de Física Básica**: Fluidos, Oscilações, Ondas e Calor. 4 ed. São Paulo: Editota Blucher, vol. 2, 2002.

OLIVEIRA, P. M. C., DECHOUM, K. Facilitando a compreensão da segunda lei da termodinâmica. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 25, n.4, p. 359-363, 2003.

PATTON, M. Q.; **Qualiattive Research & Evaluation Methods**, 3 ed. Thousand Oaks: Sage Publications, Inc., 2002.

PATY, M., La physique quantique ou l'entraînement de la pensée physique par les formes mathématiques; *in* Mataix, Carmen y Rivadulla, Andrés (eds.), **Física cuántica y realidad. Quantum physics and reality**. Madrid: Editorial Complutense, 2002.

PATY, M., Os conceitos da física: Conteúdos racionais e construções na história. Artigo publicado originalmente em francês em **Principia**, v.5, n.1-2, p.209-240, 2001.

PATY, M., **A matéria roubada**, São Paulo: Edusp, 1995.

PATY, M.; Le caractere historique de l'adéquation des mathématiques à La physique, in Garma, Santiago; Flament, Dominique; Navarro, Victor (eds.), **Contra los titanes de la rutina.- Contre les titans de la Soutine**. Madrid: Comunidad de Madrid/C.S.I.C.,1994.

PATY, M. Interprétation et construction dans le rapport des mathématiques à la physique. In *Fundamenta scientiae* 10, 1989 (n° 1, Numéro spécial en hommage à Ludovico Geymonat), 35-55. **Egalement : Revue de l'enseignement philosophique**, 40e année, n°3, janvier-février 1990, 73-89.

PEDUZZI, L.O.Q.; **Evolução dos conceitos da Física: Do átomo grego ao átomo de Bohr**. Florianópolis: UFSC, 2008.

PIETROCOLA, M. A. Mathematics as structural language of physical thought. In: VICENTINI, M.; SASSI, E. (Ed.) **Connecting Research in Physics Education with Teacher Education**. New Delhi: Angus & Grapher Publishers, v. 2, p. 35-48, 2010.

PIETROCOLA, M. A matemática como estruturante do conhecimento físico; **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**. v.19, n. 1, p. 93- 114, 2002.

PINHEIRO T. F., PINHO-ALVES, J. e PIETROCOLA, M., Modelização de variáveis: uma maneira de caracterizar o papel estruturador da Matemática no conhecimento científico. In: PIETROCOLA, M. (org.) **Ensino de Física: conteúdo, metodologia e epistemologia numa concepção integradora**. Florianópolis: Editora da UFSC, 2001.

QUALE, A.; On the Role of Mathematics in Physics. **Science & Education**, v.20, p.359–372, 2011.

REDISH, E., **Problem Solving And The Use Of Math In Physics Courses**. Invited Talk Presented At The Conference, **World View On Physics Education in 2005: Focusing on Change**. Nova Delhi, 2005. Disponível em <http://arxiv.org/pdf/physics/0608268.pdf>. Último acesso em 15 de junho de 2012.

REED, S. K., Does Unit Analysis Help Students Construct Equations? **Cognition and Instruction**, v. 24, n.3, 341-366, 2006.

RESNICK, R.; HALLIDAY, D.; KRANE, K. S.; **Física 2**. 4 ed. Rio de Janeiro: LTC, 1996.

ROCHA, J. F. (organizador); **Origens e Evolução das Idéias da Física**, Salvador: edufba, 2002.

ROMER, R. H., Reading the equations and confronting the phenomena – The delights and dilemmas of physics teaching. **American Journal of Physics**. v. 61, n. 2, p. 128 -142, 1993.

ROWLAND, D.R.; JOVANOSKI, Z. Students interpretations of the terms in first-order ordinary differential equations in modeling contexts, **International Journal of Mathematical Education in Science and Technology**, v. 35, n.4, 503-516, 2004.

SHERIN, B. How Students Understand Physics Equations. **Cognition and Instruction**; v.19 n.4, p.479-541, 2001.

SILVA, O. H. M.; LABURÛ, C. E. Reflexões para subsidiar discussões sobre o conceito de calor na sala de aula; **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**.v. 25, n. 3, p. 383-396, 2008.

SILVA, C. C.; PIETROCOLA, M.. O papel estruturante da matemática na teoria eletromagnética: um estudo histórico e suas implicações didáticas. In: IV ENCONTRO NACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS, 2003, Bauru. **Anais ...** Bauru: ABRAPEC, 2003.

TARSITANI, C.; VICENTINI, M., Scientific mental representations of thermodynamics. **Science & Education**, v.5, p.51-68, 1996.

TARSITANI, C.; ‘La Storia della Seconda Legge della Termodinamica’, in C. Tarsitani and M. Vicentini (eds.), **Calore, Energia, Entropia**, Milan: Franco Angeli s.r.l. 1991. p. 274–301.

TRIVIÑOS, A.; **Introdução à Pesquisa em Ciências Sociais**. 1th ed. São Paulo: editora Atlas S.A, 1987.

TUMINARO, J.; REDISH, E.; Elements of a cognitive model of physics problems solving: Epistemic Games; **Physical Review Special Topics – Physics Education Research**, v. 3, n. 2, p. 1- 22, 2007.

VALERO, S. P.; VITERY, F.C.. Energia, Entropia y religión. Un repaso Histórico. **Revista de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales**. v.33, n.130, p. 37-52, 2010.

VARGAS, M.; História da matematização da natureza. **Estudos Avançados**, v.10, n.28, p. 249- 276, 1996.

VEIT, E. A.; Modelagem computacional no Ensino de Física. In: XVI SIMPÓSIO NACIONAL DO ENSINO DE FÍSICA, 2005, Rio de Janeiro. **Anais...** Rio de Janeiro: SBF, 2005.

VERGNAUD, G. En qué sentido la teoria de los campos conceptuales puede ayudarnos para facilitar aprendizaje significativo?; **Investigações em Ensino de Ciências**, v.12, n.2, p. 285-302, 2007.

VERGNAUD, G.; Education: the best part of Piaget's heritage. **Swiss Journal of Psychology**, v.55, n.2/3, p.112-118, 1996a.

VERGNAUD, G.; A trama dos campos conceituais na construção dos conhecimentos. **Revista do GEEMPA**, n. 4, p. 9-19, 1996b.

VERGNAUD. G.; La théorie des champs conceptuels. **Récherches en Didactique des Mathématiques**, v.10, n.23, p.133-170, 1990.

VERGNAUD, G.; A classification of cognitive tasks and operations of thought involved in addition and subtraction problems. In Carpenter, T., Moser, J. & Romberg, T. (1982).

Addition and subtraction. **A cognitive perspective**. Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum.1982. p. 39-59.

ZEMANSKY, M. W. **Calor e Termodinâmica**, 5th Ed. Rio de Janeiro: Editora Guanabara Dois, 1978.

ZEMANSKY, M. W. The use and misuse of the Word “heat” in physics teaching, **Proceedings: GIREP**, p. 295-300, Copenhagen, 1970.

APÊNDICE A - Questionário para a identificação das dificuldades na disciplina e na RP, e da visão que os estudantes têm do papel da Matemática na resolução dos problemas de Física.

Questionário utilizado para a identificação das dificuldades que estavam tendo na aprendizagem da disciplina e especificamente na RP, e da visão que estes estudantes, egressantes do curso de Licenciatura em Física têm do papel da Matemática na resolução dos problemas de Física.

1. Quais as maiores dificuldades que você tem na aprendizagem de Termodinâmica, e mais especificamente nesta primeira unidade temática?
2. Utilizando suas palavras expresse o que você entende acerca dos conceitos físicos listados abaixo:

Temperatura:
Trabalho:
Energia Interna:
3. O que representa a Primeira Lei da termodinâmica? Ainda a respeito desta lei, formalize a expressão que a representa e diga o que significa para você o sinal de igualdade nesta expressão.
4. O que são variáveis microscópicas e macroscópicas e como elas se relacionam dentro do universo da Termodinâmica?
5. Você compreende os conceitos básicos da Matemática (cálculo diferencial) utilizados na compreensão dos conceitos de Termodinâmica? Justifique sua resposta.
6. Qual o significado físico do conceito de diferencial?
7. Você tem problemas quando é necessária a aplicação do conceito de diferencial nos problemas de Termodinâmica?
8. Durante a resolução dos problemas você prioriza o conceitual ou a Matemática? Como utiliza a matemática nesta atividade?
9. Para você qual o papel da Matemática na Física?

APÊNDICE B – Descrição das atividades avaliativas, propostas pelo professor referentes à primeira unidade didática, que integra o estudo introdutório à Termodinâmica, temperatura, sistemas termodinâmicos, calor e primeira lei da termodinâmica.

Primeira Atividade

1 – Descreva temperatura cinética de um sistema sob o ponto de vista microscópico e sob o ponto de vista microscópico. Qual é a relação entre estas duas visões da temperatura cinética?

2 – Definir e explicar:

a) sistema aberto, sistema fechado e sistema isolado.

b) processo quase-estático.

3 – Quando as condições para quaisquer um dos três tipos de equilíbrio que constituem o equilíbrio termodinâmico não são satisfeitas, o sistema é dito estar num estado de não-equilíbrio. Como é possível encontrar coordenadas termodinâmicas para dar uma descrição ao sistema?

4 – Os estados de equilíbrio de vapor superaquecido são representados pela equação de Callender:

$$v - b = \frac{rT}{P} - \frac{a}{T^m}$$

Onde b, r, A e M são constantes. Expresse o coeficiente de dilatação volumétrica β , como uma função de T e P.

5 – Calcule o trabalho realizado por um mol de gás durante uma expansão isotérmica quase estática, desde um volume inicial v_1 até um volume final v_2 , quando a equação de estado for:

$$P + \left(\frac{a}{v^2} \right) (v - b) = RT$$

Onde a e b são as constantes de van de Waals.

6 – a) A tensão num fio metálico é aumentada quase estática e isotermicamente de τ_1 até τ_2 . Se o comprimento, a área da seção transversal e o módulo de Young isotérmico do fio metálico permanecem praticamente constantes, demonstre que o trabalho realizado é:

$$W = \frac{L}{2AY} (\tau_2^2 - \tau_1^2)$$

b) A tensão num fio metálico de 1m de comprimento e $0,001 \text{ cm}^2$ de área transversal, é aumentada quase estática e isotermicamente a 20°C de 10 até 100N. Qual é o trabalho realizado se o módulo de Young isotérmico a 20°C é $1.23 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$.

Segunda atividade:

1 – Um líquido é agitado irregularmente em um recipiente isolado, e, portanto, sua temperatura aumenta. Considere o líquido como o sistema. Ocorre transferência de calor?

Trabalho será realizado neste processo? É importante que a agitação seja irregular? Qual o sinal da variação de energia interna no sistema? Justifique cada uma de suas respostas.

2 – a) enunciar a primeira lei da termodinâmica;

b) Defina capacidade calorífica;

c) Descreva o método Rűchhart para medir γ .

3 - O espaço situado entre duas cascas esféricas concêntricas delgadas, de raios de 5 e 15 cm, respectivamente, está ocupado inteiramente com carvão vegetal. Quando se fornece energia num regime permanente de 10,8W a um aquecedor situado no centro, estabelece-se entre as esferas uma diferença de temperatura de 50°C. Ache a condutividade térmica do carvão vegetal.

4 – Considerando que a energia interna de um sistema hidroestático seja uma função de t e P , deduza as equações:

$$a) dQ = \left[\left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_P + P \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P \right] dT + \left[\left(\frac{\partial U}{\partial P} \right)_T + P \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_T \right] dP$$

$$b) \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_P = C_p - PV\beta$$

5 – a) Partindo da primeira lei da termodinâmica e das definições de c_p e c_v , mostrar que:

$$c_p - c_v = \left[p + \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T \right] \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P$$

Onde c_p e c_v são as capacidades específicas de calor por mol em pressão e volume constantes, respectivamente e U e V são a energia e volume de um mol.

b) Use o resultado encontrado e a expressão $p + \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T = T \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_V$ para encontrar $c_p - c_v$

para a equação de gás de van der Waals $\left(p + \frac{a}{V^2} \right) (V - b) = RT$.

APÊNDICE C – Descrição de características do estudante E5, as quais balizaram a análise e categorização do mesmo.

Descrição estudante E5

Características em aula:

O estudante E5 é um estudante que tem como característica principal o questionamento, ele tenta durante a aula entender detalhes, durante as resoluções de problemas ele tenta antes de colocar expressões entender todo o problema e a partir deste entendimento poder colocar as equações.

Exemplo de solução do problema proposto na primeira atividade avaliativa para o estudante E5 (Problema 4, Primeira atividade avaliativa).

4- a) L, A, Y, T permanecem constantes, então:

$$d\tau = \left(\frac{\partial \tau}{\partial T} \right)_L dT + \left(\frac{\partial \tau}{\partial L} \right)_T dL \Rightarrow d\tau = \left(\frac{\partial \tau}{\partial L} \right)_T dL \Rightarrow \frac{d\tau}{dL} = \left(\frac{\partial \tau}{\partial L} \right)_T$$

Agora posso substituir na expressão do módulo de Young

$$\left[Y = \frac{L}{A} \left(\frac{\partial \tau}{\partial L} \right)_T \right], \text{ ficando a expressão desta forma:}$$

$$Y = \frac{L}{A} \left(\frac{d\tau}{dL} \right) \Rightarrow dL = d\tau \frac{L}{YA}$$

Sei que a expressão do trabalho é dado por $dW = \tau dL$
então apenas substituo a expressão acima na expressão do trabalho para o fio, teremos:

$$dW = \frac{\tau L}{YA} d\tau$$

Integrando da tensão inicial a final:

$$\int_i^F dW = \int_{\tau_i}^{\tau_f} \frac{L}{YA} \tau d\tau \Rightarrow W = \frac{L}{YA} \int_{\tau_i}^{\tau_f} \tau d\tau \dots$$

$$\therefore \Rightarrow W = \frac{L}{YA} \cdot \frac{1}{2} [\tau^2]_{\tau_i}^{\tau_f} \Rightarrow \boxed{W = \frac{L}{2YA} (\tau_f^2 - \tau_i^2)}$$

Características na entrevista:

A entrevista teve como base as respostas dadas ao questionário prévio e as atividades avaliativas e as observações em sala de aula (Objetivo confirmar as características identificadas):

Na entrevista, quando indagado, acerca dos conceitos solicitados na provas, principalmente dos conceitos energia interna, trabalho e calor e da própria representação da Primeira Lei da Termodinâmica o aluno apresentou respostas consistentes e que indicavam uma boa compreensão teóricas destes.

Para confirmar tais verbalizações foi solicitado a explicação de cada uma das questões colocadas nas provas e que ele explicasse o pensamento durante a resolução das questões, neste momento podemos concluir que o estudante apresentava um bom entendimento destes conceitos e dessa forma foi categorizado com uma conceitualização física aceitável.

A compreensão matemática dos conceitos de cálculo e a compreensão física do conceito de diferencial foram verificadas a partir das indagações nas aulas e nas resoluções de problemas nas provas, bem como, do estudo do desempenho do estudante nas disciplinas de cálculo. Observou-se que ele sabia resolver questões de cálculo, que no nosso caso, isto resumiria em resolver derivadas totais e parciais. Quando indagado sobre o que entendia sobre a idéia de diferencial ele respondeu consistentemente, embora afirmasse também que: *“...muitas vezes ao resolver um problema perco muito tempo pensando o que representa a diferencial no problema proposto, e em algumas vezes apesar de entender a importância desta atitude eu desprezo e vou direto para as equações”*.

Observando as provas do aluno percebe-se que este ao resolver um problema descreve a situação, tenta quando possível, fazer uma figura, pois segundo ele em alguns casos desenhar ajuda na compreensão e quando indagado o porquê ele não partia logo das equações ele diz: *“Quando leio o problema eu me imagino conversando com alguém e explicando o que o problema pede a esta pessoa então tento escrever o que eu diria na explicação, pois dessa forma o problema vai se tornando claro para mim”*.

Esta característica foi observada em todos os problemas analisados, então desta forma, ele foi classificado com um estudante que apresenta como principal característica o raciocínio matemático.

Na resposta a última pergunta do questionário prévio, que indagava diretamente qual o papel da Matemática na Física ele responde: *“a matemática tem uma função fundamental na física, ela é a base estrutural, é como o esqueleto do nosso corpo”*. Quando indagado

novamente na entrevista ele afirma a mesma coisa e comparando esse pensamento com as atitudes em sala, durante as aulas, e na forma que ele conduz a atividade de resolver problemas obtivemos confirmações deste pensamento exposto por ele.

Embora o estudante E5 apresente tais características, ele afirma que apresenta dificuldades na junção entre o conceitual e a Matemática nas respostas ao questionário prévio, então quando indagado sobre este ponto contraditório, ele responde: *“Eu tenho dificuldade porque tento fazer essa ligação e sei que não é fácil, se eu não tivesse consciência desta necessidade eu nem tentaria, colocaria as equações e só.”*

O estudante E5 durante o curso sempre primou por um entendimento dos conteúdos de um modo mais abrangente possível, buscou sempre uma preocupação com o conhecimento da História, e sempre se preocupou com a Matemática com um significado na Física.

APÊNDICE D – Descrição e resolução dos problemas utilizados no estudo.

Problema 1

Descrição: O problema 1 trata da dilatação sofrida por uma esfera metálica devido uma transferência de calor, sua resolução requer do estudante que o resolve, clareza a cerca da relação calor - variação de temperatura, pois nestes problema o calor recebido pela esfera provocará a dilatação desta. A esfera descrita no problema é homogênea e este afirma que o centro de massa desta sofre um deslocamento. Dessa forma, em consequência da transferência de calor para a esfera, trabalho será realizado pela força peso durante o deslocamento do centro de massa, ou ainda a energia potencial do centro de massa sofrerá uma variação e nestes termos a energia interna desta também sofrerá alteração.

Resolução:

a) O trabalho realizado é determinado pela variação da energia potencial correspondente à elevação do centro de massa da esfera, logo:

$$W = mgd$$

b) Da primeira lei da termodinâmica, temos:

$$\Delta U = \Delta Q - W \Rightarrow \Delta U = Q - mgd$$

Problema 2

Descrição: No problema 2 é apresentado um sistema e este é ilustrado por uma figura e um gráfico que auxiliarão no entendimento do processo ao qual o sistema será submetido. Para a sua resolução o estudante necessita compreender o que caracteriza um processo cíclico e como este influencia no comportamento do sistema. Deverá entender como se relacionam o trabalho realizado sobre o sistema pelo êmbolo, e o calor que o sistema perderá no processo, o qual será utilizado na fusão do gelo. É de fundamental importância, neste problema, a compreensão que a transferência de calor entre o cilindro e a mistura de água e gelo não ocasionará uma variação de temperatura, ela servirá para que ocorra a mudança de estado, uma vez que esta ocorre sob temperatura constante.

Resolução:

Em qualquer ciclo termodinâmico a variação da energia interna do sistema é zero.

$$\Delta U = \Delta Q + W = 0 \Rightarrow W = -Q$$

Nesta equação, Q é o calor total transferido no ciclo e W é o trabalho total realizado sobre o sistema. Como 100g de gelo foram fundidos durante o ciclo, isto significa que uma quantidade de calor necessária para fundir esse gelo foi “perdida” pelo sistema (sinal -). O calor foi perdido para a mistura água-gelo, que não pertence ao sistema, o qual é constituído pelo gás no interior do pistão. Essa quantidade de calor vale:

$$Q = -L_f m = -79,55 \text{ cal} / \text{g} \cdot 100 \text{ g} \Rightarrow Q = -7955 \text{ cal}$$

Nesta equação, L_f é o calor latente de fusão do gelo e m é a massa de gelo fundido. Portanto, obtêm-se o trabalho executado sobre o sistema (trabalho com sinal [+], de acordo com a convenção) substituindo-se o valor numérico do calor na primeira equação.

$$W = -Q = -(-7955 \text{ cal}) \Rightarrow W = 7,96 \text{ Kcal}$$

Problema 3

Descrição: O problema 3, diferente dos anteriormente descritos, não solicita do estudante resultados que são comumente pedidos em problemas convencionais de aplicação da primeira lei da termodinâmica, ou seja, ele não solicita a determinação de calor transferido, trabalho ou variação de energia interna, no sentido usual, com determinação direta.

O problema requer do estudante uma compreensão mais ampla da termodinâmica e de aspectos relacionados à modelagem física, bem como do entendimento do conceito matemático de taxa ou razão.

Os conceitos da termodinâmica envolvidos na resolução apresentam praticamente as mesmas relações expostas no problema 2, o adicional nesta resolução é a compreensão do processo ocorrendo dinamicamente, onde as grandezas que determinam o processo e as transformações sofridas pelo sistema, vão sendo alteradas com o tempo, ou seja estas variações devem ser acompanhadas a cada instante.

Resolução:

O problema pede: $\frac{dm}{dt}$, $\frac{dQ}{dt}$ e $\frac{dU}{dt}$

a) Para se obter a taxa pedida, $\frac{dm}{dt}$, podemos iniciar a resolução analisando a velocidade de queda do pistão, v_p , que adotaremos como negativa, pois está associada à diminuição de volume no interior do cilindro.

$$v_p = -\frac{dy}{dt} = -\frac{dy}{dt} \frac{A}{A} \Rightarrow v_p = -\frac{1}{A} \frac{dV}{dt} \quad (1)$$

Em (1), dV/dt é a taxa de variação do volume no recipiente e A é a área do pistão. A densidade do vapor é dada por:

$$\rho = \frac{dm}{dV} \Rightarrow dV = \frac{dm}{\rho} \quad (2)$$

Substituindo a equação (2) na equação (1), temos:

$$\begin{aligned} v_p &= -\frac{1}{\rho A} \frac{dm}{dt} \Rightarrow \frac{dm}{dt} = -v_p \rho A \Rightarrow \frac{dm}{dt} = -0,3 \text{ cm/s} \cdot 6 \cdot 10^{-2} \text{ g/cm}^3 \cdot 2 \text{ cm}^2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{dm}{dt} = -3,6 \cdot 10^{-4} \text{ g/s} \end{aligned}$$

O sinal negativo de dm/dt significa que há redução da quantidade de vapor d'água (condensação) com o tempo.

b) A fonte de calor no interior da câmara é a condensação da água. Como se trata de uma mudança de fase, o calor é transferido na forma de calor latente de vaporização L_v .

$$Q = L_v m \Rightarrow \frac{dQ}{dt} = L_v \frac{dm}{dt} \Rightarrow \frac{dQ}{dt} = 2256 \cdot 10^3 \text{ J/kg} \cdot (-3,6 \cdot 10^{-7} \text{ kg/s}) \Rightarrow \frac{dQ}{dt} = -0,81 \text{ J/s}$$

O sinal negativo de dQ/dt significa que o calor está sendo transferido para fora do sistema.

c) A variação da energia do cilindro é dada por:

$$dU = dQ + dW = dQ - p dV \Rightarrow \frac{dU}{dt} = \frac{dQ}{dt} - p \frac{dV}{dt} \quad (3)$$

A pressão interna do cilindro é dada por: $p = p_0 + \frac{m_E g}{A}$ (4)

Substituindo as equações (2) e (4), na equação (3):

$$\begin{aligned} \frac{dU}{dt} &= \frac{dQ}{dt} - \left(p_0 + \frac{m_E g}{A}\right) \frac{1}{\rho} \frac{dm}{dt} \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{dU}{dt} &= (-0,8121 J/s) - \left[(1,01 \cdot 10^5 Pa) + \frac{2 kg \cdot 9,81 m/s^2}{2 \cdot 10^{-4} m^2} \right] \cdot \frac{1}{0,6 kg/m^3} (-3,6 \cdot 10^{-7} kg/s) \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{dU}{dt} &= -0,69 J/s \end{aligned}$$

A energia interna do sistema está diminuindo com o tempo devido a condensação do vapor. Nesse processo, moléculas de água com elevada energia cinética passam para a fase líquida onde sua energia cinética é enormemente diminuída.