UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA
UNIVERSIDADE ESTADUAL DE FEIRA DE SANTANA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO, FILOSOFIA E HISTÓRIA DAS CIÊNCIAS

MELINE NERY MELO PEREIRA

GEOMETRIA, SITUAÇÕES COM REFERÊNCIA NA REALIDADE E A PARTICIPAÇÃO DE ESTUDANTES EM AULAS DE MATEMÁTICA

Salvador – BA
2013

MELINE NERY MELO PEREIRA

GEOMETRIA, SITUAÇÕES COM REFERÊNCIA NA REALIDADE E A PARTICIPAÇÃO DE ESTUDANTES EM AULAS DE MATEMÁTICA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino, Filosofia e História das Ciências da Universidade Federal da Bahia e da Universidade Estadual de Feira de Santana para obtenção de grau de Mestre em Ensino, Filosofia e História das Ciências, na área de concentração em Educação Científica e Formação de Professores.

Orientadora: Profª. Drª. Andréia Maria Pereira de Oliveira

Salvador – BA
2013

Aos meus pais, Geovanio e Eline, pelo incentivo e apoio
incondicional em todos os momentos da minha vida.

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, agradeço a Deus, por estar comigo em todos os momentos.

Sou grata pelo apoio de muitas pessoas que estiveram comigo durante essa caminhada.

Em especial,

À minha orientadora, Andréia Maria Pereira de Oliveira, pelo incentivo, pelos desafios que me propôs e pela interlocução constante.

Aos professores Jonei Cerqueira Barbosa e Marcelo Almeida Bairral, pelas importantes contribuições no exame de qualificação deste trabalho.

Às professoras e aos estudantes participantes desta pesquisa, por terem permitido a coleta de dados em suas salas de aula e pela atenção dispensada.

Aos professores André Luís Mattedi Dias, Jany Santos Souza Goulart e Eliene Barbosa Lima, pelo incentivo ao ingresso no mestrado.

Ao NUPEMM (Núcleo de Pesquisas em Modelagem Matemática), pelas importantes discussões e contribuições para meu crescimento enquanto pesquisadora.

Aos membros do GOPEMAT (Grupo de Orientação e Pesquisa em Educação Matemática): Anayle Santos de Queiroz, Airam da Silva Prado, Lilian Aragão da Silva, Jamerson dos Santos Pereira, Wagner Ribeiro Aguiar e Wedeson Oliveira Costa, pelas contribuições à versão preliminar da dissertação.

À Mai, pelas trocas, conversas e desabafos nos momentos difíceis, durante a caminhada.

Ao meu amor, Jamerson, pela tranquilidade, carinho e apoio incondicional.

À minha família, pelo apoio e incentivo. Em especial, à minha avó Emília (em memória), que tanto vibrou quando ingressei no mestrado, pelo exemplo de luta.

E, por fim, a CAPES, pelo apoio financeiro.

RESUMO

Analisar as formas de *participação* de estudantes em aulas de Matemática que abordaram tópicos de geometria, explorando situações com referência na realidade foi o objetivo desta pesquisa. O referencial teórico utilizado foi a perspectiva da aprendizagem situada segundo Jean Lave e Etienne Wenger. Os participantes da pesquisa foram estudantes do Ensino Fundamental da Rede Pública das cidades de Feira de Santana e Salvador. Os dados foram coletados a partir da observação em aulas de matemática que exploraram tópicos de geometria, mediante registro por meio de filmagem. Além disso, foram utilizados a entrevista com estudantes e análise de documentos (registros produzidos pelos estudantes durante as aulas observadas) para subsidiar as interpretações dos dados obtidos por meio da observação. Os resultados desta pesquisa sugerem que os estudantes participam das aulas de matemática pelo menos de cinco formas distintas: reconhecendo aspectos geométricos na situação; adaptando o conhecimento geométrico à situação; tentando resolver o problema; escolhendo formas geométricas e relacionando a situação com a representação matemática. Ademais, os resultados indicam que, ao participarem de aulas que exploram tópicos de geometria a partir de situações com referência na realidade, os estudantes negociam os seguintes significados: a negociação de significados na discussão sobre a forma de uma figura geométrica; a negociação da ideia de lado de uma figura plana e do conceito de retângulo e a negociação acerca da capacidade da sala.

Palavras-chave: Geometria. Participação. Situações com referência na realidade. Negociação de significados.

ABSTRACT

Analyze the forms of participation of students in mathematics classes that addressed topics of geometry, exploring situations with reference to reality was the objective of this research. The theoretical framework used was the situated learning perspective according to Jean Lave and Etienne Wenger. The participants were students from public elementary schools in the cities of Salvador and Feira de Santana. Data were collected from observation in mathematics classes that explored topics of geometry by registering through filming. In addition, we used the interview with students and analysis of documents (records produced by the students during lessons observed) to support the interpretations of the data obtained through observation. The results of this research suggest that students participate in mathematics classes at least five different ways: recognizing geometric aspects in the situation, adapting the geometric knowledge of the situation, trying to solve the problem, choosing geometric shapes; and relating the situation to the mathematical representation. Moreover, the results indicate that, to participate in classes that explore topics of geometry from situations with reference to reality, students negotiated the following meanings: the negotiation of meaning about the shape of a geometric figure, the negotiation of idea of the side of a plane figure and the concept of rectangle and negotiation about the capacity of the room.

Key-words: Geometry. Participation. Situations with reference to reality. Negotiation of meanings.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS

1. INTRODUÇÃO

Neste capítulo, apresentarei questões relacionadas ao meu interesse pelo tema da pesquisa, descrevendo minha trajetória na graduação e na participação do Projeto de Extensão intitulado "O visual e o concreto no Ensino de Geometria: uma abordagem sobre a observação, estudo e construção de objetos geométricos com a participação de estudantes da Rede Pública de Ensino de Feira de Santana". Além disso, trago a revisão de literatura, o objetivo e a relevância da pesquisa, a metodologia, a organização da dissertação e o lugar teórico de onde falo.

1.1 O INTERESSE PELO TEMA

Em 2007, comecei a cursar a Licenciatura em Matemática na Universidade Estadual de Feira de Santana (UEFS). Durante a graduação, participei de alguns eventos da área de Educação Matemática, os quais, juntamente com as disciplinas cursadas (em especial, Instrumentalização para o Ensino da Matemática V[1]), despertaram meu interesse sobre o Ensino de Geometria, mais especificamente sobre o seu abandono.

Na disciplina Orientação à Pesquisa[2], ministrada pela professora Ms. Jany Santos Souza Goulart, tive a oportunidade de conhecer o Projeto de Extensão intitulado "O visual e o concreto no Ensino de Geometria: uma abordagem sobre a observação, estudo e construção de objetos geométricos com a participação de estudantes da Rede Pública de Ensino de Feira de Santana" [3], coordenado pela professora mencionada, o qual estava em processo de aprovação na universidade. O objetivo do Projeto era desenvolver atividades com estudantes do ensino fundamental, estimulando o desenvolvimento da percepção visual de elementos geométricos a partir de materiais concretos e relacionando os conteúdos de geometria com o cotidiano. Interessei-me pelo tema e pela proposta e, após sua aprovação, passei a ser colaboradora voluntária. A partir daí, iniciamos (eu, a coordenadora e outros voluntários) as atividades do Projeto, estudando a literatura, elaborando atividades e desenvolvendo-as durante encontros semanais, com um grupo de estudantes de 5ª a 8ª séries de uma escola da Rede Pública de Ensino de Feira de Santana.

---

[1] Essa disciplina é oferecida no 5º semestre da Licenciatura em Matemática da UEFS e tem por objetivo trabalhar com os conteúdos de geometria voltados para o ensino fundamental e médio.

[2] Nessa disciplina, os estudantes do curso têm a oportunidade de desenvolver pesquisa sobre o ensino de Matemática a partir de um tema gerador.

[3] Atividade de extensão da UEFS (Resolução CONSEPE 070/2009).

Em contato com esse Projeto, tive a oportunidade de desenvolver um estudo no âmbito da extensão intitulado "A Geometria e o cotidiano: Um elo entre os aspectos visuais e concretos a partir do estudo e construção de objetos geométricos no ensino fundamental", sob a orientação do professor Dr. André Luís Mattedi Dias (o qual também era um dos colaboradores do Projeto de Extensão mencionado anteriormente), no Programa de Bolsas de Extensão da UEFS. Esse estudo analisou como as observações de elementos do cotidiano poderiam contribuir para o ensino de geometria no Ensino Fundamental. A partir dos resultados obtidos na atividade extensionista, produzimos dois relatos de experiência: o primeiro, intitulado "O visual e o concreto no Ensino de Geometria" (PEREIRA; MELO, 2009), foi apresentado e publicado nos anais da Jornada de Extensão Universitária da Bahia e o segundo, intitulado "Geometria no Ensino Fundamental: Experiência com um Projeto de Extensão" (PEREIRA; MELO; GOULART; DIAS, 2010), foi apresentado e publicado nos anais do X Encontro Nacional de Educação Matemática. Dentre esses resultados obtidos, destaco os seguintes:

1. A manipulação de figuras geométricas não só aguçou nos estudantes a capacidade de identificá-las, como também despertou grande interesse e participação dos estudantes envolvidos no Projeto;
2. A partir de tarefas envolvendo a manipulação, os estudantes passaram a identificar as propriedades de várias figuras geométricas;
3. A observação de elementos do cotidiano, relacionados à geometria, despertou interesse dos estudantes. Isso demonstrou que esse aspecto poderia ser um campo fértil para o seu ensino.

O terceiro resultado, em especial, despertou meu interesse, pois as tarefas que envolviam questões relacionadas à vida dos estudantes geravam muitos comentários interessantes e uma participação[4] entusiasmada deles. Assim, passei a refletir sobre o papel que essas situações cotidianas poderiam ter no ensino de geometria e quais possibilidades poderiam oferecer para o desenvolvimento da aprendizagem dos estudantes.

Na próxima seção, apresentarei alguns aspectos discutidos na literatura acerca do ensino de geometria, com o objetivo de inserir meu objeto de pesquisa nessa discussão.

[4] Esse termo será discutido na seção dedicada ao referencial teórico.

1.2 ENSINO DE GEOMETRIA NO CENÁRIO DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

No cenário nacional e internacional, as aulas de matemática são, na maioria das vezes, organizadas da seguinte forma: o professor apresenta o conteúdo, resolve exercícios e, posteriormente, os estudantes respondem questões parecidas com os exercícios apresentados (SKOVSMOSE, 2007; SANNI, 2007).

Diante desse panorama, estudos têm enfatizado as dificuldades em geometria apresentadas pelos estudantes (PIROLA, QUINTILIANO; PROENÇA, 2003; MORACO, 2006; MONAGHAN, 2000). Para mostrar a situação atual do ensino de geometria, Pirola, Quintiliano e Proença (2003) investigaram o desempenho de estudantes do ensino médio em tarefas envolvendo o conceito de polígonos e poliedros. Nessa pesquisa, participaram 93 estudantes das três séries do ensino médio de uma escola da rede pública de ensino do Estado de São Paulo. Como resultado, foi obtido que 80% dos estudantes não gostavam de geometria e 59,13% dos participantes não conseguiam iniciar a resposta de questões em que deveriam discriminar polígonos e poliedros. Com isso, fica evidente que existem problemas no que se refere ao ensino de geometria. Diante disso, corroborando com esse resultado, Moraco (2006) destacou que a maioria dos estudantes do 2º e 3º ano do ensino médio não conseguiu fazer a planificação correta do cubo. Além isso, a investigação evidenciou que os estudantes se confundiram quando foi solicitado que fizessem a representação de um cubo e de uma pirâmide e desenharam figuras planas ao invés de tridimensionais.

No cenário internacional, Monaghan (2000) apresenta resultados semelhantes. Ao investigar as conceitualizações de crianças sobre polígonos e suas tentativas de diferenciá-los, apenas 3, entre 7 estudantes, fizeram a diferença correta entre quadrado e retângulo. Ou seja, aproximadamente 57% deles não conseguiram fazer essa distinção corretamente.

Esses exemplos evidenciam que o ensino de geometria enfrenta problemas. Diante disso, nos últimos anos, no cenário da Educação Matemática, pesquisas têm dado ênfase ao ensino de geometria (PERES, 2004; PAVANELLO, 2004; PAIS, 2006; MENDES, 2006; SILVA, 2010), buscando identificar problemas e propor mudanças.

Estudos na área têm apontado para a exploração da geometria a partir do uso de *softwares matemáticos*, pois, por meio deles, é possível abordar propriedades de visualização e ampliação de figuras (IMAFUKU, 2008) e levantar conjecturas (SILVA, 2010). Araújo, Bairral e Gimenez (2001), no estudo em que discutem sobre tarefas envolvendo tecnologia informática para o ensino de geometria, apresentam alguns aspectos discutidos com um professor que participou da pesquisa. Os autores argumentam que ao discutir com o pesquisador sobre as respostas dos estudantes, o professor percebeu que ao participar de tais tarefas, os estudantes controlaram argumentações e justificativas; estabeleceram alternativas explícitas na exploração; reconheceram padrões na modelização; escreveram narrativas, provaram, etc., nas tarefas de dedução.

Ao discutir as potencialidades de tarefas investigativas em geometria, Grando Nacarato e Gonçalves (2008) concluíram que esse tipo de tarefa é relevante, uma vez que elas propiciam a valorização dos saberes dos estudantes. Além disso, o uso de materiais manipuláveis também tem aparecido nas pesquisas que focam o ensino de geometria. Uma dessas pesquisas é a de Nacarato (2005), a qual discute as possibilidades e formas de uso desses materiais, sendo que um dos aspectos discutidos pela autora é a forma como os materiais são utilizados em algumas práticas. Nesse sentido, sustenta que o uso do material em si não garante o sucesso da aprendizagem dos estudantes.

Skovsmose (2000) agrupa essas situações no *cenário para investigação* e *paradigma do exercício*. O primeiro refere-se à exploração de um tópico matemático e posterior resolução de exercícios. No cenário para investigação, os estudantes são convidados a se envolverem em processos de investigação e argumentação. Assim, diferente do paradigma do exercício, os estudantes não sabem previamente como devem proceder para resolver o que lhes é proposto. Contudo, existem situações que estão entre esses cenários, isto é, mesclam características do paradigma do exercício e do cenário para investigação. As tarefas que serão apresentadas no contexto desta pesquisa se enquadram entre esses extremos.

Diferente do foco desta dissertação, os trabalhos discutidos nessa seção tratam de situações que exploram apenas o contexto matemático. Skovsmose (2000) argumenta que tarefas podem se referir a três contextos: matemática pura, semirrealidade e realidade. As tarefas que se referem à matemática pura são aquelas que tratam exclusivamente da matemática, não utilizando nenhum outro contexto. As tarefas enquadradas na semirrealidade são aquelas que exploram situações possíveis, mas que não aconteceram necessariamente. Por exemplo, um problema questionando quanto recebeu um determinado feirante que vendeu 26 maçãs a R$ 1,50 cada uma, em um dia, está enquadrado na semirrealidade. Nesse caso, os feirantes que vendem maçãs existem nas feiras livres, contudo esta é uma situação hipotética. Ou seja, não foi realizada uma pesquisa com feirantes para coletar esses dados. Caso isso tivesse ocorrido, o problema estaria enquadrado como uma situação com referência na realidade.

Na próxima seção, apresentarei como o uso das situações com referência na realidade tem sido discutido no ensino de geometria.

1.3 ENSINO DE GEOMETRIA E SITUAÇÕES COM REFERÊNCIA NA REALIDADE

Como sabemos, a matemática está relacionada a diversas situações do nosso dia-a-dia. Em alguns casos, aparece explicitamente, já em outros implicitamente, como, por exemplo, em pacotes e programas instalados em sistemas computacionais (SKOVSMOSE, 2007). Diante disso, estamos em contato com ela ao ler sobre inflação em um jornal, ao fazer uma operação bancária, ao ir a um supermercado, ao analisar que loja oferece a melhor opção para a compra de um produto, dentre outros. Em decorrência disso, as situações com referência na realidade também têm sido discutidas em estudos e apontadas como uma possibilidade para o ensino de Matemática (GRANDO E MORETTI, 2003; PAVANELLO, 2003). Essas situações são definidas por Skovsmose (2000) como aquelas que exploram situações da vida real. Por exemplo, explorar as eleições, utilizando dados retirados de uma matéria de jornal, trata-se de uma situação com referência na realidade.

Ao discutir as possibilidades de utilização de conhecimentos envolvidos em situações de trabalho na escola, Grando e Moretti (2003, p.18) sustentam que:

> Situações do cotidiano são significativas para o processo ensino-aprendizagem da matemática para que se tenha consciência de que os conceitos escolares não se fecham em si mesmos, mas que estão subjacentes a outras atividades sociais; que se perceba que há outras unidades de volume além daquelas dos sistemas estudados na escola, como é o caso do tijolo e da tábua-padrão como unidades de volume ou capacidade; enfim, que se reconheça a existência da matemática nas diversas atividades humanas.

Nesta direção, Silva e Szumski (2012), ao apresentarem resultados de uma pesquisa que explorou a bandeira nacional com estudantes da 8ª série do ensino fundamental, argumentam que o ensino contextualizado possibilita uma aproximação entre os conteúdos explorados na escola e a experiência de estudantes.

A geometria, em particular, está relacionada a diversas situações do cotidiano. Por exemplo, observamos o uso de conhecimentos geométricos em construções arquitetônicas, embalagens, hortas, cálculos de áreas de terrenos, dente outros. Contudo, Silva e Szumski (2012) constataram que estudantes têm dificuldades em interpretar situações-problema que explorem situações cotidianas. Diante disso, as situações com referência na realidade podem ser um campo fértil para o trabalho com a geometria.

Com o intuito de contribuir para essa discussão, esta pesquisa busca trazer uma compreensão sobre as formas de *participação* de estudantes em aulas de Matemática que explorem situações com referência na realidade para abordar tópicos de geometria.

1.4 A PERGUNTA NORTEADORA

A questão que norteou a presente pesquisa foi a seguinte:

Como estudantes *participam* de aulas de Matemática que abordam tópicos de geometria explorando situações com referência na realidade?

A partir desta pergunta norteadora, decorreram duas questões auxiliares com o intuito de detalhar o objeto de pesquisa:

1. Quais as *formas de participação* de estudantes em aulas de Matemática que exploram situações com referência na realidade ao abordar tópicos de geometria?

Nessa questão, o objetivo foi identificar e analisar as formas de participação de estudantes em aulas de Matemática que abordam tópicos de geometria a partir de situações com referência na realidade[5].

2. Como se delineiam as *negociações de significados* quando os estudantes *participam* de aulas de Matemática que abordam tópicos de geometria a partir de situações com referência na realidade?

Nessa questão, o intuito foi compreender como os significados são negociados, isto é, como as negociações de significados se delineiam quando os estudantes participam de aulas de Matemática que abordam tópicos de geometria a partir de situações com referência na realidade.

1.5 REFERENCIAL TEÓRICO

Para compreender o fenômeno *participam* de aulas de Matemática que abordam tópicos de geometria explorando situações com referência na realidade, utilizarei a perspectiva da aprendizagem situada segundo Etienne Wenger e Jean Lave (1991). Essa forma de compreender a aprendizagem não foca nos aspectos cognitivos, mas na prática

---

[5] As situações com referência na realidade são aquelas que tratam de situações da vida real, situações cotidianas como discutido na seção 1.3.

social. A prática é descrita por Wenger (1998) como um fazer em um contexto histórico e social. Isto é, trata-se de compreender o ato de "fazer" inserido em um contexto mais amplo. Assim, o contexto histórico e social dá estrutura ao que é realizado (WENGER, 1998). Nesse sentido, a prática social envolve linguagem, ferramentas, documentos, imagens, símbolos, regras bem definidas, dentre outros. Ou seja, envolve a relação entre pessoas. Desse modo, existem inúmeras práticas sociais, as quais se organizam de maneiras distintas. Por exemplo, a forma como aprendizes de pedreiro fazem cálculos matemáticos é diferente de como licenciandos em matemática realizam estes mesmos cálculos.

No estudo de Martins (2008), cujo objetivo foi analisar a metodologia utilizada pelos professores de Matemática de uma cidade de Santa Catarina, um dos dados obtidos foi que 60% dos professores não associam os conteúdos matemáticos com o cotidiano dos estudantes. Ou seja, não tratam de outras práticas sociais além da prática social da matemática escolar.

Em consonância com a perspectiva da aprendizagem situada, compreendo a aprendizagem como parte integral da prática social, focando o sujeito no mundo, como membro da comunidade sociocultural. Assim, esta leva em conta a natureza do aprendiz, do mundo e de suas relações. Portanto, considera a pessoa completa agindo no mundo, compreendendo a aprendizagem como um aspecto integrante e inseparável da prática social. Diante disso, "atividades, tarefas, funções e compreensões não existem isoladas; elas são parte de sistemas de relações em que elas tem significado" (LAVE; WENGER, 1991, p. 53). Assim, as ações só têm significado no contexto histórico e social de determinado grupo social.

Um conceito chave para compreender a aprendizagem sob essa ótica é a *participação periférica legitimada.* Lave e Wenger (1991) definem essa participação como engajamento na prática social, sendo a aprendizagem relacionada às formas de participação do sujeito. Assim, participar é se envolver em determinada tarefa. O termo periférico é definido por essa perspectiva como um termo positivo, uma vez que possibilita uma abertura para ganhar acesso por meio da participação crescente. Flores e Moretti (2003), em uma pesquisa que tratou da questão da visualização de figuras geométricas na resolução de problemas em matemática no ensino fundamental, concluíram que 67% dos estudantes acertaram questões utilizando reconfiguração e erraram ao utilizar fórmulas ou outros procedimentos no cálculo de área. Em termos da perspectiva da aprendizagem situada (LAVE; WENGER, 1991), podemos observar que os estudantes ao calcularem a área de figuras geométricas *participaram* de duas formas: utilizando a reconfiguração e utilizando fórmulas e/ou outros procedimentos. Assim, ao participarem da tarefa utilizando a reconfiguração de figuras geométricas, os estudantes obtiveram mais acertos do que utilizando outros procedimentos.

Outra definição para a participação é apresentada por Wenger (1998), que a descreve como a experiência de fazer parte de comunidades sociais. Ao participar, o indivíduo começa a compartilhar dos modos de fazer do grupo: modos de falar, de se relacionar com os artefatos utilizados, entre outros aspectos.

Wenger (1998) destaca que essa participação envolve três dimensões: engajamento/envolvimento mútuo; um empreendimento conjunto e um repertório compartilhado. A primeira dimensão trata-se do engajamento para alcançar um objetivo comum do grupo; a segunda dimensão, o empreendimento conjunto, é o interesse comum dos participantes e a terceira dimensão, o repertório compartilhado, são as rotinas, modos de falar, modos de fazer as coisas, gestos, palavras, ferramentas, dentre outros. Em termos da sala de aula, o engajamento é o que os estudantes estão a fazer quando se envolvem no desenvolvimento de determinada tarefa, como por exemplo, nas discussões do grupo sobre determinada questão. Já o repertório diz respeito às formas de realizar as atividades que estes compartilham, ou seja, o modo peculiar como se envolvem ao engajar-se na realização de algo.

Assim, considerando os objetivos desta pesquisa, observei como os estudantes *participam* de aulas de Matemática que abordam tópicos de Geometria explorando situações com referência na realidade, tendo em vista gerar uma compreensão teórica acerca das formas de *participação* dos referidos sujeitos.

1.6 A RELEVÂNCIA DA PESQUISA

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (1997) apontam para a importância de explorar situações com referência na realidade nas aulas de matemática, com o intuito de que os estudantes se posicionem criticamente diante de acontecimentos do cotidiano. Além disso, estudos têm discutido sobre a presença dessas situações nas aulas que abordam tópicos de geometria (GRANDO; MORETTI, 2003; PAVANELLO, 2003).

Nessa direção, como já discutido na seção 1.1, na literatura, tem sido notável o aumento da ênfase no ensino de geometria e o destaque para sua relação com o cotidiano. Entretanto, pouco tem sido discutido sobre a exploração de situações com referência na realidade, problematizando e discutindo a aprendizagem de estudantes.

A perspectiva da aprendizagem situada segundo Jean Lave e Etienne Wenger compreende a aprendizagem como parte integrante da prática social. Assim, compreender a aprendizagem significa analisar a pessoa completa agindo no mundo. Isto é, a aprendizagem envolve *participação*. Essa participação é descrita por Wenger (1998) como um processo complexo que envolve fazer, pensar, sentir e pertencer. Ou seja, envolve corpos, mentes, emoções e relações sociais.

Nessa direção, esta pesquisa analisou como os estudantes se engajam em tarefas que exploram situações com referência na realidade. Para tanto, as seguintes perguntas foram discutidas na pesquisa: Quais as formas de participação de estudantes em aulas de Matemática que exploram situações com referência na realidade ao abordar tópicos de geometria? Como se delineiam as *negociações de significados* quando os estudantes *participam* de aulas de Matemática que abordam tópicos de geometria a partir situações com referência na realidade?

Assim, ao investigar como estudantes *participam* de aulas de Matemática que abordam tópicos de Geometria a partir de situações reais, esta pesquisa oferecer, de algum modo, suporte à utilização destas na prática pedagógica. Assim, a questão norteadora e os resultados da presente pesquisa podem oferecer contribuições importantes para o Ensino de Ciências e Matemática. Isto é, ao investigar a participação de estudantes em tarefas que exploram situações com referência na realidade, esse estudo apresenta indícios de como os sujeitos aprendem a partir dessas situações. Nesse sentido, pode apontar as potencialidades e peculiaridades das situações com referência na realidade. Além disso, a pesquisa está relacionada como minha trajetória acadêmica, contribuindo para o meu desenvolvimento profissional.

1.7 O CONTEXTO DA PESQUISA

O contexto da pesquisa foram duas turmas, do 8º e do 9º anos de dois colégios da Rede Pública de Ensino de Feira de Santana-BA e Salvador-BA, respectivamente. Em cada uma delas foi observada, durante aulas de matemática, a implementação de uma tarefa[6] que explorou um tópico de geometria a partir de uma situação com referência na realidade.

A primeira turma tinha 20 estudantes e fazia parte do projeto Ressignificação da Dependência[7]. No mês de outubro de 2011, a escola estava ocupada com o paisagismo de seu espaço. A ideia era colocar grama e plantas nos espaços vazios. Como a presente pesquisa investiga as formas de participação de estudantes a partir de situações com referência na

[6] As duas tarefas utilizadas nessa pesquisa foram elaboradas conjuntamente pelas professoras e pela pesquisadora. Cada professora escolheu qual tema da realidade e qual tópico de geometria gostariam de explorar e a partir daí, foram construídas as questões.

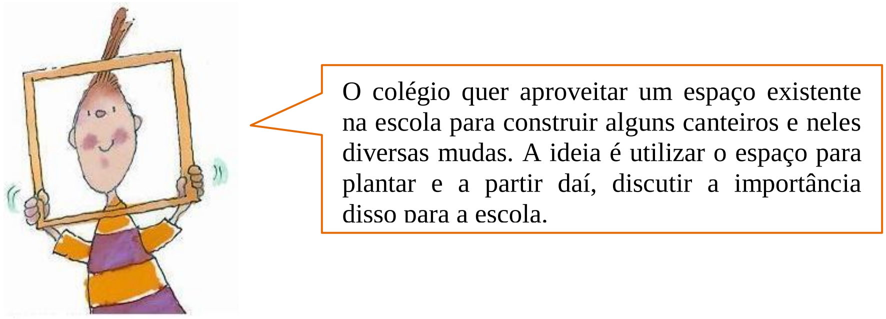
[7] Esse projeto é para os estudantes que não foram aprovados em alguma disciplina da série anterior. Os estudantes seguem para a série seguinte e têm aula, no turno oposto, na disciplina em que foram reprovados.

realidade, foi uma oportunidade para desenvolver uma tarefa que envolvesse o contexto da ornamentação dos canteiros da escola, utilizando as formas geométricas. Para isso, os estudantes exploraram os espaços reservados para a ornamentação, fazendo medições e escolhendo uma maneira de utilizar as formas geométricas no aproveitamento do espaço.

A segunda tarefa foi desenvolvida em 2012 e explorou a seguinte situação com referência na realidade: a construção de uma sala de apoio[8] para estudantes com necessidades educativas especiais que estava ocorrendo na escola. Essa construção estava sendo realizada porque a antiga sala de apoio não estava atendendo à quantidade de estudantes.

A seguir, são apresentadas as duas folhas das referidas tarefas:

TAREFA



Como utilizar o espaço disponível na escola da melhor maneira possível? Como podemos construir esses canteiros? A sala será dividida em equipes e cada grupo deverá criar um Projeto para a construção dos canteiros, utilizando os conceitos da Geometria para fazer uso do espaço.
A partir de agora, vamos ao local, onde serão construídos os canteiros para observar o espaço e fazer discussões para colocar em prática esse Projeto!

QUESTÕES:

1) Qual é a área de cada espaço reservado para os canteiros? Como vocês fizeram esse cálculo? E qual a localização desses espaços?
2) Quantas "placas" de grama são necessárias para cada canteiro?Como vocês fizeram esse cálculo?
3) Quais são os melhores formatos para os canteiros? Por quê?
4) Quais são a área e o perímetro de cada canteiro? Justifiquem a escolha das dimensões.
5) Na opinião de vocês, qual a importância de plantar essas mudas na escola?

Figura 1: Folha de tarefa entregue pela professora Ana aos estudantes

[8] Esta sala é utilizada na escola com o intuito de apoiar estudantes que têm necessidades educativas especiais, no turno oposto em que estudam.

TAREFA

O colégio possui uma sala de apoio para atender aos estudantes com necessidades educativas especiais. Contudo, essa sala não estava atendendo as necessidades. Ela é utilizada pelos professores de educação física para guardar material, mas quando começou o processo de inclusão desses estudantes na escola, ela foi redirecionada para esse fim. Na época, a escola tinha um número reduzido de estudantes com necessidades educativas especiais, mas este número cresceu muito e a sala acabou ficando pequena. Na impossibilidade de ampliação, a direção da escola solicitou a Secretaria de Educação que fosse construída uma nova sala e após as avaliações de espaços foi permitida a sua construção. Depois de muitas solicitações, vimos os primeiros sinais de solução para a situação. Muitos são os problemas da escola que necessitam de providências urgentes, imediatas, mas, neste momento, queremos focar na construção desta sala e desenvolver uma tarefa de geometria.

PROPOSTA: A *área da nova sala de apoio do colégio vai atender ao número atual de estudantes com necessidades educativas especiais? Quais as peculiaridades dessa sala para que esta atenda as necessidades desses estudantes?*

Para discutirmos a proposta da tarefa, vamos discutir as seguintes questões:

1) Quais as medidas do espaço destinado à construção da sala?

2) Utilizando essas medidas, qual a área e o perímetro que a sala ocupará? Expliquem como fizeram esses cálculos.

3) Vocês mediram o alicerce por dentro e por fora. O que perceberam ao analisar as medidas encontradas?

4) Sabendo que a escola tem cerca de 62 alunos com necessidades educativas especiais, a nova sala tem um tamanho adequado para atender à quantidade de alunos? Justifique.

5) Vocês acham que é necessária a construção de uma rampa que dê acesso a esta sala? De acordo com as normas para construção de rampas, a inclinação varia de acordo com a altura da rampa. Além disso, quanto maior a altura, menor deve ser sua inclinação. Observando a tabela abaixo, quais seriam as dimensões caso uma rampa fosse construída em frente à sala de apoio?

Altura de cada lance de rampa	Comprimento (medida horizontal) da rampa = multiplicar a altura por:	Número máximo de rampas em seqüência
Até 80 cm	12	15
Até 1 metro	16	qualquer n°.
Até 1,50 m	20	qualquer n°.

Apenas em caso de reformas, onde não seja possível usar a outra tabela		
Altura de cada lance de rampa	Comprimento (medida horizontal) da rampa = multiplicar a altura por:	Número máximo de rampas em seqüência
Até 7,5 cm	8	apenas uma
Até 20 cm	10	4

Fonte: Cartilha Santos para Todos

http://pt.scribd.com/doc/17100899/Normas-de-Acessibilidade-Para-Deficientes-Fisicos-NBR-9050

Figura 2: Folha de tarefa entregue pela professora Regina aos estudantes

1.8 METODOLOGIA

1.8.1 O MÉTODO QUALITATIVO

Para compreender como os estudantes *participam* de aulas de Matemática que abordam tópicos de geometria explorando situações com referência na realidade, esta pesquisa utilizou o método qualitativo. Isso é justificado pelo fato do objeto de estudo não se preocupar em determinar a quantidade de ocorrências de um dado fenômeno, mas buscar analisar como a situação ocorre em determinado contexto social. Assim, o interesse da pesquisa foi mapear os significados que as pessoas dão as coisas (DENZIN; LINCOLN, 2005). Como a pesquisa buscou analisar as ações desenvolvidas pelos estudantes durante aulas de Matemática que abordam tópicos de geometria, a partir de tarefas envolvendo situações com referência na realidade, o método qualitativo forneceu subsídios para compreender as ações e os processos envolvidos na situação investigada (JOHNSON; CHRISTENSEN, 2002). Nesse sentido, o método qualitativo possibilitou compreender o objeto de estudo por meio da análise da *participação* dos estudantes no contexto da sala de aula.

1.8.2 PROCEDIMENTOS DE COLETA E ANÁLISE DE DADOS

O procedimento de coleta de dados primário utilizado foi a observação, pois para compreender o fenômeno sob a perspectiva da aprendizagem situada, discutida anteriormente, é necessário observar o sujeito no mundo e as formas como este participa. Assim, foram observadas aulas de duas professoras de Matemática nas quais duas tarefas que abordam tópicos de geometria a partir de situações com referência na realidade foram desenvolvidas. Por meio delas, capturei as ações de estudantes para construir compreensões sobre o fenômeno em questão. A observação foi não-estruturada, considerando que “os comportamentos a serem observados não são predeterminados, eles são observados e relatados da forma como ocorrem, visando descrever e compreender o que está ocorrendo numa dada situação” (ALVES-MAZZOTTI, 1999, p.166). O registro foi feito por meio de filmagem, utilizando uma filmadora.

Além disso, entrevistas e documentos foram utilizados para subsidiar a interpretação dos dados obtidos na observação. O tipo da entrevista foi o grupo focal, a qual é realizada por um grupo de pessoas, sendo um moderador (no caso, a pesquisadora) e os sujeitos da pesquisa. Essa modalidade foi escolhida porque os estudantes tinham um curto espaço de tempo para participar da entrevista (LICHTMAN, 2010).

Por meio da entrevista, a qual foi semiestruturada, procurei compreender os significados que os participantes atribuíram às situações (ALVES-MAZZOTTI, 1999). Com esse procedimento, foi possível compreender momentos importantes da observação. Assim, ao ouvir os estudantes, alguns aspectos de suas ações foram mais bem compreendidos. Já os materiais escritos produzidos pelos participantes da pesquisa permitiram a captura de ideias e significados (LICHTMAN, 2010). No caso desta pesquisa, os documentos analisados foram esses registros feitos pelos estudantes no caderno e em folhas de papel durante a tarefa.

Segundo Alves-Mazzotti (1999, p.170), a análise de dados "é um processo complexo, não-linear, que implica um trabalho de redução, organização e interpretação dos dados que se inicia já na fase exploratória e acompanha toda a investigação". Para isso, foram utilizados os procedimentos analíticos de elaboração de códigos e categorias da *grounded theory* (CHARMAZ, 2009), não significando o comprometimento paradigmático com a mesma. Isto é, apenas os aspectos da análise de dados foram inspirados na mesma. Inicialmente, foram selecionados trechos significativos das observações, os quais, posteriormente, foram transcritos. Esses trechos são os episódios. Os códigos foram criados para os momentos-chave a fim de reduzir trechos em frases. Esses códigos foram agrupados para gerar categorias. A partir daí, confrontei a teoria e a revisão de literatura com os dados a fim de compreender como ocorrem as formas de *participação* de estudantes a partir de situações com referência na realidade. Foi feita uma análise de primeiro nível, a qual foi construída a partir dos dados apenas. Posteriormente, foi feita uma análise de segundo nível, a qual confrontou os dados com a revisão de literatura e com a perspectiva da aprendizagem situada (LAVE; WENGER, 1991).

1.9 ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO

Esta dissertação está organizada no formato *multipaper*, o qual consiste na apresentação de artigos no corpo do trabalho. Estes artigos podem ser publicados em periódicos nacionais ou internacionais e são produzidos a partir dos resultados obtidos na pesquisa. As vantagens da produção de artigos são apresentadas por Duke e Beke (1999). Os autores argumentam que esse formato propicia a ampla divulgação da pesquisa e a formação do pesquisador, uma vez que esse tipo de escrita será utilizado durante sua carreira acadêmica. Por isso, em consonância com essas ideias, optei por apresentar a dissertação nesse formato.

Desse modo, o trabalho foi estruturado em quatro capítulos. O primeiro apresenta uma breve introdução, o interesse pelo tema, uma revisão de literatura, o objetivo e relevância da pesquisa, a metodologia e a seção dedicada à organização da dissertação.

Os capítulos II e III são compostos pelos artigos I e II respectivamente, sendo que eles terão focos distintos. Eles foram escritos em primeira pessoa do plural, pois após a defesa serão encaminhados para a publicação, sendo a orientadora uma das autoras.

O artigo I, intitulado "A participação de estudantes em aulas de matemática que abordam tópicos de geometria explorando situações com referência na realidade", analisou como estudantes *participam* de aulas de Matemática que abordam tópicos de Geometria em que situações com referência na realidade foram exploradas. Os dados sugeriram que os estudantes participaram pelo menos de cinco formas: reconhecendo aspectos geométricos na situação; adaptando o conhecimento geométrico à situação; tentando resolver o problema; definindo formas geométricas e associando a situação com a representação matemática.

O artigo II, intitulado "As negociações de significados na participação de estudantes em tarefas que exploram tópicos de geometria a partir de situações com referência na realidade", investigou como se delineiam as *negociações de significados* quando estudantes *participam* de aulas de Matemática que abordam tópicos de geometria a partir de situações com referência na realidade.

O capítulo IV apresenta as considerações finais da pesquisa, discutindo transversalmente os resultados dos capítulos II e III. Além disso, discute as contribuições do estudo para as práticas pedagógicas e as implicações para futuras pesquisas.

1.10 REFERÊNCIAS

ALVES-MAZZOTI, A. J. O Método nas ciências sociais. In: ALVES-MAZZOTTI, A. J.; GEWANDSZNAJDER, F. **O Método nas ciências naturais e sociais**: pesquisa quantitativa e qualitativa. São Paulo: Pioneira, 1999, p. 107-188.

ARAÚJO, J.; BAIRRAL, M. A.; GIMENEZ, J. Negociações docentes em aulas de geometria colaborativa usando computador. In: 24ª REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 2001, Caxambu. **Anais**... Minas Gerais, 2001. p.1-17.

BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. Brasília, 1998.

CHARMAZ, K. **A construção da teoria fundamentada: Guia Prático para Análise Qualitativa**. Porto Alegre: Artmed, 2009.

DENZIN, N. K.; LINCOLN, Y. S. Introduction: the discipline and practice of qualitative research. In: DENZIN, N. K.; LINCOLN, Y. S. (Ed.) **Handbook of qualitative research**. 3. ed. Thousand Oaks: Sage, 2005, p. 1-32.

DUKE, N. K.; BECK, S. W. Education should consider alternative forms for the dissertation. **Educational Researcher**, Washington, v. 28, n. 3, p. 31-36, 1999.

FLORES, C. R.; MORETTI, M. T . O uso da reconfiguração em problemas do cálculo de área no ensino fundamental. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2003, São Paulo. **Anais**... São Paulo: SBEM, 2003. p.200-217.

GRANDO, N. I; MORETTI, M. T. Conceito de volume: referências de diferentes cotidianos para a escola. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2003, São Paulo. **Anais**... São Paulo: SBEM, 2003. p.116-135.

GRANDO, R. C.; NACARATO, A. M.; GONCALVES, L. M. G. Compartilhando saberes em geometria: investigando e aprendendo com nossos alunos. **Cadernos do CEDES** (UNICAMP), v. 28, p. 39-56, janeiro/abril, 2008.

IMAFUKU, D. B. S. A valorização de Recursos Didáticos para o Ensino da Geometria no Ensino Fundamental II. In: SEMINÁRIO DE HISTÓRIA E INVESTIGAÇÕES DE/EM AULAS DE MATEMÁTICA, 2, 2008, Campinas. **Anais**... Campinas: 2008.

JOHNSON, B.; CHRISTENSEN, L. **Educational research: quantitative, qualitative, and mixed approaches**. Thousand Oaks: Sage, 2002. Cap. 4.

LAVE, J.; WENGER, E. **Situated learning: Legitimate peripheral participation**. New York: Cambridge University Press, 1991.

LICHTMAN, M. **Qualitative research in education: a user's guide**. Sage, 2010.p. 138-161.
MARTINS, L. F. **Motivando o Ensino de Geometria**. 2008. 59 f. Monografia de Especialização em Educação Matemática – Universidade do Extremo Sul Catarinense, Criciúma, 2008.

MENDES, I. A. **Matemática e Investigação em sala de aula: tecendo redes cognitivas na aprendizagem**. Natal: Flecha do Tempo, 2006.

MONAGHAN, F. What difference does it make? Children's views of the differences between some quadrilaterals. **Educational Studies in Mathematics,** Germany, n.2, v.42, p. 179–196, 2000.

MORACO, A. S. C. T. **Um Estudo sobre os conhecimentos geométricos adquiridos por alunos do Ensino Médio**. 2006. 107f. Dissertação de Mestrado- Universidade Estadual Paulista, Bauru, 2006.

NACARATO, A. M. Eu trabalho primeiro no concreto. **Revista de Educação Matemática**, São Paulo, v. 9, n.9 e 10, p. 1-6, 2005.

PAIS, L. C. Estratégias de ensino do teorema de Pitágoras em Livros Didáticos das séries finais do ensino fundamental. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2006, Águas de Lindóia. **Anais**... São Paulo: SBEM, 2006. p.1-18.

PAVANELLO, R. M. Matemática e cotidiano: algumas considerações sobre o conceito de distância entre dois pontos. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2003, São Paulo. **Anais**... São Paulo: SBEM, 2003. p.1-10.

PAVANELLO, M. R. Por que ensinar /aprender geometria? In: ENCONTRO PAULISTA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2004. **Anais eletrônicos**... São Paulo, 2004**.** Disponível em: <http:// www.sbempaulista.org.br/epem/anais/mesas_redondas/mr21-Regina.doc>>. Acesso em: 31agos. 2010.

PEREIRA, J. S.; MELO, M. N.; GOULART, J. S. S.; DIAS, A. L. M. Geometria no Ensino Fundamental: Experiência com um Projeto de Extensão. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2010, Salvador. **Anais**... Bahia, 2010.

PEREIRA, J. S.; MELO, M. N. O visual e o Concreto no Ensino de Geometria. In: JORNADA DE EXTENSÃO UNIVERSITÁRIA DA BAHIA, 2009, Feira de Santana. **Anais**... Bahia, 2009.

PERES, G. J. O triângulo e suas propriedades um estudo de caso com alunos do Ensino Médio. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2004, Recife. **Anais eletrônicos...** Disponível em: <http://www.sbem.com.br/files/viii/pdf/09/ CC97996068615.pdf >. Acesso em: 15abril 2011.

PIROLA, N. A.; QUINTILIANO, L. C.; PROENÇA, M. C. Estudo sobre o desempenho de alunos no Ensino Médio em tarefas envolvendo o conceito de polígonos e poliedros**.** In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2003, Santos. **Anais**... São Paulo: SBEM, 2003.

SANNI, R. Teaching geometry in schools: an investigative rather than instructive process. **Pythagoras**, South Africa, v.65, p. 39-44, 2007.

SILVA, J. Diferenciação entre quadriláteros: métodos aplicados a partir do software Régua e Compasso. In: ENCONTRO PARAIBANO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2010, Campina Grande. **Anais.**.. Paraíba, 2010. p. 1-9.

SILVA, S. C. R.; SZUMSKI, E. G. A Bandeira Nacional na medida certa: um olhar para o ensino contextualizado de geometria. **Experiências em Ensino de Ciências**, Cuiabá, v. 7, n.1, maio. 2012. Disponível em:< http://if.ufmt.br/eenci/>. Acesso em: 23 jun.2012.

SOUZA, J. V. B.; BARBOSA, J. C. Os manipuláveis e a prática questionadora dos alunos na sala de aula de matemática. In: X ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2010, Salvador. **Anais**... São Paulo: SBEM, 2010, p 1-10.

SKOVSMOSE, O. Cenários para Investigação. **Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, n. 14, p. 66-91, 2000.

SKOVSMOSE, O. **Educação Crítica: Incerteza, Matemática, Responsabilidade**. São Paulo: Cortez Editora, 2007.

WENGER, E. **Comunities of Pratices Learning, Meaning, and Indentity**. Cambridge: Cambridge University Press, 1998.

ARTIGO I

AS FORMAS DE PARTICIPAÇÃO DE ESTUDANTES EM AULAS DE MATEMÁTICA QUE ABORDAM TÓPICOS DE GEOMETRIA EXPLORANDO SITUAÇÕES COM REFERÊNCIA[9] NA REALIDADE

Meline Nery Melo Pereira[10]

RESUMO

Neste artigo, nosso objetivo é identificar e analisar as *formas de participação* de estudantes em aulas de Matemática que abordam tópicos de geometria a partir de situações com referência na realidade. Para analisar essa participação, utilizamos a perspectiva da aprendizagem situada segundo Jean Lave e Etienne Wenger. A pesquisa foi de natureza qualitativa e os dados foram coletados por meio da observação, entrevista e documentos. Os resultados apontam que os estudantes participam das referidas aulas pelo menos de cinco formas distintas: reconhecendo figuras geométricas na situação com referência na realidade; adaptando o conhecimento geométrico à situação com referência na realidade; tentando resolver o problema; escolhendo formas geométricas e relacionando a situação com referência na realidade e a representação matemática.

Palavras-chave: Aulas de matemática. Geometria. Situações com referência na realidade. Participação de estudantes.

ABSTRACT

In this paper, our goal is to identify and analyze the forms of participation in mathematics classes that approach topics of geometry that explore situations with reference to reality. To analyze this participation, we use the situated learning perspective according to Jean Lave and Etienne Wenger. The nature of the research is qualitative and data were collected through observation, interviews and documents. The results show that students participate at least in five different ways: recognizing geometric figures in the situation with reference to reality; adapting the geometric knowledge of the situation with reference to reality; trying to solve the problem; choosing geometric shapes, and associating the situation with reference to reality with the mathematical representation.

---

[9] O termo referência é descrito como Skovsmose (2004) como o contexto para localizar o objetivo de uma ação.

[10] Mestranda do Programa de Pós-Graduação em Ensino, Filosofia e História das Ciências da Universidade Estadual de Feira de Santana (UEFS) e da Universidade Federal da Bahia (UFBA).

Key-words: Mathematics classes. Geometry. Situations with reference to reality; Participation of students.

2.1 INTRODUÇÃO

O Ensino de Ciências, por vezes, tem sido reduzido ao acúmulo de conteúdos. Muitos currículos têm dado ênfase à preparação para os vestibulares, priorizando a memorização (SILVA, 2002). Esse modelo de ensino tem gerado baixo desempenho de estudantes e resultados ruins em exames nacionais e internacionais.

A Educação Matemática tem enfrentado problemas semelhantes. São valorizadas a memorização de fórmulas, regras, conceitos e propriedades (PROENÇA; PIROLA, 2011). As aulas são geralmente expositivas, baseadas no livro didático e os estudantes resolvem exercícios. Segundo Skovsmose (2007), durante a vida escolar, um estudante resolve cerca de 10000 exercícios e quase nenhum deles estimula a criatividade. Por conta disso, muitos não conseguem compreender, por exemplo, dados numéricos e gráficos adequadamente. Diante disso, aulas de matemática organizadas desta maneira também estão presentes no cenário internacional, como aponta Sanni (2007).

Em relação ao ensino de geometria, pesquisas têm mostrado que este também tem enfrentado problemas (MORACO, 2006; PIROLA; QUINTILIANO; PROENÇA, 2003). Em Moraco (2006), por exemplo, alguns dados importantes foram obtidos em uma pesquisa cujo objetivo foi investigar os conhecimentos geométricos de estudantes do Ensino Médio. Um deles é que estudantes do 3º ano demonstram não gostar de geometria e tem pouco conhecimento sobre ela, o que colabora para que não saibam a sua relevância.

Sanni (2007) argumenta que muitos dos problemas enfrentados pelo ensino de geometria têm relação com a ausência de investigação nas aulas. No estudo de Adolphus (2011), que teve como um dos objetivos investigar quais fatores são responsáveis pelas dificuldades no ensino e aprendizagem da geometria nas escolas secundárias, concluiu-se que estes têm relação com a formação dos professores, com as dificuldades de estudantes em Matemática e com a utilização de ambientes sem a estrutura adequada para favorecer o ensino.

Em decorrência disto, estudos (SKOVSMOSE, 2000; ZENI, 2007; NACARATO, 2005) têm apontado para o uso de diferentes ambientes de aprendizagem[11] no ensino de Matemática. De acordo com Skovsmose (2000), esses ambientes podem ser agrupados em *paradigma do exercício* e *cenário para investigação*. No *paradigma do exercício*, o professor expõe um conteúdo e estudantes resolvem exercícios sobre esse mesmo conteúdo estudado na aula. Nesse sentido, as questões são bem estruturadas e estudantes conhecem previamente o "caminho" que devem percorrer para resolvê-las. Um exemplo de exercício seria fazer o seguinte questionamento aos estudantes:

Qual o valor numérico da expressão 2y + 5 quando y =3?

Já no *cenário para investigação*, os estudantes são convidados a envolverem-se em processos de exploração e argumentação (SKOVSMOSE, 2000). Nesse caso, as questões são menos estruturadas e os estudantes não conhecem *a priori* a forma de resolvê-las. As tarefas utilizadas nas aulas em que os dados dessa pesquisa foram coletados não se enquadram em nenhum dos extremos (*paradigma do exercício* e *cenário para investigação).* Ao invés disso, em consonância com as ideias de Skovsmose (2000), sustentamos que existem ambientes que mesclam características de ambos. Assim, consideramos que as tarefas presentes nesta pesquisa estão enquadradas entre o paradigma do exercício e o cenário para investigação.

Além disso, Skovsmose (2000) argumenta que esses ambientes podem explorar situações com referência na matemática pura (situações que se referem apenas à matemática), na semirrealidade (aquelas em que fazem referência a uma realidade fictícia) e na realidade. Os exemplos abaixo fazem referência à matemática pura e à semirrealidade, respectivamente:

Quais são as raízes da equação $x^2 - 6x + 8$?

Jonas quer dividir 27 balas entre seus três filhos. Quantas balas cada um deles receberá?

Como é possível observar, o primeiro exemplo envolve apenas a matemática, uma vez que não faz referência a nenhum contexto fora dela. Já o segundo exemplo envolve uma situação fictícia para explorar um conteúdo matemático, daí o seu enquadramento como uma situação com referência na semirrealidade.

---

[11] De acordo com Skovsmose (2000), ambiente de aprendizagem são as condições propiciadas aos estudantes para o desenvolvimento de uma tarefa escolar.

Diferente das situações discutidas acima, as situações com referência na realidade, as quais são o foco deste estudo, são aquelas que tratam de situações da vida real, utilizando dados não-fictícios. Ou seja, os dados não são criados para elaborar questões. Assim, retratam alguma situação da realidade. Por exemplo, em uma aula de matemática, tematizar o uso das redes sociais no Brasil, utilizando dados apresentados em uma revista, configura-se na exploração de uma situação com referência na realidade.

Skovsmose (2001) associa a importância de oportunizar aos estudantes o contato com situações com referência na realidade com o fato da matemática intervir na vida das pessoas. Contudo, apesar de a matemática ser utilizada para resolver problemas e situações do dia-a-dia, na escola, geralmente, estudantes não exploram as relações entre a matemática e seu uso nas situações cotidianas (SKOVSMOSE, 2007). No caso da geometria, isso não tem sido diferente. Apesar do crescimento das pesquisas sobre o seu ensino (PAVANELLO, 2004; PAIS, 2006; SILVA, 2010), a exploração de situações com referência na realidade sob a perspectiva da aprendizagem situada pouco têm sido documentada na literatura. Diante disso, nosso foco investigativo são as situações com referência na realidade utilizadas para o ensino de geometria

Face ao exposto, este artigo discute as formas de *participação*[12] de estudantes nas aulas de Matemática que abordam tópicos de geometria, explorando situações com referência na realidade. Com o intuito de explicar o objetivo de forma mais detalhada, iniciaremos, a seguir, uma discussão sobre alguns conceitos da perspectiva da aprendizagem situada (LAVE; WENGER, 1991), referencial que fundamenta nosso estudo.

2.2 REFERENCIAL TEÓRICO

A *prática social*, segundo Wenger (1998), faz referência ao "fazer", contudo não é um fazer de maneira isolada. Pelo contrário, refere-se ao fazer em um contexto histórico e social (WENGER, 1998). Assim, não se trata simplesmente da realização de algo, individualmente ou em grupos, de maneira mecânica (WENGER, 1998). Nessa direção, compreendemos que a prática social está relacionada ao contexto na qual está inserida. Diante disso, toda prática é social, uma vez que toda prática está inserida em um contexto específico. Assim, ela existe por conta das relações entre as pessoas.

[12] Esse termo será discutido na seção que apresenta o referencial teórico.

Lave e Wenger (1991) ilustram a diversidade de práticas sociais ao apresentarem um estudo sobre a aprendizagem em cinco grupos: parteiras no México, alfaiates na Libéria, oficiais da marinha dos Estados Unidos, açougueiros nos Estados Unidos e alcoólicos em recuperação nos alcoólicos anônimos. Eles argumentam que cada grupo apresenta especificidades quanto à forma de se organizar e de aprender. Nesta direção, Fiorentini (2009, p. 241) destaca que "as práticas sociais são múltiplas, porque são diversas as formas de atuar e significar o mundo".

No estudo de Grando e Moretti (2003), cujo objetivo foi discutir as possibilidades de utilizar conhecimentos sobre volume envolvidos no trabalho das olarias e serrarias nas séries do ensino fundamental, os autores constataram que apesar desse conceito ser veiculado nas atividades profissionais das olarias e serrarias e na matemática escolar, este é veiculado de formas distintas. No caso das serrarias e olarias, o volume é apropriado para o uso na prática, enquanto na escola ele é tratado enquanto conceito. Sob a ótica da perspectiva da aprendizagem situada (LAVE; WENGER, 1991), compreendemos que os autores sustentam que a escola deve se aproximar de outras práticas sociais, inserindo a forma como estas lidam com conceitos matemáticos.

Desse modo, existem diversas práticas sociais e cada uma delas tem uma estrutura e sistemas de relações próprias. Por exemplo, na pesquisa de Souza (2011), cujo objetivo foi investigar a participação de estudantes em aulas de Matemática que utilizam materiais manipuláveis, a prática social em questão é a matemática escolar. Pavanello (2003), em um estudo cujo objetivo foi investigar a compreensão de estudantes do ensino fundamental sobre o conceito de distância entre dois pontos, apontou que esse conceito tem significados diferentes no cotidiano e como conhecimento matemático. Ou seja, em termos da perspectiva da aprendizagem situada (LAVE; WENGER, 1991), os conceitos matemáticos podem ser projetados em práticas sociais distintas, contudo têm significados distintos. Daí a necessidade da escola inserir esses múltiplos significados em suas práticas.

No caso desta pesquisa, que busca compreender como estudantes participam de aulas de Matemática que abordam o tópico geometria, explorando situações com referência na realidade, a prática social referida é a matemática escolar. Nesse caso, ocorre a apropriação de fazeres de outras práticas na escola. Na matemática escolar, as relações entre os sujeitos são peculiares e modificam-se a depender da configuração das aulas.

O termo *participação* é descrito por Lave e Wenger (1991) como engajamento na prática social. Contudo, os autores ressaltam que nem todo tipo de envolvimento pode ser enquadrado como engajamento. Por exemplo, se em uma aula de matemática um grupo de estudantes está envolvido em discussões sobre um filme enquanto a turma discute uma tarefa, o envolvimento desse grupo de estudantes possivelmente não possa ser considerado como engajamento na prática social.

Nesse sentido, Pereira (2003), ao investigar o que estudantes aprenderam sobre o teorema de Pitágoras, concluiu que eles pouco sabem sobre esse tópico de geometria, uma vez que executavam os procedimentos, mas os justificavam apenas afirmando que eram os mesmos que o professor e o livro didático apresentavam. Em termos da perspectiva da aprendizagem situada (LAVE; WENGER, 1991), podemos compreender que, ao reproduzir a explicação do professor e/ou do livro didático, os estudantes *participaram* da maneira legitimada por estes, ou seja, pela prática social da matemática escolar.

A aprendizagem, sob a ótica da perspectiva da aprendizagem situada (LAVE; WENGER, 1991), é mais do que situada na prática, mas considerada como parte integral da prática social. Desse modo, a aprendizagem não é considerada como processo de internalização e o conhecimento não é transmitido ou descoberto. Ou seja, o aprendiz não é analisado individualmente, mas como um sujeito no mundo, como membro da comunidade social. Nesse sentido, Wenger (1998, p. 55) define a participação como "experiência social de viver no mundo em termos de ser membro em comunidades sociais".

Nesse sentido, a aprendizagem está relacionada à mudança nas formas como o sujeito participa nessas comunidades. Essas *formas de participação* podem ser compreendidas como os diferentes modos pelos os quais os participantes se engajam na prática social em que estão inseridos. Ou seja, são os modos como os participantes procedem para alcançar o objetivo em questão. Por exemplo, ao realizar uma tarefa em uma aula de matemática, um grupo pode, inicialmente, engajar-se na compreensão da tarefa. Em seguida, pode engajar-se na discussão sobre como resolvê-la e assim por diante. Assim, os estudantes se engajam de diferentes maneiras, as quais geram diferentes maneiras de participar.

Wenger (1998) destaca que a aprendizagem na prática envolve três dimensões: engajamento mútuo, objetivo comum e repertório compartilhado. Esse objetivo comum "não é apenas um objetivo atestado, mas cria relações de responsabilidade mútua entre os participantes que se torna parte integral da prática" (WENGER, 1998, p. 78). Nesse sentido, ao ter um objetivo comum a atingir, os sujeitos se engajam e relações entre eles são estabelecidas. O repertório compartilhado "inclui rotinas, palavras, ferramentas, modos de fazer as coisas, histórias, gestos, símbolos, gêneros, ações ou conceitos que a comunidade tem produzido ou adotado no curso de sua existência, e que se torna parte de sua prática" (WENGER, 1998, p. 83). Esse repertório faz com que o grupo possua uma forma peculiar de se comunicar e de desempenhar as tarefas. O aprendiz engaja-se com os membros da comunidade, relaciona-se com eles, compreende o objetivo comum e a partir disso, engaja-se para atingi-lo (FRADE, 2003). Em uma sala de aula, por exemplo, em determinado momento, o objetivo comum pode ser realizar a tarefa. Para alcançá-lo, os estudantes se engajam, por meio de discussão com o grupo, de adequação do que conhecem para resolver o problema, dentre outros. E nessas maneiras de se engajar utilizam modos de fazer específicos dessa prática, ou seja, as ferramentas compartilhadas pelo grupo.

Neste artigo, discutiremos acerca das diferentes formas de *participar* de estudantes em aulas de Matemática que abordam tópicos de geometria a partir de situações com referência na realidade.

2.3 CONTEXTO

O contexto do presente estudo foi um colégio da Rede Pública da cidade de Feira de Santana, na Bahia. A professora Regina[13] foi convidada a participar da pesquisa a partir do seu contato com a pesquisadora no projeto Observatório da Educação Matemática[14], do qual ambas fazem parte. Ao saber do que se tratava, Regina mostrou-se interessada em desenvolver a tarefa e, além disso, lecionava em uma turma de Ensino Fundamental, etapa da escolaridade em que a pesquisadora havia decidido coletar os dados[15]. É importante ressaltar que a turma era de 8º ano, composta de 20 estudantes, e fazia parte do projeto Ressignificação da Dependência[16].

Em outubro de 2011, a escola estava envolvida com o paisagismo de seu espaço. A ideia era gramar e plantar mudas nos espaços vazios da escola. Diante disso, houve a oportunidade para desenvolver uma tarefa que envolvesse o contexto da ornamentação dos canteiros da escola, utilizando as formas geométricas. A exploração da ornamentação da

[13] A professora e os estudantes estão identificados com pseudônimos a fim de preservar suas identidades.

[14] O Observatório da Educação Matemática (OEM) da UFBA/UEFS é um projeto de pesquisa/extensão apoiado pelo Programa Observatório da Educação (OBEDUC) em parceria com a Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP) e pela SECADI (Secretaria de Educação Continuada, Alfabetização, Diversidade e Inclusão). Ver em: http://www.capes.gov.br/educacao-basica/observatorio-da-educacao
O OEM-Bahia tem por objetivo produzir materiais curriculares educativos.

[15] A escolha dessa etapa de escolaridade teve relação com o interesse inicial pelo tema. A partir de um Projeto de Extensão direcionado para o ensino fundamental, surgiram questões que posteriormente deram origem a essa pesquisa.

[16] Esse projeto busca oferecer um espaço para que estudantes que tem alguma disciplina pendente da série anterior possam ser aprovados para a série seguinte e cursem, ao mesmo tempo, a disciplina em que foram reprovados.

escola justifica-se pelo fato da presente pesquisa investigar a *participação* de estudantes em tarefas que exploram geometria a partir de situações com referência na realidade.

Nesse contexto, a professora e a pesquisadora elaboraram conjuntamente uma tarefa, na qual os estudantes tiveram que explorar os espaços reservados para a ornamentação, fazendo medições e escolhendo uma maneira de utilizar as formas geométricas no aproveitamento do espaço. Antes de desenvolver a tarefa, a professora conversou com os estudantes a respeito do tema da tarefa e eles se mostraram interessados em participar dela.

Os estudantes foram agrupados em três equipes (duas compostas por seis estudantes e uma composta por oito estudantes), e cada uma delas ficou responsável pelo projeto de arborização de um canteiro da escola. A tarefa teve duração de cinco aulas (duas no primeiro dia e três no segundo) e foi observado apenas um grupo. Como qualquer grupo poderia ser observado, deixamos essa escolha a critério da docente. A justificativa dada pela professora para a escolha da equipe foi a forma do canteiro que este grupo ficou responsável[17]. Os integrantes dessa equipe eram Danilo, Vitor, Lucas, Mateus, Ivan, Vinícius, Maria e Joana, sendo que duas alunas ficaram responsáveis por registrar as formas e medidas do espaço enquanto o restante da equipe fez as medições no canteiro[18].

A tarefa foi organizada em dois momentos: o primeiro, no canteiro e o segundo, na sala de aula[19]. No momento inicial, a professora não entregou a tarefa impressa aos estudantes, mas se dirigiu ao canteiro com o grupo e aos poucos foi orientando o que deviam fazer para atingir o objetivo da tarefa. No segundo momento, a professora entregou a tarefa impressa e os estudantes registraram e formalizaram as discussões ocorridas no primeiro momento. A tarefa proposta aos estudantes foi a seguinte:

[17] Apenas o canteiro que essa equipe ficou responsável não tinha a forma retangular.
[18] Essa divisão de tarefas foi definida pelos próprios estudantes.
[19] Nos dois dias da tarefa, ocorreram os dois momentos: o do canteiro e o da sala de aula.

TAREFA

O colégio quer aproveitar um espaço existente na escola para construir alguns canteiros e neles diversas mudas. A ideia é utilizar o espaço para plantar e a partir daí, discutir a importância disso para a escola.

Como utilizar o espaço disponível na escola da melhor maneira possível? Como podemos construir esses canteiros? A sala será dividida em equipes e cada grupo deverá criar um Projeto para a construção dos canteiros, utilizando os conceitos da Geometria para fazer uso do espaço. A partir de agora, vamos ao local onde serão construídos os canteiros para observar o espaço e fazer discussões para colocar em prática esse Projeto!

QUESTÕES:

1) Qual é a área de cada espaço reservado para os canteiros? Como vocês fizeram esse cálculo? E qual a localização desses espaços?
2) Quantas "placas" de grama são necessárias para cada canteiro?Como vocês fizeram esse cálculo?
3) Quais são os melhores formatos para os canteiros? Por quê?
4) Quais são a área e o perímetro de cada canteiro? Justifiquem a escolha das dimensões.
5) Na opinião de vocês, qual a importância de plantar essas mudas na escola?

Figura 1: Folha de tarefa entregue aos estudantes

2.4 MÉTODO

A presente pesquisa utilizou o método qualitativo, o qual segundo Johnson e Christensen (2002), fornece uma melhor contribuição para a compreensão de percepções, ações e processos. Como o estudo não se preocupou em determinar a quantidade de ocorrências do fenômeno, mas gerar uma compreensão teórica acerca das formas de participação dos estudantes em aulas de Matemática que abordaram geometria, explorando situações com referência na realidade, tal método mostrou-se adequado.

Os procedimentos de coleta de dados utilizados para investigar o objeto de estudo foram a observação, entrevistas e documentos, sendo o primeiro a fonte primária dos dados. Alves-Mazzotti (1999) apresenta algumas vantagens atribuídas à observação: independe do nível de conhecimento ou da capacidade verbal dos sujeitos; permite "checar", na prática, a sinceridade de certas respostas que, às vezes, são dadas apenas para "causar boa impressão"; permite identificar comportamentos não-intencionais ou inconscientes e explorar tópicos que os informantes não se sentem à vontade para discutir; e permite o registro do comportamento em seu contexto temporal-espacial. Por meio da observação, é possível registrar dados que "ocorrem naturalmente" no momento em que eles acontecem (LANKSHEAR; KNOBEL, 2008).

A modalidade da observação foi não-estruturada, a qual Lankshear e Knobel (2008) definem como aquela em que o pesquisador busca observar apenas o que está no local para ser visto. Desse modo, a observação procurou captar o que ocorreu em uma tarefa que explorou uma situação com referência na realidade com o intuito de mapear a participação de estudantes. Nesse sentido, ao estudar o fenômeno no seu *lócus* natural, o estudo procurou compreender o sentido que as pessoas dão as coisas (DENZIN; LINCOLN, 2005).

Para dar subsídios aos dados da observação, registrados por meio da filmagem, os estudantes foram entrevistados. Por meio da entrevista, os significados que os sujeitos dão aos acontecimentos podem ser captados (ALVES-MAZZOTTI, 1999). Neste estudo, a entrevista foi utilizada para questionar os estudantes acerca da forma como participaram da tarefa e para esclarecer o significado de alguns termos não-matemáticos usados por eles. Para tal, os estudantes foram organizados em grupo e a pesquisadora fazia os questionamentos, deixando-os à vontade para responderem às questões que quisessem na ordem que desejassem. Por fim, os documentos foram utilizados também para dar conta da compreensão acerca do objeto de estudo, sendo que, no presente estudo, são considerados como registros que podem ser fonte de informação (ALVES-MAZZOTTI, 1999). Nessa pesquisa, os documentos foram os registros feitos pelos estudantes no caderno e em folhas de papéis no decorrer da tarefa e foram importantes para a subsidiar a compreensão de alguns trechos da observação.

Para analisar os dados, utilizamos como inspiração os procedimentos analíticos de elaboração de códigos e categorias da *grounded theory* (CHARMAZ, 2009), não significando o comprometimento paradigmático com a mesma. Inicialmente, os dados foram transcritos e posteriormente codificados. A codificação "significa associar marcadores a segmentos de dados que representam aquilo de que se trata cada um dos segmentos" (CHARMAZ, 2009, p. 16). Por exemplo, para o trecho "retângulo imperfeito" foi criado o código "uso da linguagem não-matemática".

Nesse sentido, os códigos foram criados a partir do que foi analisado nos dados com o intuito de refiná-los e classificá-los. Além disso, por meio deles, foi possível comparar vários segmentos dos dados e iniciar a compreensão analítica (CHARMAZ, 2009). Após a criação dos códigos, os dados coletados foram agrupados em categorias analíticas e discutidos à luz da revisão da literatura e da teoria que fundamentou esta dissertação.

2.5 APRESENTAÇÃO DOS DADOS

Nesta seção apresentaremos cinco episódios[20] com suas respectivas análises. Eles foram construídos a partir de trechos da observação de aulas de Matemática que abordaram o tópico "Área e Perímetro", explorando situações com referência na realidade e da entrevista realizada com os estudantes.

Os episódios foram elaborados a partir da transcrição dos dados e posterior seleção dos momentos que explicitavam as formas de participação. Assim, trechos importantes foram selecionados e organizados de modo que cada um desses momentos capturasse uma forma de participação. Os episódios têm relação com as questões da tarefa, contudo a construção dos mesmos não foi guiada por ela.

Os dados transcritos nos episódios foram organizados por linhas, na ordem em que os (as) estudantes falaram durante o desenvolvimento da tarefa e na realização da entrevista com eles (as). Os dados da observação receberam os códigos (O1), (O2), (O3)... (ON), enquanto os da entrevista receberam (E1), (E2),... (EN), com o intuito de organizar os dados, apresentando-os de maneira mais clara ao leitor.

Episódio 1: A projeção de formas geométricas na situação com referência na realidade

Este episódio trata da discussão da forma do canteiro da escola a ser arborizado. A professora organizou os estudantes em equipes, deixando cada equipe responsável por um canteiro. Com cada equipe, a professora discutiu as questões da tarefa, explorando o espaço e as formas geométricas presentes no canteiro.

Os estudantes começaram a tarefa observando e fazendo as medições no canteiro[21]. No momento seguinte, a professora perguntou como encontrariam a área dele. Com o objetivo de discutir posteriormente como seria realizado o cálculo da área, a professora os incentivou a analisar a forma geométrica do canteiro para verificar se ele tinha realmente a forma de um retângulo. Isso pode ser observado nos trechos a seguir:

(O1) Professora:	O que vocês vão fazer para medir aqui?
(O2) Danilo:	Vamos medir base vezes altura.
(O3) Professora:	E porque você já sabe que aqui é base e altura? Por quê?
(O4) Danilo:	Porque é um retângulo. Meio torto por causa daquilo ali, [Aponta a parte irregular do local] mas é um retângulo.

[20] Momentos importantes da aula, os quais são constituídos de início, meio e fim.
[21] No momento inicial, a professora não entregou a tarefa impressa aos estudantes, mas se dirigiu ao canteiro com o grupo e aos poucos foi indicando o que eles deveriam fazer para atingir o objetivo da tarefa.

(O5) Professora:	Então, vocês vão fazer o que agora?
(O6) Todos respondem:	Medir.
(O7) Professora:	Olha onde está a fita [Quando um aluno posiciona em cima do passeio de cimento, como mostra a foto abaixo].

Figura 2: Medição do Canteiro

(O8) Mateus:	Tem que colocar no chão.
(O9) Danilo:	Se ele começou pelo chão tem que terminar pelo chão. Se ele começou reto pela pedra tem que terminar pela pedra porque quando curva vai dar alguns centímetros a mais.
(O10) Lucas:	7,5 [Esse valor corresponde a medida encontrada].
(O11) Professora:	7 metros e meio de quê?
(O12) Lucas:	De largura.
(O13) Lucas:	Oh... De altura.
(O14) Professora:	Vocês mediram certo. Mas, o que vocês observam aqui?
(O15) Danilo:	É um "retângulo imperfeito" [Os outros balançam com a cabeça indicando que concordam com a opinião do colega].
(O16) Professora:	Ele está um "retângulo completo" gente, "todo"?
(O17) Todos respondem:	Não.

Como eles conheciam a fórmula para o cálculo da área do retângulo e disseram que o canteiro tinha o formato retangular, inicialmente afirmaram que para medir a área utilizariam o produto "base vezes altura".

Na linha (O3), a professora questionou o motivo pelo qual os estudantes afirmaram que é possível calcular a área por meio da expressão "base vezes altura". Um dos estudantes começou a medir o espaço posicionando a fita sobre o passeio, como é possível observar na figura acima. Na linha (O7), a professora chamou atenção para isso e nas linhas (O8) e (O9), Mateus e Danilo disseram que o colega deveria posicionar a fita no chão, pois do contrário a medida não ficaria correta.

Após isso, a professora deixou os estudantes medirem para que analisassem a resposta dada anteriormente (que a área seria calculada por meio do produto "base vezes altura"). Essa estratégia demonstrou que ela sentiu a necessidade de discutir mais uma vez sobre a forma do canteiro. A intenção da professora pode ser confirmada na linha (O14) quando questionou aos estudantes o que observaram no canteiro. Como pode ser visto na linha (O15), após o questionamento da professora, Danilo e os outros estudantes denominaram a forma do canteiro como "retângulo imperfeito". Ele utilizou esse termo para definir a forma geométrica do canteiro, até então desconhecida. As figuras abaixo mostram a forma da região mencionada:

Figura 3: Canteiro

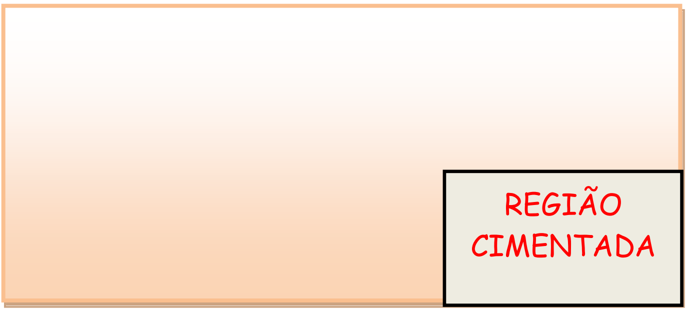


Figura 4: Representação da forma do canteiro

Os estudantes relataram na entrevista o motivo pelo qual denominaram o retângulo de imperfeito, como podemos ver nos trechos abaixo:

(E1) Pesquisadora:	Vocês disseram que aquela área era um "retângulo torto" [22]. Eu queria saber por que vocês disseram isso?
(E2) Danilo:	Pela parte cimentada.
(E3) Ivan:	Porque tinha a parte de cimento. Porque estava meio torto assim.
(E4) Maria:	Porque dividiu. Porque ficou parecendo como se fosse 2 em 1 assim. Aí, ficou mais largo assim.
(E5) Danilo:	Porque tinha uma parte maior e uma menor. Era um retângulo inteiro. Se não tivesse a parte cimentada seria um só retângulo.

[22] Para os alunos, "retângulo torto" e "retângulo imperfeito" referem-se à mesma forma geométrica.

Mas, por ter...

Na linha (E2), o estudante explicou que existia uma região com cimento, o que fazia com que o canteiro utilizado para a arborização não fosse um retângulo. Essa justificativa aparece também na linha (E3) quando um estudante diz que o retângulo estava torto, uma vez que havia uma parte cimentada. Ao responder a questão, Maria, na linha (E4), explicou que o canteiro parecia dois em um, por isso, era um "retângulo torto". Por meio dessa resposta, ela já dá indícios da alternativa utilizada para calcular a área do canteiro. Na linha (E5), o estudante ressaltou que seria um retângulo inteiro se não houvesse a parte de cimento. Nesses trechos, os estudantes argumentaram que o retângulo estava "torto", que o retângulo não estava inteiro. Apesar de lembrar um retângulo, eles não projetaram a área como tal. Daí a utilização do termo "retângulo imperfeito".

Assim, nesse episódio, os estudantes ***participaram*** **projetando formas geométricas.** Essa projeção teve relação com o fato de os estudantes terem destacado, no desenvolvimento da tarefa, aspectos geométricos do canteiro. Por exemplo, os estudantes discutiram a sua forma e utilizaram termos matemáticos para nomear suas partes. Por ter relação com o canteiro, esses aspectos geométricos discutidos estão associados a uma situação com referência na realidade.

Episódio 2: A adequação do conhecimento geométrico à situação com referência na realidade

Neste episódio apresentamos a alternativa utilizada pelos estudantes para adequar o cálculo da área à situação em questão. Os estudantes concluíram que, como não se tratava de uma forma retangular, não seria possível calcular a área utilizando o produto *base vezes altura*. Nesse caso, a alternativa foi dividir o espaço em duas áreas. Isso pode ser observado nos trechos abaixo:

(O1) Professora:	E o que é que a gente pode fazer aqui?
(O2) Danilo:	Dividir em dois ângulos, duas formas, dois quadrados, duas áreas...
(O3) Professora:	Duas áreas... Pode dividir em duas áreas.
(O4) Mateus:	A daqui e a de lá [Aponta para as partes do terreno, a daqui se refere à parte maior e a de lá se refere à parte menor].
(O5) Professora:	Então, a gente divide pra calcular o quê?
(O6) Danilo:	O ângulo que a gente vai utilizar pra gramar.
(O7) Professora:	Vai dividir para ficar o quê?
(O8) Danilo:	Para ser um retângulo perfeito, a gente vai dividir... A gente vai ter que medir de lá pra cá [Nesse momento, ele aponta para o terreno].

É possível observar na linha (O1) que a professora questionou os estudantes com o intuito de que eles dissessem o que fazer para calcular a área do canteiro, já que haviam afirmado, no episódio anterior, que se tratava de um "retângulo imperfeito". Danilo, na linha (O2), disse que seria necessário dividir o espaço em duas áreas e, em seguida, a professora legitimou essa afirmação na linha (O3). Posteriormente, a professora perguntou aos estudantes qual o objetivo de dividir o terreno para calcular a área. Ao responder, na linha (O6), o estudante utilizou o termo ângulo para se referir a retângulo. A professora então o orientou para o termo adequado à situação.

Após isso, na linha (O8), Danilo disse que a divisão ocorreria para tornar o que antes era um "retângulo imperfeito" em um "retângulo perfeito". A figura abaixo mostra essa divisão:

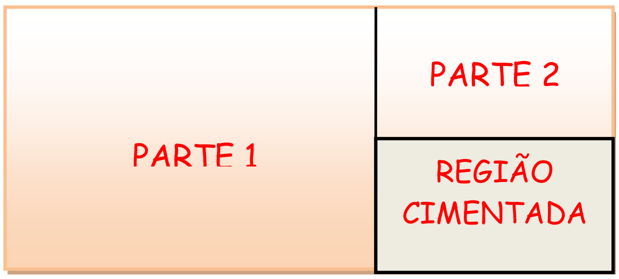


Figura 5: Divisão do canteiro

Na entrevista, ao serem questionados sobre a justificativa para a divisão do canteiro, os estudantes corroboraram os trechos já transcritos acima:

(E1) Pesquisadora: O canteiro de vocês foi um canteiro diferente dos outros canteiros. E aí, vocês resolveram dividir em duas partes. Eu queria saber por que vocês resolveram fazer isso?

(E2) Lucas: A gente dividiu porque achava que seria mais fácil. Porque tinha ângulos diferentes. A base e altura do canteiro número 1 era mais largo que o canteiro 2. E tinha uma separação diferente. Ele vinha reto. Aí, dobrava assim [faz um gesto com a mão]. Aí, a gente percebeu que ia ser difícil. Aí, viu que ficaria mais fácil: calcular um "lado" e depois calcular o outro, duas partes. Calculamos base e altura, calculamos a área e o perímetro.

(E3) Danilo: Ficaram duas áreas diferentes. Dividindo cada canteiro, ficaria mais fácil calcular a área. Porque uma parte era cimentada na área que íamos utilizar pra gramar. Aí, ficou mais fácil mesmo. Como foi decidido em grupo, dividir e dar uma linha imaginária dividindo esses dois canteiros. Ficaria mais fácil pra achar cada área e pra gramar, até pra fazer a conta e medir. Ficaria tudo mais fácil.

(E4) Pesquisadora: E ali podia ser base vezes altura?

(E5) Ivan: Não. A gente dividiu porque como tem a parte cimentada. A gente dividiu. Porque aí a gente já saberia o tanto de grama que a gente ia utilizar para gramar. Porque no número 1 as medidas são maiores. Porque na parte cimentada não dava pra colocar grama. Aí, a gente pegou e dividiu.

(E6) Danilo: Ficou mais fácil calcular a altura do canteiro 1 e a altura do canteiro 2. E a base do canteiro. Se a gente fosse medir todo, um não ia dar certo porque a parte cimentada ia dar uma diferença. Ia ficar sempre faltando ou sobrando alguma coisa. Aí, a gente dividiu: canteiro 2 mede e área é essa. Ficou muito mais fácil dividir pra achar a altura, a área, o perímetro. Foi mais fácil. E até para gramar ficou mais fácil.

Na linha (E2), o estudante tentou explicar a forma do canteiro para justificar a decisão de dividi-lo em duas partes. Ele explicou que a base e a altura da primeira parte eram maiores do que a da segunda, ou seja, as partes 1 e 2 tinham dimensões distintas. A explicação baseada na região de cimento existente próximo ao canteiro apareceu novamente na linha (E3). Danilo explicou que, dividindo o canteiro em duas partes por meio de uma linha imaginária, o cálculo das questões da tarefa ficaria mais fácil. A referência à linha imaginária mostrou a compreensão de que a divisão do canteiro em duas partes seria apenas um artifício para o cálculo da área.

Quando questionados se era possível calcular a área do canteiro por meio do produto "base vezes altura", Ivan, na linha (E5), afirmou que não. Ele explicou que na parte cimentada não daria para colocar a grama, por isso não era possível calcular por meio do produto "base vezes altura". Ou seja, ao calcular utilizando a fórmula da área do retângulo, o valor encontrado não seria correspondente à área a ser gramada (pois, esse valor incluiria a região cimentada, a qual não receberia as placas de grama). Na linha (E6), o aluno afirmou que se eles calculassem por meio desse produto daria uma diferença. Ou seja, a região de cimento seria considerada como parte da região a ser arborizada.

Essas respostas dão indícios que os estudantes perceberam que a forma não era retangular e, consequentemente, a área não poderia ser calculada como a de um retângulo. Por isso, escolheram uma alternativa que se adequava ao desafio que a situação impôs. Essa alternativa solucionaria o problema imposto pelas particularidades da situação com referência na realidade e tornaria, segundo os estudantes, o trabalho mais simples.

Nesse episódio, concluímos que os estudantes *participaram* encontrando a alternativa de dividir o canteiro em duas partes para calcular sua área. Assim, os estudantes ***participaram* adequando o conhecimento geométrico à situação com referência na realidade.** Essa forma de engajamento dos estudantes ocorreu por conta da necessidade de utilizar o que eles conheciam sobre área de figuras geométricas para a situação do canteiro, a qual tinha peculiaridades. Ao analisarem a forma da área em questão, eles adequaram o conhecimento geométrico à situação vivenciada.

Episódio 3: As tentativas para resolver o problema do cálculo da quantidade de grama para o canteiro

Este episódio trata da discussão a respeito de como calcular a quantidade de placas necessárias para gramar o canteiro da escola a ser arborizado. Na tarefa, os estudantes deveriam resolver as seguintes questões: *Quantas "placas" de grama são necessárias para cada canteiro? Como vocês fizeram esse cálculo?*

Os trechos, a seguir, mostram a primeira tentativa de resolvê-las:

(O1) Professora: Essas quatro placas [se referindo às placas de grama] juntas dão pra formar o quê? O que vocês podem observar?
(O2) Vinicius: Um metro quadrado.
(O3) Danilo: Um metro quadrado.
(O4) Professora*:* Confiram aí. Vamos ver se tem um metro quadrado?
(O5) Danilo: 1 m² é quando tem 1 metro de base e 1 metro de altura.
(O6) Professora: E dá quanto?
(O7) Danilo: 1,25 m de base.
(O8) Professora: E de comprimento?
(O9) Danilo: 81 centímetros.
(O10) Professora*:* Então, aí tem um metro quadrado?
(O11) Estudantes: Não!
(O12) Professora*:* Então, agora, o que a gente vai ter que fazer para saber "quantas gramas" cabem?

Como só havia quatro tapetes de grama, os estudantes juntaram os quatro (como mostra a figura abaixo) e mediram para verificar se formavam um metro quadrado.

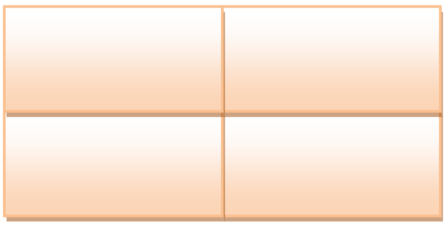


Figura 6: Justaposição das placas de grama

Ao medir, eles encontraram os valores 1,25 m e 0, 81 m e chegaram à conclusão de que não formavam um metro quadrado. Assim, começaram a lançar hipóteses de como fariam esse cálculo:

(O13) Professora*:* E aí Felipe... O que você acha? Eles mediram essas placas e não formam o metro quadrado. E agora? Qual a melhor forma da gente calcular as placas de grama aqui?
(O14) Danilo: Dividir 1,25 que é a altura dessa (referindo-se a junção das quatro placas) pela altura da de lá (referindo-se a altura do canteiro 1).
(O15) Professora*:* E será que vai dá certo?

(O16) Danilo:	Provavelmente.
(O17) Professora:	E você Mateus concorda com a opinião de Danilo?
(O18) Mateus:	Concordo. Tem que dividir.
(O19) Professora:	Dividir com o quê?
(O20) Mateus:	Com essa base daqui (referindo-se ao canteiro 1) toda.
(O21) Lucas:	Base por altura.
[...]	
(O22) Professora:	Mas, Danilo... Com isso você está achando o valor de quê? Olha a minha pergunta... Eu quero saber quantas placas não é? Para a gente poder grama esse primeiro retângulo.
(O23) Danilo:	A gente vai ter que dividir mesmo. Porque a gente sabe que tem 1,25. Aí quando a gente dividir vai encontrar quantas placas mais serão colocadas até chegar 7,5.

A hipótese lançada pelo estudante na linha (O14) foi dividir a altura de duas placas justapostas pela altura da primeira parte do canteiro. Outros estudantes concordaram com a ideia do colega, como pode ser observado nas linhas (O18) e (O21). Na linha (O22), a professora questionou se essa hipótese responderia ao questionamento e Danilo, na linha (O23), mostrou-se convicto de que ao dividir a altura de duas placas justapostas pela altura da primeira parte do canteiro encontraria a quantidade de placas necessárias para gramar a área em questão.

A ideia dada pelos estudantes foi dividir a altura do canteiro 1 (7,5) por 1, 25 (valor encontrado quando se juntou duas placas de grama, ou seja, 1, 25 é a medida da base desse retângulo formado por dois tapetes). No entanto, a professora interveio questionando se isso daria conta de responder o questionamento: *Quantas “placas” de grama são necessárias para cada canteiro?*

(O24) Professora:	7,80? Mas, eu estou insistindo em perguntar: Quantas placas eu vou precisar para gramar isso aqui? Será que isso responde? [Nesse momento, os estudantes discutem para responder à pergunta]
(O25) Lucas:	48 placas.
(O26) Danilo:	Não, não é assim não. 1,25 são 2 placas e não 4. É por isso que você está me atrapalhando.
(O27) Danilo:	12 placas daqui pra lá e vai sobrar um pedacinho ainda.
(O28) Professora:	12 placas?
(O29) Danilo:	Aí vai ter que cortar pra encaixar naquele pedacinho ali.
(O30) Professora:	12 placas inteiras aí?
(O31) Danilo:	12 placas... Daqui pra lá [indicando a largura].
(O32) Professora:	E agora... Como eu faço com o comprimento pra eu calcular?

Um dos alunos, na linha (O25), respondeu que são 48, mas, em seguida, outro aluno argumentou que o colega estava equivocado (ele afirmou que o colega fez o cálculo pensando que 1,25 era o valor da base de quatro placas juntas ao invés de duas) e que são 12 placas (mas sobraria um pedacinho que precisaria cortar). Porém, ele enfatizou que 12 placas correspondiam ao preenchimento da largura. Então, a professora questionou como eles fariam o cálculo para o comprimento. É possível notar que a professora insistiu em questionar como eles fariam para chegar à conclusão final da questão.

Ao perceber que os alunos não conseguiram chegar ao término do problema, no segundo momento da aula (em que os alunos foram para a sala de aula responder formalmente à tarefa), a professora indicou uma forma de encontrar a quantidade de placas necessárias para gramar o canteiro. Essa ação da professora pode ser observada no trecho a seguir:

(O33) Professora:	A grama deu quanto?
(O34) Ivan:	1,25 a base e 82 a altura.
(O35) Professora:	Então multiplique 1,25 vezes 82.
	[O grupo pede para refazer o cálculo da placa porque as medidas 1,25 e 0,82 tinham sido encontradas após juntar placas. E fazem no centro da sala para que todos vejam].
(O36) Professora:	Está torto. Tem que ser certinho.
(O37) Lucas:	62. 40. [Fala medindo a placa de grama].
(O38) Professora:	62 centímetros.
(O39) Lucas:	62 por 40.
(O40) Vinicius:	Multiplicou base vezes altura.
(O41) Professora:	Ah...Para saber o tamanho da grama. 1 grama.
(O42) Vinicius:	Era uma só é? A gente colocou 2.
(O43) Professora:	Aqui tem quantas?
(O44) Vinicius*:*	Mas, lá a gente mediu duas.
(O45) Professora:	Você achou que vai precisar de 99 placas só nessa parte aqui.
(O46) Vinicius:	É.
(O47) Professora:	Eu vou verificar se essa atividade está verídica. Dá 99 placas mais 20 centímetros de outra placa, não é?

Nesse momento da tarefa a professora orientou os estudantes quanto à resolução da questão. Na linha (O35), ela indicou que os estudantes multiplicassem 1,25 por 0,82 (pois, os estudantes tinham dito que essas eram dimensões da placa) para encontrar a área de uma placa. Eles começaram a resolver, mas lembraram que essas dimensões correspondiam a duas placas juntas. Então, pediram para medir uma placa novamente (e encontraram as seguintes medidas: 0,62 e 0,40). Após isso, eles multiplicaram 0,62 por 0,40 para encontrar a área da placa de grama. Em (O47), a professora ressaltou que verificaria se a quantidade estava correta quando o canteiro fosse gramado.

Assim, os estudantes ***participaram*** **tentando resolver o problema do cálculo da quantidade de grama**. Essa forma de participação consistiu nas tentativas dos estudantes de calcular a quantidade de grama necessária para o canteiro. Após perceberem, com a orientação da professora, que a primeira alternativa para o cálculo não havia tido sucesso, partiram para a segunda e assim por diante, até chegar à informação desejada.

Episódio 4: A escolha das formas geométricas para arborizar o canteiro

Este episódio trata do início da discussão sobre quais formas geométricas utilizar para arborizar o canteiro. Nessa etapa, o canteiro já havia sido gramado por funcionários contratados pela escola e os estudantes começaram a definir quais formas geométricas utilizariam no paisagismo. Isso pode ser observado nos trechos abaixo:

(O1) Danilo:	Um "triângulo ao contrário"
(O2) Professora:	Certo. Vocês estão definindo um triângulo, não é? E, então, começam a medir e as meninas anotam.
(O3) Danilo:	Aqui a gente quer formar um quadrado.
(O4) Professora:	E aí, deu quanto? A base deu quanto?
(O5) Danilo:	1 metro e aqui 1,60 [Diz, fazendo referência aos lados do triângulo].
(O6) Professora:	Agora, eu quero saber o seguinte: Que tipo de triângulo é esse que a gente estudou? Vocês lembram esse tipo de triângulo?
(O7) Professora:	Aqui formou que ângulo? Um ângulo de 90°? Como a gente chama o triângulo que tem esse tipo de ângulo?
(O8) Danilo:	Retângulo.
(O9) Professora:	Por quê?
(O10) Danilo:	Ele possui um ângulo reto.
(O11) Professora:	Um ângulo de 90º. Muito bem!
(O12) Professora:	Vocês vão "desenhar" aqui o triângulo que vocês acharam conveniente. Continuem, mas vocês podem definir outro tipo de... Olhem os espaços.

Inicialmente, os estudantes começaram com a ideia de utilizar um triângulo (denominado por eles de "triângulo ao contrário") na "quina" do canteiro. A partir disso, a professora discutiu sobre que tipo de triângulo se referia.

Na linha (O1), o estudante disse que a equipe formaria um "triângulo ao contrário" na quina do canteiro. A forma desse canteiro pode ser observada na figura abaixo:

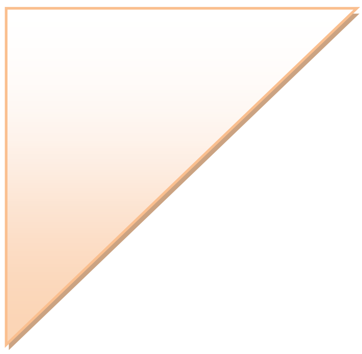


Figura 7: Forma do triângulo escolhido para a arborização do canteiro

O aluno o identificou como "triângulo ao contrário" possivelmente pelo fato deste não estar na forma geralmente representada nos livros didáticos e nas aulas de matemática.

Posteriormente, na linha (O5), ele disse as medidas escolhidas pelo grupo para tal figura geométrica. Na linha (O9), a professora perguntou acerca da classificação do “triângulo ao contrário” e Danilo, na linha (O10), afirmou que se tratava de um triângulo retângulo. Ao ser questionado sobre o porquê da resposta, o aluno explicou na linha (O10) que era retângulo porque tinha um ângulo reto, o que foi legitimado pela professora na linha (O11). Nesse trecho, é possível observar a passagem do termo “triângulo ao contrário” para a classificação dele como triângulo retângulo.

Em seguida, os estudantes resolveram utilizar uma das medidas da região de cimento para formar um quadrado, como mostram os trechos a seguir:

(O13) Danilo:	A gente vai usar esses dois pedaços aqui e lá a gente usa ou a quina.
(O14) Professora:	Para formar o que está pensando?
(O15) Danilo:	Aqui a gente quer formar um quadrado.
(O16) Professora:	Pronto... Mas será que dá certo? Meçam aí para ver se dá um quadrado [Os estudantes começam a medir].
(O17) Professora:	Vamos meninas. Desenhe um quadrado, a segunda figura.
(O18) Professora:	Quadrado 1,35...
(O19) Lucas:	Todos 1,35.
(O20) Professora:	Todos os lados? Certo... Deu um quadrado, não é?
(O21) Professora:	Agora, por que vocês acharam legal essa parte? Por que vocês escolheram um quadrado?
(O22) Lucas:	Porque utilizaria essa parte aqui [Apontando para a parte de cimento].
(O23) Danilo:	Porque ficaria mais bonito. Porque aquele pedaço é cimentado.
(O24) Professora:	Certo... Então, aqui ok. Definiu a figura 2, não é? O quadrado.

Na linha (O16), essa pergunta foi feita porque a intenção dos estudantes era utilizar a medida de um dos lados da região cimentada para formar o quadrado que contornaria algumas das plantas utilizadas para arborizar o canteiro. Essa utilização é ilustrada na figura abaixo:

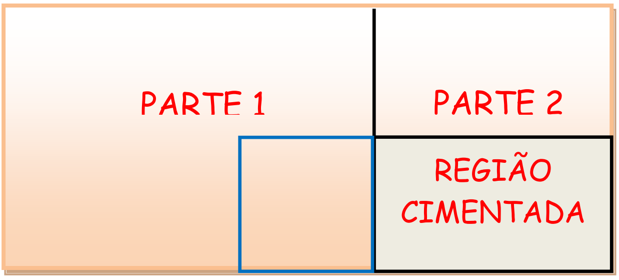


Figura 8: Quadrado escolhido para arborizar o canteiro

Para formar o quadrado com o contorno azul, os estudantes utilizaram a medida do lado da região cimentada, como pode ser observado na figura acima. Na linha (O19), Lucas disse que todos os lados tinham 1 metro e 35 centímetros. Para legitimar a resposta do estudante, na linha (O20), a professora perguntou se haviam formado um quadrado. Em seguida, na linha (O21), a professora questionou o motivo pelo qual o quadrado foi escolhido. As respostas, nas linhas (O22) e (O23), mostraram que a ideia foi aproveitar a medida de um dos lados da região cimentada. Isso mostra que os estudantes relacionaram o aspecto matemático (a escolha do quadrado e de suas medidas) ao contexto da tarefa (que tinha por objetivo arborizar o canteiro).

Desse modo, os estudantes ***participaram*** **escolhendo as formas geométricas que seriam utilizadas na situação com referência na realidade**. Essa escolha foi necessária para arborizar o canteiro, utilizando formas geométricas. A proposta da tarefa era contornar as plantas com essas figuras. Nesse momento da tarefa, os estudantes discutiram e escolheram quais formas se adequavam mais ao espaço e as plantas disponíveis.

Episódio 5: A comparação entre a situação com referência na realidade e a representação matemática do canteiro

Neste episódio, os estudantes estavam na sala de aula formalizando o que havia sido discutido no primeiro momento da tarefa (o momento no canteiro). A professora orientou que eles representassem a forma do canteiro no papel milimetrado. Diante disso, eles discutiram sobre a representação que expressava adequadamente a forma do canteiro. Isso pode ser observado nos trechos abaixo:

(O1) Professora:	E aí, acharam o quê? Estão desenhando, não é? O desenho do canteiro!

Após o término do desenho, a discussão a respeito dele se inicia:

(O2) Danilo:	Está igual ao de lá? (referindo-se ao do rascunho registrado pelas meninas)
(O3) Professora:	Agora vocês precisam colocar as medidas.
(O4) Professora:	Pronto [apontando para o desenho]! Aqui vocês tiveram um canteiro que se tornou 2 formas geométricas. Portanto, agora, o que vocês mediram lá fora, vocês vão colocar aqui no desenho.
(05) Danilo:	Vai ter que apagar o desenho pra chegar mais pra cá. Porque não está igual, porque aqui está um quadrado. E lá não é um quadrado é um retângulo.

Na linha (O2), Danilo fez um questionamento com o intuito de comparar a representação que havia feito no papel milimetrado com a forma do canteiro. Em seguida, na linha (O5), o aluno percebeu que a representação não estava da mesma forma do canteiro e afirmou que precisava desenhar novamente. A figura abaixo mostra como havia feito a representação do canteiro:

Figura 9: Representação do canteiro feita pelos estudantes

Na figura acima, é possível observar que a parte 2 foi representada como um quadrado. Porém, no canteiro, havia duas partes retangulares, daí a necessidade apontada pelo estudante de desenhar novamente. Ao fazer a comparação entre a representação feita no papel milimetrado, mostrou que fazia relação entre a representação matemática e a situação com referência na realidade.

Assim, os estudantes ***participaram*** **relacionando a representação matemática e a situação com referência na realidade.** Essa forma de se engajar ocorreu no momento em que os estudantes estavam na sala de aula formalizando o que haviam discutido no primeiro momento da tarefa (o momento em que estavam no canteiro). Ao representar o canteiro no papel milimetrado, os estudantes compararam a representação com o canteiro e identificaram diferenças que precisavam ser reparadas. Essa forma de participação mostrou que eles fizeram a relação entre a representação matemática e a situação com referência na realidade. Assim, esse episódio pode ser descrito como um momento de refinamento da projeção das formas geométricas na situação com referência na realidade.

2.6 DISCUSSÃO

O objetivo deste artigo foi identificar e analisar as formas de *participação* dos estudantes em aulas de Matemática que abordaram o tópico geometria, explorando situações com referência na realidade. Na seção anterior, identificamos cinco formas de participação: *a projeção de figuras geométricas na situação com referência na realidade; a adequação do conhecimento geométrico à situação com referência na realidade; as tentativas para resolver o problema do cálculo da quantidade de grama para o canteiro; a escolha das formas geométricas para arborizar o canteiro e a relação entre a situação com referência na realidade e a representação matemática do canteiro.*

Em relação à primeira forma de participação, *a projeção de formas geométricas na situação com referência na realidade*, os estudantes identificaram no canteiro aspectos relacionados à geometria. Ao projetar essas formas na situação com referência na realidade, os estudantes identificaram, na situação proposta, semelhanças com o que já conheciam. Ou seja, ao explorarem o canteiro, perceberam características que se aproximavam de formas geométricas já conhecidas por eles. Diante disso, na primeira análise, afirmaram que o canteiro tinha a forma retangular e por conta disso, sua área seria calculada multiplicando base por altura. Após a professora orientar que medissem para confirmar se o canteiro possuía a forma retangular, eles confrontaram os valores encontrados com a hipótese lançada inicialmente. Assim, perceberam, por meio das medidas, que não se tratava de um retângulo. Apesar disso, consideraram algumas características do canteiro semelhantes ao retângulo, daí o nomearam de "retângulo imperfeito". Essa forma de participar indicou que a situação com referência na realidade oportunizou que os estudantes projetassem formas geométricas nela.

A *adequação do conhecimento geométrico à situação com referência na realidade* refere-se à segunda forma de participação. Esse foi o momento em que os estudantes discutiram como calcular a área do canteiro, já que haviam concluído que não se tratava de um retângulo. Como a figura até então era desconhecida pelos estudantes, eles não sabiam como calcular sua área. Por conta disso, buscaram uma alternativa baseada no que já conheciam sobre o cálculo da área de outras figuras geométricas. Após a discussão, encontraram uma forma de calcular a área do canteiro: dividi-lo em duas partes. Após essa divisão, eles encontraram dois retângulos, forma geométrica que já sabiam como realizar o cálculo da área. A alternativa utilizada pelos estudantes mostrou que ao explorar uma situação com referência na realidade em uma tarefa envolvendo um tópico de geometria, os estudantes adequaram o que já conheciam para resolver a proposta em questão.

A terceira forma de participação, *as tentativas para resolver o problema do cálculo da quantidade de grama para o canteiro*, consistiu nas tentativas de resolver o seguinte problema: encontrar a quantidade de placas de grama necessárias para gramar o canteiro. Inicialmente, os estudantes acreditavam que as quatro placas de grama levadas para a escola pela professora, formavam um metro quadrado. Então, juntaram as placas, fizeram a medição para confirmar a hipótese e a partir daí, resolver a questão. Porém, ao encontrarem as medidas, os estudantes concluíram que não poderiam utilizar essa ideia, pois as quatro placas não formavam um metro quadrado. Após chegarem à conclusão que não resolveriam o problema dessa maneira, a professora questionou de que forma poderiam chegar à resposta desejada para a resolução da tarefa. Assim, eles partiram para a segunda tentativa. Ela consistiu na ideia de dividir a altura do canteiro 1 (7,5) por 1, 25 (valor encontrado quando se juntou duas placas de grama). O mesmo seria feito para encontrar a quantidade de placas necessárias para o canteiro 2. Contudo, a professora percebeu que os estudantes não conseguiram resolver de maneira adequada e orientou quanto à forma de fazer o cálculo exigido pela questão. Ela indicou que eles calculassem a área da placa de grama e depois dividissem a área da parte 1 do canteiro por esse valor. O mesmo deveria ser feito com a parte 2 do canteiro. Nesse sentido, essa forma de participação mostrou que a situação proposta pela tarefa fez com que os estudantes investigassem e realizassem tentativas até concluir o propósito do problema.

A *escolha de formas geométricas* foi a quarta forma de participação, sendo o momento em que os estudantes decidiram que formas utilizar na arborização do canteiro. Isto é, decidiram quais seriam as formas que contornariam as mudas que seriam plantadas e as árvores já existentes no canteiro. Inicialmente, definiram um triângulo no canto do canteiro, denominado por eles de "triângulo ao contrário". Essa denominação ocorreu possivelmente porque o triângulo definido por eles não estava na posição da maioria dos triângulos que tinham contato. Em seguida, definiram um quadrado aproveitando uma das dimensões da parte cimentada. Nesse momento, os estudantes participaram escolhendo formas geométricas para serem utilizadas na situação com referência na realidade.

Na quinta forma de participação, *a relação entre a situação com referência na realidade e a representação matemática do canteiro*, os estudantes compararam as características do desenho do canteiro feito no papel milimetrado com as características do próprio canteiro. Ao discutirem sobre isso, perceberam que a forma do desenho não correspondia à da situação com referência na realidade. Eles observaram que uma das partes do desenho estava com a forma de quadrado, enquanto que, após a alternativa para o cálculo da área, o canteiro havia sido dividido em duas partes retangulares. Diante disso, os estudantes concluíram que precisavam desenhar novamente, alterando o que não estava semelhante ao canteiro. Nesse momento, eles participaram estabelecendo uma relação entre a representação matemática e à situação com referência na realidade.

Em consonância com as ideias de Matos (1999 p. 15), as diferentes formas de participação, tem em comum "a preocupação em fazer sentido ao enredo contido no texto do problema e perceber o que se quer e como lá chegar". Nos episódios apresentados, é possível observar que os estudantes se engajaram na prática social, no caso, a matemática escolar. A partir desse engajamento, eles participaram dessa prática ao se envolverem na tarefa

(WENGER, 1998). È importante ressaltar que essa participação ocorreu de diferentes maneiras.

Essas formas de participação têm relação com os aspectos potencializados pelas situações com referência na realidade. Isto é, se o mesmo grupo de estudantes estivesse engajado numa tarefa envolvendo jogos matemáticos, possivelmente as formas de participação seriam outras. Por exemplo, o estudo de Souza (2011), cujo objetivo foi analisar a participação dos estudantes no desenvolvimento de uma aula de matemática com materiais manipuláveis, concluiu que os estudantes podem participar de pelo menos três formas: reconhecendo objetos matemáticos no manipulável; definindo um objeto matemático no manipulável e deduzindo algoritmos utilizando manipuláveis.

No caso da pesquisa de Souza (2011), a participação tem relação com a visualização de objetos de conceitos e a exploração de algoritmos a partir do material manipulável. Já a participação nessa pesquisa tem relação com a *projeção* e a *adequação*. Ou seja, tem relação com a projeção na situação e na adequação do que já sabem para a nova situação proposta. As formas de participação apontadas por Souza (2011) são distintas das apontadas nesse estudo. As práticas sociais são múltiplas e cada uma delas possui uma estrutura, ou seja, cada uma possui modos de fazer distintos (WENGER, 1998). Dessa maneira, ao terem contato com situações com referência na realidade em tarefas que exploraram geometria, os estudantes participaram de uma maneira peculiar a esse ambiente de aprendizagem. Assim, ao inserir tarefas de geometria que exploram situações com referência na realidade nas aulas de matemática, as relações entre os participantes se modificam e, consequentemente, as formas de participação. Esse artigo indica que, a partir dessas situações, os estudantes projetam formas geométricas na situação com referência na realidade, adequam o que já conhecem a tais situações e ao comparar a representação matemática refinam essas projeções (como foi descrito no episódio em que os estudantes relacionam a representação matemática do canteiro com a situação com referência na realidade).

No caso desse artigo, a situação com referência na realidade explorada na tarefa é específica ao contexto em que foi desenvolvida, uma vez que em outras escolas, caso existam canteiros, possivelmente terão outros formatos. Nesse sentido, a situação com referência na realidade explorou um contexto específico dos referidos estudantes, contudo esse tipo de situação pode abordar contextos mais amplos. A exploração desse contexto específico traz implicações para as formas de participação deles na tarefa. Por exemplo, na discussão acerca da forma geométrica do canteiro, os estudantes só realizaram a medição porque se tratava de um canteiro na escola, ou seja, caso a situação tratasse de um canteiro em outro local e os estudantes não tivessem contato com ele, a forma de participação não envolveria a realização da medição.

Lave e Wenger (1991) relacionam a aprendizagem com as diferentes formas de participação, referindo-se aos sujeitos como pessoas agindo no mundo. Nesse sentido, a perspectiva da aprendizagem situada considera que “atividades, tarefa, funções e compreensões não existem isoladamente; elas são parte de sistemas de relações em que elas tem significado” (LAVE; WENGER, 1991, p. 53). Por exemplo, quando os estudantes utilizaram o termo “retângulo imperfeito” para denominar a forma do canteiro, este só fez sentido naquela situação. Esse termo só foi compreendido por conta da forma peculiar do canteiro. Diante disso, corroborando com essa ideia, Frade (2003, p. 80) destaca que, no caso da sala de aula, o conceito de participação pode ser “interpretado como as características dos modos através dos quais os alunos adaptam suas experiências para se engajarem na prática”.

No primeiro episódio, um estudante diz que o canteiro é um retângulo, reconhecendo formas geométricas na situação em questão. Ao participar dessa maneira, apesar de se tratar de uma situação com referência na realidade, o aluno nomeia o canteiro como uma forma geométrica. Essa projeção é possibilitada pelo contexto da sala de aula de matemática, ambiente em que é legitimado pelo professor e pelos estudantes o uso da nomenclatura das formas geométricas. Por exemplo, se em uma aula de ciências o mesmo canteiro estivesse sendo explorado, possivelmente os estudantes não o nomeariam de retângulo. Assim, é possível inferir que eles participaram da forma legitimada pelo contexto em questão. É nesse sentido que Lave e Wenger (1991, p. 98) enfatizam que “a estrutura social da prática, as relações de poder e as condições de legitimidade definem as condições para a aprendizagem”. Ou seja, é a estrutura social que define a *participação*.

No segundo episódio, os estudantes dividiram o canteiro em duas partes para calcular a área. Essa divisão foi justificada pela forma do canteiro, o qual eles denominaram, em um segundo momento, de “retângulo imperfeito”. O uso desse termo só fez sentido nessa situação específica, já que na prática social da matemática escolar nenhuma figura geométrica é classificada como “retângulo imperfeito”. Com objetivo semelhante, o termo “triângulo ao contrário” também foi utilizado pelos estudantes no quarto episódio.

Por fim, quando os estudantes desenharam o canteiro no papel milimetrado, estabeleceram uma comparação entre a forma do canteiro e a representação que haviam feito. Isso mostrou que participaram relacionando a situação com referência na realidade à representação matemática. A importância da conexão do conhecimento matemático com situações com referência na realidade é discutida por Skovsmose (2001) quando ressalta que a matemática intervém na realidade. Daí a necessidade de propiciar aos estudantes a oportunidade de fazerem essas conexões.

Por meio das situações com referência na realidade, os estudantes tiveram a oportunidade de refletir sobre geometria. Alrø e Skovsmose (2003) discutem acerca das reflexões e como estas podem ocorrer no ensino de matemática. Eles sustentam que elas podem estar relacionadas à discussão sobre a resposta, ao procedimento utilizado, à confiabilidade do resultado para um contexto específico, à necessidade de utilizar uma técnica formal, à discussão sobre a matemática como parte integrante da vida e outros temas não-matemáticos que são importantes para a aprendizagem.

Ao utilizarem as situações com referência na realidade para explorar tópicos de geometria, os estudantes refletiram sobre a resposta (por exemplo, quando eles discutiram a forma geométrica do canteiro) e sobre o procedimento utilizado (quando discutiram como iriam calcular a área do canteiro, por exemplo) Essas reflexões talvez não tivessem acontecido se os estudantes estivessem individualmente resolvendo qualquer outra tarefa. Assim, a reflexão coletiva pode criar novas ideias, gerando compreensões produzidas pelos participantes (ALRØ; SKOVSMOSE, 2003).

Neste artigo, buscamos compreender como estudantes participam, discutindo coletivamente as ideias envolvidas na tarefa. A partir dessa investigação, identificamos formas distintas de participação, as quais dão pistas sobre a aprendizagem. Os dados indicaram que quando os estudantes exploraram situações com referência na realidade para estudar um tópico de geometria, *participaram em termos de projeção e adequação*. Isto é, projetaram a geometria em outras situações além da situação da matemática escolar, associando essa parte da matemática ao cotidiano e, do mesmo modo, adequaram o que já conheciam ao contexto em questão.

Essa associação pode oportunizar a *ampliação dos conceitos estudados* (discutindo sobre formas que geralmente não aparecem em livros didáticos, por exemplo), uma vez que permite a discussão sobre seu uso. Além disso, o uso dos termos “triângulo ao contrário” e “retângulo torto” são elementos desse cenário, ou seja, indicam uma peculiaridade desse ambiente, uma vez que a situação com referência na realidade permite o contato com formas irregulares. Assim, esses termos indicam o que os estudantes compreendem acerca das figuras.

Diante disso, como discutimos nessa seção, as situações com referência na realidade apresentam especificidades, as quais delineiam formas de participação importantes para o ensino de geometria. Assim, investigar as situações com referência na realidade na sala de aula pode ser relevante para pensar o ensino da Matemática.

2.7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente estudo teve o propósito de gerar uma compreensão teórica acerca das *formas de participação* de estudantes em aulas de Matemática que abordaram o tópico geometria, explorando situações com referência na realidade. Para isso, foram identificadas as seguintes formas de participação: a projeção de formas geométricas na situação com referência na realidade; a adaptação do conhecimento geométrico à situação com referência na realidade; as tentativas de resolver o problema; a escolha de formas geométricas e a relação da situação com referência na realidade com a representação matemática. Como discutido nesse artigo, tais formas de participação mostram que estas têm relação com o contexto do qual fazem parte.

Diante disso, a compreensão gerada nesse estudo pode subsidiar a prática pedagógica, uma vez que por meio dela é possível apoiar professores que desejam explorar situações com referência na realidade no ensino de geometria. Por exemplo, ao compreender como os estudantes participam, é possível explorar as potencialidades das situações com referência na realidade, desenvolvendo tarefas que oportunizem a discussão de conceitos, a projeção e a adequação. Esses aspectos podem ser explorados por meio de questões, por exemplo, que não indiquem as formas geométricas exploradas na tarefa. Assim, os estudantes têm a possibilidade de discutir sobre elas. Além disso, explorar formas irregulares é relevante para a adequação do que conhecem sobre figuras regulares para o uso em outras situações. Além disso, esta pesquisa pode trazer contribuições para outros estudos que discutam participação e/ou aprendizagem sob a ótica da perspectiva da aprendizagem situada (LAVE; WENGER, 1991). Ao discutir a participação de estudantes quando exploram situações com referência na realidade, analisamos esse constructo teórico na sala de aula. Assim, o presente estudo dá indícios de como a participação pode ocorrer quando analisamos a prática social da matemática escolar.

Os resultados apontam que a participação, nessa prática social específica, é descrita em termos de *projeção* e *adequação*, apresentando elementos novos para esse conceito teórico. A partir desses resultados, pesquisas que investiguem a participação dos estudantes em aulas de Ciências e Matemática (que explorem outros ambientes de aprendizagem) podem comparar seus resultados com as categorias desse estudo e ampliar a compreensão da participação em práticas escolares.

Além disso, pode contribuir para estudos que discutam situações com referência na realidade no ensino de geometria, uma vez que lança luz sobre como estudantes se engajam ao ter contato com elas. Nesse sentido, é possível que contribua para a discussão da importância da exploração destas nas aulas de matemática, uma vez que os resultados indicam suas potencialidades (por exemplo, a ampliação de conceitos) para o ensino.

2.8 REFERÊNCIAS

ADOLPHUS, T. Problems of Teaching and Learning of Geometry in Secondary Schools in Rivers State, Nigeria. **International Journal of Emerging Sciences**, p. 143-152, june, 2011.

ALRØ, H.; SKOVSMOSE, O. **Dialogue and learning in Mathematics Education:** Intention, Reflection Critique. New York: Kluwer Academis Publisher, 2003, 288p.

ALVES-MAZZOTI, A. J. O Método nas ciências sociais. In: ALVES-MAZZOTTI, A. J.; GEWANDSZNAJDER, F. **O Método nas ciências naturais e sociais**: pesquisa quantitativa e qualitativa. São Paulo: Pioneira, 1999. p. 107-188.

CHARMAZ, K. **A construção da teoria fundamentada: Guia Prático para Análise Qualitativa**. Porto Alegre: Artmed, 2009.

DENZIN, N. K.; LINCOLN, Y. S. Introduction: the discipline and practice of qualitative research. In: DENZIN, N. K.; LINCOLN, Y. S. (Ed.) **Handbook of qualitative research**. 3. ed. Thousand Oaks: Sage, 2005, p. 1-32.

FIORENTINI, D. Quando acadêmicos da Universidade e professores da Escola Básica constituem uma comunidade reflexiva e investigativa. In: FIORENTINI, D.; GRANDO, R. C.; MISKULIN, R. G. S.(Org.). Práticas de Formação e de Pesquisa de professores que ensinam Matemática. Campinas: Mercado de Letras, 2009, p. 233-255.

FRADE, C. **Componentes Tácitos e Explícitos do Conhecimento Matemático de Áreas e Medidas**. 2003. 251 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2003.

GRANDO, N. I; MORETTI, M. T. Conceito de volume: referências de diferentes cotidianos para a escola. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2003, São Paulo. **Anais**... São Paulo, 2003. p.116-135.

JOHNSON, B.; CHRISTENSEN, L. **Educational research: quantitative, qualitative, and mixed approaches**. Thousand Oaks: Sage, 2002. Cap. 4.

LANKSHEAR, C.; KNOBEL, M. **Pesquisa pedagógica: do projeto a implementação**. Porto Alegre: Artmed, 2008.

LAVE, J.; WENGER, E. **Situated learning: Legitimate peripheral participation**. New York: Cambridge University Press, 1991.

MATOS, J. F. L. Aprendizagem e prática social: contributos para a construção de ferramentas de análise da aprendizagem matemática escolar. In: PONTE, J. P.; SERRAZINA, L. Educação Matemática em Portugal, Espanha e Itália. **Atas da Escola de Verão** – 1999 (Eds.). Lisboa: SEM-SPCE, 2000. p. 65-94.

MORACO, A. S. C. T. **Um Estudo sobre os conhecimentos geométricos adquiridos por alunos do Ensino Médio**. 2006. 107f. Dissertação de Mestrado- Universidade Estadual Paulista, Bauru, 2006.

NACARATO, A. M. Eu trabalho primeiro no concreto. **Revista de Educação Matemática**, São Paulo, v. 9, n.9 e 10, p. 1-6, 2005.

PAIS, L. C. Estratégias de ensino do teorema de Pitágoras em Livros Didáticos das séries finais do ensino fundamental. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2006, Águas de Lindóia. **Anais**... São Paulo: SBEM, 2006. p. 1-18

PAVANELLO, R. M. Matemática e cotidiano: algumas considerações sobre o conceito de distância entre dois pontos. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2003, São Paulo. **Anais**... São Paulo: SBEM, 2003. p.1-10.

PAVANELLO, M. R. Por que ensinar /aprender geometria? In: ENCONTRO PAULISTA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2004. **Anais eletrônicos**... São Paulo, 2004**.** Disponível em: <http:// www.sbempaulista.org.br/epem/anais/mesas_redondas/mr21-Regina.doc>>. Acesso em: 31agos. 2010.

PEREIRA, L. H. F. Percepções dos estudantes sobre o Teorema de Pitágoras no Ensino Fundamental. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2003, Santos. **Anais**... São Paulo: SBEM, 2003. p.172-182

PIROLA, N. A.; QUINTILIANO, L. C.; PROENÇA, M. C. Estudo sobre o desempenho de alunos no Ensino Médio em tarefas envolvendo o conceito de polígonos e poliedros**.** In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2003, Santos. **Anais**... São Paulo: SBEM, 2003.

PROENÇA, M. C.; PIROLA, N. A. O Conhecimento de Polígonos e Poliedros: uma análise do desempenho de alunos do ensino médio em exemplos e não-exemplos. **Ciência e Educação**, Bauru, v. 17, p. 199-217, 2011.

SANNI, R. Teaching geometry in schools: an investigative rather than instructive process. **Pythagoras**, South Africa, v.65, p. 39-44, 2007.

SILVA, C. A. D. **Estudo das tomadas de decisões de alunos universitários em questões que envolvem a ciência, a tecnologia e a sociedade**. 2002. Dissertação de Mestrado – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2002, p 1-23.

SILVA, J. Diferenciação entre quadriláteros: métodos aplicados a partir do software Régua e Compasso. In: ENCONTRO PARAIBANO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2010, Campina Grande. **Anais.**.. Paraíba, 2010. p.1-9.

SKOVSMOSE, O. Cenários para Investigação. **Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, n. 14, p. 66-91, 2000.

SKOVSMOSE, O. **Educação Matemática crítica: a questão da democracia**. Campinas: Papirus, 2001.

SKOVSMOSE, O. **Educação Crítica: Incerteza, Matemática, Responsabilidade**. São Paulo: Cortez Editora, 2007.

SOUZA, J. V. B**. Os materiais manipuláveis e a participação dos alunos na aula de matemática**. 2011. 74f. Dissertação (Mestrado em Ensino, Filosofia e História das Ciências) – Universidade Federal da Bahia/Universidade Estadual de Feira de Santana, Salvador, 2011.

WENGER, E. **Comunities of Pratices Learning, Meaning, and Indentity**. Cambridge: Cambridge University Press, 1998.

ZENI, J. R. R. Três Jogos para o Ensino e Aprendizagem de Números e Operações no Ensino Fundamental. In: CONGRESSO INTERNACIONAL DE ENSINO DE MATEMÁTICA, 2007, Canoas. **Anais**... Rio Grande do Sul: ULBRA, 2007. p. 1-7.

ARTIGO II

AS NEGOCIAÇÕES DE SIGNIFICADOS NA PARTICIPAÇÃO DE ESTUDANTES EM TAREFAS QUE EXPLORAM TÓPICOS DE GEOMETRIA A PARTIR DE SITUAÇÕES COM REFERÊNCIA[23] NA REALIDADE

Meline Nery Melo Pereira[24]

RESUMO

Este artigo analisa como se delineiam as *negociações de significados* quando os estudantes *participam* de aulas de Matemática que abordam tópicos de geometria a partir de situações com referência na realidade. Para tal propósito, utilizamos a perspectiva da aprendizagem situada segundo Jean Lave e Etienne Wenger. Os dados referentes à presente pesquisa, de natureza qualitativa, foram coletados por meio da observação, entrevistas e documentos. Os resultados apontam que os significados podem ser negociados de diferentes maneiras. As formas mapeadas nessa pesquisa foram as seguintes: a negociação de significados sobre a forma de uma figura geométrica; a negociação da ideia de lado de uma figura plana e do conceito de retângulo e a negociação acerca da capacidade da sala.

Palavras-chave: Geometria. Situações com referência na realidade. Participação de estudantes. Negociação de significados.

ABSTRACT

This paper analyzes how outline the *negotiations of meanings* when students *participate* in mathematics classes that explore geometry topics from situations with reference in reality. For this purpose, we used the situated learning perspective according to Jean Lave and Etienne Wenger. The data for qualitative research were collected through observation, interviews and documents. The results show that the meanings can be negotiated in different ways. Forms mapped in this study were as follows: the negotiation of meaning on the shape of a geometric figure; negotiating the idea of the side of a plane figure and the concept of rectangle and negotiation about the capacity of the room.

Key-words: Geometry. Situations with reference to reality. Participation of students. Negotiations of meanings.

3.1 INTRODUÇÃO

---

[23] O termo referência é descrito como Skovsmose (2004) como o contexto para localizar o objetivo de uma ação.

[24] Mestranda do Programa de Pós-Graduação em Ensino, Filosofia e História das Ciências da Universidade Estadual de Feira de Santana (UEFS) e da Universidade Federal da Bahia (UFBA).

Pesquisas em Educação Matemática têm discutido ambientes de aprendizagem[25] para o ensino, apontando suas características e analisando seus usos (MURARI, 2011; SOUZA, 2011). Esses ambientes são classificados por Skovsmose (2000) como *paradigma do exercício* e *cenário para investigação*. O primeiro consiste na exposição do conteúdo por parte do professor e posterior resolução e exercícios pelos estudantes. Já no segundo, os estudantes são convidados a se envolverem em processos de exploração e argumentação (SKOVSMOSE, 2000). Assim, os estudantes experimentam e exploram para construírem suas argumentações. Um exemplo de uma tarefa que se enquadra no cenário para investigação é apresentado por Alrø e Skovsmose (2003):

> *O que significa uma caixa ser duas vezes maior que a outra? Poderia dizer que o comprimento dos lados é o dobro? Isso é feito com um papel do dobro do tamanho do papel necessário para a caixa pequena?*

Uma característica importante das tarefas que foram utilizadas para a coleta de dados deste artigo é que não estão enquadradas nem no *paradigma do exercício* nem no *cenário para investigação*. Elas não estão no paradigma do exercício, todavia não podem ser consideradas como um cenário para investigação, uma vez que as questões são estruturadas. Nesse sentido, estão entre esses extremos: paradigma do exercício e cenário para investigação.

Skovsmose (2000) ainda destaca que esses ambientes podem fazer referência a três tipos de situações: situações com referência na matemática pura, na semirrealidade e na realidade. Essas referências, nomeadas por Ponte (2005) como *contextos*, são apresentados na figura a seguir:

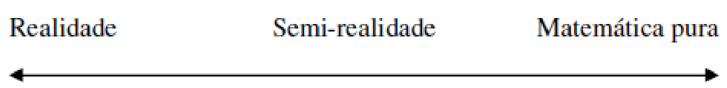


Figura 1: Contextos Fonte: Ponte (2005)

As situações que se referem à matemática pura não envolvem outro tema diferente da própria matemática. Já as que fazem referência à semirrealidade utilizam contextos fictícios

[25] São às condições propiciadas aos alunos para o desenvolvimento de uma tarefa escolar (SKOVSMOSE, 2000).

para explorar temas matemáticos. Isto é, são temas possíveis de ocorrerem, mas que não aconteceram efetivamente. O exemplo abaixo mostra uma questão que utiliza o contexto da semirrealidade:

Fernanda foi ao supermercado e comprou 5 quilos de feijão. Sabendo que cada quilo custou R$ 3,00, quanto Fernanda gastou com a compra?

Já as situações com referência na realidade são aquelas em que o contexto possui dados reais. Contudo, apesar de a matemática também ser utilizada para resolver problemas e situações do dia-a-dia, a última referência tem aparecido pouco nas discussões sobre o ensino de matemática, principalmente no que se refere à aprendizagem.

Neste artigo, os dados foram coletados durante o desenvolvimento de duas tarefas, as quais estão enquadradas no contexto da realidade, isto é, possuem dados reais. Quando enquadramos essas situações para explorar um tema matemático, certamente as situações são simplificadas. Isto é, nas tarefas, apenas um recorte das situações é explorado. Contudo, apesar de serem recortes, podem ser considerados como situações com referência na realidade, uma vez que, de acordo com Skovsmose (2000), para isso, basta a situação envolver dados reais.

Grando e Moretti (2003) e Pavanello (2003) discutem o uso dessas situações no ensino de matemática. Ao discutirem as possibilidades de utilizar conhecimentos sobre volume envolvidos no trabalho das olarias e serrarias, Grando e Moretti (2003) observaram que apesar desse conceito ser veiculado nas atividades profissionais das olarias e serrarias e na matemática escolar, este é veiculado de formas distintas. Pavanello (2003) realizou um estudo cujo objetivo foi investigar a compreensão de estudantes do ensino fundamental sobre o conceito de distância entre dois pontos para diferenciá-lo do sentido de "menor caminho". A autora argumenta que esse conceito tem significados distintos em contextos diferentes. Por exemplo, no cotidiano nem sempre a distância de um ponto a outro pode ser percorrido em linha reta (como é a distância entre dois pontos na matemática). Apesar disso, segundo Pavanello (2003), a escola possivelmente não tem explorado a diferença entre a ideia de distância no cotidiano e a distância enquanto conceito matemático. Esses estudos não enfatizam o uso dessas situações sob a ótica da perspectiva da aprendizagem situada.

Neste artigo, concentraremos nossa investigação nas situações com referência na realidade, analisando alguns aspectos da participação dos estudantes em tarefas que as exploraram. Assim, analisaremos como são delineadas as negociações de significados quando os estudantes *participam* de aulas de Matemática que abordam tópicos de geometria a partir situações com referência na realidade.

Esse artigo está dividido em seis seções, além da introdução. Na próxima seção, os termos utilizados no objetivo serão explicados à luz da perspectiva da aprendizagem situada. Na seção seguinte, apresentaremos o método e os procedimentos utilizados para coletar os dados. No contexto, apresentaremos as características do ambiente em que os dados foram coletados. Já na apresentação dos dados, discutiremos os episódios elaborados a partir da observação, entrevistas e documentos. Na seção da discussão dos dados, retomaremos as categorias analíticas, discutindo-as a partir da perspectiva da aprendizagem situada e da revisão de literatura referente ao tema. Por fim, a seção das considerações finais retomará o objetivo e os resultados da pesquisa, apontando as contribuições da mesma para a área de Educação Matemática.

3.2 A NEGOCIAÇÃO DE SIGNIFICADOS SOB A ÓTICA DA PERSPECTIVA DA APRENDIZAGEM SITUADA

A perspectiva da aprendizagem situada, segundo Lave e Wenger (1991), enfatiza que a aprendizagem é parte integral da prática social. Os autores argumentam que para compreender a aprendizagem é importante mudar o foco analítico do indivíduo como aprendiz para a aprendizagem como participação no mundo social e do conceito de processo cognitivo para uma visão mais abrangente de prática social (FERNANDES, 2008). Assim, foca na prática social e na participação da pessoa dentro dela (LAVE; WENGER, 1991). Todavia, os autores sustentam que essa prática não tem sentido fora de um contexto histórico e social. Diante disso, as atividades não existem isoladamente, uma vez que fazem parte de sistemas de relações mais amplos em um contexto que dá significado ao que é realizado (WENGER, 1998).

Assim, a prática envolve linguagem, ferramentas, documentos, imagens, símbolos, dentre outros. Por exemplo, a prática social de feirantes é diferente da prática de um escritório de contabilidade. Nesse sentido, as ferramentas utilizadas para fazer cálculos, por exemplo, podem ser distintas nesses dois grupos específicos. No caso desta pesquisa, a prática social é a matemática escolar, uma vez que ela possui características específicas de comunicação e organização. No caso dessa pesquisa, que analisa uma prática envolvendo situações com referência na realidade, as ferramentas podem ser o que os estudantes trazem do cotidiano, por exemplo.

Wenger (1998) argumenta que para se engajar em uma prática é preciso viver em um mundo, no qual possamos agir e interagir. Diante disso, o foco não está na perspectiva funcional, isto é, a ênfase não está apenas na execução de uma determinada tarefa. Ao invés disso, a prática dá *significado* aos movimentos do corpo e aos trabalhos da mente (WENGER, 1998).

No entanto, esse *significado* não é aquele que está presente nos dicionários. Nesse sentido, não é "estático", "fechado", mas faz parte do processo de negociação de significados entre os sujeitos, em um dado contexto. Ao participarmos de uma prática social, muitas vezes desenvolvemos padrões. Em uma aula de matemática, é possível a existência de formas de comunicação específicas, contudo cada nova situação envolve novas formas de interagir. Assim, ao participarem de tarefas envolvendo geometria a partir da exploração de situações com referência na realidade, os estudantes podem interagir de maneiras diferentes de outros ambientes de aprendizagem. A organização em grupos e o tema discutido na tarefa, por exemplo, podem gerar condições específicas de participação.

Assim, a produção de padrões de uma forma diferente é que constitui uma experiência de significado (WENGER, 1998). Nesse sentido, viver é um constante processo de *negociação de significados*. Para o autor, nessa negociação, estão envolvidas relações sociais, ou seja, nem nós impomos significados ao mundo nem o mundo nos impõe significados. Diante disso, Wenger (1998) argumenta que o significado não existe no mundo nem tampouco é simplesmente elaborado. Nessa direção, *negociar significados* é um processo localizado em um contexto histórico e social.

Wenger (1998, p.54) ainda enfatiza que

> A negociação de significado é um processo formado por múltiplos elementos e afeta esses elementos. Como resultado, esta negociação muda constantemente as situações as quais dá significado e afeta todos os participantes. Nesse processo, a negociação de significado implica tanto a interpretação como a ação. Na verdade, essa perspectiva não implica uma distinção fundamental entre interpretar e agir, fazer e pensar, ou compreender e responder. Todos são parte de um processo contínuo de negociação de significado. Este processo sempre gera novas circunstâncias para negociar mais e mais significados. Ele produz constantemente novas relações com e no mundo[26].

Fernandes (2008) exemplifica essa negociação de significados em uma comunidade de aprendizes de ferreiro. Ela relata que o mestre dos ferreiros considerava a visualização como importante na sua prática. Contudo, isso não havia sido enfatizado para os estudantes. Diante disso, a autora argumenta que, inicialmente, os aprendizes desenhavam algumas linhas e

[26] Tradução livre. As traduções realizadas no corpo do texto são de responsabilidade da autora do artigo.

palavras como o esquema de um objeto a ser construído. Com a continuidade do curso, os aprendizes passaram a considerar os desenhos como uma forma de comunicação dentro daquela comunidade. Ou seja, por meio da repetição da elaboração de desenhos, os aprendizes negociaram o significado da visualização na prática.

Nas aulas de matemática, acontecem, também, diversos momentos de negociação de significados (FERNANDES, 2008). Essas negociações podem ter relação com a postura que se espera do estudante, o tipo de ação aceitável durante determinada tarefa, dentre outros. Segundo a autora, por meio da repetição, os estudantes começam a distinguir o tipo de resposta que o professor aprova. Ela exemplifica, afirmando que quando um estudante dá uma resposta que é ignorada pelo professor, ele percebe que esta não está adequada ao contexto (FERNANDES, 2008). Diante disso, o significado é sempre produto da negociação. Assim, a negociação de significados envolve a convergência de dois processos: a *participação* e a *reificação*. Wenger (1998, p. 55) descreve o primeiro conceito como "a experiência social de viver no mundo em termos de ser membro de comunidades sociais". O autor ainda acrescenta que se trata de "um processo complexo que combina fazer, falar, pensar, sentir e pertencer. Isso envolve a pessoa completa, incluindo nossos corpos, mentes, emoções e relações sociais" (WENGER, 1998, p. 56).

Assim, inspirados nessas ideias, compreendemos a participação como o envolvimento em determinada prática social, na qual o sujeito interage com outros participantes, utilizando linguagem e ferramentas específicas para a realização de uma tarefa. Em consonância com as ideias de Wenger (1998), a prática não está em manuais e ferramentas, uma vez que só existe quando as pessoas se envolvem nas ações e umas com as outras. O autor aponta, ainda, o *engajamento mútuo*, o *objetivo comum* e o *repertório compartilhado* como dimensões dessa participação. O engajamento mútuo consiste na interação entre os membros do grupo de vários modos. Esses modos se referem às várias formas de se envolver na prática social em que os sujeitos estão inseridos. Já o objetivo comum é o que o grupo deseja alcançar, ou seja, o motivo pelo qual eles se engajam mutuamente. A terceira dimensão da participação, o repertório compartilhado, são os recursos comuns de linguagem, estilos e rotinas por meio dos quais os participantes demonstram que pertencem ao grupo (BARTON; TUSTING, 2006). Nesse sentido, para os autores, a prática envolve o engajamento com outras pessoas, tendo em vista alcançar determinado objetivo.

Já a reificação é descrita por Wenger (1998) como o processo de dar forma a nossa experiência por produzir objetos que a "congelam". Apesar de não usar o termo como comumente é definido ("transformar-se em alguma coisa"), o autor dá ênfase à preservação da conotação da concretude e projeção da realidade. Nesse sentido, a reificação envolve diversos processos, tais como: fazer, representar, nomear, codificar, descrever, perceber, interpretar, usar, reusar, decodificar e reelencar. Wenger (1998) argumenta que uma boa ferramenta pode reificar uma atividade para ampliar seus efeitos, um procedimento pode reificar um conceito em que sua aplicação é automática, dentre outros. No caso da matemática escolar, uma representação por meio de desenho pode reificar, por exemplo, o conceito de uma figura geométrica.

No entanto, Wenger (1998) argumenta que a reificação não assume uma correspondência entre símbolo e o referente, a ferramenta e a função ou o fenômeno e a interpretação. Ao invés disso, segundo o autor, o conceito sugere que as formas podem ter uma vida própria, a qual vai além do seu contexto de origem. Isto é, os conceitos podem ser utilizados em contextos diferentes dos quais foram construídos. Diante disso, a significação é sempre potencialmente expandida ou alterada.

Esses dois processos (reificação e participação) formam uma dualidade. O uso da linguagem em interações entre participantes é um exemplo dado por Wenger (1998). Para o autor, as palavras são projeções do significado humano, logo elas são uma forma de reificação. As interações e as palavras afetam a negociação de significados no processo de participação. Com isso, por meio da negociação de significados, a participação e a reificação fazem das pessoas e das coisas o que elas são.

Para investigar o objeto deste estudo, analisamos como os significados foram construídos e negociados pelos estudantes durante a participação em tarefas que exploravam tópicos de geometria, a partir de situações com referência na realidade. Nessa perspectiva, discutiremos, ao longo deste trabalho, as especificidades das situações com referência na realidade e como elas têm relação com as negociações de significado mapeadas.

3.3 MÉTODO DO ESTUDO

Para compreender com se delinearam as negociações de significados quando estudantes participaram de tarefas que abordaram tópicos da geometria, a partir de situações com referência na realidade, a presente pesquisa utilizou o método qualitativo. Esse método é descrito por Denzin e Lincoln (2005) como uma atividade situada que localiza o pesquisador no mundo e consiste em um conjunto de práticas interpretativas e materiais que dão visibilidade ao mundo. Para dar essa visibilidade, são utilizados procedimentos, como entrevistas, observação, documentos, dentre outros. Além disso, os autores enfatizam que o pesquisador qualitativo busca respostas para questões sobre como a experiência social é criada e ganha significado. Diante disso, o pesquisador introduz-se no contexto das pessoas que pretende estudar, registrando os aspectos que observa (BOGDAN; BIKLEN, 1994).

No caso deste estudo, a principal técnica utilizada para a coleta de dados foi a observação. Tendo em vista que a presente pesquisa investiga um determinado aspecto de uma prática social, a observação constituiu-se como adequada por oferecer a possibilidade de serem obtidos esclarecimentos sobre as práticas, os eventos e os processos sociais (LANKSHEAR; KNOBEL, 2004). Os dados obtidos por meio dessa técnica são produzidos por meio da observação sistemática de pessoas desenvolvendo suas tarefas cotidianas (LANKSHEAR; KNOBEL, 2004). Nesse caso, observamos uma sala de aula, na qual estava sendo desenvolvida uma tarefa que explorou um tópico de geometria, a partir de uma situação com referência na realidade.

O tipo de observação utilizada foi a não-estruturada, uma vez que a coleta foi realizada sem roteiro previamente definido. Lankshear e Knobel (2004, p. 189) descrevem esse tipo de observação como “a ideia de alguém entrar em um ambiente suficientemente aberto para ‘seguir o fluxo’ e tentar o máximo possível ‘ver’ o que está ali para ser visto”. Para registrar a observação, foi utilizada a filmagem. A opção pela filmagem ao invés da gravação de áudio ocorreu porque a primeira permitiu capturar os gestos[27] dos estudantes.

Secundariamente, foram utilizados dois outros procedimentos de coleta de dados: a entrevista e os documentos. A entrevista é definida por Lankshear e Knobel (2004, p. 171) como “interações planejadas previamente combinadas, entre duas ou mais pessoas, onde alguém é responsável por fazer questões referentes a um tema ou tópico específico de interesse e a outra (outras) cabe responder essas questões”. Na presente pesquisa, essa técnica foi utilizada como uma ferramenta para esclarecer alguns momentos registrados na observação, isto é, para obter informações detalhadas sobre o evento (LANKSHEAR; KNOBEL, 2004). Para sua realização, foram identificados momentos importantes na filmagem e, a partir daí, elaboradas as perguntas para os estudantes.

Os documentos são descritos como qualquer registro escrito que pode ser fonte de informação (ALVES-MAZZOTTI, 1999). No presente estudo, os documentos foram os registros escritos dos estudantes durante a tarefa.

A análise dos dados para o desenvolvimento desta pesquisa foi inspirada nos guias analíticos da *grounded theory* (CHARMAZ, 2009), contudo esse fato não envolve

[27] Os gestos foram utilizados na análise para capturar detalhes das falas dos estudantes. Assim, fornecem para o leitor uma melhor descrição do episódio.

comprometimento paradigmático com a mesma. Para o desenvolvimento dessa análise, os dados foram transcritos e, em seguida, codificados. Charmaz (2009, p.16) descreve a codificação como a associação de “marcadores a segmentos de dados que representam aquilo de que se trata cada um dos segmentos”.

Essa codificação foi realizada com o intuito de observar os dados e iniciar a análise sobre o que estes significam (CHARMAZ, 2009). Assim, de acordo com Charmaz (2009, p. 16), “a codificação refina os dados, classifica-os e nos fornece um instrumento para que assim possamos estabelecer comparações com outros segmentos de dados”. A partir da elaboração e comparação dos códigos, o pesquisador começa a refletir sobre os dados e a compreensão analítica começa a tomar forma (CHARMAZ, 2009). Posteriormente, os códigos foram agrupados em categorias analíticas e discutidos à luz da revisão de literatura referente ao tema em questão e da teoria adotada no estudo.

O referencial teórico que guiou essa análise foi a perspectiva da aprendizagem situada, a qual enfatiza que a aprendizagem é parte integral da prática social. Nesse sentido, o foco é a prática social e a participação da pessoa dentro dela (LAVE; WENGER, 1998).

3.4 CONTEXTO DA PESQUISA

Esta pesquisa teve como contexto de coleta de dados duas turmas do Ensino Fundamental, sendo que eram de 8º[28] e 9º anos. Essas turmas foram de duas escolas da Rede Pública das cidades de Feira de Santana-BA e de Salvador-BA, respectivamente. As professoras que participaram da pesquisa foram convidadas mediante o contato com a pesquisadora no Observatório da Educação Matemática[29], projeto em que as docentes e a pesquisadora são membros.

Após as professoras Regina e Ana[30] aceitarem o convite para participar da pesquisa, elaboraram, juntamente com a pesquisadora, duas tarefas que exploravam um tópico de geometria a partir de uma situação com referência na realidade. A partir da escolha dos temas,

---

[28] A turma de 8º ano fazia parte do projeto Ressignificação da Dependência, o qual busca oferecer um espaço para que os estudantes que tem alguma disciplina pendente da série anterior possam ser aprovados para a série seguinte e cursem, ao mesmo tempo, a disciplina em que foram reprovados.

[29] O Observatório da Educação Matemática (OEM) da UFBA/UEFS é um projeto de pesquisa/extensão apoiado pelo Programa Observatório da Educação (OBEDUC) em parceria com a Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP) e pela SECADI (Secretaria de Educação Continuada, Alfabetização, Diversidade e Inclusão). Ver em: http://www.capes.gov.br/educacao-basica/observatorio-da-educacao
O OEM-Bahia tem por objetivo produzir materiais curriculares educativos.

[30] Foram utilizados pseudônimos para as professoras e estudantes para preservar a identidade dos participantes da pesquisa.

sugeridos pelas professoras, as questões foram elaboradas em conjunto com o intuito de atender o que estas gostariam de explorar acerca do tema. Os estudantes também foram consultados para a participação na pesquisa e os seus responsáveis assinaram o Termo de Consentimento Livre Esclarecido.

A primeira tarefa foi desenvolvida em 2011 e explorou o paisagismo da escola. No momento, a escola estava envolvida em gramar e plantar mudas nos espaços vazios. Assim, foi uma oportunidade para o desenvolvimento de uma tarefa que explorasse a ornamentação da escola, a qual era uma situação com referência na realidade que abordava tópicos da geometria.

Para a realização desta tarefa, os alunos foram organizados em três equipes (duas compostas por seis alunos e uma composta por oito estudantes), e cada uma delas ficou responsável pelo projeto de arborização de um canteiro da escola. A tarefa teve duração de cinco aulas, de 50 minutos cada uma, e apenas um grupo foi observado durante as referidas aulas. Como qualquer grupo poderia ser observado, a docente fez a escolha, justificando-a por conta da forma do canteiro que a equipe ficou responsável[31]. Os integrantes dessa equipe eram Danilo, Vitor, Lucas, Mateus, Ivan, Vinícius, Maria e Joana, sendo que duas alunas ficaram responsáveis por registrar as formas e medidas do espaço enquanto o restante da equipe fez as medições no canteiro[32].

Já a segunda tarefa foi desenvolvida em 2012 e explorou a construção de uma sala de apoio[33] para estudantes com necessidades educativas especiais que estava sendo realizada na escola. Essa construção estava ocorrendo na escola porque a antiga sala de apoio não estava atendendo à quantidade de estudantes. A professora demonstrou o interesse em utilizar o que estava ocorrendo no contexto escolar para explorar um tópico de geometria. Diante disso, essa situação com referência na realidade foi tema da tarefa. Em aulas anteriores ao desenvolvimento da tarefa, a professora levou os estudantes para visitar a obra e fazer as medições necessárias para a realização da tarefa. Nesta ocasião, eles mediram as dimensões da sala e discutiram com a professora as noções de área e perímetro, a forma geométrica da sala e do piso, dentre outros.

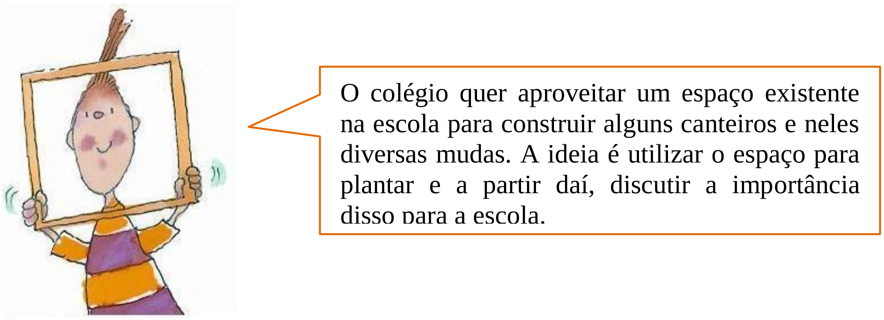
Para a realização da tarefa, a sala foi dividida em seis grupos, sendo um de sete estudantes, um de seis estudantes, três de quatro estudantes e um de cinco estudantes. A tarefa teve duração de duas aulas e foi observado apenas um grupo. Como qualquer grupo poderia

[31] Apenas o canteiro que essa equipe ficou responsável não tinha a forma retangular.
[32] Essa divisão de tarefas foi definida pelos próprios estudantes.
[33] Esta sala é utilizada na escola no turno oposto com o intuito de apoiar aqueles que têm necessidades educativas especiais.

ser observado, a escolha ficou a critério da docente. A justificativa dada pela professora para a escolha da equipe foi a melhor receptividade do grupo para a filmagem[34]. Os integrantes dessa equipe foram Luan, Jonas, Levi, João, Douglas, Jeferson e Paulo. Contudo, em um dos episódios utilizamos trechos de outros grupos no momento em que visitaram a obra para realizar as medições.

As tarefas desenvolvidas por Regina e Ana, foram respectivamente:

TAREFA



Como utilizar o espaço disponível na escola da melhor maneira possível? Como podemos construir esses canteiros? A sala será dividida em equipes e cada grupo deverá criar um Projeto para a construção dos canteiros, utilizando os conceitos da Geometria para fazer uso do espaço. A partir de agora, vamos ao local onde serão construídos os canteiros para observar o espaço e fazer discussões para colocar em prática esse Projeto!

QUESTÕES:

1) Qual é a área de cada espaço reservado para os canteiros? Como vocês fizeram esse cálculo? E qual a localização desses espaços?
2) Quantas “placas” de grama são necessárias para cada canteiro?Como vocês fizeram esse cálculo?
3) Quais são os melhores formatos para os canteiros? Por quê?
4) Quais são a área e o perímetro de cada canteiro? Justifiquem a escolha das dimensões.
5) Na opinião de vocês, qual a importância de plantar essas mudas na escola?

Figura 2: Folha de tarefa entregue pela professora Ana aos estudantes

[34] Nessa turma, alguns estudantes mostraram-se resistentes à filmagem.

TAREFA

O colégio possui uma sala de apoio para atender aos estudantes com necessidades educativas especiais. Contudo, essa sala não estava atendendo as necessidades. Ela é utilizada pelos professores de educação física para guardar material, mas quando começou o processo de inclusão desses estudantes na escola, ela foi redirecionada para esse fim. Na época, a escola tinha um número reduzido de estudantes com necessidades educativas especiais, mas este número cresceu muito e a sala acabou ficando pequena. Na impossibilidade de ampliação, a direção da escola solicitou a Secretaria de Educação que fosse construída uma nova sala e após as avaliações de espaços foi permitida a sua construção. Depois de muitas solicitações, vimos os primeiros sinais de solução para a situação. Muitos são os problemas da escola que necessitam de providências urgentes, imediatas, mas, neste momento, queremos focar na construção desta sala e desenvolver uma tarefa de geometria.

PROPOSTA: A ***área da nova sala de apoio do colégio vai atender ao número atual de estudantes com necessidades educativas especiais? Quais as peculiaridades dessa sala para que esta atenda as necessidades desses estudantes?***

Para discutirmos a proposta da tarefa, vamos discutir as seguintes questões:

6) Quais as medidas do espaço destinado à construção da sala?

7) Utilizando essas medidas, qual a área e o perímetro que a sala ocupará? Expliquem como fizeram esses cálculos.

8) Vocês mediram o alicerce por dentro e por fora. O que perceberam ao analisar as medidas encontradas?

9) Sabendo que a escola tem cerca de 62 alunos com necessidades educativas especiais, a nova sala tem um tamanho adequado para atender à quantidade de alunos? Justifique.

10) Vocês acham que é necessária a construção de uma rampa que dê acesso a esta sala? De acordo com as normas para construção de rampas, a inclinação varia de acordo com a altura da rampa. Além disso, quanto maior a altura, menor deve ser sua inclinação. Observando a tabela abaixo, quais seriam as dimensões caso uma rampa fosse construída em frente à sala de apoio?

Altura de cada lance de rampa	Comprimento (medida horizontal) da rampa = multiplicar a altura por:	Número máximo de rampas em seqüência
Até 80 cm	12	15
Até 1 metro	16	qualquer nº.
Até 1,50 m	20	qualquer nº.

Apenas em caso de reformas, onde não seja possível usar a outra tabela		
Altura de cada lance de rampa	Comprimento (medida horizontal) da rampa = multiplicar a altura por:	Número máximo de rampas em seqüência
Até 7,5 cm	8	apenas uma
Até 20 cm	10	4

Fonte: Cartilha Santos para Todos

http://pt.scribd.com/doc/17100899/Normas-de-Acessibilidade-Para-Deficientes-Fisicos-NBR-9050

Figura 3: Folha de tarefa entregue pela professora Regina aos estudantes

Na seção seguinte, apresentaremos os episódios[35] elaborados a partir dos dados e as suas respectivas análises. Desse modo, apresentamos um diálogo entre os dados, a teoria que fundamenta este trabalho e a revisão de literatura referente ao tema, para elaborar compreensões teóricos acerca de como os significados foram negociados quando estudantes participaram de tarefas que abordaram geometria a partir de situações com referência na realidade.

3.5 APRESENTAÇÃO DOS DADOS

Nesta seção, discutiremos três episódios, apresentando suas respectivas análises. Para construí-los, foram transcritos trechos da observação das aulas de Matemática, as quais enfatizaram tópicos de geometria a partir de situações com referência na realidade. A partir daí, foram selecionados trechos da observação que davam indícios da negociação de significados. Além disso, trechos das entrevistas realizadas com os estudantes fizeram parte desses episódios.

Os dados transcritos foram organizados por linhas, na ordem em que os (as) estudantes falaram durante a realização da tarefa e na entrevista realizada com eles (as). Os dados da observação receberam os códigos (O1), (O2), (O3)... (ON), enquanto os da entrevista receberam (E1), (E2),... (EN), a fim de diferenciá-los e apresentá-los de maneira mais organizada. Além disso, utilizamos colchetes para a apresentação dos dados baseados em Silva (2002). As informações entre colchetes são explicações para o leitor ou indicações dos gestos produzidos pelos participantes.

Episódio 1: A negociação de significados sobre a forma de uma figura geométrica

Os trechos apresentados neste episódio foram dados produzidos por meio da observação do desenvolvimento de uma tarefa, durante aulas de matemática que exploraram a arborização de espaços da escola. Para o seu desenvolvimento, a professora organizou a turma em grupos, deixando cada equipe responsável por um canteiro. Com cada equipe, ela discutiu as questões da tarefa, explorando o espaço e as formas geométricas relacionadas ao canteiro. A figura abaixo mostra o canteiro que a equipe observada ficou responsável:

[35] São trechos importantes da aula que possuem início, meio e fim.

Figura 4: Canteiro

Esse episódio discute o momento posterior à discussão sobre a forma do canteiro. Ele refere-se ao momento em que os estudantes resolveram dividir o canteiro para calcular sua área. Essa divisão pode ser observada na figura abaixo:

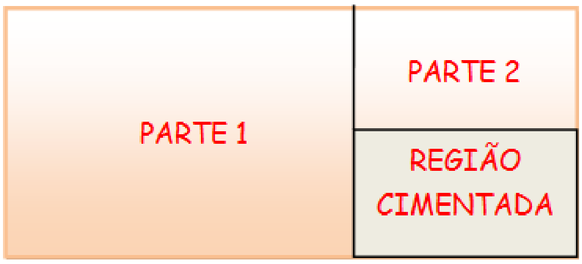


Figura 5: Representação da divisão do canteiro

A partir disso, a professora questionou a forma geométrica da parte 2 dessa divisão, como pode ser observado nos trechos a seguir:

(O1) Professora:	Será que quando a gente dividir vai continuar um retângulo?
(O2) Danilo:	Dá um retângulo.
(O3) Vitor:	Vai dar um quadrado.
(O4) Danilo:	Não vai ser quadrado não, vai ser um retângulo. Dá pra perceber que essa parte é menor que essa aqui [Apontando para as dimensões].
(O5) Professora:	Então, vamos medir pra ver se dá dois?

Em (O1), a professora questionou se após a divisão, a parte 1 teria a forma retangular. Danilo e Vitor possuíam opiniões distintas acerca desse questionamento. Enquanto que, em (O2), Danilo afirmou que após a divisão a parte 1 seria um retângulo, Vitor sustentou que seria um quadrado. Danilo justificou a sua afirmativa dizendo que visivelmente as dimensões da figura eram diferentes, o que descartava a possibilidade de ser quadrado. Diante disso, os estudantes apresentavam representações diferentes para a mesma situação. Essas representações indicam que eles apresentavam *significados* distintos para a o mesmo fato.

Por conta da divergência, a professora solicitou que os estudantes medissem a área do canteiro para concluírem se tinha uma forma quadrada ou retangular. O momento da medição pode ser observado no trecho abaixo:

(O1) Danilo:	5, daí pra cá e 3, daí pra lá.
(O2) Vitor:	8.
(O3) Danilo:	Deu 8 metros e 61 centímetros [Diz demonstrando incerteza]
(O4) Professora:	Confira aí, veja se está certo mesmo. Não pode dar errado. [Os alunos fazem o que a professora indica]
(O5) Vitor:	8 metros e 61. [Os alunos continuam medindo o outro lado do canteiro]
(O6) Danilo:	7 metros e 20 centímetros.
(O7) Professora:	Dá para perceber o quê? É um quadrado?
(O8) Danilo:	Aqui não, porque o lado de lá é maior que o lado de cá, como eu já tinha dito.

Como pode ser observado, em (O1), (O2), (O3) e (O5), os estudantes mostraram as medidas encontradas na medição do canteiro. Diante disso, a professora questionou o que eles concluíam a partir das medidas encontradas. Esses questionamentos tiveram relevância para disparar uma discussão entre os estudantes, uma vez que a partir deles começaram a realizar um procedimento que definiria o *significado* em questão. Assim, em (O8) confirmou o que havia dito anteriormente: a forma tratava-se de um retângulo.

Nesse episódio, os estudantes discordaram a respeito da forma geométrica de uma figura. Por conta disso, fizeram medições para verificar se a figura tinha forma quadrada ou retangular. A realização dessa medição teve relação com o tipo de resposta que a professora esperava para a questão da tarefa. Podemos observar, em (O5), que a professora não indicou qual deles havia respondido da forma esperada. Ao invés disso, ela solicitou que a medição fosse feita para que eles concluíssem por si mesmos qual era a forma geométrica em questão. Assim, a discordância entre os estudantes gerou uma negociação de significados. Ou seja, a partir da situação com referência na realidade em questão, os estudantes discutiram a respeito das formas geométricas, negociando significados.

É possível notar que a prática social em questão permitiu que os estudantes negociassem significados, uma vez que a medição só foi possível porque se tratava de uma situação com referência na realidade. Ou seja, em outra situação, a *negociação de significados* não ocorreria da mesma forma. Assim, a negociação de significados (da maneira como se constituiu) ocorreu porque os estudantes estavam diante do canteiro. Nesse sentido, a negociação de significados teve relação com a forma de participação dos estudantes. Assim, **o processo de negociação de significados constitui-se no desenvolvimento da tarefa a partir de uma divergência entre os estudantes.** Como os estudantes divergiram, a professora fez questionamentos com o intuito de oportunizar uma discussão entre eles. **Assim, a negociação de significados, nesse caso, ocorreu quando os estudantes discordaram, realizaram medições e a partir disso, eles puderam discutir qual das respostas correspondia, isto é, representava à forma do canteiro. Nesse sentido, por meio da intervenção da professora, houve uma mudança: a divergência inicial tornou-se um consenso.**

Episódio 2: A negociação da ideia de lado de uma figura plana e do conceito de retângulo

Neste episódio, apresentamos trechos da observação de uma tarefa que tematizou a construção de uma sala de apoio para estudantes com necessidades educativas especiais que estava sendo realizada na escola onde ocorreu esta investigação. A professora organizou a turma em grupos e, antes de desenvolver a tarefa, levou as equipes para visitarem a obra (figura 5) e realizarem as medições de suas dimensões utilizando uma trena.

Figura 6: Visita dos estudantes à obra

Esse episódio trata da discussão sobre a forma de medir os lados do “chão” da referida sala de apoio. Em alguns momentos, dois grupos apresentaram dúvidas quanto à medição, questionando os aspectos que deveriam considerar para a realização da tarefa. Como a sala estava em construção, ainda não havia porta, mas o seu espaço já estava reservado. Ou seja, na sala havia o espaço destinado à porta que estava vazio (como pode ser observado na figura abaixo).

Figura 7: Espaço vazio destinado à porta

Ao medir, o grupo discutiu com a professora se o espaço destinado à porta faria ou não parte da medição. Nesse momento, o *significado* da ideia de lado foi negociado. Isso pode ser observado nos trechos a seguir:

(O1) Professora:	Por que se está medindo a partir daqui?
(O2) Eduarda:	Aí é a porta [Indicando a parte da sala deixada para a porta]
(O3) Professora:	A porta faz parte da sala?
(O4) Marta:	Faz.
(O5) Professora:	Se eu quisesse fazer uma decoração nessa sala todinha rodando com uma fitinha colorida, eu ia incluir esse pedaço daqui?
(O6) Claúdia:	Não.
(O7) Professora:	Não ia incluir não? Por quê?
(O8) Claúdia:	Como é que vai botar na porta professora?
(O9) Professora:	Mas, no chão eu posso, não é? Então, a porta faz parte dessa parede?
(O10) Alunas:	Faz.

Em (O1), ao observar que não estavam incluindo a parte destinada à porta na medição, a professora questionou porque as estudantes estavam começando a medir a partir de determinado ponto. Eduarda, em (O2), justificou explicando que não incluíram porque se tratava do espaço da porta, isto é, as estudantes estavam considerando que aquele espaço não era parte da parede. Assim, consideraram que o espaço não fazia parte do lado. Para que as estudantes refletissem sobre o seu questionamento, a professora, em (O3), questionou se a porta era parte integrante da sala. Após uma estudante, em (O4), afirmar que sim, a professora fez a seguinte pergunta: *Se eu quisesse fazer uma decoração nessa sala todinha, rodando com uma fitinha colorida, eu ia incluir esse pedaço daqui?*

Claúdia, em (O6) e (O8), afirmou que não, considerando que a fita não poderia contornar a porta, isto é, o espaço da porta não seria contabilizado. Ao perceber que a estudante havia dado a resposta esperada, a professora complementou o questionamento: *Mas, no chão eu posso não é? Então, a porta faz parte dessa parede?* Após esse questionamento, uma das estudantes afirmou que sim e o grupo incluiu o espaço destinado à porta na medição. Nesse sentido, o *significado* de lado foi modificado ao longo da tarefa, isto é, uma *negociação de significados* constituiu-se no decorrer da realização da tarefa.

Outro grupo apresentou dúvidas quanto à medição, discutindo com a professora a diferença das medidas dos dois lados paralelos ao chão da sala, o qual tinha a forma retangular. Isso pode ser observado nos trechos abaixo:

(O1) Professora:	Deu quanto?
(O2) Letícia:	7,1[referindo-se a 7 metros e 1 centímetro]
(O3) Professora:	E a de lá? [Referindo-se ao lado paralelo ao que foi encontrada a medida 7,1]
(O4) Adriana:	Lá deu 6, 97.
(O5) Professora:	Vamos medir de novo? Será que vocês mediram direito?
(O8) Letícia:	Aqui...5 na mesma marca [Referindo-se à marca feita na medição interior]
(O9) Adriana:	Na mesma marca.
(O10) Professora:	Vá, a pró já descobriu qual é o problema. Quero ver quem vai descobrir.
(O11) Letícia:	Eu acho que eu também já sei.
(O12) Professora:	Você é filha de pedreiro, tem que saber mesmo.
(O13) Mariana:	Está certo! Deu 1,97 [Referindo-se às mesmas medidas encontradas na medição anterior daquele lado]
(O14) Professora:	Alguém já descobriu o problema? Quero ver se Roseane descobre. Por que não deu igual às medidas de lá e de cá? Vamos!
(O15) Professora:	Lá tem essa paredinha aqui?

Figura 8: A pilastra (indicada pela seta) que estava dando a diferença na medição

(O16) Professora:	Tem esse pedacinho aqui?
(O17) Letícia:	Esse batentezinho não.
(O17) Adriana:	Por isso mesmo.
(O18) Professora:	É a diferença. Agora mede aí fora do batente. Veja se vai dar no mesmo traço do lápis [Referindo-se ao traço feito na primeira

	medição]
(O19) Mariana:	Deu mais para lá um pouquinho pró!
(O20) Professora:	Deu quanto?
(O21) Mariana:	Deu 5, mas deu um pouquinho mais pra lá.
(O22) Professora:	Os três centímetros que estavam faltando para completar os 7 de lá [Referindo-se ao lado paralelo que estava sendo medido]

Inicialmente, a professora questionou as medidas encontradas pelas estudantes. Elas afirmaram, em (O2) e (O4), que encontraram 6,97 e 7,1 (referindo-se a 7 metros e 1 centímetro). Diante disso, a professora solicitou que repetissem o procedimento com o intuito de verificar essas medidas. Ao medir novamente, as estudantes afirmaram em (O8), (O9) e (O13), que a medição anterior estava correta, uma vez que o marcador de cinco metros da trena estava na mesma marca da primeira medição. Ao perceber que as estudantes não conseguiram explicar o porquê da diferença de medida entre os lados paralelos, a professora, em (O15) e (O16), as estimulou a observar a pilastra (figura 6) que existia no lado que elas haviam considerado ter 6,97 metros.

Ao observar a pilastra (identificada pela professora e estudantes como “paredinha”), Adriana, na linha (O17), demonstrou ter compreendido que por conta desta havia essa diferença de 0,04 metros (4 centímetros) na medição. Para confirmar, a professora pediu que as estudantes utilizassem a trena mais uma vez para medir (considerando a pilastra), verificando se a marca de cinco metros ficaria na mesma marca da primeira e da segunda medição. Ao fazer isso, Mariana, em (O19) e (O21), percebeu que isso não ocorreu, porque a marca de cinco metros não ficou na mesma posição. Ou seja, que realmente a não inclusão da pilastra havia causado a diferença nas medidas. Esse fato mostra que as estudantes, mesmo sem utilizar o termo “retângulo”, *negociaram o significado* dessa forma geométrica, ao confrontarem as medidas encontradas inicialmente com a definição dessa figura geométrica.

Assim, nesse episódio, os estudantes e a professora envolveram-se em uma discussão acerca da medição do chão da sala de apoio. Essa discussão teve relação com a forma de medir um espaço para encontrar suas dimensões reais. Nesse caso, as estudantes não incluíram o espaço destinado à porta e a **professora as questionou no intuito que elas ressignificassem a ideia de lado, ou seja, que negociassem o significado de lado da representação de uma figura plana.** Essa negociação foi oportunizada pela tarefa, uma vez que, por meio da situação com referência na realidade, essas discussões puderam ocorrer na sala de aula. Além disso, discutiram a respeito da diferença de medidas entre lados paralelos de uma forma retangular. Ou seja, **negociaram também o conceito de retângulo.** Assim, esses trechos retratam a negociação da ideia de lado e do conceito de retângulo.

Episódio 3: A negociação acerca da capacidade de estudantes da sala

Este episódio apresenta trechos dos dados obtidos por meio do desenvolvimento de uma tarefa, cujo tema foi a construção de uma sala de apoio para estudantes com necessidades educativas especiais que estava sendo realizada na escola onde aconteceu a presente pesquisa. A seguir, discutiremos o momento em que um dos grupos analisou se a nova sala seria capaz de atender à demanda de estudantes da escola. Nesse momento, discutiram o espaço necessário para os estudantes que iriam utilizá-lo, bem como outros elementos importantes em uma sala de aula e quantos estudantes caberiam na sala de apoio, considerando o espaço que definiram como ideal para cada estudante. Essas discussões podem ser observadas nos trechos abaixo:

(O1) Jonatas:	Para um aluno normal seria 1 m². E para um aluno especial, quanto seria?
(O2) Professora:	Quanto seria? Você viu aqui o tamanho do m², não viu? Você acha que uma cadeira de rodas aqui, precisaria de mais um pouco do que 1 m²? Você acha que está bom? Que cabe?
(O3) Luciano:	Eu acho que 1 m² é pouco, mas 2 m² já é demais.
(O4) Professora:	Ah...1 m² está pouco, mas 2 m² está muito. Eu concordo!
(O5) Professora:	Então, a gente aumenta 20 cm. Não tem problema! Se você acha que 1 m² é pouco e 2 m² é muito, existem medidas intermediárias. Você pode votar 1,10 m, 1,20m, 1,40 m, 1,5 m, está vendo?
(O6) Professora:	Mas, a pergunta aqui é: Tirando a parte da mesa do professor, na sala de apoio caberiam quantos alunos? É essa a discussão.
(O7) Luís:	Na frente, fica o professor, a mesa, o quadro...
(O8) Luciano:	O quadro não ocupa espaço nenhum.
(O9) Luís:	É.

Como, anteriormente, a professora havia dito aos estudantes que, legalmente, cada estudante tem direito a 1 m², em (O1), Jonatas questionou qual o espaço necessário para um estudante com necessidades educativas especiais. A professora, na linha (O2), relembrou a medição feita na sala anteriormente, para que os estudantes percebessem a dimensão de 1 m² e a partir daí, estabelecessem qual o espaço que acreditavam ser necessário para cada estudante na sala de apoio. Em (O3), Luciano argumentou que o mesmo espaço destinado aos outros alunos (no caso, 1 m²) era pouco para aqueles que utilizariam a sala de apoio, mas 2 m² seria muito para apenas um estudante (mesmo com necessidades educativas especiais).

Para que os estudantes compreendessem que as medidas não precisavam ser exatas, a professora, na linha (O5), afirmou que eles poderiam utilizar outras medidas como 1,40 m, 1,50 m, 1,20 m, dentre outras. Em (O7), ela enfatizou o que a questão solicitava: *Sabendo que a escola tem cerca de 62 alunos com necessidades educativas especiais, a nova sala tem um tamanho adequado para atender à quantidade de alunos?* Ou seja, eles precisavam concluir se a área destinada à sala comportaria adequadamente os estudantes, o professor, o quadro e a mesa.

Em um momento posterior, o grupo retomou a discussão sobre o espaço necessário para cada estudante, considerando o exemplo que a professora havia dado na linha (O5): acrescentar 20 cm. Isso pode ser observado nos trechos abaixo:

(O10) Luciano:	É 1,20m para cada lado. Olhe, parece que vai aumentar pouco, mas na hora que você acrescenta 20 centímetros em cada lado, nos quatro lados, você já vai aumentar 80 centímetros.
(O11) Wesley:	É 5 centímetros para cada lado [Referindo-se à divisão dos 20 centímetros acrescentados para os 4 lados]
(O12) Jonatas:	É 1,20 m, 1,20 m, 1,20 m, 1,20 m [Contornando um quadrado com a mão]. Não é dividir 1,05 m, 1,05 m, 1,05 m, 1,05 m não!
(O13) Luís:	Então, dá para os 30, mas sobra.
(O14) Luciano:	Aí a gente aumenta a quantidade de alunos.
(O15) Jonatas:	Tem 31 alunos...Sobra!
(...)	
(O16) Luciano:	48 vezes 1,20 dá 57. Passa e ainda tem a mesa dos professores. Faça aí 48 vezes 1,20. Dá 44.
(O17) Jonatas:	Como você sabe?
(O18) Luciano:	Dá “estourando” 44.
(O19) Jonatas:	Você está focado em aumentar a quantidade de alunos. Mas, de manhã só são 31, fechou 31. De tarde são mais 31, acabou. Ela quer saber se dá ou não.
(O20) Luciano:	Então acabou, bota sim [Referindo-se à resposta que o grupo daria à questão]

Em (O10), Luciano enfatizou que caso considerassem 1,20 m para cada lado do espaço destinado a um estudante, o tamanho acrescido poderia parecer pequeno, mas totalizariam 80 cm. Contudo, Wesley acreditava que os 20 cm sugeridos pela professora deveriam ser distribuídos pelos quatro lados, como pode ser observado em (O11). Por conta disso, Jonatas argumentou que era 1,20 m em cada lado e não 1,05 em cada lado (como Wesley havia afirmado). Nesse sentido, a ideia de Wesley não foi legitimada pelo grupo.

Luís, em (O13), afirmou que com o espaço de 1,20 x 1,20 caberiam os 30[36] estudantes, mas sobraria espaço. Luciano sugeriu então que a quantidade de estudantes na sala de apoio fosse aumentada. Porém, em (O15), Jonatas afirmou, novamente, que sobraria espaço na sala. Luciano tentou explicar porque afirmou que a quantidade de estudantes poderia ser

[36] A questão 4 da tarefa trazia apenas a quantidade total de estudantes com necessidades educativas especiais ao invés de trazer a quantidade por turno. Por conta disso, a professora enfatizou que os estudantes deveriam trabalhar com a média, considerando que havia 31 alunos nos turno matutino e vespertino.

aumentada, pedindo que os colegas multiplicassem 48 por 1,20 (ele considerou 48 o número de alunos e 1,20[37] a área que seria ocupada por casa estudante na sala de apoio) para verificar se caberiam 48 deles na sala de uma única vez. Contudo, ele percebeu que com 48 alunos, o resultado dessa multiplicação ultrapassaria a área da sala. Assim, ele disse que ao invés de 48, caberiam 44 estudantes com necessidades educativas especiais.

Ao analisar a questão, Jonatas argumentou em (O19), que Luciano estava focado apenas em aumentar a quantidade de estudantes, enquanto a questão só desejava saber se a sala caberia 31 deles ou não. Diante disso, eles concluíram que o espaço da sala é adequado, respondendo à questão da seguinte forma:

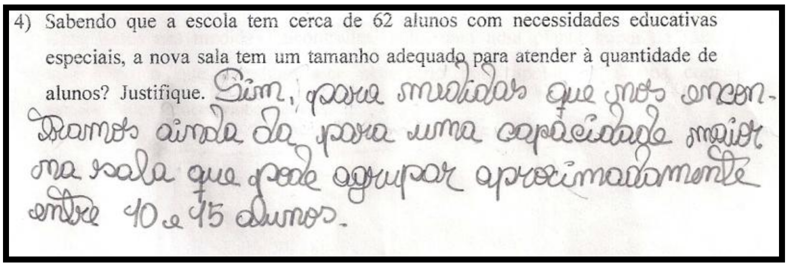

4) Sabendo que a escola tem cerca de 62 alunos com necessidades educativas especiais, a nova sala tem um tamanho adequado para atender à quantidade de alunos? Justifique. Sim, para medidas que nós encontramos ainda da para uma capacidade maior na sala que pode agrupar aproximadamente entre 40 e 45 alunos.

Figura 9: Registro de um grupo

Para melhor compreender a resposta dada pelos estudantes à questão que solicitava que argumentassem acerca da capacidade da sala (figura 5), analisaremos algumas respostas dadas durante a entrevista:

(E1) Pesquisadora:	Quando vocês discutiram sobre a capacidade da nova sala de apoio, vocês disseram que 1 m² era pouco, mas 2 m² era muito. Como vocês chegaram a essa conclusão?
(E2) Marcelo:	A gente mediu. 1 m² deu duas lajotas e meia. Então, 2 m² ia dar umas 4 lajotas e meia.
(E3) Luís:	5 lajotas. E eles não precisam disso tudo.
(E4) Emerson:	Ficaria muito grande.
(E5) Luís:	1 metro e meio ainda vai, mas 2 metros é muito.
(E6) Pesquisadora:	É muito para um aluno só?
(E7) Luciano:	É muito para um aluno porque mesmo tendo necessidades especiais, ele não precisa de 2 m² para ficar sentado.
(E8) Pesquisadora:	[Após a leitura da resposta que eles deram à questão] O que vocês levaram em conta para fazer esse cálculo?
(E9) Luís:	A gente tirou a medida do professor, tirou a mesa. A gente dividiu a sala por m², para cada aluno. E para o professor, a gente tirou uma fileirinha de quadrado [Referindo-se às pedras do piso] por causa do professor, do quadro e da cadeira dele. E o resto, a gente calculou e deu mais.
(E10) Jonatas:	No caso, a espessura do quadro, não é? Aí, tem a área do professor, tem a mesa...a gente tirou aquela carreirinha de

[37] O estudante considerou que a área de um quadrado de 1,20m x 1,20m seria 1,20 m² ao invés de 1,44 m².

	lajotas que tinha ali.
(E11) Pesquisadora:	E quantas vocês tiraram?
(E12) Estudantes:	Umas 8.
(E13) Pesquisadora:	E para isso vocês de basearam na sala de vocês?
(E14) Estudantes:	Foi.

Inicialmente, os estudantes explicaram, em (E2), (E3), (E4) e (E5), que concluíram que 2 m² era muito para apenas um estudante a partir da medição de 1 m² que fizeram junto com a professora. Diante disso, percebemos a importância da visualização para que os estudantes tivessem a noção da dimensão do espaço.

Em (E8), a pesquisadora questionou que aspectos eles levaram em conta para afirmar que a sala tinha um tamanho adequado para a demanda e que esta poderia comportar mais 10 ou 15 estudantes além dos 31 que existem em cada turno. Luís e Jonatas, em (E9) e (E10), explicaram que retiraram o espaço destinado ao professor, quadro e mesa. A partir disso, dividiram a sala em quadrados de 1,20 m x 1,20 m e verificaram que o espaço da sala estava adequado para comportar os estudantes com necessidades educativas especiais.

Assim, nesse episódio, os estudantes engajaram-se para responder o questionamento sobre a capacidade da sala, discutindo sobre a forma de fazer o cálculo. Depois de estabelecerem o espaço necessário para cada estudante que utilizaria a sala de apoio, eles definiram quantos estudantes esta sala comportaria. Assim, observamos que, em determinado momento, o comentário de Wesley não é levado em consideração pelo grupo, ou seja, por meio do tipo de comunicação, o grupo não legitimou sua fala.

Assim**,** nesse episódio, os estudantes envolveram-se na discussão sobre a capacidade da sala. Para isso, visualizaram o espaço ocupado por 1 m², ***negociaram*** **que este espaço não era suficiente para um estudante com necessidades educativas especiais, *negociaram* o espaço necessário para cada estudante na sala de apoio e *negociaram, ainda,* quais elementos deveriam ser levados em consideração para estimar a capacidade da sala.**

3.6 DISCUSSÃO DOS DADOS

Neste estudo, nosso objetivo foi investigar as formas de *negociação de significados* quando estudantes *participaram* de aulas de Matemática que abordaram tópicos de geometria a partir de situações com referência na realidade.

Para tanto, três momentos foram identificados: *a negociação de significados sobre a forma de uma figura geométrica; a negociação da ideia de lado de uma figura plana e do* *conceito de retângulo e a negociação acerca da capacidade da sala.* Em relação à primeira, *a negociação de significados na discussão sobre a forma de uma figura geométrica*, os estudantes tiveram um impasse: um acreditava que a parte I do canteiro (figura 4) tinha a forma de quadrado, enquanto outro sustentava que se tratava de um retângulo. Ou seja, uma negociação constituiu-se quando os estudantes discutiram sobre a forma geométrica em questão.

Já a segunda, *a negociação da ideia de lado de uma figura plana,* enfatizou *a ideia de lado de uma figura plana e do conceito de retângulo.* Ao iniciar a medição de um dos lados, o grupo ignorou o espaço destinado à porta. Diante disso, a professora questionou os estudantes, para que refletissem sobre o significado da ideia de lado de uma figura geométrica. Após essa discussão, as estudantes identificaram uma diferença (de 0,13 m) entre os lados paralelos do chão da sala. Essa discussão indicou que a situação com referência na realidade oportunizou que os estudantes discutissem ideias matemáticas, negociando o significado de lado de uma figura plana e do conceito de retângulo.

Em relação à terceira, a *negociação acerca da capacidade da sala*, os estudantes engajaram-se para responder à seguinte questão proposta pela tarefa: *Sabendo que a escola tem cerca de 62 alunos com necessidades educativas especiais, a nova sala tem um tamanho adequado para atender à quantidade de alunos?* Nesse engajamento, discutiram algumas questões, como, por exemplo: espaço necessário para um estudante com necessidades educativas especiais, como calcular a capacidade da sala, quais aspectos deveriam ser levados em consideração, dentre outros. Além disso, a forma de comunicação entre os estudantes indicou quando um comentário não havia sido legitimado pelo grupo.

Esses momentos de negociação identificados quando estudantes participaram de tarefas que exploravam tópicos de geometria a partir de situações com referência na realidade tem relação com o engajamento na prática social envolvida. A prática é descrita por Wenger (1998) como um fazer em um contexto histórico e social, o qual dá significado ao que é realizado. Assim, a participação dos estudantes nessas tarefas envolve a experiência social de viver no mundo em termos de serem membros de comunidades sociais (WENGER, 1998). É nesse sentido que Matos (1999) sustenta que uma prática é o que os estudantes desenvolvem para darem conta do que é realizado na aula e terem alguma satisfação mínima nisso.

Assim, ao participarem de tarefas que envolveram a construção de uma sala de apoio para estudantes com necessidades educativas especiais e a arborização de um canteiro, os estudantes engajaram-se em discussões envolvidas nas situações, negociando significados. Essas negociações de significados, descritas na seção anterior, envolveram a diferenciação entre figuras geométricas, a ideia de lado de uma figura plana, o conceito de retângulo, a forma de comunicação e a capacidade de um determinado espaço. Essas discussões foram delineadas a partir das situações com referência na realidade e possivelmente poderiam não ser tematizadas em outros ambientes de aprendizagem.

O significado, segundo Wenger (1998), é algo experienciado pelas pessoas quando se engajam em atividades da vida diária (TUSTING, 2006). Como a matemática escolar se constitui uma prática social, esta envolve negociação de significados. Apesar de desenvolvermos padrões em algumas situações, a cada vez que nos envolvemos em uma nova situação, estes significados são repensados, ressignificados, reestruturados. Isto é, a partir da necessidade de novas interações é que esses significados são negociados.

Wenger (1998) enfatiza que o processo de negociar significados envolve a participação e a reificação. A participação consiste no envolvimento em determinada prática social, interagindo com outros participantes e utilizando linguagem e ferramentas específicas para a realização de uma tarefa. Já a reificação é descrita por Wenger (1998) como o processo de dar forma a nossa experiência por produzir objetos que a "congelam". Nos episódios apresentados nesse artigo, evidenciamos momentos de negociação de significado. Esses momentos envolveram os processos de participação e reificação.

No primeiro episódio, a medição foi destacada na discussão acerca da dúvida que os estudantes apresentaram sobre a classificação de uma figura geométrica. Como dois estudantes discordaram a respeito dessa classificação, a professora não indicou qual deles havia dado a reposta esperada. Ao invés disso, ela pediu que eles medissem e a partir daí elaborassem uma conclusão. Assim, *a partir da comunicação estabelecida, os estudantes negociaram esse significado*. Nesse caso, a participação está relacionada com o engajamento na discussão sobre a forma geométrica da parte I após a divisão do canteiro. Para isso, os estudantes *reificaram* suas ideias por meio do termo "retângulo" e "quadrado". Ou seja, por meio dessas palavras, os estudantes mostraram a percepção da forma em questão.

No segundo episódio, a participação está relacionada com a discussão sobre a ideia de lado e o conceito de retângulo. Para *negociar* esses significados, os estudantes utilizaram o procedimento de medição para *reificar* conceitos. Isto é, por meio desse procedimento, eles discutiram sobre a ideia de lado quando foram questionados acerca do que constituía um lado. Além disso, esse procedimento permitiu que os estudantes percebessem que os lados paralelos do retângulo não estavam com medidas iguais. Por conta disso, os estudantes discutiram a ideia de lado e o conceito de retângulo, negociando significados.

O terceiro momento de negociação de significados ocorreu quando um dos estudantes fez um comentário sobre o espaço que seria destinado a cada estudante na sala de apoio. Outros participantes discordaram da fala do colega, não a legitimando. Assim, a forma de comunicação indicou que aquela resposta não era a esperada pelo grupo. Ou seja, essa forma de comunicação indica uma das formas de negociar significados nas aulas de matemática. Assim, no terceiro episódio, a participação está relacionada ao engajamento para definir a capacidade da sala de apoio. Eles discutiram como estimariam essa capacidade e, além disso, por meio da forma de comunicação, demonstraram quando um comentário era legitimado ou não pelo grupo.

As duas primeiras formas de negociação de significados estão articuladas com **ideias relacionadas à geometria**: a negociação de significados sobre a forma de uma figura geométrica e a negociação de significados sobre elementos de uma figura plana e seu conceito. Como exemplo, podemos ilustrar o questionamento na aula da professora Ana sobre o fato de a porta fazer ou não parte do “lado”. Assim, é possível inferir que esse questionamento ocorreu por conta da situação específica que os estudantes participavam naquele momento, no caso, as tarefas que exploraram geometria a partir de situações com referência na realidade. Diante disso, possivelmente uma discussão desse tipo não fosse explorada em uma situação que envolvesse a referência na matemática pura. A maneira de negociar a forma de uma figura geométrica foi possível porque tiveram acesso ao canteiro para fazer a medição.

Portanto, nessas duas situações de negociação de significados, **conceitos da geometria foram requeridos e mobilizados a partir de uma situação com referência na realidade.** Isto é, os estudantes puderam discutir o que conheciam sobre os conceitos a partir do tema das tarefas. Além disso, **a forma de comunicação foi decisiva no delineamento dessas negociações de significados**: a primeira teve relação com a discussão entre os estudantes e a segunda com a intervenção da professora.

3.7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A análise e a discussão dos dados apresentados neste artigo sugerem três formas de negociação de significados: *a negociação de significado sobre a forma de uma figura geométrica; a negociação da ideia de lado de uma figura plana e do conceito de retângulo e a negociação acerca da capacidade da sala.* De maneira geral, as negociações de significados em tarefas que exploram tópicos de geometria a partir de situações com referência na realidade estão relacionadas à discussão de ideias envolvendo geometria e a forma de comunicação entre os participantes.

A partir deste estudo foram discutidas as formas de negociação de significados, as quais dão indícios de como os estudantes interagem e refletem sobre conceitos da geometria (retângulo, por exemplo) quando participam de tarefas que exploram situações com referência na realidade. Diante disso, esse estudo pode contribuir para o ensino de geometria, uma vez que ao refletirem sobre como estudantes negociam significados, é possível que professores promovam ambientes favoráveis a esse tipo de engajamento nas práticas pedagógicas.

Por exemplo, um dos resultados dessa pesquisa indica que os estudantes negociaram o significado de figuras geométricas. Assim, ao elaborarem tarefas que exploram um tema de geometria a partir de situações com referência na realidade, os professores podem construir questões que possibilitem esse tipo de discussão. Desse modo, esta pesquisa lança luz sobre a importância de situações com referência na realidade para o ensino de geometria e como essas tarefas oportunizam diferentes formas de negociação de significados.

Além disso, este estudo pode contribuir no cenário do ensino de geometria, uma vez que oferece elementos para a compreensão do uso dessas situações no seu ensino. Por meio desta pesquisa, estudos que tratam de geometria podem ampliar suas discussões acerca dos ambientes de aprendizagem. Isto é, por meio das formas de negociação de significados identificadas, é possível que os estudos sobre as situações com referência na realidade no ensino sejam ampliados, uma vez que os resultados desse artigo indicam os tipos de discussão que se delineiam quando situações desse tipo são exploradas. Assim, o estudo pode lançar luz sobre como os estudantes interagem e aprendem ao terem contato com situações com referência na realidade.

3.8 REFERÊNCIAS

ALRØ, H.; SKOVSMOSE, O. **Dialogue and learning in Mathematics Education:** Intention, Reflection Critique. New York: Kluwer Academis Publisher, 2003, 288p.

ALVES-MAZZOTI, A. J. O Método nas ciências sociais. In: ALVES-MAZZOTTI, A. J.; GEWANDSZNAJDER, F. **O método nas ciências naturais e sociais**: pesquisa quantitativa e qualitativa. São Paulo: Pioneira, 1999. p. 107-188.

BARTON, D.; TUSTING, K. Introduction. In: BARTON, D.; TUSTING, K . (Ed.). **Beyond Communities of Practice: Language, Power e Social Context**. New York: Cambridge University Press, 2006. p.1-13.

BOGDAN, R C., BIKLEN, S.K**. Investigação Qualitativa em Educação**. Uma Introdução à Teoria e aos Métodos**.** Portugal: Porto Editora, 1994. 336p.

CHARMAZ, K. **A construção da teoria fundamentada: Guia Prático para Análise Qualitativa**. Porto Alegre: Artmed, 2009. 272 p.

DENZIN, N. K.; LINCOLN, Y. S. Introduction: the discipline and practice of qualitative research. In: DENZIN, N. K.; LINCOLN, Y. S. (Ed.) **Handbook of qualitative research**. 3. ed. Thousand Oaks: Sage, 2005, p. 1-32.

FERNANDES, E. Rethinking success and failure in mathematics learning: the role of participation. In: MATOS, J.F., VALERO, P.; YASUKAWA, K. **Proceedings of the Fifth International Mathematics and Society Conference**. Lisboa: Universidade de Lisboa, 2008. p. 1-11.

GRANDO, N. I; MORETTI, M. T. Conceito de volume: referências de diferentes cotidianos para a escola. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2003, São Paulo. **Anais**... São Paulo: SBEM, 2003. p.116-135.

LANKSHEAR, C.; KNOBEL, M. **Pesquisa pedagógica: do projeto a implementação**. Porto Alegre: Artmed, 2008.

LAVE, J.; WENGER, E. **Situated learning: Legitimate peripheral participation**. New York: Cambridge University Press, 1991. 138p.

MATOS, J. F.L Aprendizagem e Prática Social: Contributos para a Construção de Ferramentas de Análise da Aprendizagem Matemática Escolar. Actas da II Escola de Verão. **Sessão de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação**. Santarém, 1999. p. 65-94.
MURARI, C. Experienciando Materiais Manipulativos para o Ensino e Aprendizagem da Matemática**. Bolema**, Rio Claro, v. 25, n. 41, p. 187-211, dezembro, 2011.

PAVANELLO, R. M. Matemática e cotidiano: algumas considerações sobre o conceito de distância entre dois pontos. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2003, São Paulo. **Anais**... São Paulo: SBEM, 2003. p.1-10.

PONTE, J. P. **Gestão curricular em Matemática**. In: GTI (Ed.), O professor e o desenvolvimento curricular. Lisboa: APM, 2005. p. 11-34.

SKOVSMOSE, O. Cenários para Investigação. **Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, n. 14, p. 66-91, 2000.

SILVA. M. C. F. Pausas em textos orais e espontâneos e em textos falados. **Linguagem em discurso**, Tubarão, v.3, n. 1, p.111- 133, julho/dezembro, 2002.

TUSTING, K. Language and Power in communities of practice. In: BARTON, D.; TUSTING, K . (Ed.). **Beyond Communities of Practice: Language, Power and Social Context**. New York: Cambridge University Press, 2006. p.36-54.

WENGER, E. **Comunities of Pratices Learning, Meaning, and Indentity**. Cambridge: Cambridge University Press, 1998. 318p.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste capítulo, retomarei o problema de pesquisa desta dissertação, discutindo, a partir da perspectiva da aprendizagem situada segundo Lave e Wenger (1991), os resultados obtidos nos artigos I e II. Para tal, este capítulo foi organizado em quatro seções: retomada do problema de pesquisa, o diálogo entre os resultados, implicações para futuras pesquisas e implicações para a prática pedagógica. A primeira seção retoma o problema de pesquisa e os contextos em que foram coletados os dados, enquanto a segunda retoma os objetivos dos artigos I e II e confronta seus resultados, fazendo uma análise transversal. Na terceira seção, trago as implicações do estudo e seus resultados para futuras pesquisas que discutirem a perspectiva da aprendizagem situada e o ensino de geometria. Por fim, na quarta seção, discuto como os resultados da pesquisa podem contribuir para a prática pedagógica no que se refere ao uso das situações com referência na realidade, no ensino da geometria.

4.1. RETOMADA DO PROBLEMA DE PESQUISA

Nesta seção, apresento os constructos teóricos elaborados a partir da questão norteadora desta pesquisa: *Como estudantes participam de aulas de Matemática que abordam tópicos de geometria explorando situações com referência na realidade?*

Os participantes da pesquisa tiveram contato com tarefas em que situações com referência na realidade foram exploradas para estudar um tópico matemático. Para investigar como essa participação ocorreu, foi necessário compreender o termo *participação* discutido por Lave e Wenger (1991) e mapear as formas de participação dos estudantes nesse ambiente. Além disso, discuti o conceito de *negociação de significados* apresentado pela perspectiva da aprendizagem situada com o intuito de entender como os estudantes negociaram significados ao participarem de aulas de Matemática que abordaram tópicos de geometria, explorando situações com referência na realidade. Para tanto, os dados foram coletados em duas turmas do ensino fundamental, sendo uma de 8º ano[38] e outra do 9º ano. Essas turmas foram de duas escolas da Rede Pública de Feira de Santana-BA e de Salvador-BA, respectivamente. A primeira tarefa foi desenvolvida em 2011 na turma do 8º ano e explorou o paisagismo da escola. No momento, a escola estava envolvida em gramar e plantar mudas nos espaços

[38] A turma de 8º ano fazia parte do projeto Ressignificação da Dependência, o qual busca oferecer um espaço para estudantes que tem alguma disciplina pendente da série anterior, possam ser aprovados para a série seguinte e cursem, ao mesmo tempo, a disciplina em que foram reprovados.

vazios. Já a segunda, desenvolvida em 2012, explorou a construção de uma sala de apoio[39] para estudantes com necessidades educativas especiais que estava sendo realizada na escola. Os procedimentos utilizados para a produção dos dados foram a observação (registrada por meio de filmagem), entrevistas com os estudantes e análise de documentos (no caso dessa pesquisa, foram os registros produzidos pelos estudantes durante o desenvolvimento da tarefa).

Assim, na próxima seção, apresentarei os resultados obtidos por meio da coleta de dados nessas duas turmas, confrontando os resultados discutidos nos capítulos II e III.

4.2. O DIÁLOGO ENTRE OS RESULTADOS

O ensino de geometria tem sido amplamente discutido nos últimos anos na Educação Matemática (GRANDO, NACARATO; GONÇALVES, 2008; PERES, 2004; GRANDO; MORETTI, 2003; PAVANELO, 2003;). Contudo, a utilização de situações com referência na realidade tem aparecido ainda timidamente. Com o intuito de ampliar essa discussão, esta dissertação investigou a participação de estudantes em tarefas que exploraram um tópico de geometria a partir de situações que apresentaram dados reais. Para isso, o primeiro artigo teve por objetivo identificar e analisar as formas de participação de estudantes quando se engajaram em tarefas que exploraram tal tipo de situação.

As formas de participação discutidas e apresentadas no primeiro artigo foram as seguintes: *a projeção de figuras geométricas na situação com referência na realidade; a adequação do conhecimento geométrico à situação com referência na realidade; as tentativas para resolver o problema do cálculo da quantidade de grama para o canteiro; a escolha das formas geométricas para arborizar o canteiro e a relação entre a situação com referência na realidade e a representação matemática do canteiro.*

Para compreender a participação, foi importante investigar como os significados eram negociados quando os estudantes participaram de tarefas envolvendo geometria a partir de situações com dados reais. O segundo artigo foi elaborado com o objetivo de discutir as negociações de significados. Nessa discussão, três momentos foram identificados: *a negociação de significados na discussão sobre a forma de uma figura geométrica; a negociação da ideia de lado de uma figura plana e do conceito de retângulo e a negociação acerca da capacidade da sala.*

[39] Esta sala é utilizada na escola no turno oposto ao que os estudantes estudam com o intuito de apoiar aqueles que têm necessidades educativas especiais.

A seguir, retomarei algumas das categorias discutidas nos dois artigos desta dissertação, articulando os conceitos teóricos de participação e negociação de significados.

4.2.1 As formas de participação envolvidas nas negociações de significados

Em consonância com a perspectiva da aprendizagem situada, compreendo a aprendizagem de maneira mais abrangente do que a ideia de "aprender fazendo". Isto é, compreendo o "fazer" inserido no mundo social, considerando a linguagem, ferramentas utilizadas na prática, relações entre participantes, dentre outros. Nessa direção, a aprendizagem é um aspecto integrante, portanto, inseparável da prática social (LAVE; WENGER, 1991). Diante disso, a participação em uma prática social foi o foco desse estudo.

Ao *projetarem figuras geométricas na situação com referência na realidade*, os estudantes identificaram no espaço a ser arborizado aspectos relacionados à geometria. Ao denominarem o canteiro como "retângulo imperfeito", eles estavam reconhecendo, na situação proposta, semelhanças com uma forma geométrica. Ou seja, ao explorarem o canteiro, perceberam características que se aproximavam de formas geométricas já conhecidas por eles. Assim, na primeira análise, afirmaram que o canteiro possuía a forma retangular e por conta disso, sua área seria calculada multiplicando base por altura. Diante dessa análise, a professora orientou os estudantes a medir para confirmar se o canteiro possuía a forma retangular. Com isso, confrontaram os valores encontrados com a definição de retângulo, já estudada por eles, e perceberam, por meio das medidas, que não se tratava desta figura geométrica.

Esse momento indicou que um significado foi negociado, ou seja, por meio da medição, os estudantes tiveram a oportunidade de refletir sobre a forma geométrica do canteiro. Nesse sentido, **o significado de retângulo foi negociado por meio da participação dos estudantes em uma tarefa que envolveu uma situação com referência na realidade. Isto é, a partir de uma forma de participação, constituiu-se uma negociação de significado.** Assim, essa participação envolve o que os estudantes realizaram quando estiveram reunidos no desenvolvimento de tarefas que exploraram situações com referência na realidade. Nessas tarefas, os estudantes envolveram-se de diferentes maneiras com o intuito de atingir determinados objetivos da tarefa. Ao participar de tais formas, os estudantes, envolveram-se em discussões e estas geraram negociações de significados.

Oliveira e Morelatti (2006), ao investigar os conhecimentos prévios e as dificuldades de estudantes quanto à relação existente entre sólidos geométricos e figuras planas, concluíram que os participantes da pesquisa (22 alunos do 6º ano do ensino fundamental) apresentaram dificuldades em agrupar e nomear sólidos geométricos. Por exemplo, descreveram o cubo como quadrado e a pirâmide como triângulo. Além disso, não conseguiram nomear figuras planas como círculo, pentágono e hexágono. Assim, demonstraram que possuíam dificuldades em perceber as semelhanças e diferenças entre sólidos geométricos e figuras planas. Nesse sentido, as autoras ressaltaram a importância de explorar diferentes estratégias que envolvam a visualização, a construção e o raciocínio geométrico.

Diante disso, a partir dos dados desta pesquisa, podemos inferir que as negociações de significados estabelecidas em tarefas que exploram situações com referência na realidade, podem contribuir para a superação de algumas dessas dificuldades, uma vez que envolvem discussões sobre conceitos geométricos.

Abrantes (1999, p. 14), ao discutir acerca da importância e o papel que as atividades de natureza investigativa desempenham na aprendizagem da geometria sustenta que

> a experiência confirmou que a geometria constitui uma área particularmente propícia à realização de investigações por parte dos alunos. A sua riqueza e variedade em objetos e tipos de problemas, a sua ligação natural à realidade e a possibilidade de todos os alunos, em diferentes níveis, se envolverem em interessantes explorações e investigações geométricas sem dependerem de um grande número de conhecimentos anteriores são fatores que contribuem para este potencial da geometria.

Apesar disso, Leivas (2002), ao discutir o fraco desempenho de estudantes e o currículo ultrapassado em geometria, argumenta que o professor geralmente desconhece conteúdos e técnicas que lhe permita proporcionar aos estudantes redescobrir os conceitos geométricos. Por outro lado, os dados da minha pesquisa indicam que o uso das situações com referência na realidade são relevantes para isso, uma vez que **a partir do engajamento nas tarefas, os estudantes ressignificaram conceitos e ideias explorados na geometria**.

A *adequação do conhecimento geométrico à situação com referência na realidade* trata-se da segunda forma de participação discutida no primeiro artigo. Nesse momento, os estudantes optaram por calcular a área do canteiro, dividindo-o em duas partes. Essa estratégia foi utilizada porque após a negociação do significado de retângulo, os estudantes concluíram que a área não poderia ser calculada utilizando a relação *base x altura*. Após a discussão, encontraram uma forma de calcular a área do canteiro: dividi-lo em duas partes. Depois da divisão, eles encontraram dois retângulos, forma geométrica, cujo cálculo da área eles já sabiam realizar. A alternativa utilizada pelos estudantes mostrou que ao explorarem uma situação com referência na realidade em uma tarefa envolvendo um tópico de geometria, os estudantes adequaram o que já conheciam para resolver a proposta em questão.

Nesse sentido, negociaram o que conheciam sobre área e, a partir disso, elaboraram uma forma de encontrar a área desejada. **Essa forma de participação representou uma oportunidade de refletirem acerca do que conheciam sobre área e, a partir daí, negociaram o significado da área de um formato distinto das formas já conhecidas por eles.** Desse modo, a participação pautou-se na negociação e renegociação de significados. Como Wenger (1998) discute, a compreensão e a experiência estão sempre em interação e são mutuamente constitutivos (LAVE; WENGER, 1991). Assim, nas palavras de Matos (1999, p. 15), “as diferentes formas de participação têm de comum a preocupação em fazer sentido do enredo contido no texto do problema e perceber o que se quer e como lá chegar”.

Nessa direção, Matos (1999, p. 16) enfatiza que “os alunos mantêm-se em diálogo, sentados à mesma mesa, partilham mutuamente o campo de visão dos seus apontamentos, questionam-se e respondem-se reciprocamente, etc”. Desse modo, como os sujeitos possuem diferentes experiências, os significados precisam ser negociados em determinados contextos. Daí o sentido de sustentar que a participação e a negociação de significados estão relacionadas, tendo implicações uma na outra.

4.2.2. As formas de negociação de significados nas formas de participação

O significado, segundo a perspectiva da aprendizagem situada, diferente daquele presente nos dicionários, está constantemente em processo de negociação. Ou seja, ele não é estático e, ao se engajar em uma prática social, os sujeitos envolvem-se em uma experiência de significados (WENGER, 1998). Nesse trabalho, as negociações de significados estão localizadas na matemática escolar.

No momento da *negociação de significados na discussão sobre a forma de uma figura geométrica*, os estudantes estavam discordando em relação à forma geométrica de uma das partes do canteiro: um acreditava que a figura apresentava a forma de um quadrado, enquanto outro estudante sustentava que se tratava de um retângulo. Assim, no momento dessa discussão, os estudantes tiveram a oportunidade de refletir sobre as formas geométricas já conhecidas. Ou seja, uma negociação constituiu-se quando os estudantes discutiram sobre a forma geométrica em questão. Nesse sentido, a forma de negociação de significado estabelecida tem relação com a forma de participação. Nesse caso, **a negociação foi possível por conta da forma de engajamento em questão: ao projetarem formas geométricas na**

situação com referência na realidade, os estudantes discordaram e, a partir disso, negociaram o significado de retângulo (mesmo sem utilizar esse termo).

Outro momento de negociação de significados destacado foi quando os estudantes negociaram *a ideia de lado de uma figura plana e do conceito de retângulo.* Ao medir o comprimento de uma das paredes da sala de apoio, o grupo ignorou o espaço destinado à porta. Por conta disso, a professora questionou os estudantes com o intuito de fazer com que refletissem sobre o que era lado de uma figura geométrica. Após esse momento, as estudantes identificaram uma diferença (de 4 cm) entre um dos pares de lados paralelos do chão da sala. **Essa discussão indicou que os estudantes se engajaram projetando figuras geométricas na situação com referência na realidade e, a partir dessa forma de participação, discutiram ideias matemáticas, negociando o significado de lado de uma figura plana e de retângulo.**

Alrø e Skovsmose (2002) argumentam que as condições de comunicação na sala de aula influenciam a aprendizagem matemática. Assim, a aprendizagem depende da relação interpessoal que emerge da comunicação entre os participantes. O contexto onde se delineia a participação, por sua vez, influencia na comunicação entre os sujeitos. Assim, o contexto no qual as pessoas se comunicam afeta o que é aprendido por elas. Em consonância com essa ideia, essas duas formas de negociação têm relação com a comunicação estabelecida entre os participantes. Isto é, por meio da discordância entre estudantes e questionamentos da professora, negociações de significados foram estabelecidas. Nesse sentido, a participação teve relação com a forma de comunicação, uma vez que por meio da participação as negociações de significados foram constituídas.

Ao analisar como os materiais manipuláveis podem constituir práticas questionadoras de estudantes na aula de matemática, Souza e Barbosa (2010), apontam que os estudantes questionaram alguns aspectos durante o desenvolvimento da tarefa. A tarefa utilizada nesse estudo tinha como objetivo que os estudantes deduzissem as fórmulas para o cálculo da área do triângulo e do trapézio. Para isso, a professora solicitou aos estudantes que medissem as dimensões (as quais, eram valores decimais) da folha de papel A4. Com isso, ao medirem, os estudantes encontraram valores distintos. Por conta disso, a professora propôs que recortassem um retângulo com valores de medidas inteiras. Contudo, os estudantes discordaram e continuaram a utilizar as medidas encontradas. Posteriormente, um estudante sugeriu que olhassem na embalagem as medidas apresentadas pelo fabricante para sanar as dúvidas em relação aos valores distintos encontrados. Apesar disso, questionaram o valor indicado pelo fabricante, uma vez que a maioria dos estudantes havia encontrado valores diferentes. Diante disso, questionaram o fabricante do produto baseado na sua experiência de medição. Os autores sustentam que os estudantes questionaram uma informação do fabricante do produto, a partir do uso da régua nessa tarefa. Isso indica, em termos da perspectiva da aprendizagem situada (LAVE; WENGER, 1991), uma forma de participação. Assim, os estudantes participaram demonstrando uma postura questionadora. Tal forma de participar tem relação com a comunicação estabelecida no desenvolvimento da tarefa, isto é, está relacionada à prática questionadora.

Diante disso, a forma de comunicação depende do contexto do qual o sujeito faz parte. Assim, a comunicação estabelecida entre os participantes desta pesquisa é diferente da analisada no estudo de Souza e Barbosa (2010). Nessa perspectiva, a comunicação entre professores e estudantes ocorre de maneira específica na prática social da matemática escolar (ALRØ; SKOVSMOSE, 2002). Contudo, podemos inferir que, em ambientes de aprendizagem distintos, essa comunicação pode ser estabelecida de formas distintas.

Assim, ao participarem de situações com referência na realidade, nas aulas de matemática, os estudantes tiveram a oportunidade de discutir sobre conceitos geométricos e negociar significados a partir de questionamentos sobre a tarefa. Nesse sentido, se a comunicação fosse estabelecida de outra maneira, as negociações de significados teriam outra constituição. Por exemplo, se a professora não tivesse feito o questionamento, a negociação sobre a ideia de lado de uma figura possivelmente não se constituiria naquele momento. Assim, consequentemente, a participação e a aprendizagem ocorreriam de formas distintas.

4.2.3 Uma discussão sobre a articulação entre participação e negociação de significados

Os dados desta pesquisa permitem sustentar que as *formas de participação* estão relacionadas às formas de negociar significados na prática da matemática escolar. A participação, segundo Wenger (1998), é um processo complexo que envolve corpos, mentes, emoções e relações sociais. Ou seja, trata-se da pessoa completa inserida na prática social. Nesse sentido, os significados são sempre sociais e estão em constante movimento. Diante disso, são negociados a partir do engajamento dos participantes. Assim, as formas de participação estão associadas às negociações de significados, as quais se relacionaram às ideias exploradas em geometria. Tais negociações constituíram-se a partir do uso de situações com referência na realidade.

A figura abaixo mostra as relações entre os constructos teóricos, *formas de participação e formas de negociação* a partir das categorias apresentadas neste estudo. A *participação em termos de projetar* figuras geométricas na situação com referência na realidade envolveu duas formas de negociar significados: a negociação da ideia de lado e a negociação da ideia de retângulo. Já a *participação em termos de adequar* o conhecimento geométrico à situação com referência na realidade está relacionada à negociação de como calcular uma área desconhecida.

De modo análogo, a negociação da ideia de lado e a negociação da ideia de retângulo envolveu a *participação em termos de projetar* figuras geométricas na situação com referência na realidade. Já a negociação de como calcular uma área desconhecida está relacionada com a *participação em termos de adequar* o conhecimento geométrico à situação com referência na realidade. Assim, conforme aparece na imagem a seguir, foram dispostas na parte superior do quadro-resumo as categorias derivadas do artigo I e abaixo, as três relacionadas ao artigo II.

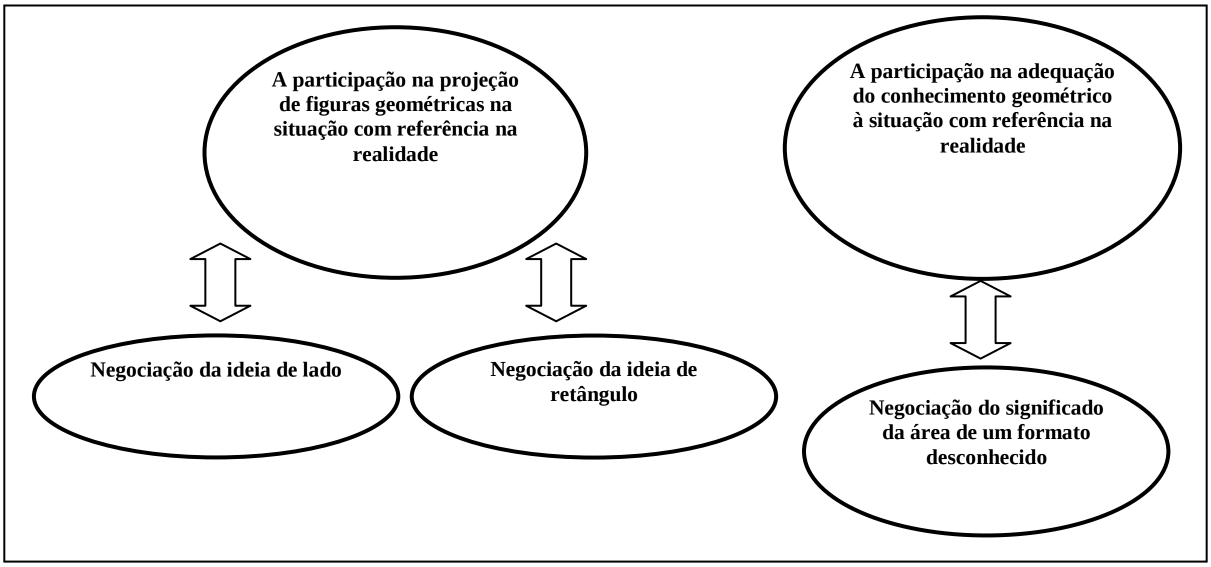


Figura 1 – Quadro-resumo das formas de participação envolvidas nas negociações de significados e as formas de negociação de significados nas formas de participação

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (1997, p. 25) ressaltam que:

> É importante que a matemática desempenhe, equilibrada e indissociavelmente, seu papel na formação de capacidades intelectuais, na estruturação do pensamento, na aplicação a problemas, situações da vida cotidiana e atividades do mundo do trabalho e no apoio à construção de conhecimentos em outras áreas curriculares .

O documento enfatiza que um dos objetivos do ensino de matemática deve ser a exploração de situações da vida cotidiana. Todavia, Bairral (2003) enfatiza que a variedade de atividades e materiais didáticos é importante para atender as demandas do ensino de matemática. Contudo, não é apenas o uso que garante a aprendizagem dos estudantes.

As situações com referência na realidade têm sido discutidas como uma das possibilidades para superar essas dificuldades, oportunizando a aproximação entre a matemática escolar e relações externas a ela. Sousa (2003), ao investigar a aplicação de situações-problema envolvendo uma lei municipal para estudantes do ensino médio, aponta que após o trabalho com essas situações houve uma melhora de 44% para 88% nas definições dadas às figuras geométricas.

Ao discutir sobre a exploração dessas situações, Alrø e Skovsmose (2002) destacam que vivemos em uma sociedade em que a matemática tornou-se parte integrante do cotidiano, uma vez que a encontramos em diversas manifestações. Nesse sentido, explorar essas manifestações pode ampliar a compreensão dos estudantes acerca do que é estudado na escola. Esse argumento tem relação com os dados dessa pesquisa, uma vez que por meio da exploração de tais situações, a compressão sobre ideias geométricas foi discutida e negociada pelos estudantes.

Souza (2011), ao investigar a participação de estudantes em contato com materiais manipuláveis na aula de matemática, mapeou as seguintes formas de participação: a visualização de objetos matemáticos nos manipuláveis, a definição de objetos matemáticos por meio dos manipuláveis, a dedução de algoritmos matemáticos utilizando manipuláveis, o uso do material para argumentar na sala de aula de matemática e não usar o manipulável para argumentar na sala de aula. Nessa direção, ao analisar uma aula de matemática em que estudantes utilizaram materiais manipuláveis, Souza e Barbosa (2011) investigaram como estes materiais são utilizados na produção do discurso de estudantes na prática pedagógica. A partir desse estudo, sustentam que estudantes atribuem materialidade aos objetos matemáticos e fazem justificações utilizando os manipuláveis. Assim, argumentaram que a materialidade física pode possibilitar o engajamento de estudantes na investigação e exploração de ideias matemáticas, pois permitem que estudantes observem, comparem e manejem os manipuláveis para levantarem proposições e/ou conjecturas.

Diferente das formas de participação apontadas por Souza (2011) e Souza e Barbosa (2011), esta pesquisa descreveu a participação em termos de *projeção* e *adequação*, relacionando os elementos da geometria à situação com referência a realidade. Além disso, associou estas duas dimensões ao conceito *negociação de significados* apresentado por Lave e

Wenger (1991). Nesse sentido, discuto a relação entre as formas de comunicação constituídas da prática, as formas de participação e de negociação de significados. Desse modo, demarco o projeção e adequação em situações particulares fazendo referência à realidade.

Skovsmose (2000) sustenta que a presença de situações com referência na realidade, na sala de aula, modifica a comunicação entre professor e aluno. Essa especificidade da comunicação, segundo o autor, ocorre porque faz sentido questionar as informações contidas nas tarefas que exploram esse tipo de situação. Essa possibilidade de questionamento tem relação com um dos aspectos enfatizados pela educação crítica. Esse aspecto é a consideração de conteúdos criticamente, o qual enfatiza, entre outros pontos, a aplicabilidade e as funções sociais do assunto a ser estudado.

Diante disso, é relevante refletir sobre a utilização de situações com referência na realidade e suas potencialidades para o ensino de matemática.

4.3. IMPLICAÇÕES PARA FUTURAS PESQUISAS

Esse estudo pode contribuir no cenário do ensino de geometria, uma vez que oferece elementos para a compreensão do uso dessas situações nas aulas. Por meio dessa pesquisa, foram investigadas as formas de participação e negociação de significados quando estudantes tiveram contato com situações com referência na realidade, o que pode ampliar discussões de outros estudos acerca dos contextos[40] apresentados por Skovsmose (2000). Assim, lança luz sobre como estudantes se engajam ao terem contato com situações com referência na realidade e como estas podem ser relevantes para a exploração de tópicos de geometria.

Um ponto importante é que, nesta pesquisa, a prática analisada é a matemática escolar. Nesse sentido, esse estudo analisou constructos teóricos da perspectiva da aprendizagem situada em uma prática social diferente das estudadas por Jean Lave e Etienne Wenger. Por conta disso, pode contribuir para estudos futuros que utilizem esse referencial teórico para investigar práticas escolares. Por outro lado, os resultados desta pesquisa oferecem exemplos empíricos em que conceitos dessa perspectiva teórica foram analisados e tratam de formas específicas de participação e negociação de significados. Outro aspecto importante é que este trabalho discute o conceito de *participação* em termos de projeção e adequação. Assim, ao analisar a participação a partir da exploração de situações com referência na realidade, amplia a ideia de participação, oferecendo elementos novos (projeção e adequação) para a discussão

[40] Situações com referência na matemática pura, situações com referência na semirrealidade e situações com referência na realidade.

desse conceito chave da perspectiva da aprendizagem situada. Esses elementos contribuem no sentido de compreender como a participação pode ocorrer em uma prática social específica.

Contudo, muitas questões em torno do objeto desta pesquisa precisam ser discutidas. Por exemplo, o professor tem um papel importante na sala de aula e muitas vezes suas interferências são decisivas. Nesse estudo, por exemplo, a interferência da professora (por meio de questionamentos) foi importante para que os estudantes discutissem sobre a forma de uma figura geométrica. Por conta disso, é relevante compreender como ocorre a participação de professores como essa participação tem relação com o engajamento de estudantes. Nesse sentido, uma questão que foi constituída a partir desse estudo é a seguinte: Qual o papel do professor na participação de estudantes e na forma como os significados são negociados?

Além disso, outra questão relevante seria compreender como estudantes compartilham o repertório quando participam de tarefas que exploram um tópico de geometria a partir de uma situação com referência na realidade. Ou seja, como eles compartilham ferramentas, modos de fazer, dentre outros. Assim, uma possível pergunta seria: Como estudantes compartilham os modos de fazer quando participam de tarefas que exploram dados reais? A partir dessas análises, podemos considerar também a seguinte questão: Como estudantes aprendem a partir do uso de situações com referência na realidade?

Nesse sentido, esse estudo inicia uma discussão relevante e lança questões para futuras pesquisas.

4.4 IMPLICAÇÕES PARA A PRÁTICA PEDAGÓGICA

Como implicações deste estudo, as formas de participação e de negociação de significados identificadas podem auxiliar na compreensão do que acontece quando situações com referência na realidade estão presentes nas aulas de matemática. Assim, é possível que esse estudo contribua para o ensino de geometria, uma vez que ao refletirem sobre como estudantes participam e negociam significados, professores podem promover ambientes favoráveis a esse tipo de engajamento nas práticas pedagógicas.

Por outro lado, a partir da discussão da participação em termos de projeção e adequação e da discussão sobre como a participação e a negociação de significados se articulam, professores podem elaborar tarefas que envolvem situações com referência na realidade, oferecendo oportunidades para esses tipos de engajamento. Por exemplo, não elaborar questões demasiadamente estruturadas e não indicar a forma geométrica no enunciado são maneiras de oportunizar tais discussões. Outra estratégia possível é fazer questionamentos aos estudantes com o intuito de promover a reflexão sobre conceitos de geometria.

Situações com referência na realidade têm sido apontadas como um contexto para o ensino de matemática (PONTE, 2005; SKOVSMOSE, 2000). A importância de sua utilização no ensino está associada às discussões atuais que dão ênfase à preparação para a cidadania, uma vez que estudantes precisam ter domínio do conteúdo relacionado ao mundo atual (D'AMBROSIO, 2009). Assim, as situações com referência na realidade podem oferecer oportunidades para tratar da aplicabilidade e funções sociais de tópicos matemáticos. Nesse sentido, os conceitos matemáticos não deveriam ser explorados isoladamente. Ao invés disso, o ensino de matemática precisa incluir os contextos em que esses conceitos são operados (ALRØ; SKOVSMOSE, 2002).

No entanto, nas escolas, as situações com referência na realidade ainda têm aparecido timidamente. Assim, mobilizar essas situações para as aulas de matemática podem causar um desconforto inicial aos professores, daí a importância de refletir sobre esse tipo de tarefa e discutir como estudantes se engajam nelas. A partir disso, é possível compreender suas potencialidades e as possibilidades que podem oferecer ao ensino de matemática. Por exemplo, por meio dessas situações pode ser viável o trabalho com a geometria espacial, uma vez que tais situações permitem a exploração de espaços que os estudantes tem contato.

Desse modo, esta pesquisa lança luz sobre a importância de situações com referência na realidade para o ensino de geometria.

4.5 REFERÊNCIAS

ABRANTES, P. Investigações em Geometria na Sala de Aula. In: VELOSO, E.; FONSECA, H.; PONTE, J. P.; ABRANTES, P. (Orgs.). **Ensino da Geometria no Virar do Milênio**. Lisboa: DEFCUL, 1999.

ALRØ, H.; SKOVSMOSE, O. **Dialogue and learning in Mathematics Education: Intention, Reflection Critique.** New York: Kluwer Academis Publisher, 2002, 288p.

BAIRRAL, M. Conceitos, procedimentos e atitudes em Matemática. **Presença Pedagógica**, Belo Horizonte, v.9, nº 50, p. 43-49, março/abril, 2003.

BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. Brasília, 1997.

D'AMBROSIO, U. **Educação Matemática: da teoria à prática**. Campinas: Papirus, 2009.
GRANDO, N. I; MORETTI, M. T. Conceito de volume: referências de diferentes cotidianos para a escola. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2003, São Paulo. **Anais**... São Paulo: SBEM, 2003. p.116-135.

GRANDO, R. C.; NACARATO, A. M.; GONCALVES, L. M. G. . Compartilhando saberes em geometria: investigando e aprendendo com nossos alunos. **Cadernos do CEDES** (UNICAMP), v. 28, p. 39-56, janeiro/abril, 2008.

LAVE, J.; WENGER, E. **Situated learning: Legitimate peripheral participation**. New York: Cambridge University Press, 1991.

LEIVAS, J. C. P. O Ensino atual de geometria: concepções e tendências. **Acta Scientiae**, Canoas, v.4, nº 1, p. 43-46, 2002.

MATOS, J. F.L Aprendizagem e Prática Social: Contributos para a Construção de Ferramentas de Análise da Aprendizagem Matemática Escolar. Actas da II Escola de Verão. **Sessão de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação**. Santarém, 1999. p. 65-94.

OLIVEIRA, E. A.; MORELATTI, M. R. M. Os conhecimentos prévios de alunos da 5ª série do ensino fundamental*:* um caminho para a aprendizagem significativa de conceitos geométricos. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 3, 2006. Águas de Lindóia - SP. **Anais...** Águas de Lindóia: SBEM, 2006.

PAVANELLO, R. M. Matemática e cotidiano: algumas considerações sobre o conceito de distância entre dois pontos. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2003, São Paulo. **Anais**... São Paulo: SBEM, 2003. p.1-10.

PERES, G. J. O triângulo e suas propriedades um estudo de caso com alunos do Ensino Médio. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2004, Recife. **Anais eletrônicos...** Disponível em: <http://www.sbem.com.br/files/viii/pdf/09/CC97996068615.pdf >. Acesso em: 15 de abril de 2011

PONTE, J. P. **Gestão curricular em Matemática**. In GTI (Ed.), O professor e o desenvolvimento curricular (pp. 11-34). Lisboa: APM, 2005.

SKOVSMOSE, O. Cenários para Investigação. **Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, n. 14, p. 66-91, 2000.

SOUSA, G. A. A Geometria e a Lei de Vilas: Até que ponto a utilização de elementos da sociedade pode auxiliar no ensino-aprendizagem da Geometria? In: ENCONTRO NACIONAL DE MODELAGEM E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2003, Piracicaba. **Anais.**.. São Paulo, 2003. p.1-11.

SOUZA, J. V. B.; BARBOSA, J. C. Os manipuláveis e a prática questionadora dos alunos na sala de aula de matemática. In: X ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2010, Salvador. **Anais**... São Paulo: SBEM, 2010, p 1-10.

SOUZA, J. V. B. **Os materiais manipuláveis e a participação dos alunos na aula de matemática**. 2011. 74f. Dissertação (Mestrado em Ensino, Filosofia e História das Ciências) – Universidade Federal da Bahia/Universidade Estadual de Feira de Santana, Salvador, 2011.

SOUZA, J. V. B.; BARBOSA, J. C. Os Materiais Manipuláveis e a Produção Discursiva dos Alunos na Aula de Matemática. **Acta Scientiae**, Canoas v. 13, n.2, p.39-53, 2011.

WENGER, E. **Comunities of Pratices Learning, Meaning, and Indentity**. Cambridge: Cambridge University Press, 1998.